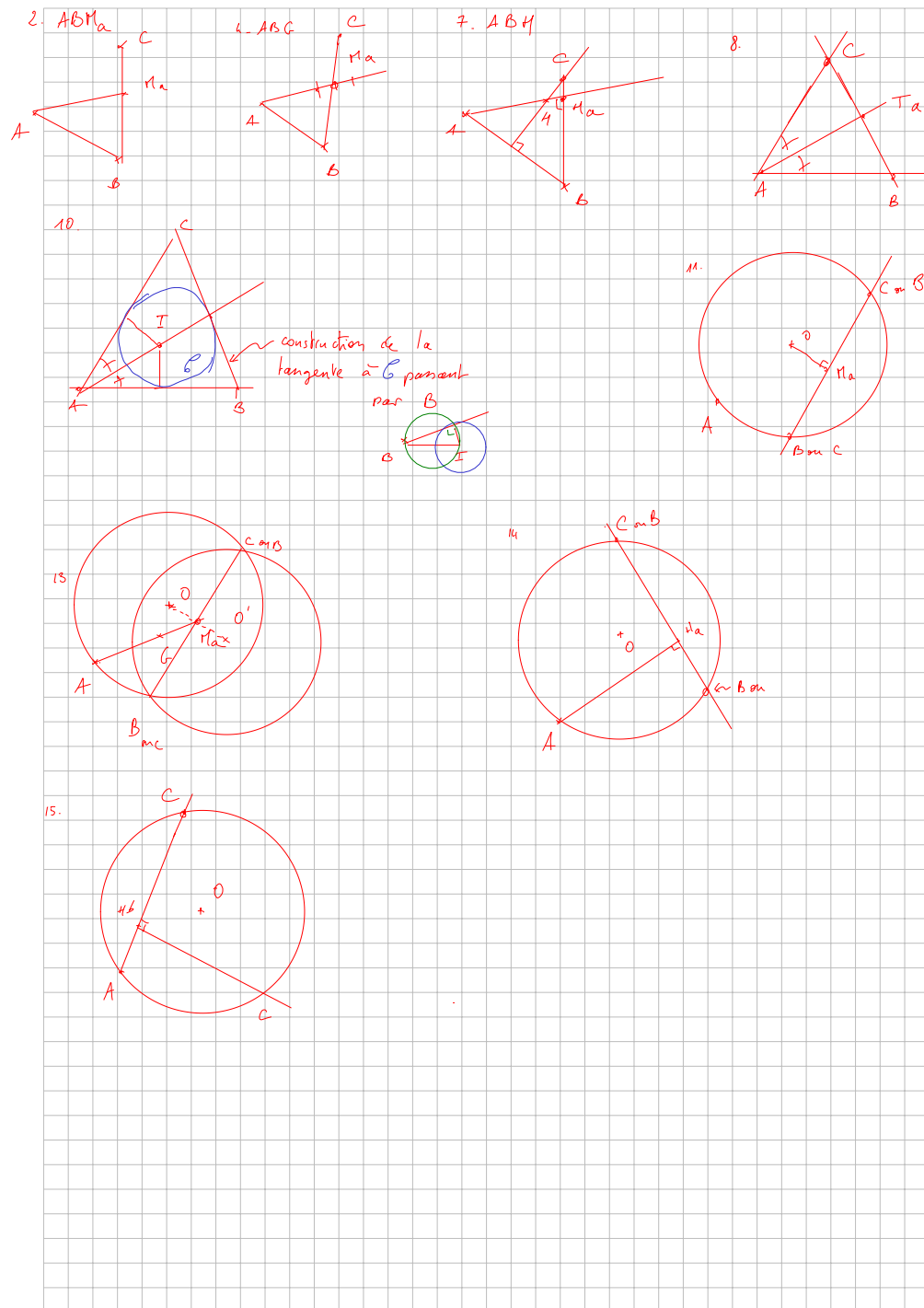


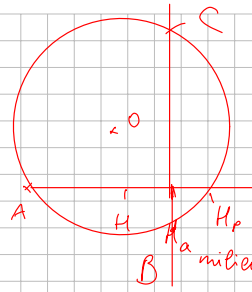
Listes de Wernick et de Connelly

1. A, B, O	L	36. A, M_b, T_c	S	71. O, G, H	R	106. M_a, H_b, T_c	U
2. A, B, M_a	S	37. A, M_b, I	S	72. O, G, T_a	U	107. M_a, H_b, I	U
3. A, B, M_c	R	38. A, G, H_a	L	73. O, G, I	U	108. M_a, H, T_a	S
4. A, B, G	S	39. A, G, H_b	S	74. O, H_a, H_b	U	109. M_a, H, T_b	U
5. A, B, H_a	L	40. A, G, H	S	75. O, H_a, H	U	110. M_a, H, I	U
6. A, B, H_c	L	41. A, G, T_a	S	76. O, H_a, T_a	S	111. M_a, T_a, T_b	U
7. A, B, H	S	42. A, G, T_b	U	77. O, H_a, T_b	U	112. M_a, T_a, I	S
8. A, B, T_a	S	43. A, G, I	S	78. O, H_a, I	U	113. M_a, T_b, T_c	U
9. A, B, T_c	L	44. A, H_a, H_b	S	79. O, H, T_a	U	114. M_a, T_b, I	U
10. A, B, I	S	45. A, H_a, H	L	80. O, H, I	U	115. G, H_a, H_b	U
11. A, O, M_a	S	46. A, H_a, T_a	L	81. O, T_a, T_b	U	116. G, H_a, H	S
12. A, O, M_b	L	47. A, H_a, T_b	S	82. O, T_a, I	S	117. G, H_a, T_a	S
13. A, O, G	S	48. A, H_a, I	S	83. M_a, M_b, M_c	S	118. G, H_a, T_b	U
14. A, O, H_a	S	49. A, H_b, H_c	S	84. M_a, M_b, G	S	119. G, H_a, I	S
15. A, O, H_b	S	50. A, H_b, H	L	85. M_a, M_b, H_a	S	120. G, H, T_a	U
16. A, O, H	S	51. A, H_b, T_a	S	86. M_a, M_b, H_c	S	121. G, H, I	U
17. A, O, T_a	S	52. A, H_b, T_b	L	87. M_a, M_b, H	S	122. G, T_a, T_b	U
18. A, O, T_b	S	53. A, H_b, T_c	S	88. M_a, M_b, T_a	U	123. G, T_a, I	U
19. A, O, I	S	54. A, H_b, I	S	89. M_a, M_b, T_c	U	124. H_a, H_b, H_c	S
20. A, M_a, M_b	S	55. A, H, T_a	S	90. M_a, M_b, I	U	125. H_a, H_b, H	S
21. A, M_a, G	R	56. A, H, T_b	U	91. M_a, G, H_a	L	126. H_a, H_b, T_a	S
22. A, M_a, H_a	L	57. A, H, I	S	92. M_a, G, H_b	S	127. H_a, H_b, T_c	U
23. A, M_a, H_b	S	58. A, T_a, T_b	S	93. M_a, G, H	S	128. H_a, H_b, I	U
24. A, M_a, H	S	59. A, T_a, I	L	94. M_a, G, T_a	S	129. H_a, H, T_a	L
