Министерство цифрового развития, связи и массовых коммуникаций Российской Федерации
Федеральное государственное образовательное бюджетное учреждение высшего образования
«Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций им. проф. М. А. Бонч-Бруевича»

Кафедра радиотехники

Дисциплина «Цифровая обработка сигналов»

Лабораторная работа № 10

ДИСКРЕТНОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ФУРЬЕ (часть 2)

Выполнили: ст. гр. РТ-31
$№_{бр}$ 5
Куприянов П.А.
Пимкин А.А.
Наумов Е.А

Проверил: ассистент каф. РТ,

Бойко И.А. ______

Санкт-Петербург
2025

СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА

ТАБЛИЦА ИСХОДНЫХ ДАННЫХ

Переменная	**Назначение**	**Значение**	**Идентификатор**
$N_{бр}$	Номер бригады	$N_{бр}$	`Nb = 5`
N	Период (длина) последовательности	$N = 64$	`N = 64`
$f_д$	Частота дискретизации	$f_д = 2000(N_{бр} mod 5 + 1)$	`FS = 2000`
A_1	Амплитуды дискретных гармоник	$A_1 = 1 + 0.01N_{бр}$	`A1 = 1.05`
A_2		$A_2 = 2A_1$	`A2 = 2.1`
f_1	Частоты дискретных гармоник	$f_1 = f_д/4$	`f1 = 500`
f_2		$f_2 = 1.5f_1$	`f2 =`750
M	Период последовательности	$M = 71$	`M = 71`
f_{11}	Частоты дискретных гармоник	$f_{11} = 1.1f_1$	`f1_1 = 550`
f_{21}		$f_{21} = 1.07f_2$	`f2_1 = 802.5`
f_{12}	Частоты дискретных гармоник	$f_{12} = 1.05f_1$	`f1_2 = 525`
f_{22}		$f_{22} = f_{12} + 1.1\Delta f$ $\Delta f = f_д/N$	`f2_2 = 559.375`
$x_3(n)$	Периодическая последовательность	$x_3(n) = N_{бр}[0.1\ 0.2\ 0.3\ 0.4\ 0.5]$	Вектор `x3 = [0.5 1.0 1.5 2.0 2.5]`
$x_4(n)$	Периодическая последовательность	$x_4(n) = N_{бр}[0.5\ 0.4\ 0.3\ 0.2\ 0.1]$	Вектор `x4 = [2.5 2.0 1.5 1.0 0.5]`
$x_5(n)$	Периодическая последовательность	$x_5(n) = N_{бр}[0.1\ 0.2\ 0.3]$	Вектор `x5 = [0.5 1.0 1.5]`
$x_6(n)$	Периодическая последовательность	$x_6(n) = N_{бр}[0.3\ 0.2\ 0.1\ 0.2\ 0.3]$	Вектор `x6 = [1.5 1.0 0.5 1.0 1.5]`
b_0 b_1 b_2	Коэффициенты числителя передаточной функции	$b_0 = 0.5 + 0.02N_{бр}$ $b_1 = b_0(-1)^{N_{бр}+1}(0.982 + 0.0178\ )N_{бр}$ $b_2 = b_0\left(0.8 + 0.2(N_{бр} mod 5)\right)$	Вектор `b = [0.6 0.6427 0.6]`
a_0 a_1 a_2	Коэффициенты знаменателя передаточной функции	$a_0 = 1$ $a_1 = (-1)^{N_{бр}}(0.778 + 0.025\ )N_{бр}$ $a_2 = 0.64 + 0.006N_{бр}$	Вектор `a = [1 0.9028 0.67]`
N_1	Длина ИХ	$N_1 = N_{бр} mod 10 + 20$	`N1 = 25`
N_2	Длина воздействия	$N_2 = N_{бр} mod 1 + 30$	`N2 = 30`
N_3	Длина воздействия	$N_3 = N_{бр} mod 10 + 200$	`N3 = 205`

…………………………………………………………………………………………………

ФОРМУЛЫ ДПФ:

- трактовка ДПФ для периодической последовательности

Это спектральный состав конечной последовательности отсчётов одного периода сигнала

- трактовка ДПФ для конечной последовательности

ДПФ для конечной последовательность это ДПФ одного периода бесконечной периодической последовательности

- смысл всех переменных

ПУНКТЫ ЗАДАНИЯ

1. Проверка равенства Парсеваля.

