Заметка 11 февраля 2014

Потенциал $\frac{4G}{N} V_{eff} = -(iD + |\sqrt{2}\sigma|^2)\cdot\ln(iD + |\sqrt{2}\sigma|^2) + iD + |\sqrt{2}\sigma|^2\cdot\ln|\sqrt{2}\sigma|^2$

получается из выражения

$$-\frac{i}{2}\int d^2\theta \Big\{ \bar\Sigma\Sigma\ln\bar\Sigma\Sigma - \bar\Sigma\Sigma + \left(\tfrac{1}{2}S + \bar\Sigma\Sigma\right)\cdot\ln\{S + \bar\Sigma\Sigma\} - \tfrac{3}{2}\bar\Sigma\Sigma + \frac{(\bar\Sigma\Sigma)^2}{2S}\ln\Big\{1 + \frac{S}{\bar\Sigma\Sigma}\Big\}\Big\} -$$

(1.1)

$$-\frac{i}{2}\int d^2\bar\theta \Big\{ \bar\Sigma\Sigma\ln\bar\Sigma\Sigma - \bar\Sigma\Sigma + \left(\tfrac{1}{2}\bar S + \bar\Sigma\Sigma\right)\cdot\ln\{\bar S + \bar\Sigma\Sigma\} - \tfrac{3}{2}\bar\Sigma\Sigma + \frac{(\bar\Sigma\Sigma)^2}{2\bar S}\ln\Big\{1 + \frac{\bar S}{\bar\Sigma\Sigma}\Big\}\Big\}$$

где, напомним, $S = \frac{i}{2}\bar D_R D_L \ln\bar\Sigma\Sigma$ $\quad \bar S = \frac{i}{2}\bar D_L D_R \ln\bar\Sigma\Sigma$

Разложение его на компоненты довольно длинное, однако из него <u>легко</u> увидеть что единственная <u>постоянная</u> <u>бозонная</u> часть в нём — это V_{eff}.

Наш потенциал легко увидеть и прямо из выражения (1.1).

Ведь постоянная бозонная часть получается только когда

$\bar{D}_L$, D_R производные действуют на Σ обе. Иначе

получатся только фермионы или производные. Поэтому

переменную S можно сразу заменить на её бозонную

часть: $S \longrightarrow iD/\sqrt{2}b$, $\bar{S} \longrightarrow iD/\sqrt{2}\bar{b}$

Ну а $\int d^{2}\bar{\theta}\ \sqrt{2}\bar{\Sigma} = -iD$ (постоянная часть).

Сразу видно, что логарифмы получатся правильные.

Бозонную часть я проверял и в компонентах.

Обобщение на случай с твистованными массами, по-моему очень простое: заменяем $\sqrt{2}\Sigma$ на $\sqrt{2}\Sigma - m_j$ везде, и пишем глобальную сумму по "j" снаружи.

При этом, заметим, что S заменится на S_j:

$$S_j = \frac{i}{2}\bar{D}_R D_L \ln(\sqrt{2}\Sigma - m_j) \qquad \bar{S}_j = \frac{i}{2}\bar{D}_L D_R \ln(\sqrt{2}\bar{\Sigma} - m_j)$$

Ну а гетеротическое взаимодействие получается введением (0,2) полей и (0,2) потенциала

$$i\int d\theta_R\, \Xi\, \frac{\delta\mathcal{W}(\sqrt{2}\hat{\sigma})}{\delta(\sqrt{2}\hat{\sigma})} + i\int d\bar{\theta}_R\, \bar{\Xi}\cdot \frac{\delta\bar{\mathcal{W}}(\sqrt{2}\hat{\bar{\sigma}})}{\delta(\sqrt{2}\hat{\bar{\sigma}})}$$

{оба со знаком минус надо взять

где $\mathcal{W}(\sqrt{2}\hat{\sigma}) = \frac{1}{2}\delta\cdot\hat{\sigma}^2$ → это 4-мерный суперпотенциал

Здесь $\hat{\sigma}$ это $N=(0,2)$ поле $\hat{\sigma} = \sigma + \sqrt{2}\theta_R\bar{\lambda}_L$,

а Ξ — это $N=(0,2)$-половинка от кирального мультиплета $\bar{\Sigma}$ который содержит трансвер. моду.