25. A, M_a, T_a	S	60. A, T_b, T_c	S	95. M_a, G, T_b	U	130. H_a, H, T_b	U
26. A, M_a, T_b	U	61. A, T_b, I	S	96. M_a, G, I	S	131. H_a, H, I	S
27. A, M_a, I	S	62. O, M_a, M_b	S	97. M_a, H_a, H_b	S	132. H_a, T_a, T_b	U
28. A, M_b, M_c	S	63. O, M_a, G	S	98. M_a, H_a, H	L	133. H_a, T_a, I	S
29. A, M_b, G	S	64. O, M_a, H_a	L	99. M_a, H_a, T_a	L	134. H_a, T_b, T_c	U
30. A, M_b, H_a	L	65. O, M_a, H_b	S	100. M_a, H_a, T_b	U	135. H_a, T_b, I	U
31. A, M_b, H_b	L	66. O, M_a, H	S	101. M_a, H_a, I	S	136. H, T_a, T_b	U
32. A, M_b, H_c	L	67. O, M_a, T_a	L	102. M_a, H_b, H_c	L	137. H, T_a, I	U
33. A, M_b, H	S	68. O, M_a, T_b	U	103. M_a, H_b, H	S	138. T_a, T_b, T_c	U
34. A, M_b, T_a	S	69. O, M_a, I	S	104. M_a, H_b, T_a	S	139. T_a, T_b, I	S
35. A, M_b, T_b	L	70. O, G, H_a	S	105. M_a, H_b, T_b	S		

TABLE 1 – Liste de problèmes proposés par Wernick : il faut construire, si c'est possible et sinon préciser le statut du problème, un triangle ABC à partir de 3 points caractéristiques (les sommets du triangle et le centre du cercle circonscrit, les milieux de cotés et le centre de gravité, les pieds des hauteurs et l'orthocentre, les "pieds" des bissectrices intérieures et le centre de gravité. Le statut peut être L, R, S ou U. Avec Pascal Mathis nous avons trouvé le statut des derniers problèmes non résolus (en gras dans la table) en utilisant une méthode algébrique.

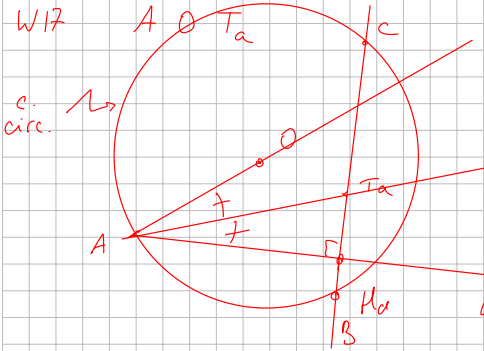


W16 - AOH



Théorème : la symétrique de l'orthocentre par rapport à un côté est sur le cercle circonscrit
 prouve avec Euler, des angles ou Wu (TP n°12 2000/01)

W17



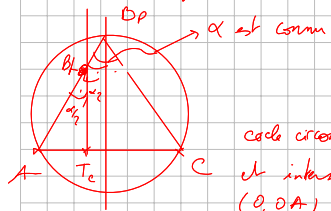
la bissectrice issue de A est aussi la bissectrice intérieure entre AD et AH_a
 on a T_a, donc H_a aussi et le côté BC

hauteur issue de A

W18 AOT_5 ok voir ci-contre (en haut)