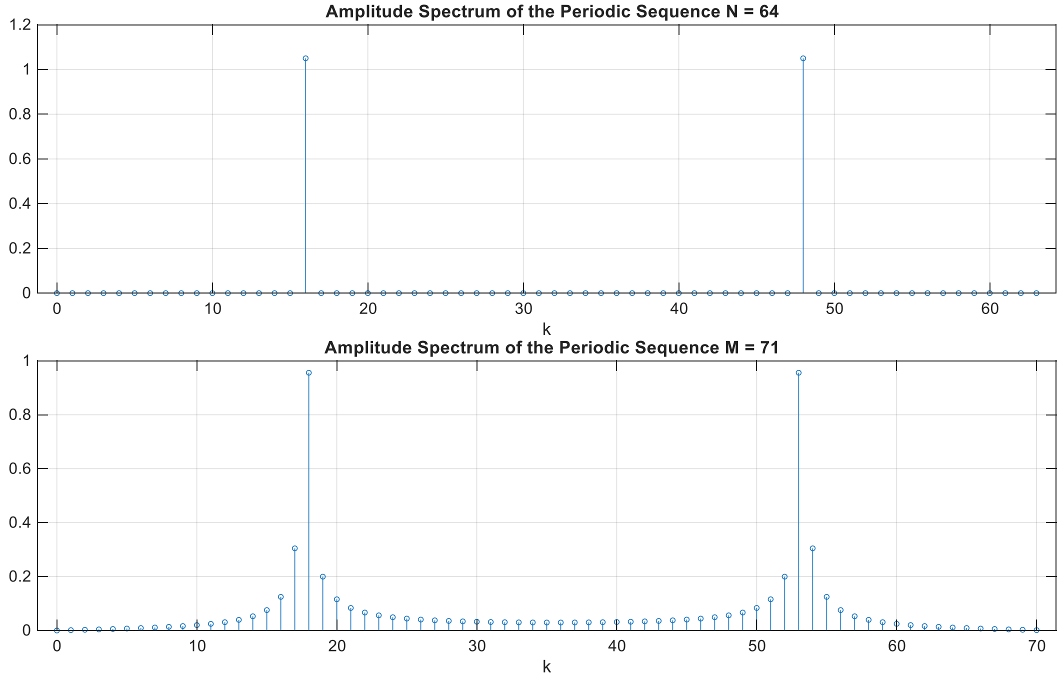
```
E1 = 176.4 E2 = 176.4
```

Пояснить:

- смысл равенства Парсеваля
  оно связывает связывает энергию, вычисленную во временной и частотной областях.

2. Исследование эффекта растекания спектра для одной дискретной гармоники.

```
%
N = 64 --> P_N = 16
M = 71 --> P_M = 17.75
%
```



Пояснить:

• с какой целью определяется значение P ;

