

Bachelorarbeit

Pascal Hunkler

May 2022

Inhaltsverzeichnis

1	Abstract	4
2	Einleitung	5
3	Grundlagen	6
3.1	Navier-Stokes-Gleichung und Flüssigkeitssimulationen	6
3.1.1	Partikelbasierte Simulation	6
3.1.2	Gitterbasierte Simulation	6
3.2	SPH	6
3.2.1	Diskretisierung mit SPH	6
3.2.2	SPH in partikelbasierten Simulationen	6
4	Druckberechnung	7
4.1	Druckberechnung mit einer Zustandsgleichung	7
4.2	Druckberechnung mit IISPH	7
5	Implementierung	8
5.1	Programmierungsumgebung	8
5.2	Architektur der Software	8
5.3	Kernelfunktion, Kernelgradient	8
5.4	Nachbarschaftssuche	8
5.4.1	Uniformes Gitter Aufbau	8
5.4.2	Bestimmung der Nachbarn mithilfe des uniformen Gitters	8
5.5	Simulationsschritt	8
5.5.1	Berechnung der Dichte	8
5.5.2	Berechnung des Drucks	8
5.5.3	Berechnung der Druckbeschleunigung	8
5.5.4	Berechnung der restlichen Beschleunigungen	8
5.6	Visualisierung	8
6	Analyse	9
6.1	Szenarien	9
6.2	Rechen- und Speicheraufwand	9
6.3	Einfluss des Zeitschritts	9
7	Fazit und Ausblick	10

1 Abstract

2 Einleitung

3 Grundlagen

3.1 Navier-Stokes-Gleichung und Flüssigkeitssimulationen

3.1.1 Partikelbasierte Simulation

3.1.2 Gitterbasierte Simulation

3.2 SPH

Das Konzept *Smoothed Particle Hydrodynamics* wurde ursprünglich entwickelt, um astrophysikalische Phänomene besser darstellen zu können. [GM77], [Luc77].

3.2.1 Diskretisierung mit SPH

3.2.2 SPH in partikelbasierten Simulationen

4 Druckberechnung

4.1 Druckberechnung mit einer Zustandsgleichung

4.2 Druckberechnung mit IISPH

5 Implementierung

5.1 Programmierungsumgebung

5.2 Architektur der Software

5.3 Kernelfunktion, Kernelgradient

5.4 Nachbarschaftssuche

5.4.1 Uniformes Gitter Aufbau

5.4.2 Bestimmung der Nachbarn mithilfe des uniformen Gitters

5.4.3

5.5 Simulationsschritt

5.5.1 Berechnung der Dichte

5.5.2 Berechnung des Drucks

5.5.3 Berechnung der Druckbeschleunigung

5.5.4 Berechnung der restlichen Beschleunigungen

5.6 Visualisierung

6 Analyse

6.1 Szenarien

6.2 Rechen- und Speicheraufwand

6.3 Einfluss des Zeitschritts

6.4

7 Fazit und Ausblick

8 Literaturverzeichnis

Literaturverzeichnis

[GM77] Robert A. Gingold and Joseph J. Monaghan. Smoothed particle hydrodynamics: theory and application to non-spherical stars. *Monthly notices of the royal astronomical society*, 181(3):375–389, 1977. ISBN: 1365-2966 Publisher: Oxford University Press Oxford, UK.

[Luc77] L. B. Lucy. A numerical approach to the testing of the fission hypothesis. *The Astronomical Journal*, 82:1013, December 1977.

Algorithm 1 Simulationsschritt

```
1: Determine neighbors of each particle
2: Compute density  $\rho_f$  of each fluid particle using algorithm 2
3: Compute non-pressure accelerations  $\mathbf{a}_f^n$  using algorithm 3
4: for all fluid particle f do
5:    $\mathbf{v}_f^* \leftarrow \mathbf{v}_f + \Delta t \mathbf{a}_f^n$ 
6: end for
7: Compute pressure  $p_f$  of each fluid particle using algorithm 5
8: Compute pressure accelerations  $\mathbf{a}_f^p$  using algorithm 4
9: for all fluid particle f do
10:   $\mathbf{v}_f \leftarrow \mathbf{v}_f^* + \Delta t \mathbf{a}_f^p$ 
11: end for
12: for all fluid particle f do
13:   $\mathbf{x}_f \leftarrow \mathbf{x}_f + \Delta t \mathbf{v}_f$ 
14: end for
15:
```

Algorithm 2 Berechnung der Dichte der Partikel

```
for all particle i do
  if particle i belongs to the boundary then
    continue
  end if
   $\rho_i \leftarrow 0$ 
  for all neighbor j of particle i do
     $\rho_i \leftarrow \rho_i + W_{ij}$ 
  end for
   $\rho_i \leftarrow \rho_i \cdot m_f$ 
end for
```