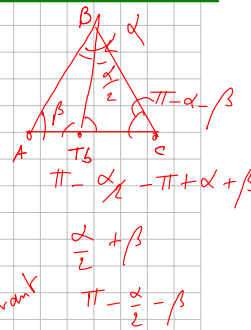
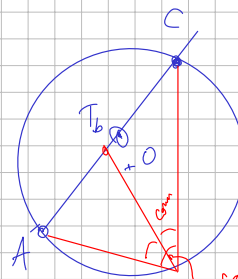
l'angle en B (à π près)

et donc l'angle en B dans $T_b BC$

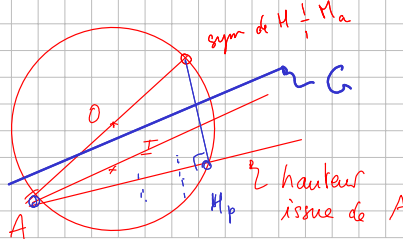


cercle circonscrit à $\Delta T_b B_t$
 de intersection avec le cercle circonscrit (O, OA)

A

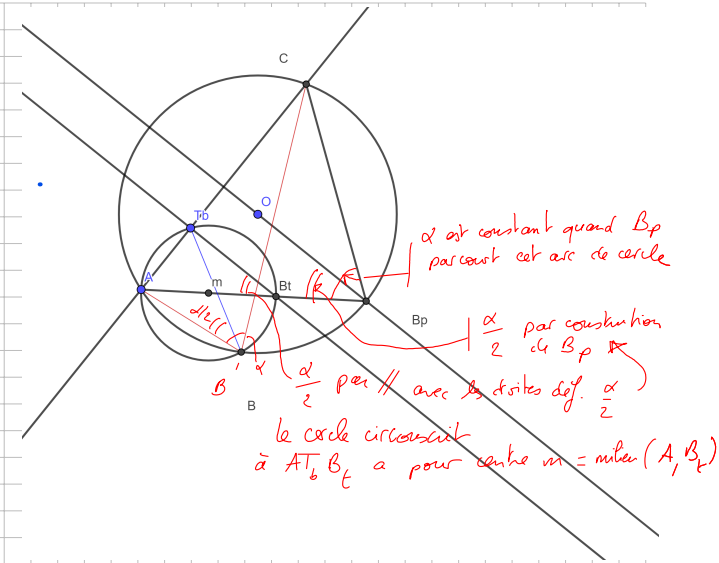


W19 AOI

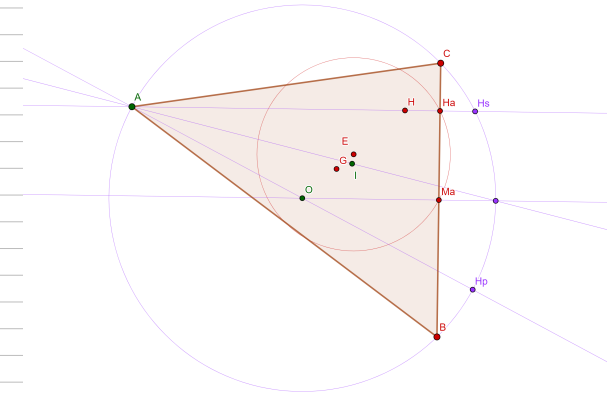


place pour W18 et W19

W18 :



W19 - AOI

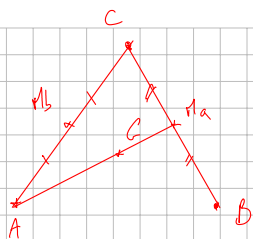


inter AI et cercle circ. com.

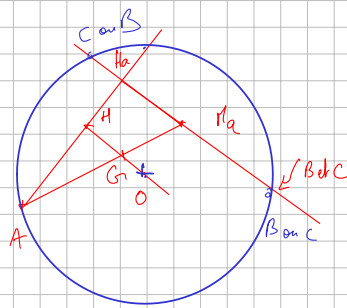
→ point I'
 le cercle de centre I' et passant par I est circonscrit au triangle BIC

→ B et C ∈ à cercle.

(20) M_b

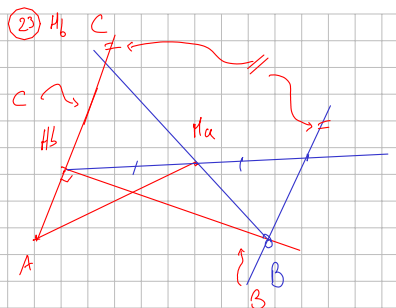


(24) H

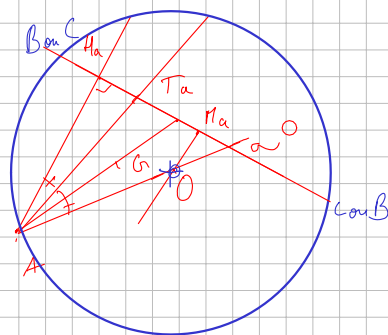


on utilise la relation d'Euler
G divise HO dans le rapport $\frac{2}{3}, \frac{1}{3}$
et O pondéré par 2

