

# **Bachelorarbeit**

Pascal Hunkler

May 2022

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Abstract</b>	<b>4</b>
<b>2</b>	<b>Einleitung</b>	<b>5</b>
<b>3</b>	<b>Grundlagen</b>	<b>6</b>
3.1	Navier-Stokes-Gleichung und Flüssigkeitssimulationen . . . . .	6
3.1.1	Partikelbasierte Simulation . . . . .	6
3.1.2	Gitterbasierte Simulation . . . . .	6
3.2	SPH . . . . .	6
3.2.1	Diskretisierung mit SPH . . . . .	6
3.2.2	SPH in partikelbasierten Simulationen . . . . .	6
<b>4</b>	<b>Druckberechnung</b>	<b>7</b>
4.1	Druckberechnung mit einer Zustandsgleichung . . . . .	7
4.2	Druckberechnung mit IISPH . . . . .	7
<b>5</b>	<b>Implementierung</b>	<b>8</b>
5.1	Programmierungsumgebung . . . . .	8
5.2	Architektur der Software . . . . .	8
5.3	Kernelfunktion, Kernelgradient . . . . .	8
5.4	Nachbarschaftssuche . . . . .	8
5.4.1	Uniformes Gitter Aufbau . . . . .	8
5.4.2	Bestimmung der Nachbarn mithilfe des uniformen Gitters . . . . .	8
5.5	Simulationsschritt . . . . .	8
5.5.1	Berechnung der Dichte . . . . .	8
5.5.2	Berechnung des Drucks . . . . .	8
5.5.3	Berechnung der Druckbeschleunigung . . . . .	8
5.5.4	Berechnung der restlichen Beschleunigungen . . . . .	8
5.6	Visualisierung . . . . .	8
<b>6</b>	<b>Analyse</b>	<b>9</b>
6.1	Szenarien . . . . .	9
6.2	Rechen- und Speicheraufwand . . . . .	9
6.3	Einfluss des Zeitschritts . . . . .	9
<b>7</b>	<b>Fazit und Ausblick</b>	<b>10</b>



# **1 Abstract**

## **2 Einleitung**

## **3 Grundlagen**

### **3.1 Navier-Stokes-Gleichung und Flüssigkeitssimulationen**

#### **3.1.1 Partikelbasierte Simulation**

#### **3.1.2 Gitterbasierte Simulation**

### **3.2 SPH**

#### **3.2.1 Diskretisierung mit SPH**

#### **3.2.2 SPH in partikelbasierten Simulationen**

## **4 Druckberechnung**

### **4.1 Druckberechnung mit einer Zustandsgleichung**

### **4.2 Druckberechnung mit IISPH**

## **5 Implementierung**

### **5.1 Programmierumgebung**

### **5.2 Architektur der Software**

### **5.3 Kernelfunktion, Kernelgradient**

### **5.4 Nachbarschaftssuche**

#### **5.4.1 Uniformes Gitter Aufbau**

#### **5.4.2 Bestimmung der Nachbarn mithilfe des uniformen Gitters**

#### **5.4.3**

### **5.5 Simulationsschritt**

#### **5.5.1 Berechnung der Dichte**

#### **5.5.2 Berechnung des Drucks**

#### **5.5.3 Berechnung der Druckbeschleunigung**

#### **5.5.4 Berechnung der restlichen Beschleunigungen**

### **5.6 Visualisierung**



## **6 Analyse**

### **6.1 Szenarien**

### **6.2 Rechen- und Speicheraufwand**

### **6.3 Einfluss des Zeitschritts**

### **6.4**

## **7 Fazit und Ausblick**

## 8 Literaturverzeichnis

---

**Algorithm 1** Simulationsschritt

---

```
1: Determine neighbors of each particle
2: Compute density  $\rho_f$  of each fluid particle using algorithm 2
3: Compute non-pressure accelerations  $\mathbf{a}_f^n$  using algorithm 3
4: for all fluid particle f do
5:    $\mathbf{v}_f^* \leftarrow \mathbf{v}_f + \Delta t \mathbf{a}_f^n$ 
6: end for
7: Compute pressure  $p_f$  of each fluid particle using algorithm 5
8: Compute pressure accelerations  $\mathbf{a}_f^p$  using algorithm 4
9: for all fluid particle f do
10:   $\mathbf{v}_f \leftarrow \mathbf{v}_f^* + \Delta t \mathbf{a}_f^p$ 
11: end for
12: for all fluid particle f do
13:   $\mathbf{x}_f \leftarrow \mathbf{x}_f + \Delta t \mathbf{v}_f$ 
14: end for
15:
```