Вот ответ выражения (1.1) в компонентах:

$$-\tfrac{1}{2}\{iD+F_{03}\}\cdot\ln\sqrt{2}\,b \;-\; i\,\frac{\bar\lambda_L\lambda_R}{\sqrt{2}\,b}\;-$$

$$-\tfrac{1}{2}\{iD-F_{03}\}\cdot\ln\sqrt{2}\,\bar b \;-\; i\,\frac{\bar\lambda_R\lambda_L}{\sqrt{2}\,\bar b}\;-$$

$$-\tfrac{1}{4}\{iD+F_{03}+2\ln\sqrt{2}\,\bar b\}\times$$

$$\left\{\ln\left\{|\sqrt{2}\,b|^2+iD-F_{03}-2i\,\frac{\bar\lambda_R\lambda_L}{\sqrt{2}\,\bar b}\right\}-\ln\sqrt{2}\,\bar b\right\}-$$

$$-\tfrac{1}{4}\{iD-F_{03}+2\ln\sqrt{2}\,b\}\times$$

$$\left\{\ln\left\{|\sqrt{2}\,b|^2+iD+F_{03}-2i\,\frac{\bar\lambda_L\lambda_R}{\sqrt{2}\,b}\right\}-\ln\sqrt{2}\,b\right\}-$$

$$-\tfrac{1}{2}\,\frac{i\sqrt{2}\,b\{\sqrt{2}\,\bar b\lambda_R-\delta_R\lambda_L+\lambda_L\delta_R\ln\sqrt{2}\,\bar b\}\{-\sqrt{2}\,\bar b\bar\lambda_L-\delta_L\bar\lambda_R+\bar\lambda_R\delta_L\ln\sqrt{2}\,\bar b\}}{|\sqrt{2}\,b|^2\left\{|\sqrt{2}\,b|^2+iD-F_{03}-2i\,\frac{\bar\lambda_R\lambda_L}{\sqrt{2}\,\bar b}\right\}}$$

$$-\tfrac{1}{2}\,\frac{i\sqrt{2}\,\bar b\{\sqrt{2}\,b\lambda_L-\delta_L\lambda_R+\lambda_R\delta_L\ln\sqrt{2}\,b\}\{-\sqrt{2}\,b\bar\lambda_R-\delta_R\bar\lambda_L+\bar\lambda_L\delta_R\ln\sqrt{2}\,b\}}{|\sqrt{2}\,b|^2\left\{|\sqrt{2}\,b|^2+iD+F_{03}-2i\,\frac{\bar\lambda_L\lambda_R}{\sqrt{2}\,b}\right\}}\;+$$

$$+ \quad iD -$$

$$- \tfrac{1}{4}(iD + F_{03}) \cdot \ln\left\{ |\sqrt{\varepsilon b}|^2 + iD - F_{03} - 2i\,\frac{\overline{\lambda_R}\lambda_L}{\sqrt{\varepsilon b}} \right\} + \tfrac{1}{4}(iD + F_{03}) \cdot \ln \overline{\sqrt{\varepsilon b}} \;-$$

$$- \tfrac{1}{4}(iD - F_{03}) \cdot \ln\left\{ |\sqrt{\varepsilon b}|^2 + iD + F_{03} - 2i\,\frac{\overline{\lambda_L}\lambda_R}{\sqrt{\varepsilon b}} \right\} + \tfrac{1}{4}(iD - F_{03}) \cdot \ln \sqrt{\varepsilon b} \;+$$

$$+ \tfrac{1}{4}\, \frac{ - |\sqrt{\varepsilon b}|^2 \left[iD + F_{03} + a \ln \overline{\sqrt{\varepsilon b}} \right] + 2\left\{ \overline{\lambda_R}\, i\delta_L \overline{\lambda_R} + \overline{\lambda_L}\, i\delta_R \overline{\lambda_L} - 2i\overline{\sqrt{\varepsilon b}}\,\overline{\lambda_L}\lambda_R + (\overline{\lambda_R}\lambda_R i\delta_L - \overline{\lambda_L}\lambda_L i\delta_R) \ln \overline{\sqrt{\varepsilon b}} \right\} }{ |\sqrt{\varepsilon b}|^2 + iD - F_{03} - 2i\,\frac{\overline{\lambda_R}\lambda_L}{\sqrt{\varepsilon b}} }$$

$$+ \tfrac{1}{4}\, \frac{ - |\sqrt{\varepsilon b}|^2 \left[iD + F_{03} + a \ln \sqrt{\varepsilon b} \right] + 2\left\{ \overline{\lambda_R}\, i\delta_L \lambda_R + \lambda_L\, i\delta_R \overline{\lambda_L} - 2i\sqrt{\varepsilon b}\,\overline{\lambda_R}\lambda_L + (\overline{\lambda_R}\lambda_R i\delta_L - \overline{\lambda_L}\lambda_L i\delta_R) \ln \sqrt{\varepsilon b} \right\} }{ |\sqrt{\varepsilon b}|^2 + iD + F_{03} - 2i\,\frac{\overline{\lambda_L}\lambda_R}{\sqrt{\varepsilon b}} }$$