(23) H_b



(25) T_a



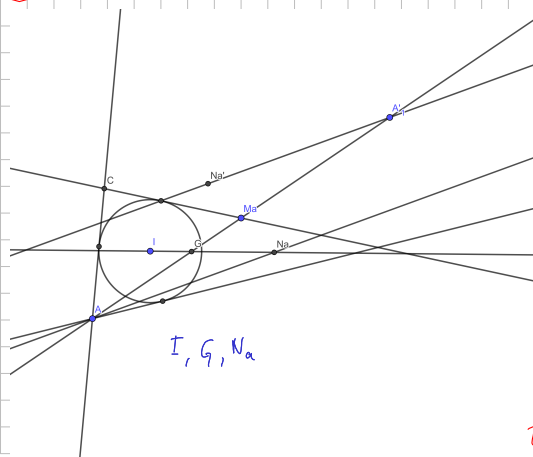
la bissectrice intérieure issue de A
est aussi la bissectrice de la hauteur
issue de A et du rayon du cercle
circonscrit issu de A

SI l'angle en A est aigu (à vérifier)
(théorème de Nagel)

(26) T_b U

à voir avec de l'algèbre
il y a un pied de bissectrice
...

(27) difficile



La construction proposée fait intervenir
le point de Nagel (et la droite de Nagel)
La droite de Nagel est l'équivalente
de la droite d'Euler pour le cercle inscrit
si N_a est le point de Nagel
on a $\vec{IN_a} = 3\vec{IG}$

Rappelons que N_a est le point d'intersection
des droites AE_a , BE_b et CE_c où
 E_a = point de contact du cercle exinscrit
opposé à A avec BC
 E_b = idem avec B et AC
 E_c = idem avec C et AB

La symétrie centrale
de centre M_a transforme
B en C
donc

Rm : $M_a H_b C$ rect en
 H_b → cercle de centre
 M_a et passant par
 H_b

Remarque

Tous les problèmes AG —
se ramenant à des problèmes
 AM_a —

En appelant I_a le point de contact du cercle inscrit avec le côté BC
 I_b AC
 I_c AB

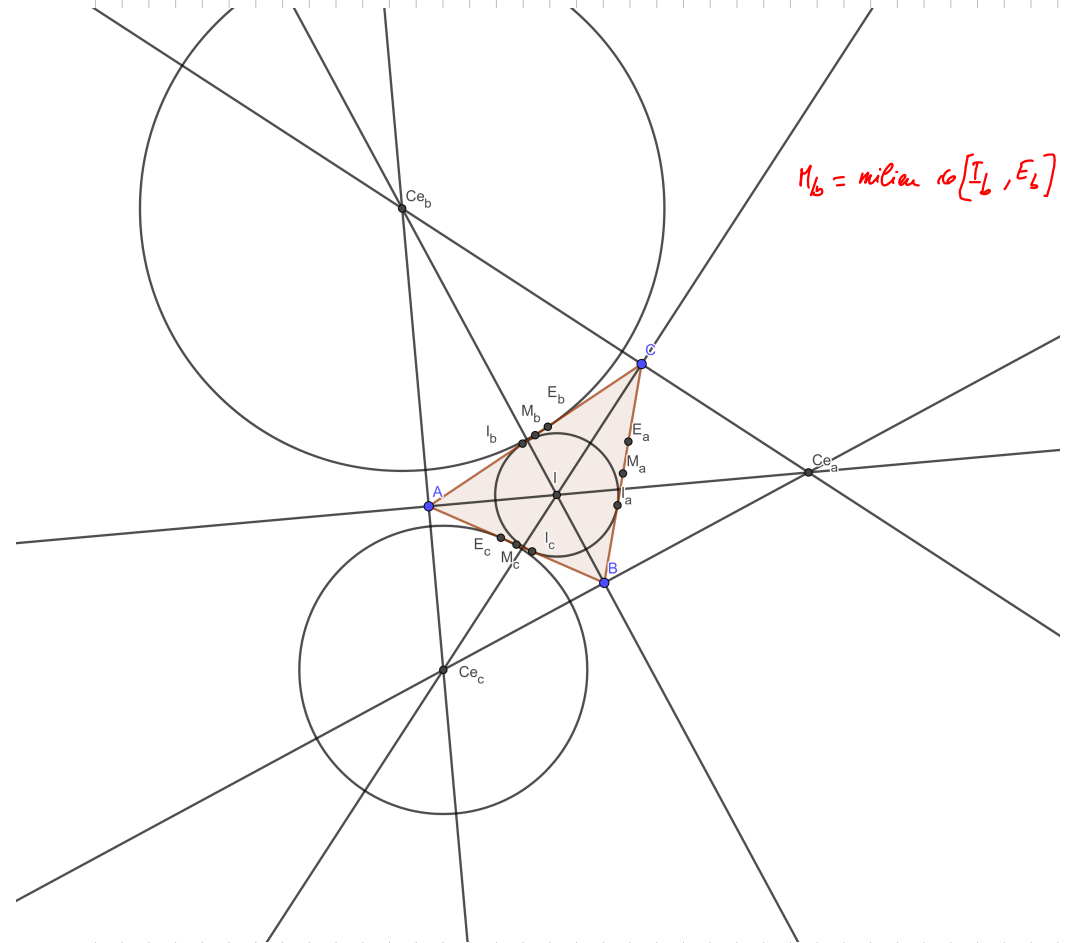
Un théorème dit que M_a est le milieu de $(I_a E_a)$ (*)
 M_b est le milieu de $(I_b E_b)$
 M_c est le milieu de $(I_c E_c)$

