

Lösung einfacher Gleichungen

Am Beispiel folgender Aufgabe wollen wir das Lösungsprinzip einfacher Gleichungen darstellen.

$$6x + 5 = 4x - 1$$

Die erste Frage, die man sich immer stellen muss:

*Auf welche Seite wollen wir alles **mit** x , und auf welche Seite alles **ohne** x sortieren?*

Nehmen wir an, wir wollen alles mit x nach links bringen, dann muss der Term $4x$ von der rechten Seite auf die linke.

Frage: *Wie macht man das?*

Antwort: Immer mit der **gegensätzlichen** Rechenoperation.

Der Term $4x$ hat ein Pluszeichen vor sich stehen (das man freilich auch weglassen darf).

Das Gegenteil ist **Minus**. Wir müssen also $4x$ auf beiden Seiten subtrahieren, also:

$$6x + 5 = 4x - 1 \quad | -4x$$

$$6x - 4x + 5 = -1$$

$$2x + 5 = -1$$

Nun muss noch die 5 von der linken Seite auf die rechte.

Frage: *Wie macht man das?*

Antwort: Immer mit der **gegensätzlichen** Rechenoperation.

Vor der 5 steht ein Plus, also müssen wir auf beiden Seiten subtrahieren:

$$2x + 5 = -1 \quad | -5$$

$$2x = -1 - 5$$

$$2x = -6$$

Frage: *Was stört uns jetzt noch?*

Antwort: Die 2 vor dem x . Die müssen wir da wegbekommen.

Frage: *Wie macht man das?*

Antwort: Immer mit der **gegensätzlichen** Rechenoperation.

Die 2 ist mit dem x durch einen Mal-Punkt verbunden, den man freilich auch weglassen darf. Das Gegenteil vom Multiplizieren ist das Dividieren. Wir dividieren also beide Seiten durch 2:

$$2x = -6 \quad | :2$$

$$x = -3$$

Übungsaufgaben dazu:

Aufgabe 1:

$$5x - 4 = 2x + 5$$

Aufgabe 2:

$$8x - 2 = 3x + 8$$

Aufgabe 3:

$$10x + 4 = 6x + 44$$

Aufgabe 4:

$$12x + 4 = 2x - 36$$

Aufgabe 5:

$$13x + 4 = 49 - 2x$$

Aufgabe 6:

$$3x - 5 = 5x - 9$$

Aufgabe 7:

$$5x + 17 = -6x + 6$$

Aufgabe 8:

$$2x + 7 = 5x + 8$$

Aufgabe 9:

$$6x + 3 - 2x = 7x - 9$$

Aufgabe 10:

$$5 - 5x + 2 = 4 - 3x + 3$$

Lösung umfangreicherer linearer Gleichungen

Am Beispiel folgender Aufgabe wollen wir das Lösungsprinzip umfangreicherer linearer Gleichungen darstellen.

$$6x + 5 - (2x - 3) - 2 = 4 \cdot (2x - 2) + x$$

Die erste Frage, die man sich immer stellen muss:

Kann man vor dem Umstellen der Gleichung etwas zusammenfassen?

Zur der Beantwortung dieser Frage schaut man immer nach zweierlei in dieser Reihenfolge:

1. Gibt es Klammern, die aufgelöst werden können?
2. Gibt es gleichartige Terme, die zusammengefasst werden können?

Es gibt hier beides, Klammern und gleichartige Terme. Klammern sind auf beiden Seiten je eine, und es kann auf der linken Seite die $+5$ und die -2 zusammengefasst werden. Am besten löst man erst die Klammern auf. Dabei immer beachten:

Steht vor der Klammer ein Minuszeichen,

dann kehren sich alle Vorzeichen in der aufgelösten Klammer um!

$$6x + 5 - (2x - 3) - 2 = 4 \cdot (2x - 2) + x$$

$$6x + 5 - 2x + 3 - 2 = 8x - 8 + x$$

Nun kann man gleichartige Terme zusammenfassen wie $+6x$ und $-2x$ oder $+5$ und $+3$ auf der linken Seite sowie $+8x$ und $+x$ auf der rechten Seite:

$$4x + 6 = 9x - 8$$

Danach gehts wie gewohnt weiter:

$$4x + 6 = 9x - 8 \quad | -9x - 6$$

$$-5x = -14 \quad | : (-5)$$

$$x = \frac{14}{5} = 2,8$$

Übungsaufgaben dazu:

Aufgabe 1:

$$4x - (x + 6) = 5 \cdot (x - 3)$$

Aufgabe 2:

$$3x - (x + 8) = 4(x - 3)$$

Aufgabe 3:

$$3(2x - 4) + 2 = 12 - 2 \cdot (2x - 2)$$

Aufgabe 4:

$$4 \cdot (2 \cdot x + 3) - 2 = 12 - 2 \cdot (2x - 11)$$

Aufgabe 5:

$$(5x - 5) \cdot (2x - 2) = (5x + 4) \cdot (2x - 3) - 11x$$

Aufgabe 6:

$$(x - 1) \cdot (10x - 10) = (5x + 4) \cdot (2 \cdot x - 3) - 11x$$

Aufgabe 7:

$$(2x - 4)(3x + 5) - (5x - 5)(x - 1) = (x - 2)(x + 3) - 13$$

Aufgabe 8:

