

45. descrição: cortar uma fita de 120 cm de comprimento em tiras de 23, 28 e 45 cm de comprimento  
→ quantidade mínima de material

Obs: nenhum pedaço tem menos de 10 cm de comprimento

	Longura (cm)	Comprimento (m)
T <sub>1</sub>	23	2.500
T <sub>2</sub>	28	4.500
T <sub>3</sub>	45	8.000

Objetivo: minimizar a quantidade do material

$$\min f(x) = 23x_1 + 28x_2 + 45x_3 \text{ s.t.:}$$

$$\begin{cases} 23x_1 + 28x_2 + 45x_3 \leq 120 \\ 23x_1 + 28x_2 + 45x_3 \geq 1000 \\ x_1 \leq 2500 \\ x_2 \leq 4500 \\ x_3 \leq 8000 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{cases}$$

47. quatro tipos diferentes / modos de conselos em madeira : I, II, III, IV

	Montagem	decoração	lucro
I	4	2	7
II	5	1	7
III	3	5	6
IV	5	3	9

$$\text{máx: } 30.000 \text{ h} \quad \text{máx: } 20.000 \text{ h}$$

Objetivo: maximizar o lucro

Segundo x<sub>1</sub>, x<sub>2</sub>, x<sub>3</sub>, x<sub>4</sub> as quantidades produzidas de I, II, III e IV, temos:

$$\max f(x) = 7x_1 + 7x_2 + 6x_3 + 9x_4 \text{ s.t.:}$$

$$\begin{cases} 4x_1 + 5x_2 + 3x_3 + 5x_4 \leq 30.000 \\ 2x_1 + x_2 + 5x_3 + 3x_4 \leq 20.000 \\ x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0 \end{cases}$$

41. Edimburgo: 4 tipos diferentes de petróleo

desvio: produção gasolina amarela, azul e turquesa

Quantidade de petróleo disponível

Porcentagem de limite da Quantidade Pura

Type	Quant. máxima (dias)	Custo (dia)		superazul	$\leq 30\% \text{ de } L$	
1	3500	19			$\geq 40\% \text{ de } 2$	35
2	2200	24			$\leq 50\% \text{ de } 3$	22
3	4200	20	azul		$\leq 30\% \text{ de } 1$	28
4	1800	27			$\geq 10\% \text{ de } 2$	18

Amaralha  $\leq 30\% \text{ de } 1$  22

Petróleo /

Objetivo: maximizar a produção das gasolinas Amaralha, Azul e Turquesa

Dados  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7$  petróleo I, II, III, IV e gasolinas Turquesa, Azul e

Amaralha, respectivamente, temos:

$$\max f(x) = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \text{ s.a.}$$

$$x_1 \leq 3500$$

$$x_2 \leq 2200$$

$$x_3 \leq 4200$$

$$x_4 \leq 1800$$

$$x_5 \leq 0,3 \cdot x_1$$

$$x_5 \geq 0,4 \cdot x_2$$

$$x_5 \leq 0,5 \cdot x_3$$

$$x_6 \leq 0,3 \cdot x_5$$

$$x_6 \geq 0,5 \cdot x_2$$

$$x_7 \leq 0,7 \cdot x_1$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7 \geq 0$$

(27) 2 produtor: A + B.

utilizam os mesmos recursos: matéria prima, foga e polimento

A      B

	A	B
(R\$) matéria prima	300	200
(h) foga	4	2
(h) polimento	2	3
(R\$) preço de venda	1800	2500

Obs: cada hora de foga - R\$ 150

cada hora de polimento - R\$ 100

$$2x_1 + x_2 \leq 110$$

Objetivo: maximizar o lucro

$$\text{max } f(x) = 1800x_1 + 1900x_2 \quad \text{s.t.}$$

lucro = venda - produção

$$2x_1 + 3x_2 \leq 250$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

(29) 2 esportes: motocross (A) e ciclismo (B)