La construction repose sur la construction de ces points
de contact à commencer par I_a

I_a est sur le cercle de diamètre $[IM_a]$ (angle droit)
 I_a est sur la droite $(A'N_a')$ symétrique de (AN_a) par rapport à M_a (*)

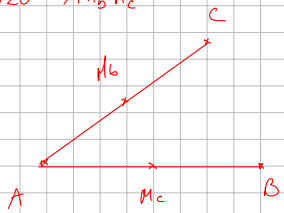
Devis et preuve des relations précédentes

Le milieu des points de contact inscrit-exinscrit avec un côté est le milieu du côté



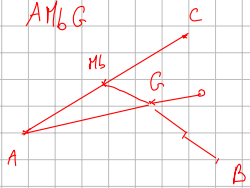
Série $AM_b \rightarrow$ on a immédiatement C

W28 - $AM_b M_c$



2 symétries centrales ...

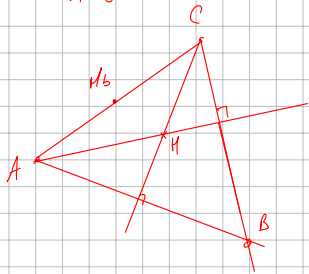
W29 - $AM_b G$



avec M_b et G on a immédiatement B

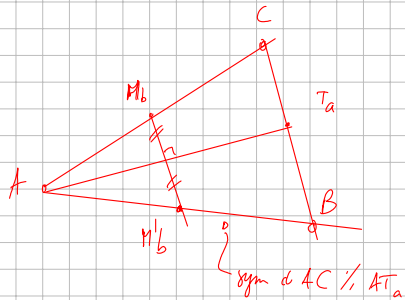
W30 $AM_b H_a$
W31 $AM_b H_b$
W32 $AM_b H_c$ } L

W33 $AM_b H$



avec A, C et H, on trace les 2 hauteurs et les côtés AB et BC pour avoir B

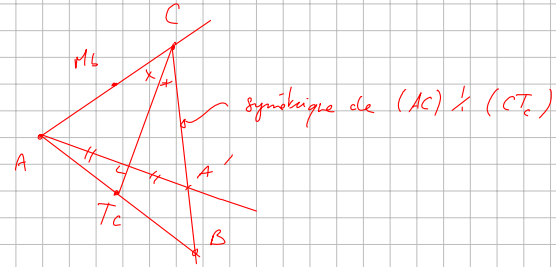
W34 $AM_b T_a$



sym de AC / AT_a

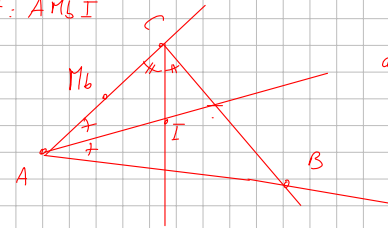
W35 - $AM_b T_b$ L

W36 : $AM_b T_c$



symétrie de (AC) / (CT_c)

W37 : $AM_b I$



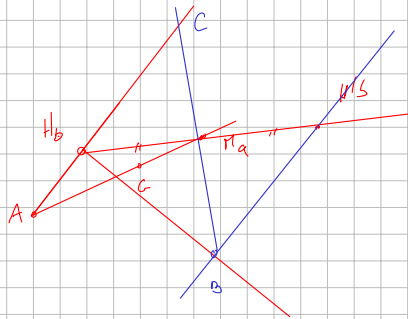
avec les 2 bissectrices, on construit facilement les 2 côtés manquants de B

fin de la série AM_b (série facile)

Série AG : Remarque \rightarrow on a tout de suite Π_a
et on doit retrouver une partie de AM_a

W38: $A, G, H_a : L$

W39: $AGH_b \rightarrow AM_a H_b$

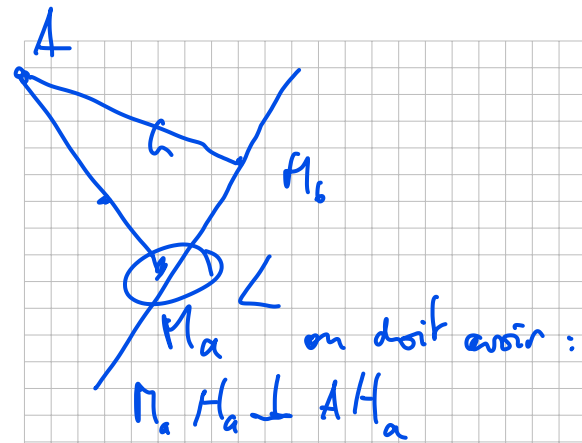


W40: $AGH \rightarrow AM_a M(24)$ (Remarque Euler + $GH \rightarrow O$ on a donc une autre possibilité)