$$+ \tfrac{1}{2}\, \frac{ i\sqrt{\varepsilon b}\left\{ \overline{\sqrt{\varepsilon b}}\lambda_R - \delta_R\lambda_L + \lambda_L\delta_R \ln \overline{\sqrt{\varepsilon b}} \right\}\left\{ -\sqrt{\varepsilon b}\,\overline{\lambda_L} - \delta_L\overline{\lambda_R} + \overline{\lambda_R}\delta_L \ln \overline{\sqrt{\varepsilon b}} \right\} }{ \left\{ |\sqrt{\varepsilon b}|^2 + iD - F_{03} - 2i\,\frac{\overline{\lambda_R}\lambda_L}{\sqrt{\varepsilon b}} \right\}^2 } \;+$$

$$+ \tfrac{1}{2}\, \frac{ i\overline{\sqrt{\varepsilon b}}\left\{ \sqrt{\varepsilon b}\,\lambda_L - \delta_L\lambda_R + \lambda_R\delta_L \ln \sqrt{\varepsilon b} \right\}\left\{ -\overline{\sqrt{\varepsilon b}}\,\overline{\lambda_R} - \delta_R\overline{\lambda_L} + \overline{\lambda_L}\delta_R \ln \sqrt{\varepsilon b} \right\} }{ \left\{ |\sqrt{\varepsilon b}|^2 + iD + F_{03} - 2i\,\frac{\overline{\lambda_L}\lambda_R}{\sqrt{\varepsilon b}} \right\}^2 } \;-$$

$$+\frac{1}{2s^3}\Big\{ -s^2\sqrt{2}b\,(iD+F_{03}) + \tfrac{1}{2}(\sqrt{2}b)^2\cdot s\,\omega\ln\sqrt{2}b\, -$$

$$-\,2s^2\cdot i\bar\lambda_L\lambda_R \;+\; 2i(\sqrt{2}b)^2\,\delta_L\frac{\bar\lambda_R}{\sqrt{2}\bar b}\cdot\delta_R\frac{\lambda_L}{\sqrt{2}\bar b}\, -$$

$$-\,2\sqrt{2}b\cdot s\Big\{\bar\lambda_L\, i\delta_R\frac{\lambda_L}{\sqrt{2}\bar b} - i\delta_L\frac{\bar\lambda_R}{\sqrt{2}\bar b}\cdot\lambda_R\Big\}\Big\}\cdot\ln\frac{\sqrt{2}b+s}{\sqrt{2}b}\;+$$

$$+\frac{1}{2\bar s^3}\Big\{ -\bar s^2\sqrt{2}\bar b\,(iD-F_{03}) + \tfrac{1}{2}(\sqrt{2}\bar b)^2\cdot\bar s\,\omega\ln\sqrt{2}b\, -$$

$$-\,2\bar s^2\, i\bar\lambda_R\lambda_L \;+\; 2i(\sqrt{2}\bar b)^2\,\delta_R\frac{\bar\lambda_L}{\sqrt{2}b}\cdot\delta_L\frac{\bar\lambda_R}{\sqrt{2}b}\, -$$

$$-\,2\sqrt{2}\bar b\cdot\bar s\Big\{\bar\lambda_R\, i\delta_L\frac{\lambda_R}{\sqrt{2}b} - i\delta_R\frac{\bar\lambda_L}{\sqrt{2}b}\cdot\lambda_L\Big\}\Big\}\cdot\ln\frac{\sqrt{2}\bar b+\bar s}{\sqrt{2}\bar b}\;+$$

where

$$s \equiv s\Big| = \frac{\sqrt{2}\bar b\,(iD-F_{03}) - 2i\bar\lambda_R\lambda_L}{(\sqrt{2}\bar b)^2}$$

$$\bar s \equiv \bar s\Big| = \frac{\sqrt{2}b\,(iD+F_{03}) - 2i\bar\lambda_L\lambda_R}{(\sqrt{2}b)^2}$$

$$+ \frac{\sqrt{2}b}{2s^2}\, i \left\{ \frac{-\sqrt{2}\bar{b}\lambda_L - \delta_L \bar{\lambda}_R + \bar{\lambda}_R \delta_L \ln \sqrt{2}\bar{b}}{|\sqrt{2}b|^2 + iD - F_{03} - 2i \frac{\bar{\lambda}_R \lambda_L}{\sqrt{2}\bar{b}}} + \frac{\bar{\lambda}_L}{\sqrt{2}b} \right\} \left\{ 2s\lambda_R + \sqrt{2}b\,\delta_R \frac{\bar{\lambda}_L}{\sqrt{2}\bar{b}} \right\} +$$