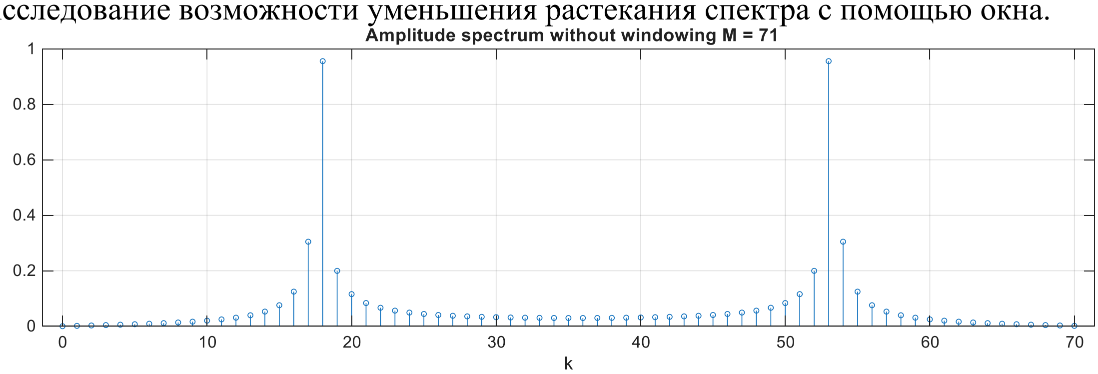
Понять будет ли данная гармоника выведена на спектре, или наделённая ей энергия размажется по соседним частотам.

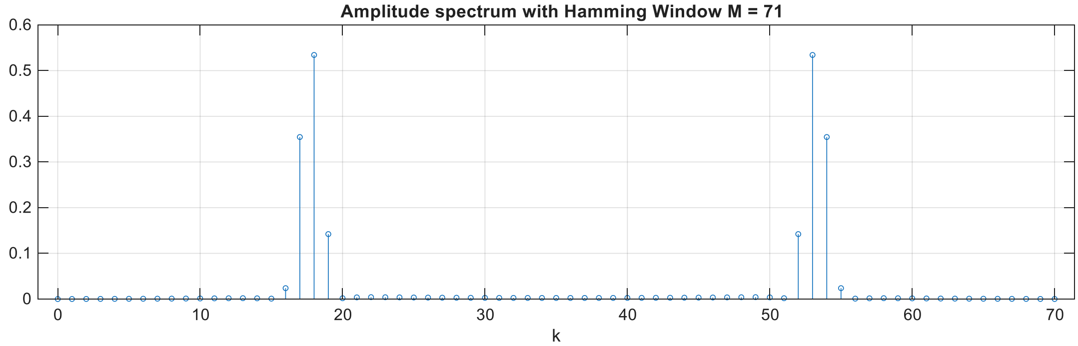
• в каком случае и почему наблюдается растекание спектра.

Есть P не является целым числом.

```
n = 0:(N-1); % ДИСКРЕТНОЕ НОРМИРОВАННОЕ ВРЕМЯ (ПЕРИОД N)
k = 0:(N-1); % ДИСКРЕТНАЯ НОРМИРОВАННАЯ ЧАСТОТА (ПЕРИОД N)
w1 = 2*pi*f1/Fs; % НОРМИРОВАННАЯ ЧАСТОТА (РАД)
x_N = A1*cos(w1*n); % ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ (ПЕРИОД N)
X_N = fft(x_N); % ДПФ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ (ПЕРИОД N)
MOD_N = (2/N)*abs(X_N); % АМПЛИТУДНЫЙ СПЕКТР ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ (ПЕРИОД
N)
MOD_N(1) = (1/N)*abs(X_N(1));
n1 = 0:(M-1); % ДИСКРЕТНОЕ НОРМИРОВАННОЕ ВРЕМЯ (ПЕРИОД M)
k1 = 0:(M-1); % ДИСКРЕТНАЯ НОРМИРОВАННАЯ ЧАСТОТА (ПЕРИОД M)
x_M = A1*cos(w1*n1); % ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ (ПЕРИОД M)
X_M = fft(x_M); % ДПФ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ (ПЕРИОД M)
MOD_M = (2/M)*abs(X_M); % АМПЛИТУДНЫЙ СПЕКТР ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ (ПЕРИОД
M)
MOD_M(1) = (1/M)*abs(X_M(1));
P_N = N*f1/Fs; % ЧИСЛО ПЕРИОДОВ ДИСКРЕТНОЙ ГАРМОНИКИ С ЧАСТОТОЙ f1 НА
ПЕРИОДЕ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ N
P_M = M*f1/Fs; % ЧИСЛО ПЕРИОДОВ ДИСКРЕТНОЙ ГАРМОНИКИ С ЧАСТОТОЙ f1 НА
ПЕРИОДЕ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ M
```

3. Исследование возможности уменьшения растекания спектра с помощью окна.