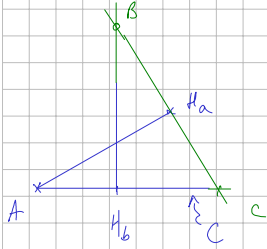
W41: $AGT_a \rightarrow AM_a T_a (25)$

W42: $AGT_b : U$

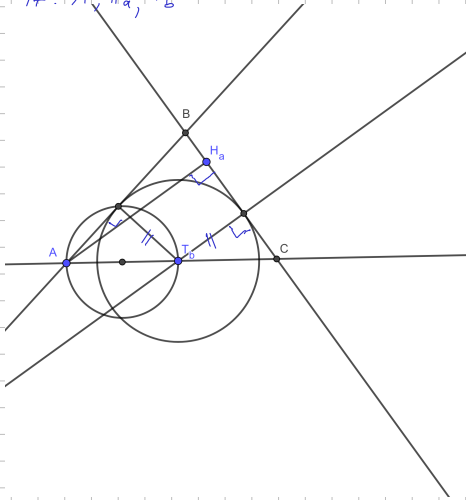
W43: $AGI \rightarrow AM_a I (27)$ (utilise le point de Nagel (difficile))



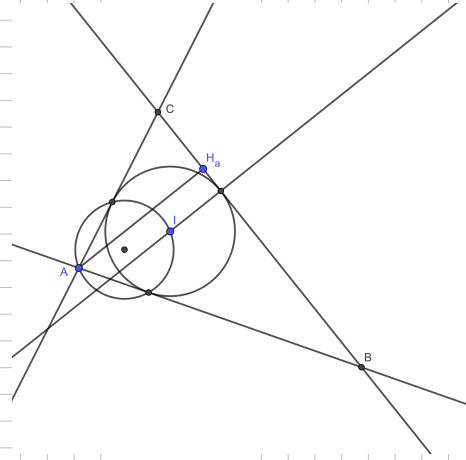
44. A, H_a, H_b



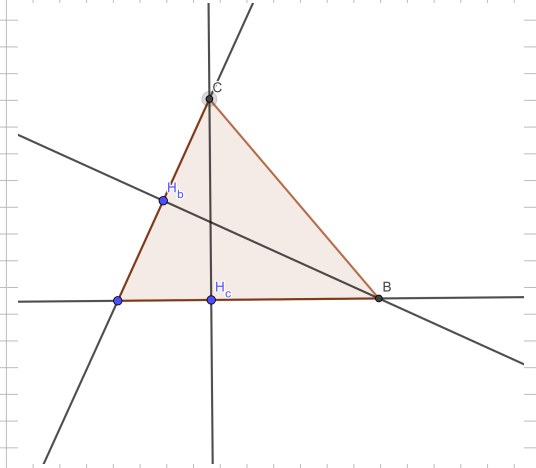
47. A, H_a, T_b



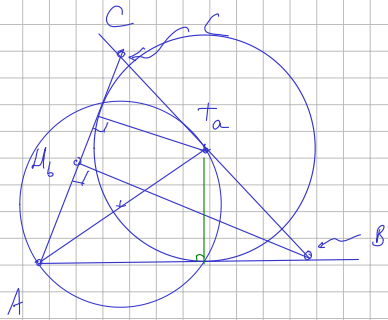
48. A, H_a, I



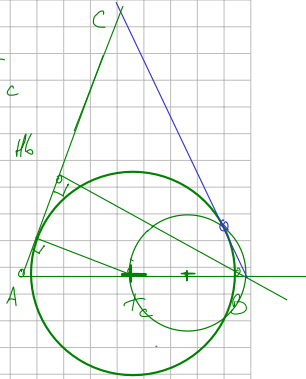
49. A, H_b, H_c



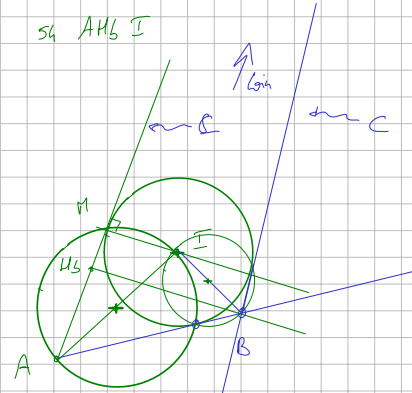
51. A, H_b, T_a



53. A, H_b, T_c

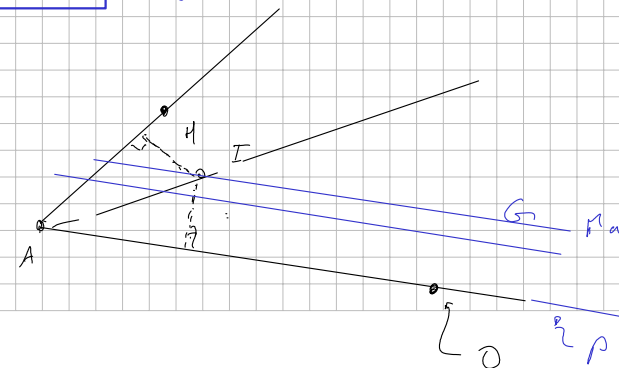


54. A, H_b, I



57. A, H, I

pas fait : ressemble à W19 : AOI



$$\vec{OG} = \frac{1}{3} \vec{OH}$$

55. A, H, T_a

→ on construit facilement le côté BC (droite)
⊥ à AH et passant par T_a

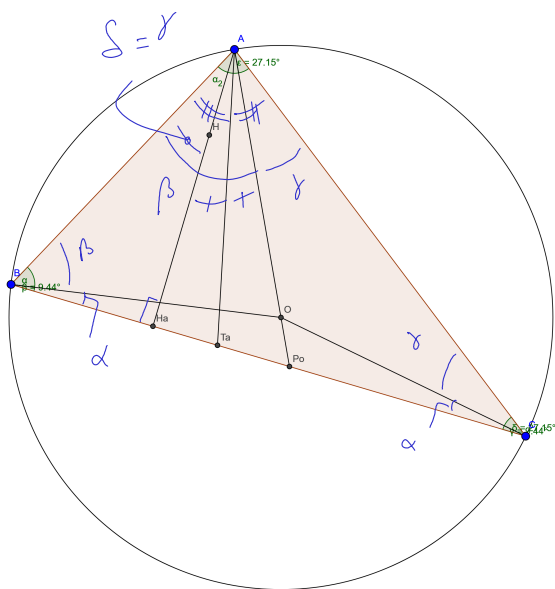
Ensuite, on utilise 2 km :

- ① la bissectrice intérieure issue de A et aussi la bissectrice "intérieure" de AH, AO