Motocross (A):

- mensalidade do clube
- deslocamento → custo médio R\$ 3,00 por refeição de treinamento
- 1500 calorias por refeição

de duas horas

Ciclismo (B):

- custo médio → R\$ 2,00 por refeição de treinamento de duas horas

ORÇAMENTO: R\$ 70,00

pode no máximo produzir 18 horas mensais e 80.000 cal

Objetivo: maximizar o número de treinos

Use  $x_1$  a quant. de treinos de A e  $x_2$  a quant. de treinos de B, temos:

$$\text{max } f(x) = x_1 + x_2 \quad \text{s.t.} \quad \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 \leq 70 \\ 1500x_1 + 1000x_2 \leq 80.000 \\ 2x_1 + 2x_2 \leq 18 \end{cases}$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

(32) produção máxima: 60 t

área de cultivo: 200.000 m<sup>2</sup>

400m<sup>2</sup> trigo; 800 m<sup>2</sup> arroz; 10.000 m<sup>2</sup> milho

	produtividade	lucro por Kg	Área
trigo	0,2	10,8 centavos	400
arroz	0,3	4,2 centavos	800
milho	0,4	2,03 centavos	10.000

Diga  $x_1, x_2, x_3$  as quantidades de produção de trigo, arroz, milho, tuns:

Objetivo: maximizar o lucro

$$\max f(x) = 10,8x_1 + 4,2x_2 + 2,03x_3 \text{ s.t. } \left\{ \begin{array}{l} x_1 + x_2 + x_3 \leq 60 \\ \frac{x_1}{0,2} + \frac{x_2}{0,3} + \frac{x_3}{0,4} \leq 200.000 \\ x_1 \geq 400 \\ x_2 \geq 800 \\ x_3 \geq 10.000 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{array} \right.$$

$$\frac{x_1}{0,2} + \frac{x_2}{0,3} + \frac{x_3}{0,4} \leq 200.000$$

$$x_1 \geq 400$$

$$\frac{x_2}{0,3} \geq 800$$

$$\frac{x_3}{0,4} \geq 10.000$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

(33) quatro tipos de alimentos: P, Q, R, S

ingredientes: índice j

a<sub>Pj</sub>, a<sub>Qj</sub>, a<sub>Rj</sub>, a<sub>Sj</sub> → quantidade do ingrediente j em cada quilo

do produto

b<sub>j</sub> → quantidade máxima do ingrediente j disponível

P<sub>P</sub>, P<sub>Q</sub>, P<sub>R</sub>, P<sub>S</sub> → lucros da produção

Dizam  $x_P, x_Q, x_R$  e  $x_S$  as produções em quilos dos alimentos, tuns.

	P	Q	R	S	com j = 1, 2, 3, ...
ingredientes	$\int a_{Pj}$	$a_{Qj}$	$a_{Rj}$	$a_{Sj}$	

lucro P<sub>P</sub> P<sub>Q</sub> P<sub>R</sub> P<sub>S</sub>

alternativa 1:

Investimento mínimo: R\$ 3.000

	P <sub>1</sub>	P <sub>2</sub>
aumento nos vendos	3%	3%
(a cada R\$ 1000 investido)		

alternativa 2:

Investimento mínimo: -

	P <sub>1</sub>	P <sub>2</sub>
aumento nos vendos	4%	10%
(a cada R\$ 1000 investido)		

objetivo: minimizar os custos de crescimento

Dejar x<sub>1</sub>, x<sub>2</sub> e x<sub>3</sub> a quantidades em 1000 para o programa matemático, P<sub>1</sub> e P<sub>2</sub>

térms:

$$\min f(x) = x_1 + x_2 + x_3$$

$$\text{S. a:} \begin{cases} x_1 \geq 3 \\ 3x_1 + 4x_2 \geq 30 \\ 3x_1 + 10x_3 \geq 30 \\ x_1 + x_2 + x_3 \leq 10 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{cases}$$