Algorithm 3 Berechnung der restlichen Beschleunigungen

```
for all particle i do
  if particle i belongs to the boundary then
     $\mathbf{a}_i^n \leftarrow (0 \ 0)^\top$ 
    continue
  end if
   $\mathbf{acc}_g \leftarrow (0 \ -9.81)^\top$ 
   $\mathbf{acc}_v \leftarrow (0 \ 0)^\top$ 

  // Viskositätsbeschleunigung an Partikel i
  for all neighbor j of particle i do
    if particle j belongs to the boundary then
       $\mathbf{acc}_v \leftarrow \mathbf{acc}_v + \frac{1}{\rho_i} \frac{(\mathbf{v}_i - \mathbf{v}_j)(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j)}{(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j)(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j) + 0.01h^2} \cdot \nabla W_{ij}$ 
    else
       $\mathbf{acc}_v \leftarrow \mathbf{acc}_v + \frac{1}{\rho_j} \frac{(\mathbf{v}_i - \mathbf{v}_j)(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j)}{(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j)(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j) + 0.01h^2} \cdot \nabla W_{ij}$ 
    end if
  end for
   $\mathbf{acc}_v \leftarrow 2\nu m_f \cdot \mathbf{acc}_v$ 

   $\mathbf{a}_i^n \leftarrow \mathbf{acc}_g + \mathbf{acc}_v$ 
end for
```

Algorithm 4 Berechnung der Druckbeschleunigungen

```
for all particle  $i$  do
  if particle  $i$  belongs to the boundary then
     $\mathbf{a}_i^p \leftarrow (0 \ 0)^\top$ 
    continue
  end if
   $\mathbf{acc}_p \leftarrow (0 \ 0)^\top$ 

  // Druckbeschleunigung an Partikel  $i$ 
  for all neighbor  $j$  of particle  $i$  do
    if particle  $j$  belongs to the boundary then
       $\mathbf{acc}_p \leftarrow \mathbf{acc}_p - \left( \frac{p_i}{\rho_i^2} + \frac{p_i}{(\rho_f^0)^2} \right) \cdot \nabla W_{ij}$ 
    else
       $\mathbf{acc}_p \leftarrow \mathbf{acc}_p - \left( \frac{p_i}{\rho_i^2} + \frac{p_j}{\rho_j^2} \right) \cdot \nabla W_{ij}$ 
    end if
  end for
   $\mathbf{acc}_p \leftarrow \mathbf{acc}_p \cdot m_f$ 

   $\mathbf{a}_i^p \leftarrow \mathbf{acc}_p$ 
end for
```

Algorithm 5 Berechnung des Drucks der Partikel

```
1: for all fluid particle f do
2:    $A_{ff} \leftarrow -\Delta t^2 \frac{m_f^2}{\rho_f^2} \cdot \left( \sum_{f_f} \nabla W_{ff_f} \nabla W_{ff_f} + \sum_{f_b} \nabla W_{ff_b} \nabla W_{ff_b} \right)$ 
3:    $s_f \leftarrow \rho_f^0 - \rho_f - m_f \Delta t \left( \sum_{f_f} (\mathbf{v}_f^* - \mathbf{v}_{f_f}^*) \nabla W_{ff_f} + \sum_{f_b} \mathbf{v}_f^* \nabla W_{ff_b} \right)$ 
4:    $p_f \leftarrow 0$ 
5: end for
6:  $e \leftarrow \infty$ 
7: while  $e \geq 0.001$  do
8:    $e \leftarrow 0$ 
9:   Compute pressure accelerations  $\mathbf{a}_f^p$  using algorithm 4
10:  for all fluid particle f do
11:     $(\mathbf{A}p)_f \leftarrow m_f \Delta t^2 \left( \sum_{f_f} (\mathbf{a}_f^p - \mathbf{a}_{f_f}^p) \nabla W_{ff_f} + \sum_{f_b} \mathbf{a}_f^p \nabla W_{ff_b} \right)$ 
12:    if f has no neighbors then
13:       $(\mathbf{A}p)_f \leftarrow 0$ 
14:    end if
15:     $p_f \leftarrow \max(p_f + \omega \frac{s_f - (\mathbf{A}p)_f}{\mathbf{A}_{ff}}, 0)$ 
16:     $e \leftarrow e + \frac{(\mathbf{A}p)_f - s_f}{\rho_f^0}$ 
17:  end for
18:   $e \leftarrow \frac{e}{n}$ 
19: end while
```
