#Diskretne a spojite rozdelenia pravdepodobnosti #Kazde rozdelenie ma svoj zakladny prikaz a k nemu dane #pismeno, podla toho, co ratame # d ratame P(x=k)# p ratame $P(X \setminus leq k)$ # q ratame kvantily # r generujeme nahodne cislo z daneho rozdelenia # Binomicke rozdelenie # V statistickej kontrole akosti, n/krat nezavisle na sebe opakujeme # pokus, sledujeme vyskyt danej udalosti # Pravdepodobnost danes udalosti v jedinom pokuse je p, # parametre su n,p, binom # Pr.1 # Ucinost antibiotika je 80%. Podavame ho 10 pacientom na oddeleni. # Zratajte tieto pravdepodobnosti: # Vsetci pacienti sa vyliecia P(x=10) # Prave 7 sa vylieci P(x=7) # Najviac 8 sa vylieci $P(x \le 8)$. # Aspon 5 sa vylieci P(x>=5) = P(x>4) ostra nerovnost je lepsia p < -0.8dbinom(10, n, p) #prva uloha ## [1] 0.1073742 dbinom(7, n, p) #druha uloha ## [1] 0.2013266 pbinom(8, n, p) #tretia uloha ## [1] 0.6241904 pbinom(4, n, p, lower.tail = F) #stvrta uloha - prva moznost ## [1] 0.9936306 1 - pbinom(4, n, p) #stvrta uloha - druha moznost ## [1] 0.9936306 # DO tej hodnoty je neostra, OD tej hodnoty je ostra # pbinom ked kumulujem #Zostrojte tabulku a graf rozdelenia pravdepodobnosti xB < - 0:10hustotaB <- dbinom(xB, n, p)</pre> hustotaB ## [1] 0.0000001024 0.0000040960 0.0000737280 0.0007864320 0.0055050240 ## [6] 0.0264241152 0.0880803840 0.2013265920 0.3019898880 0.2684354560 ## [11] 0.1073741824 (tabulkaB <- data.frame(hodnota = xB, pravdepodobnost = hustotaB))</pre> hodnota pravdepodobnost 0 0.000001024 ## 1 0.0000040960 ## 2 ## 3 2 0.0000737280 3 0.0007864320 ## 5 4 0.0055050240 ## 6 5 0.0264241152 ## 7 6 0.0880803840 ## 8 0.2013265920 ## 9 0.3019898880 ## 10 0.2684354560 ## 11 10 0.1073741824 tabulkaB hodnota pravdepodobnost 0 0.000001024 ## 1 ## 2 0.0000040960 ## 3 2 0.0000737280 ## 4 0.0007864320 ## 5 4 0.0055050240 ## 6 0.0264241152 ## 7 6 0.0880803840 ## 8 0.2013265920 ## 9 0.3019898880 0.2684354560 ## 10 ## 11 10 0.1073741824 View(tabulkaB) barplot(tabulkaB\$pravdepodobnost, main = 'Binomicke rozdelenie', names.arg = xB, xlab = 'hodnota', ylab = 'pravdepodobnost', col = 'green') Binomicke rozdelenie 0.30 0.25 0.20 0.15 0.10 0.05 00 hodnota # hodnoty distribucnej funkcie (distB <- pbinom(xB, n, p))</pre> ## [1] 0.0000001024 0.0000041984 0.0000779264 0.0008643584 0.0063693824 ## [6] 0.0327934976 0.1208738816 0.3222004736 0.6241903616 0.8926258176 ## [11] 1.000000000 # Hypergeometricke rozdelenie # Pouzitie v statistickej kontrole akosti. Mnozina obsahuje # m-prvkov so sledovanou vlastnostou a # n-prvkov bez tejto vlastnosti, # nahodne vyberieme k-prvkov. # Nahodna premenna je pocet prvkov so sledovanou vlastnostou v nasom vybere. # Prikaz je hyper, pismenka platia, parametre v poradi m, n, k # Priklad # Student sa nauci na skusku 12 z 20 otazok. Test obsahuje 5 otazok. # Vypocitajte nasledujuce pravdepodobnost: # Student dostane Acko, zodpovie vsetky otazky P(x=5) # Student neurobi skusku, zodpovie menej ako 3 P(x<=2) pre