

لم تشریح: یکس از راه های اثبات نامنظم بودن یک زبان، استفاده از لم تشریح (پمپاژ) است.

اگر L یک زبان منظم نامتناهی باشد، آنگاه عدد صحیح مثبت m وجود دارد، بطوریکه هر $w \in L$

با شرط $|w| > m$ ، را می توان به صورت $w = xyz$ تجزیه کرد، با فرض $|xy| \leq m$ و $|y| > 1$

بطوریکه $wz = xy^2z$ ، به ازای تمام $i = 0, 1, 2, \dots$ عضو L باشد.

مثال: آیا زبان $L = \{a^n b^n : n > 0\}$ منظم است؟ (راست)

فرض می کنیم که L منظم باشد. حال رشته $w = a^n b^n$ متعلق به L را به 3 قسمت تجزیه می کنیم:

$x = a^{n-1}$ ، $y = a$ ، $z = b^n$. حل باید به ازای تمام $i \geq 0$ ، رشته $xy^i z$ ،

متعلق به L باشد، ولی مثلاً به ازای $i = 2$ این چنین نیست:

$$a^{n-1} a^2 b^n = a^{n+1} b^n \notin L$$

بنابراین زبان داده شده منظم نیست.

مثال: آیا زبان $\{a^n : n \geq 2\}$ منظم است؟

پیداکردن x در L به طریق مهم ترین کار است. و با کمک آن مثال را

درست می کنیم. عقود زبان نباشد و چون به تناقض نرسیدیم، پس حتمن فرقی است با L و زبان اعلان منظم
نبوده. #

حل: فرض کنیم که L منظم است. حال رشته $w = a^k$ با فرض اول بودن k ، متعلق به L را به 3 قسمت تقسیم می کنیم:

$$x = a^{k-t-h}, y = a^t, z = a^h$$

حال باید به ازای تمام $0 \leq t \leq k$ ، رشته xyz^2 متعلق به L باشد، ولی مثلاً به ازای $t = k+1$

این چنین نیست:

$$a^{k-t-h} a^t a^h = a^{k-t-h+t+h} = a^{k+1} \notin L$$

این بخش چون دو قسمت است، اول نیست.

مقدار $(1+t)k$ اول نیست، چون به k و $1+t$ بخش پذیر است. بنابراین زبان داده شده منظم نیست.

لم ترریق برای زبان مستقل از متن:

به کمک لم ترریق می توان تشخیص داد که یک زبان مستقل از متن نیست

فرض کنید L یک زبان مستقل از متن نامتناهی باشد. آنگاه عدد صحیح و مثبت m وجود دارد

به طوری که هر w متعلق به L با فرض $|w| \geq m$ را می توان به صورت $w = uv^i xy^i z$ به صورت

با شرایط $|vxy| \leq m$ و $|v| \geq 1$ چنان تجزیه کرد که به ازای هر $i = 0, 1, 2, \dots$

$$uv^i xy^i z \in L$$

دائماً برقرار است.

مثال: به کمک لم ترریق، نشان دهیم که زبان $L = \{a^n b^n c^n : n > 0\}$ مستقل از متن نیست.

حل: فرض کنیم که L مستقل از متن است، رشته $w = a^n b^n c^n$ را به 5 قسمت تجزیه می کنیم (مهم ترین کار):

$$x = a^n, y = b, z = b^{n-2}, u = b, v = c^n$$

حال باید به ازای تمام $i \geq 2$ ، رشته $uv^i xy^i z$ متعلق به L باشد، ولی وقتی به ازای $i=2$ اینطور نیست:

$$a^n b^2 b^{n-2} b^2 c^{2n} \xrightarrow{i=2} a^n b^{n+2} c^{2n} \notin L$$

Monday

۲۴ محرم الحرام ۱۴۳۸
24 October 2016

با اعمال قوانین لم تریق روی زبان مستقل از متن $\{a^n b^n : n > 0\}$ $L =$

مقبول می‌شویم که به ازای هر مقدار n ، رشته تریق نهاده در L است. از

این موضوع نباید نتیجه گرفت که L مستقل از متن است و فقط باید گفت که از لم پمپاژ نمی‌توان

نتیجه گرفت که زبانی مستقل از متن است، فقط می‌توان گفت که زبانی مستقل از متن نیست.