$$(3x + 5)(2x - 4) - (x - 1)(5x - 5) + 13 = (x + 3)(x - 2)$$

Aufgabe 9:

$$3x - \left(4x - \left(5 - (x + 4) \right) \right) - 5 = -12$$

Aufgabe 10:

$$5x - \left(6x - \left(4 - (x + 3) \right) \right) - 3 = -10$$

Übungsaufgaben

Aufgabe 1

$$2x - 4 = 3x + 5$$

Aufgabe 2

$$3x + 7 = 2x + 11$$

Aufgabe 3

$$-2x + 4 = -5x - 5$$

Aufgabe 4

$$7 - 2x = 3x - 3$$

Aufgabe 5

$$2(x + 3) - 4 = 2(3 - 2x) - 16$$

Aufgabe 6

$$(x - 2) \cdot 3 = 5 \cdot (x - 4) + 6$$

Aufgabe 7

$$\frac{1}{2}x - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}x + 2$$

Aufgabe 8

$$\frac{x + 2}{3} = \frac{x - 5}{2}$$

Aufgabe 9

$$\frac{x - 5}{4} = \frac{x + 2}{6}$$

Aufgabe 10

$$x - 4\frac{x + 1}{2} = 5$$

Aufgabe 11

$$\frac{1}{2} \cdot (x + 2) - \frac{3}{4} \cdot (x - 1) = \frac{1}{4} \cdot (2x - 3)$$

Aufgabe 12

$$\frac{2x - 4}{4} - \frac{5x - 6}{2} = -\frac{13x + 2}{8}$$

Einfache lineare Gleichungen

Bestimmen Sie die Lösungen der nachfolgenden Gleichungen!

Aufgabe 1 $(4x + 1) \cdot (x - 1) = (3 - 2x) \cdot (5 - 2x) + 2x + 61$

Aufgabe 2 $\left(2x - \left(3x - \left(5 - (x + 4)\right)\right) - 2\right) = -9$

Aufgabe 3 $\frac{1}{3}x + \frac{3}{4}x + 5 - \frac{3}{4} = \frac{1}{12}(5x + 3) + x$

Aufgabe 4 $\frac{1}{6}x - \frac{2}{5}x - \frac{2}{3}(x - 3) = 3x + 2$

Aufgabe 5 $2x \cdot (x - 3) + 3(x - 2) \cdot x = (x - 4) \cdot 5x - 36$

Aufgabe 6 $2x + 3 \cdot (x + 5) - 4x + 2 \cdot (x - 3) = 18$

Aufgabe 7 $\left(\left((2x - 3) - 4\right) - 5x\right) = -\left(-6x + \left(2 - (3x - 5)\right)\right)$

Aufgabe 8 $(3x + 4) \cdot 2 - 5x + (5x - 4) \cdot 3 - x = -49$

Aufgabe 9 $\frac{2}{3}(x - 6) - \frac{1}{5}(x + 10) = \frac{2}{15} \cdot (2x - 15)$

Aufgabe 10 $\frac{1}{8}x - \frac{1}{6}x + 5 \cdot \left(\frac{1}{16}x - 3\right) = -2$

Aufgabe 11 $\left(6x - \left(9x + (3x - 4)\right)\right) \cdot 3 - \left(x - 2(x - 2)\right) \cdot 2 = -4$

Aufgabe 12 $\frac{1}{2}(x - 1) - \frac{1}{6}(x + 1) = 3 - \frac{1}{4}(x + 3)$

Aufgabe 13 $3(x + 2) + \left(2x - 1 + (1 - 2x)\right) = 3x + 5$

Aufgabe 14 $\frac{1}{3}(2x + 3) - \frac{1}{4}(3x + 3) - \left(2x - 1 - (x - 3)\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}(2 - 4x)$

Aufgabe 15 $\frac{1}{7}(2x + 2) - \frac{2}{3} \cdot (-4x + 3) = -\frac{1}{3} \cdot (12 - 4x) \cdot 2$

Aufgabe 16 $-7(x - 1) - 2(3 - 2x)x - 4 \cdot (x + 1) \cdot x = -\frac{1}{3}(7 - x)$

Aufgabe 17 $\frac{1}{2} \cdot (x + 3) \cdot x - \frac{1}{3} \cdot x \cdot (x - 1) = x \cdot (x + 11) \cdot \frac{1}{6}$

Grundmenge $G = \mathbb{Q}$

$$4 + 3 \cdot (4 \cdot x - 7) = 5 \cdot x - (3 - 2 \cdot x)$$

$$4 \cdot x - 3 \cdot (4 - 7 \cdot x) = 5 + (3 \cdot x - 2)$$

$$\frac{4 \cdot x - 7}{3} = \frac{3 \cdot x - 2}{5}$$

$$4 \cdot x - \frac{4 - 7 \cdot x}{3} = x - \frac{3 - 2 \cdot x}{5}$$

$$\frac{4 \cdot x - 7}{7 \cdot x} = \frac{3 \cdot x - 5}{5 \cdot x}$$

$$4 + \frac{7 - 4 \cdot x}{3 \cdot x} = 5 - \frac{3 - 2 \cdot x}{5 \cdot x}$$

$$\frac{7}{4 - 3 \cdot x} = \frac{5}{3 \cdot x - 2}$$

$$1 - \frac{1}{x - 1} = \frac{3 \cdot x - 2}{x - 2} - 2$$