dolnu hranicu neostra # Student urobi skusku (doplnok k predchadzajucej), zodpovie 3 a viac P(x>2) # Parametre su m = 12, n = 8, k = 5m < - 12n <- 8 k <- 5 # prva uloha dhyper(5, m, n, k) ## [1] 0.05108359 # druha uloha phyper(2, m, n, k) ## [1] 0.2961816 # tretia uloha 1 - phyper(2, m, n, k) # ako doplnok ## [1] 0.7038184 phyper(2, m, n, k, lower.tail = F) ## [1] 0.7038184 # tabulka a graf rozdelenia pravdepodobnosti xH <- 0:5 # viem zodpovedat ani jednu az vsetkych 5 otazok hustotaH <- dhyper(xH, m, n, k)</pre> tabulkaH <- data.frame(hodnota = xH, pravdepodobnost = hustotaH)</pre> tabulkaH ## hodnota pravdepodobnost ## 1 0.003611971 ## 2 0.054179567 ## 3 0.238390093 ## 4 0.397316821 ## 5 0.255417957 ## 6 0.051083591 View(tabulkaH) barplot(tabulkaH\$pravdepodobnost, main = 'Hypergeometricke rozdelenie', names.arg = xH, xlab = 'hodnota', ylab = 'pravdepodobnost', col = 'blue', ylim = c(0, 0.4)Hypergeometricke rozdelenie 0.4 0.3 0.1 0.0 2 3 5 0 hodnota # nakreslite empiricku distribucnu funkciu pomocou nasimulovanych dat 10 000 data <- rhyper(10000, m, n, k) plot(ecdf(data), main = 'Empiricka distribucna funkcia') Empiricka distribucna funkcia 0.8 9.0 0.2 0.0 -1 X # Poissonovo rozdelenie # pouziva sa v teorii hromadnej obsluhy, pravdepodobnosti zriedkavych javov # v casovom intervale, na nejakom objeme. Ma jediny parameter lambda # Pri zmene casoveho intervalu treba parameter tiez prepocitat. # Lambda je ocakavana hodnota v zadani. # Prikaz je pois # Na samoobsluznu linku pride 20 ludi za hodinu. Vypocitajte tieto pravdepodobnosti: # V priebehu 15 min. pride 1 clovek P(x = 1), prepocet lambda = 20/60 je jedna minuta # 15 = 5 # V priebehu 5 min. nikto nepride P(x = 0), 1mbda = 20/60, 5 = 5 / 3 # V priebehu 10 min. pride aspon 10 ludi, $P(x \ge 10) = P(x \ge 9)$, # lambda = 20/60, 10 = 510/3 #prva uloha dpois(1, 5)## [1] 0.03368973 #druha uloha dpois (0, 5/3)## [1] 0.1888756 #tretia uloha ppois(9, 10/3, lower.tail = F) ## [1] 0.002356375 # Uvazujme casovy okamih 1 hodinu, urcte maximalny pocet ludi, ktori navstivia # linku s pravdepodobnostou 90% (na linku pride max. tolko ludi) .. zarucujeme # sa, ze na 90% tolko pride max qpois(0.9, 20) ## [1] 26 # zostrojte tabulku a graf rozdelenia pravdepodobnosti # pre interval 1 hodina a prvych 40 hodnot xP <- 0:40 # viem zodpovedat ani jednu az vsetkych 5 otazok hustotaP <- dpois(xP, 20) tabulkaP <- data.frame(hodnota = xP, pravdepodobnost = hustotaP)</pre> tabulkaP ## hodnota pravdepodobnost 0 2.061154e-09 ## 2 1 4.122307e-08 ## 3 2 4.122307e-07 ## 4 2.748205e-06 ## 5 1.374102e-05 5.496410e-05 ## 6 1.832137e-04 ## 7 ## 8 5.234676e-04 ## 9 1.308669e-03 ## 10 2.908153e-03 ## 11 10 5.816307e-03 1.057510e-02 ## 12 11 ## 13 12 1.762517e-02 ## 14 13 2.711565e-02 ## 15 3.873664e-02 ## 16 5.164885e-02 15 ## 17 6.456107e-02 16 ## 18 17 7.595420e-02 ## 19 18 8.439355e-02 ## 20 19 8.883532e-02 ## 21 8.883532e-02 ## 22 21 8.460506e-02 ## 23 22 7.691369e-02 ## 24 23 6.688147e-02 ## 25 24 5.573456e-02 ## 26 4.458765e-02 25 ## 27 3.429819e-02 26 ## 28 27 2.540607e-02 ## 29 28 1.814719e-02 ## 30 29 1.251530e-02 ## 31 30 8.343536e-03 ## 32 31 5.382927e-03 ## 33 32 3.364329e-03 ## 34 33 2.038987e-03 ## 35 1.199404e-03 ## 36 35 6.853739e-04 ## 37 36 3.807633e-04 ## 38 37 2.058180e-04 ## 39 38 1.083253e-04 ## 40 39 5.555141e-05 ## 41 40 2.777571e-05 View(tabulkaP) barplot(tabulkaP\$pravdepodobnost, main = 'Poissonovo rozdelenie', names.arg = xP, xlab = 'hodnota', ylab = 'pravdepodobnost', col = 'red', ylim = c(0, 0.15)Poissonovo rozdelenie 0.04 0.00 0 2 4 6 8 11 14 17 20 23 26 29 32 35 38 hodnota ################################### # spojite rozdelenia # normalne rozdelenie pravdepodobnosti ma dva parametre, strednu hodnotu # mu (to je asi nejakej pismenko) a smerodajnu odchylku sigma # prikaz je norm # Zivotnost bateriek do mobilnych telefonov sa riadi normalnym rozdelenim # so strednou hodnotou 8 a smerodajnou odchylkou 2 # Ulohy # Kolko % bateriek treba vymenit do 7.5 roka $P(x \le 7.5)$ # Kolko % bateriek vydrzi v rozpati 7-9 rokov P(7 <= x <= 9) # Kolko vydrzi viac ako 10 $P(x \ge 10)$ # Za aku dobu zivotnosi sa mozno zarucit na 90% (tolko a viac) # prva uloha pnorm(7.5, mean = 8, sd = 2)## [1] 0.4012937 # druha uloha # na dva kroky, najskor spocitam po a potom odcitam pnorm(9, mean = 8, sd = 2) - pnorm(7, mean = 8, sd = 2)## [1] 0.3829249 # tretia uloha pnorm(10, mean = 8, sd = 2, lower.tail = F)## [1] 0.1586553 # stvrta uloha qnorm(0.9, mean = 8, sd = 2, lower.tail = F) #zarucujem sa na tolko a hornu hranicu ## [1] 5.436897 # nakreslime histogram nasimulovanych dat, N(0, 1), prelozime hustotu cez histogram $xx \leftarrow rnorm(500, mean = 0, sd = 1) # pre histogram$ xxx <- seq(-3, 3, 0.01) # pre kreslenie hustoty hist(xx, freq = F) # freq F na zmenu mierky na pravdepodobnostnu lines(xxx, dnorm(xxx, 0, 1), col = 'blue') Histogram of xx 0.3 0.1 0.0 -3 -2 0 2 -1 XX # Exponencialne rozdelenie # Zivotnost zariadenia, doba do prvej poruchy, doby medzi poruchami, # jediny parameter lambda, je to prevratena hodnota strednej hodnoty, # pozor ako to bude v zadani. E(x) = 1 / lambda# Priklad # Dlzka zivotnosti pouzivaneho PC v pocitacovej ucebni je 2 roky # $Vypocitajte PC ma zivotnost aspon 1 rok <math>P(X \ge 1)$ # PC ma zivotnost najviac % rokov P(X <= 5) # Za aku zivotnost by ste sa zarucili s pravdepodobnostou 5%, p = 0.05 # parameter je 1/2 # Uloha 1 pexp(1, rate = 1/2, lower.tail = F)## [1] 0.6065307 # Uloha 2 pexp(5, rate = 1/2)## [1] 0.917915 # Uloha 3 qexp(0.05, rate = 1/2, lower.tail = F)## [1] 5.991465 # Nakreslite histogram, prelozte hustotu $xx \leftarrow rexp(500, rate = 1/2) # pre histogram$ xxx <- seq(0, 5, 0.01) # pre kreslenie hustoty hist(xx, freq = F) # freq F na zmenu mierky na pravdepodobnostnu lines(xxx, dexp(xxx, rate = 1/2), col = 'purple') Histogram of xx

Marek

pravdepodobnost

pravdepodobnost

Fn(x)

pravdepodobnost

Density

2023-02-23

0.3 Density 0.0 10 XX