(5) máquina trabalhando 45 horas por semana

$P_1$	4	50	100
$P_2$	12	25	500
$P_3$	3	75	1500

Antigo	lucro líquido	número de horas	possibilidades de venda
		an hora	por semana

Objetivo: maximizar o lucro líquido total,

$$50x_1 + 25x_2 + 75x_3 \leq 6750$$

$$\max P(x) = 4 \cdot x_1 + 12 \cdot x_2 + 3 \cdot x_3 \quad 0.9 \left\{ \begin{array}{l} x_1 \leq 100 \\ x_2 \leq 500 \\ x_3 \leq 1500 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{array} \right.$$

(7)  $H_1$   $H_2$   $H_3$  objetivo: minimizar custo

$G_1$	100	150	175
$G_2$	130	220	175

participantes do concurso

$H_1$	$H_2$	$H_3$
60	90	60

ônibus com capacidade de 30 passageiros

ganho 1  $\Delta (G_1) - 4$  ônibus

ganho 2  $\Delta (G_2) - 3$  ônibus

$$\min \left\{ \begin{array}{l} 60H_1 + 90H_2 + 60H_3 \leq 30 \\ H_1 + H_2 + H_3 \leq 7 \\ H_1, H_2, H_3 \geq 0 \end{array} \right.$$

$$\min P(x) = 4G_1 + 3G_2$$

(43) 480h usimogum

400h polimento

400h montagem

usimogum

polimento

montagem

lucro unitário

P I 3

L

2

6

P II 2

L

1

4

P III 2

2

2

6

P IV 4

3

5

8

sempremente: 50 unidades P I, 100 unidades de qualquer comb. de P II, P III

obs: venda máxima de P IV são 25 unidades

objetivo: maximizar lucro total

param  $x_1, x_2, x_3$  e  $x_4$  as quantidades produzidas de P I, P II, P III e P IV, temos:

$$\max P(x) = 3x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 \text{ s.t.: } \begin{cases} 3x_2 + 2x_3 + 2x_4 \leq 480 \\ 1x_1 + 1x_2 + 2x_3 + 3x_4 \leq 400 \\ 2x_1 + 1x_2 + 2x_3 + 1x_4 \leq 400 \\ x_1 \leq 50 \\ x_2 + x_3 \leq 100 \\ x_4 \leq 25 \\ x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0 \end{cases}$$

$$1x_1 + 1x_2 + 2x_3 + 3x_4 \leq 400$$

$$2x_1 + 1x_2 + 2x_3 + 1x_4 \leq 400$$

$$x_1 \leq 50$$

$$x_2 + x_3 \leq 100$$

$$x_4 \leq 25$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$$

(39) Liga de ferro: ferro, carbono, silício, miquele

→ obtida: mistura desses minerais para obter de 2 tipos de HR.

• HR1

60% ferro; 20% carbono; 20% silício

custo por kg: R\$ 0,70

• HR2

70% ferro; 20% carbono; 5% silício; 5% miquele

custo por kg: R\$ 0,75

matérias primas	% Mínima	% Máxima	Custo
ferro	60	65	0,30
carbono	15	20	0,20
silício	25	20	0,27
miquele	5	7	0,50

Dado  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6$  associados respectivamente, temos:

Objetivo: minimizar custo

$$\text{min } f(x) = 0,2x_1 + 0,15x_2 + 0,3x_3 + 0,12x_4 + 0,128x_5 + 0,50x_6$$

$$\text{s.a.: } 0,6x_1 + 0,7x_2 + x_3 \geq 0,60$$

$$0,6x_1 + 0,7x_2 + x_3 \leq 0,65$$

$$0,12x_1 + 0,12x_2 + x_4 \geq 0,15$$

$$0,12x_1 + 0,12x_2 + x_4 \leq 0,20$$

$$0,12x_1 + 0,05x_2 + x_5 \geq 0,15$$

$$0,12x_1 + 0,05x_2 + x_5 \leq 0,20$$

$$0,05x_2 + x_6 \geq 0,05$$

$$0,05x_2 + x_6 \leq 0,08$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6 \geq 0$$