$$+ \frac{\sqrt{2}\bar{b}}{2\bar{s}^2}\, i \left\{ \frac{-\sqrt{2}\bar{b}\bar{\lambda}_R - \delta_R \bar{\lambda}_L + \bar{\lambda}_L \delta_R \ln \sqrt{2}\bar{b}}{|\sqrt{2}b|^2 + iD + F_{03} - 2i \frac{\bar{\lambda}_L \lambda_R}{\sqrt{2}b}} + \frac{\bar{\lambda}_R}{\sqrt{2}\bar{b}} \right\} \left\{ 2\bar{s}\lambda_L + \sqrt{2}\bar{b}\,\delta_L \frac{\bar{\lambda}_R}{\sqrt{2}b} \right\} +$$

$$+ \frac{\sqrt{2}b}{2s^2}\, i \left\{ -2s\bar{\lambda}_L + \sqrt{2}b\,\delta_L \frac{\bar{\lambda}_R}{\sqrt{2}\bar{b}} \right\} \left\{ \frac{\sqrt{2}\bar{b}\lambda_R - \delta_R \lambda_L + \lambda_L \delta_R \ln \sqrt{2}\bar{b}}{|\sqrt{2}b|^2 + iD - F_{03} - 2i \frac{\bar{\lambda}_R \lambda_L}{\sqrt{2}\bar{b}}} - \frac{\lambda_R}{\sqrt{2}b} \right\} +$$

$$+ \frac{\sqrt{2}\bar{b}}{2\bar{s}^2}\, i \left\{ -2\bar{s}\bar{\lambda}_R + \sqrt{2}\bar{b}\,\delta_R \frac{\bar{\lambda}_L}{\sqrt{2}b} \right\} \left\{ \frac{\sqrt{2}b\lambda_L - \delta_L \lambda_R + \lambda_R \delta_L \ln \sqrt{2}b}{|\sqrt{2}b|^2 + iD + F_{03} - 2i \frac{\bar{\lambda}_L \lambda_R}{\sqrt{2}b}} - \frac{\lambda_L}{\sqrt{2}\bar{b}} \right\} +$$

$$+\frac{(\overline{\sqrt{2}b})^2}{2\delta}\left\{\frac{1}{2}\overline{s} - \frac{1}{2}\,\frac{\overline{\sqrt{2}b}\,(iD+F_{03}) + \overline{\sqrt{2}b}\,\omega\ln\overline{\sqrt{2}b}}{|\sqrt{2}b|^2 + iD - F_{03} - 2i\,\frac{\bar{\lambda}_R\lambda_L}{\overline{\sqrt{2}b}}} - i\,\frac{\left\{-\overline{\sqrt{2}b\lambda_L} - \delta_L\bar{\lambda}_R + \bar{\lambda}_R\delta_L\ln\overline{\sqrt{2}b}\right\}\left\{\overline{\sqrt{2}b}\,\lambda_R - \delta_R\lambda_L + \lambda_L\delta_R\ln\overline{\sqrt{2}b}\right\}}{\left\{|\sqrt{2}b|^2 + iD - F_{03} - 2i\,\frac{\bar{\lambda}_R\lambda_L}{\overline{\sqrt{2}b}}\right\}^2}\right\}$$

$$+\frac{(\sqrt{2}b)^2}{2\delta}\left\{\frac{1}{2}s - \frac{1}{2}\,\frac{\sqrt{2}b\,(iD-F_{03}) + \sqrt{2}b\cdot\omega\ln\sqrt{2}b}{|\sqrt{2}b|^2 + iD + F_{03} - 2i\,\frac{\bar{\lambda}_L\lambda_R}{\sqrt{2}b}} - i\,\frac{\left\{-\sqrt{2}b\,\bar{\lambda}_R - \delta_R\bar{\lambda}_L + \bar{\lambda}_L\delta_R\ln\sqrt{2}b\right\}\left\{\sqrt{2}b\,\lambda_L - \delta_L\lambda_R + \lambda_R\delta_L\ln\sqrt{2}b\right\}}{\left\{|\sqrt{2}b|^2 + iD + F_{03} - 2i\,\frac{\bar{\lambda}_L\lambda_R}{\sqrt{2}b}\right\}^2}\right\}$$