- ② la symétrique H_1 de H par rapport à (BC) est sur le cercle circonscrit

→ on peut donc construire (AO), puis O en prenant la médiatrice de $[AH_1]$

Une fois qu'on a le cercle circonscrit, on a fini

montrer ce théorème + regarder W56 qui est U,



Preuve de ①

en considérant ABC

$$\alpha + \beta + \gamma = \frac{\pi}{2}$$

en considérant AH_aB

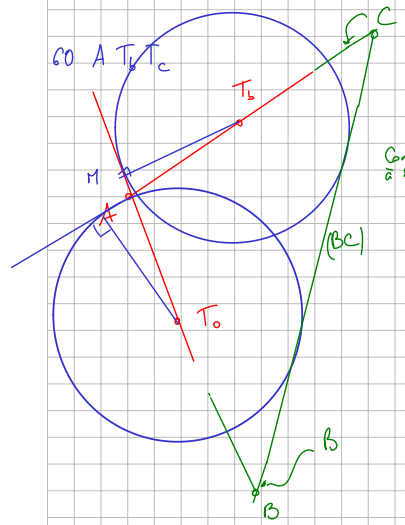
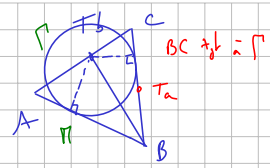
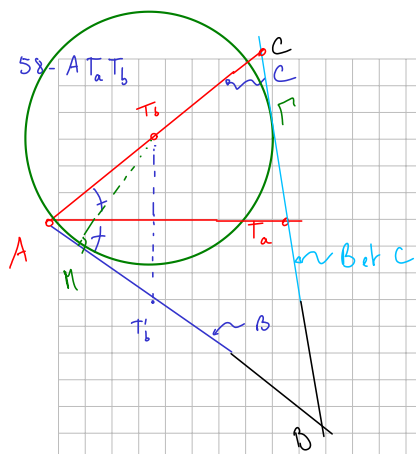
$$\alpha + \beta + \delta = \frac{\pi}{2}$$

donc

$$\gamma = \delta$$

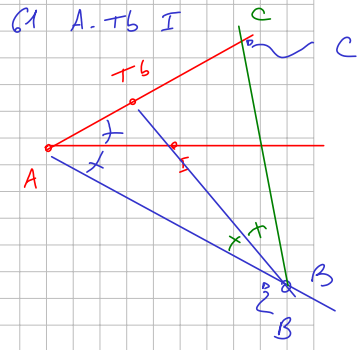
Preuve de 2 :

le cercle d'Euler est l'image du cercle circonscrit par l'homothétie de centre H et de rapport $\frac{1}{2}$

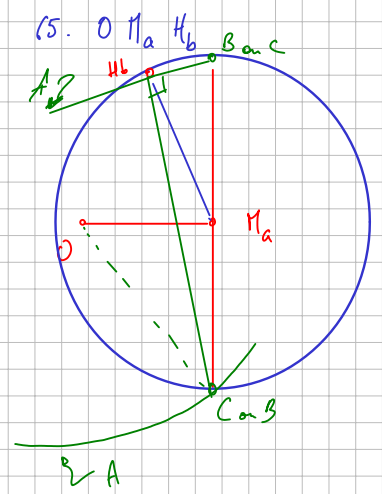
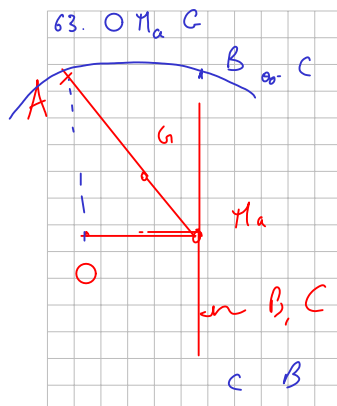
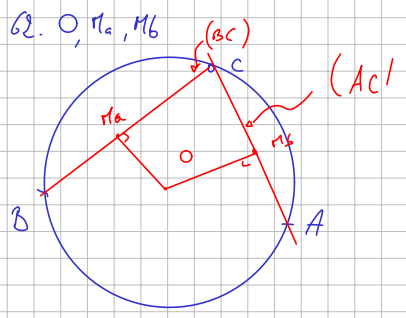