(35) Previsão de vendas: 7.000 unidades

Eis componentes: caixa, fio R-F e painel de controle, microprocessador e impressora

Limitações produtivas → tecnologias

Cada secção dispõe no max 3.000 h no trimonth

	Custo extra	Custo próprio	imperfeição	Montagem	Ajuste
Caixa	15	10	0,50	0,10	-
Fio R-F	30	18	0,70	0,40	0,75
Painel	9	6	0,30	0,20	0,40

três secções distintas: Custo, Imperfeição, Montagem/Ajuste

↳ 3.000h max no trimonth por secção

objectivo: minimizar os custos de produção

Sejam  $X_1, X_2 \in X_3$  as quantidades da Caixa, Fio R-F e Painel, temos:

$$\min f(x) = 25X_1 + 48X_2 + 15X_3 \text{ s.t.} \quad \left. \begin{array}{l} X_1 \leq 120 \\ 4X_2 \leq 675 \\ X_3 \leq 200 \\ 0,5X_3 \leq 3000 \\ 0,2X_2 \leq 3000 \\ 0,1X_3 \leq 3000 \\ 0,55X_2 \leq 3000 \\ 0,160X_3 \leq 3990 \end{array} \right\} \text{discutível}$$

$$\text{Logo, } \min f(x) = 25X_1 + 48X_2 + 15X_3 \text{ s.t.} \quad \left. \begin{array}{l} X_1 \leq 120 \\ X_2 \leq 675 \\ X_3 \leq 200 \\ 0,1X_1 + 0,55X_2 + 0,60X_3 \geq 7000 \\ X_1, X_2, X_3 \geq 0 \end{array} \right.$$

imperfeição extra?

37

(cc170)

Vendas

lucro

Por cc170

Dope

0 - 4000

500

4000 - 6000

2190

6000 -

2160

Suco

0 - 4000

2150

4000 -

2137

molho

0 - 4000

2103

4000 - 7000

2190

7000 -

0,10

(a cada 1000cc170)

(190000000)

M. g

O. P

Dope

200

6

Suco

80

4

molho

300

7

máximo por semana: 5000 horas de mão de obra e max 168 h de equipamentos

a) Volume de vendas é de 8000, 6000, 10000 respectivamente

Objetivo: maximizar o lucro

$$\max f(x) = 2,80x_1 + 2,30x_2 + 0,80x_3 \text{ s.t.: } \left\{ \begin{array}{l} 200x_1 + 80x_2 + 300x_3 \leq 5000 \\ 6x_1 + 4x_2 + 7x_3 \leq 168 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{array} \right.$$

$$200x_1 + 80x_2 + 300x_3 \leq 5000$$

$$6x_1 + 4x_2 + 7x_3 \leq 168$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

a) objetivo: maximizar os lucros

$$\max f(x) = P_p X_p + P_q X_q + P_n X_n + P_s X_s \text{ s.t. com } j = 1, 2, 3 \dots$$

$$\left. \begin{array}{l} a_{pj} + a_{qj} + a_{nj} + a_{sj} \leq b_j \\ a_{pj}, a_{qj}, a_{nj}, a_{sj} \geq 0 \\ b_j \geq 0 \end{array} \right\}$$

b) produções do dimensão P  $\rightarrow 10.000 \text{ kg}$  com descrença de 10% para mais ou menos  $\rightarrow$  entre  $9.000 \text{ kg}$  e  $11.000 \text{ kg}$