---

---

**Algorithm 2** Berechnung der Dichte der Partikel

---

```
for all particle i do
  if particle i belongs to the boundary then
    continue
  end if
   $\rho_i \leftarrow 0$ 
  for all neighbor j of particle i do
     $\rho_i \leftarrow \rho_i + W_{ij}$ 
  end for
   $\rho_i \leftarrow \rho_i \cdot m_f$ 
end for
```

---

---

**Algorithm 3** Berechnung der restlichen Beschleunigungen

---

```
for all particle i do
  if particle i belongs to the boundary then
     $\mathbf{a}_i^n \leftarrow (0 \ 0)^\top$ 
    continue
  end if
   $\mathbf{acc}_g \leftarrow (0 \ -9.81)^\top$ 
   $\mathbf{acc}_v \leftarrow (0 \ 0)^\top$ 

  // Viskositätsbeschleunigung an Partikel i
  for all neighbor j of particle i do
    if particle j belongs to the boundary then
       $\mathbf{acc}_v \leftarrow \mathbf{acc}_v + \frac{1}{\rho_i} \frac{(\mathbf{v}_i - \mathbf{v}_j)(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j)}{(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j)(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j) + 0.01h^2} \cdot \nabla W_{ij}$ 
    else
       $\mathbf{acc}_v \leftarrow \mathbf{acc}_v + \frac{1}{\rho_j} \frac{(\mathbf{v}_i - \mathbf{v}_j)(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j)}{(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j)(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j) + 0.01h^2} \cdot \nabla W_{ij}$ 
    end if
  end for
   $\mathbf{acc}_v \leftarrow 2\nu m_f \cdot \mathbf{acc}_v$ 

   $\mathbf{a}_i^n \leftarrow \mathbf{acc}_g + \mathbf{acc}_v$ 
end for
```

---

---

**Algorithm 4** Berechnung der Druckbeschleunigungen

---

```
for all particle i do
  if particle i belongs to the boundary then
     $\mathbf{a}_i^p \leftarrow (0 \ 0)^\top$ 
    continue
  end if
   $\mathbf{acc}_p \leftarrow (0 \ 0)^\top$ 

  // Druckbeschleunigung an Partikel i
  for all neighbor j of particle i do
    if particle j belongs to the boundary then
       $\mathbf{acc}_p \leftarrow \mathbf{acc}_p - \left( \frac{p_i}{\rho_i^2} + \frac{p_j}{(\rho_f^0)^2} \right) \cdot \nabla W_{ij}$ 
    else
       $\mathbf{acc}_p \leftarrow \mathbf{acc}_p - \left( \frac{p_i}{\rho_i^2} + \frac{p_j}{\rho_j^2} \right) \cdot \nabla W_{ij}$ 
    end if
  end for
   $\mathbf{acc}_p \leftarrow \mathbf{acc}_p \cdot m_f$ 

   $\mathbf{a}_i^p \leftarrow \mathbf{acc}_p$ 
end for
```

---

---

**Algorithm 5** Berechnung des Drucks der Partikel

---

```
1: for all fluid particle f do
2:    $A_{ff} \leftarrow -\Delta t^2 \frac{m_f^2}{\rho_f^2} \cdot \left( \sum_{f_f} \nabla W_{ff_f} \nabla W_{ff_f} + \sum_{f_b} \nabla W_{ff_b} \nabla W_{ff_b} \right)$ 
3:    $s_f \leftarrow \rho_f^0 - \rho_f - m_f \Delta t \left( \sum_{f_f} (\mathbf{v}_f^* - \mathbf{v}_{f_f}^*) \nabla W_{ff_f} + \sum_{f_b} \mathbf{v}_f^* \nabla W_{ff_b} \right)$ 
4:    $p_f \leftarrow 0$ 
5: end for
6:  $e \leftarrow \infty$ 
7: while  $e \geq 0.001$  do
8:    $e \leftarrow 0$ 
9:   Compute pressure accelerations  $\mathbf{a}_f^p$  using algorithm 4
10:  for all fluid particle f do
11:     $(\mathbf{A}p)_f \leftarrow m_f \Delta t^2 \left( \sum_{f_f} (\mathbf{a}_f^p - \mathbf{a}_{f_f}^p) \nabla W_{ff_f} + \sum_{f_b} \mathbf{a}_f^p \nabla W_{ff_b} \right)$ 
12:    if f has no neighbors then
13:       $(\mathbf{A}p)_f \leftarrow 0$ 
14:    end if
15:     $p_f \leftarrow \max(p_f + \omega \frac{s_f - (\mathbf{A}p)_f}{\mathbf{A}_{ff}}, 0)$ 
16:     $e \leftarrow e + \frac{(\mathbf{A}p)_f - s_f}{\rho_f^0}$ 
17:  end for
18:   $e \leftarrow \frac{e}{n}$ 
19: end while
```

---