Construction des tangentes communes à 2 cercles

centre d'homothétie



Série $O M_a$



Centre du cercle circonscrit à un triangle rectangle

66. $O M_a H$

1. A, B, E_a	S	36. A, M_a, N	S	71. E_a, H, T_b	U	106. E_a, M_b, T_c	U
2. A, B, E_c	S	37. A, M_b, N	S	72. E_a, H_a, H_b	S	107. E_a, N, O	S
3. A, B, N	S	38. A, N, O	S	73. E_a, H_a, I	S	108. E_a, N, T_a	S
4. A, E_a, E_b	S	39. A, N, T_a	U	74. E_a, H_a, M_a	L	109. E_a, N, T_b	U
5. A, E_a, G	S	40. A, N, T_b	U	75. E_a, H_a, M_b	S	110. E_a, O, T_a	U
6. A, E_a, H	R	41. E_a, E_b, E_c	S	76. E_a, H_a, N	L	111. E_a, O, T_b	U
7. A, E_a, H_a	L	42. E_a, E_b, G	S	77. E_a, H_a, O	S	112. E_a, T_a, T_b	U
8. A, E_a, H_b	L	43. E_a, E_b, H	S	78. E_a, H_a, T_a	L	113. E_a, T_b, T_c	U
9. A, E_a, I	S	44. E_a, E_b, H_a	S	79. E_a, H_a, T_b	U	114. G, H, N	R
10. A, E_a, M_a	S	45. E_a, E_b, H_c	S	80. E_a, H_b, H_c	L	115. G, H_a, N	S
11. A, E_a, M_b	S	46. E_a, E_b, I	U	81. E_a, H_b, I	S *	116. G, I, N	U
12. A, E_a, N	S	47. E_a, E_b, M_a	L	82. E_a, H_b, M_a	L	117. G, M_a, N	S
13. A, E_a, O	S	48. E_a, E_b, M_c	S	83. E_a, H_b, M_b	S	118. G, N, O	R
14. A, E_a, T_a	S	49. E_a, E_b, N	L	84. E_a, H_b, M_c	S	119. G, N, T_a	U
15. A, E_a, T_b	U	50. E_a, E_b, O	S	85. E_a, H_b, N	L	120. H, H_a, N	S
16. A, E_b, E_c	S	51. E_a, E_b, T_a	U	86. E_a, H_b, O	S	121. H, I, N	U *
17. A, E_b, G	S	52. E_a, E_b, T_c	U	87. E_a, H_b, T_a	U	122. H, M_a, N	S
18. A, E_b, H	S	53. E_a, G, H	S	88. E_a, H_b, T_b	U	123. H, N, O	R
19. A, E_b, H_a	S	54. E_a, G, H_a	S	89. E_a, H_b, T_c	U	124. H, N, T_a	U
20. A, E_b, H_b	L	55. E_a, G, H_b	S	90. E_a, I, M_a	S	125. H_a, H_b, N	L
21. A, E_b, H_c	S	56. E_a, G, I	U	91. E_a, I, M_b	U	126. H_a, I, N	S
22. A, E_b, I	U	57. E_a, G, M_a	S	92. E_a, I, N	S *	127. H_a, M_a, N	L
23. A, E_b, M_a	S	58. E_a, G, M_a	S	93. E_a, I, O	U *	128. H_a, M_b, N	L
24. A, E_b, M_b	S	59. E_a, G, N	S	94. E_a, I, T_a	U	129. H_a, N, O	S
25. A, E_b, M_c	S	60. E_a, G, O	S	95. E_a, I, T_b	U	130. H_a, N, T_a	S
26. A, E_b, N	S	61. E_a, G, T_a	U	96. E_a, M_a, M_b	L	131. H_a, N, T_b	U
27. A, E_b, O	S	62. E_a, G, T_b	U	97. E_a, M_a, N	R	132. I, M_a, N	S
28. A, E_b, T_a	U	63. E_a, H, H_a	L	98. E_a, M_a, O	S	133. I, N, O	U *
29. A, E_b, T_b	U	64. E_a, H, H_b	L	99. E_a, M_a, T_a	S	134. I, N, T_a	U *
30. A, E_b, T_c	U	65. E_a, H, I	S	100. E_a, M_a, T_b	U	135. M_a, M_b, N	L
31. A, G, N	S	66. E_a, H, M_a	S	101. E_a, M_b, M_c	S	136. M_a, N, O	S
32. A, H, N	S	67. E_a, H, M_b	S	102. E_a, M_b, N	L	137. M_a, N, T_a	S
33. A, H_a, N	S	68. E_a, H, N	S	103. E_a, M_b, O	S	138. M_a, N, T_b	U
34. A, H_b, N	S	69. E_a, H, O	S	104. E_a, M_b, T_a	U	139. N, O, T_a	U
35. A, I, N	U	70. E_a, H, T_a	S	105. E_a, M_b, T_b	U	140. N, T_a, T_b	U

TABLE 2 – Même chose pour une extension de la liste de Wernick connue sous le nom de liste de Connelly. Les problèmes écrits en gras ont été résolus avec une méthode automatique mixant raisonnement géométrique (en Prolog) et algèbre.