- produção de Q  $\rightarrow$  no mínimo  $3.000 \text{ kg}$
- produção de R  $\rightarrow 90\%$  ou  $150\%$  da produção de P  $\Rightarrow$  entre  $8.100 \text{ kg}$  e  $12.100 \text{ kg}$
- produção de S  $\rightarrow$  no máximo a soma de P, Q, R, S

objetivo: maximizar os lucros

$$\max g(x) = P_p X_p + P_q X_q + P_n X_n + P_s X_s \text{ s.t.:}$$

$$\left. \begin{array}{l} 9.000 \leq X_p \leq 11.000 \\ X_q \geq 3.000 \\ 8.100 \leq X_n \leq 12.100 \\ X_s \leq X_p + X_q + X_n \\ a_{pj} + a_{qj} + a_{nj} + a_{sj} \leq b_j \text{ com } j = 1, 2, 3 \\ X_p, X_q, X_n, X_s \geq 0 \\ a_{pj}, a_{qj}, a_{nj}, a_{sj} \geq 0 \\ b_j \geq 0 \end{array} \right\}$$

comprado bombas

(22) três cidades. Dizem  $x_1, x_2$  os respectivos preços no coord  $x, y$  da

	A	B	C
população	4000	3000	6000
localização	(0,0)	(2,1)	(3,2)

objetivo: maximizar a projeção da população

$$\max f(x) = \frac{4000}{(x-0)^2 + (y-0)^2} + \frac{3000}{(x-2)^2 + (y-1)^2} + \frac{6000}{(x-3)^2 + (y-2)^2} \text{ s.s. : } \begin{cases} x^2 + y^2 \leq (x-1)^2 + (y-1)^2 \\ x^2 + y^2 \leq (x-3)^2 + (y-2)^2 \\ x, y \geq 0 \end{cases}$$

(23)

	$P_1$	$P_2$
lugar unitário	200	150
franquia(h)	2	3
montantes	40	30
max	max	

Dizem  $x_1$  e  $x_2$  as quantidades produzidas de  $P_1$  e  $P_2$ , respectivamente.

objetivo: maximizar o lucro da empresa

$$\max f(x) = 200x_1 + 150x_2 \text{ s.s. : } \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \leq 120 \\ x_1 \leq 40 \\ x_2 \leq 30 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

(25) aumentar em 30% as vendas de  $P_1$  e  $P_2$

a) investimento mínimo 3.000

aumento de 3% nas vendas para cada 1.000 R\$ investido,

b) cada 1.000 investidos  $\rightarrow$  4% nas vendas de  $P_1$ ,

$\rightarrow$  50% nas vendas de  $P_2$

19

disponível de 4.000.000

	A	B	C
toneladas	50	20	18
Velocidade	56	48	48
pass	80.000	130.000	150.000
Leito	-	-	sim
quant. pass	1	2	2
horas/dia	18	18	22

companhia  $\Rightarrow$  150 funcionários

máximo de 30 veículos

Objetivo: Máximo à número de caminhões de modo que a tonelada seja máxima

$A, B, C \rightarrow$  qte. de caminhões de cada tipo.

$$\max f(x) = 50A + 20B + 18C \text{ s.a.}$$

$$80.000A + 130.000B + 150.000C \leq 4.000.000$$

$$A + B + C \leq 30$$

$$A + 2B + 2C \leq 150$$

$$A \leq 18; B \leq 22; C \leq 21$$

$$A, B, C \geq 0$$

15

	Produto I	Produto II	
lucro	2	5	
tempo de produção	3	4	MÁXIMO → 200
matéria-prima	9	7	MÁXIMO → 300

Objetivo: maximizar o lucro total

$$\max f(x) = 2x_1 + 5x_2 \quad \left. \begin{array}{l} 3x_1 + 4x_2 \leq 200 \\ 9x_1 + 7x_2 \leq 300 \end{array} \right\}$$

$$\text{s.a.: } x_1, x_2 \geq 0$$

17) deus + io

	JOGO I	JOGO II
deus	lucro 28	32
io	lucro 3,5	4

Límite da capacidade produtiva: 50 horas

Objetivo: maximizar o lucro total

$$\max f(x) = 28x_1 + 32x_2 \quad \left. \begin{array}{l} 3,5x_1 + 4x_2 \leq 50 \\ x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{array} \right\}$$

