

$$\langle m, v \rangle = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} = [1 \ 2 \ 3] \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} = 10 \checkmark$$

سوال 1-1 : 72 >

$$\|m - 2v\| = \left\| \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 6 \\ 4 \\ 2 \end{bmatrix} \right\| = \left\| \begin{bmatrix} -5 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix} \right\| = \sqrt{(-5)^2 + (-2)^2 + 1^2} = \sqrt{30} \checkmark$$

زاویه بین  $m$  و  $v$  :  $\theta$  :  $\|m\| \|v\| \cos \theta = \langle m, v \rangle \Rightarrow \sqrt{14} \times \sqrt{4} \times \cos \theta = 10$   
 $\Rightarrow \theta = \cos^{-1} \frac{5}{7} \checkmark$

$$\|m\|_1 = \sqrt[1]{|-2|^1 + |3|^1 + |1|^1 + |-1|^1} = 2 + 3 + 1 + 1 = 7 \checkmark$$

سوال 1-2 : 72 >

$$\|m\|_2 = \sqrt{|-2|^2 + |3|^2 + |1|^2 + |-1|^2} = \sqrt{4 + 9 + 1 + 1} = \sqrt{15} \checkmark$$

$$\|m\|_\infty = \max \{ |-2|, |3|, |1|, |-1| \} = 3 \checkmark$$

(دقت استفاده :)

$$\|m\|_1 = |-2| + |1+2i| + |0| + |2i| = 1 + \underbrace{(1+2i)(1-2i)}_2 + 0 + 2 = 5 \checkmark$$

$$\|m\|_2 = \sqrt{|-2|^2 + |1+2i|^2 + 0^2 + |2i|^2} = \sqrt{1 + 4 + 0 + 4} = 3 \checkmark$$

$$\|m\|_\infty = \max \{ |-2|, |1+2i|, |0|, |2i| \} = 2 \checkmark$$

سوال 3-1 :

$K$  :  $\{v_1, v_2\} \neq 0 \Rightarrow$  خطی نیستند  
 زیرا  $v_1$  و  $v_2$  دو بردار غیر صفری هستند  
 و  $\langle v_1, v_2 \rangle = 2 + 0 + 0 \neq 0$



$$A = \begin{bmatrix} a+b & b-a \\ a-b & b+a \end{bmatrix} \Rightarrow A^T A = I = A A^T$$

سوال 4-1 : ج :

برای هر یک از ستون‌ها  $\wedge$   $\pm 1 =$  دترمینان  $\Rightarrow (a+b)^2 + (b-a)^2 = +1 = |A|$   
 $\Rightarrow a^2 + b^2 = 1/2$  ✓  
 $\sqrt{(a+b)^2 + (a-b)^2} = 1$

$\hookrightarrow A^T A \Rightarrow$  هیدری (صحت)

$a^2 + b^2 = 1/2$

الف)  $A = \begin{bmatrix} 0 & b & 1 \\ a & 2 & 1 \\ -1 & 1 & c \end{bmatrix}, A^T = \begin{bmatrix} 0 & a & -1 \\ b & 2 & 1 \\ 1 & 1 & c \end{bmatrix}$

$\hookrightarrow A A^T = I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

$b^2 + 1 = 1 \Rightarrow b = 0$  ✓

$a^2 + 4 + 1 = 1 \Rightarrow a^2 = -4$

از طرف اندازه بردارهای ستون  $1 =$   
 $\hookrightarrow a^2 + 1 = 1 \Rightarrow a^2 = 0$

امکان ندارد | تمام

$(b^2 + 4 + 1) = 1$   
 $\Rightarrow b^2 = -4$   
 $= +2i$

$|A - 2I| = 0$

$\hookrightarrow \begin{vmatrix} 2-\lambda & -5 \\ 3 & 1-\lambda \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow \lambda^2 - 3\lambda + 2 + 15 = 0 \Rightarrow \lambda^2 - 3\lambda + 17$

$0 = 17I + (-3)A + 1A^2$

$\lambda = 1, \beta = -3, \alpha = 17$

سوال 9-1 : 73 : قیاس یکبار - سه بار :



سوال 11.1:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 0 & \beta & 1-\beta \\ 1 & 2 & -1 \end{bmatrix} \xrightarrow{\substack{\text{باید} \\ |A|=0 \Rightarrow \\ r_3 - r_1 \rightarrow r_3}} \begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 0 & \beta & 1-\beta \\ 0 & 4 & -1 \end{bmatrix} = 0 \Rightarrow -\beta + 4\beta - 4 = 0$$

$$3\beta = 4$$

$$\beta = \frac{4}{3}$$

سوال 12.1: از روش دترمینان با روش استفاده کنید

سوال 16.1: از رابطه  $A(I-A)^{-1} = (I-A)^{-1}A$  استفاده کنید

$$A(I-A)^{-1}(I-A) = (I-A)^{-1}A(I-A)$$

$$\Rightarrow A = (I-A)^{-1}(A - A^2) = (I-A)^{-1}(I-A)A \Rightarrow A = A \checkmark$$

سوال 26.1:  $|A| < 0$

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 2 & 5 & -3 \\ 3 & -3 & 2 \end{bmatrix}$$

$-1 < 0$  مثبت و منفی

$$Q = 6x_1^2 + 41x_2^2 + x_3^2 + 2x_1x_2 + 12x_2x_3$$

$$A = \begin{bmatrix} 6 & 1 & 0 \\ 1 & 41 & 6 \\ 0 & 6 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow A = \begin{bmatrix} 6 & 1 & 0 \\ 1 & 41 & 6 \\ 0 & 6 & 1 \end{bmatrix}$$

میتوانیم 3x3

سوال 27.1: (د)

$$6 > 0 \quad \begin{vmatrix} 6 & 1 \\ 1 & 41 \end{vmatrix} > 0$$

$$|A| > 0$$

مثبت و مثبت