	Uva sapatinha	sapatos	cintos	total disponível
couro	2	1	6	
lona eunitá	5	2		
pr. hora	6	3	0	
	0		5	

Objetivo: maximizar o lucro por hora

$$\max f(x) = 5 \cdot x_1 + 2 \cdot x_2 \quad \left\{ \begin{array}{l} 2x_1 + 1x_2 \leq 6 \\ 10x_1 + 12x_2 \leq 60 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{array} \right.$$

(13) 2 modelos de cintos de couro

	H <sub>1</sub>	H <sub>2</sub>
tempo de fabricação	2x	x
fabricação pr. dia	-	5000
couro	800	800
lulas	400	700
lucas unitários	4	3

Objetivo: maximizar o lucro total diário

$$\max f(x) = 4H_1 + 3H_2 \quad \left\{ \begin{array}{l} 2H_1 + H_2 \leq 5000 \\ H_1 + H_2 \leq 800 \\ H_2 \leq 400 \\ 2H_2 \leq 700 \\ H_1, H_2 \geq 0 \end{array} \right.$$

# Lista de Exercícios - PO - Modelagem

Guilherme Zanin - RA: 225026479

Item	1	2	3	4	5
Pug	52	23	35	15	7
Valeo	100	60	70	15	15

Objetivo: maximizar valor total

$$s.a.: 52x_1 + 23x_2 + 35x_3 + 15x_4 + 7x_5 \leq 60$$

$$\max f(x) = 100x_1 + 60x_2 + 70x_3 + 15x_4 + 15x_5 \quad s.a.:$$

$$52x_1 + 23x_2 + 35x_3 + 15x_4 + 7x_5 \leq 60$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0$$

③	Laranja %	Uva %	Abacaxi %	Custo/golete	Custo/golete
Bebida A	40	40	0	200	1,50
Bebida B	5	10	20	400	0,75
Bebida C	100	0	0	100	2,00
Bebida D	0	100	0	50	1,75
Bebida E	0	0	0	800	0,25

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 500$$

$$0,4x_1 + 0,05x_2 + 1 \cdot x_3 \geq 500$$

$$0,4x_1 + 0,1x_2 + 1 \cdot x_4 \geq 50$$

$$0,2 \cdot x_2 \geq 25$$

$$x_2 \leq 200 ; x_3 \leq 100 ; x_5 \leq 800$$

$$x_2 \leq 400 ; x_4 \leq 50$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0$$

$$\min f(x) = 1,5 \cdot x_1 + 0,75x_2 + 2 \cdot x_3 + 1,75x_4 + 0,25x_5$$

(9)

	$H_2$	$M_2$	$H_01$	$H_02$
I	5	2	17.00	36.00
II	4	6	16.00	36.00
III	8	0		
IV	9	8		

Tempo Disponível 800 200

	$H_2$	$M_2$	Potencial de Venda	Lucro Unitário	$H_01$	$H_02$
I	5	2	70	10	2	7
II	4	6	60	3	4	3
III	8	0	40	9	2	0
IV	9	8	20	7	8	7

Tempo Disponível 800 200

1200 16.00

Objetivo: maximizar o lucro mensal

$$\max f(x) = 10x_1 + 8x_2 + 9x_3 + 7x_4, \text{ s.t.}$$

$$5x_1 + 4x_2 + 8x_3 + 9x_4 \leq 800$$

$$2x_1 + 6x_2 + 0x_3 + 8x_4 \leq 200$$

$$2x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 8x_4 \leq 12.000$$

$$2x_1 + 3x_2 + 0x_3 + 7x_4 \leq 16.000$$

$$x_1 \leq 70$$

$$x_2 \leq 60$$

$$x_3 \leq 40$$

$$x_4 \leq 70$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$$