Пояснить:

• Что изменилось в результате применения окна:

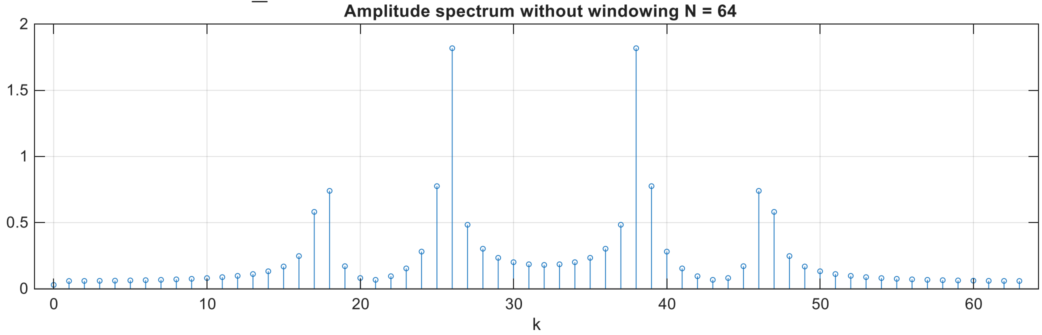
Суммарная амплитуда после применения окна Хемминга стала приближенно равна заданной, без этого энергия растекалась на огромное кол-во частот.

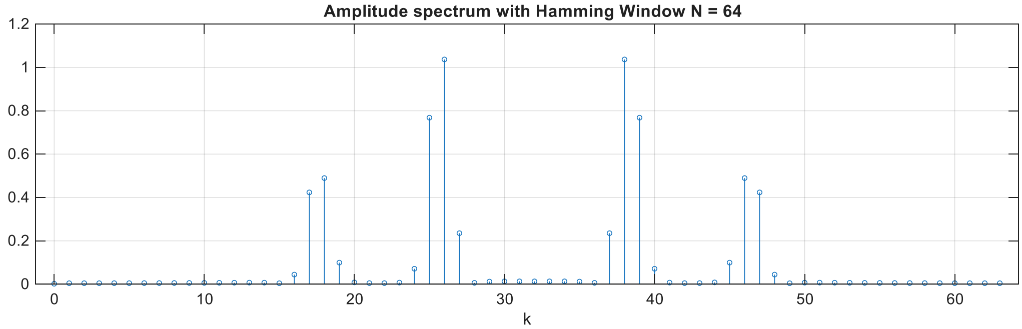
Произошло быстрое затухание гармоник, точно не принадлежащих исходному сигналу.

```
win_M = hamming(M)'; % ОКНО ХЭММИНГА — ВЕКТОР-СТОЛБЕЦ ДЛИНЫ M
xw_M = x_M.*win_M; % ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ, ВЗВЕШЕННАЯ ОКНОМ
XW_M = fft(xw_M); % ДПФ ВЗВЕШЕННОЙ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ
MODW_M =(2/M)*abs(XW_M); % АМПЛИТУДНЫЙ СПЕКТР ВЗВЕШЕННОЙ
ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ
MODW_M(1) =(1/M)*abs(XW_M(1));
```

4. Исследование эффекта растекания спектра для суммы двух дискретных гармоник.

```
f1_1 = 550 --> P1_1 = 17.6
f2_1 = 802.5 --> P2_1 = 25.68
```





Пояснить:

• причина растекания спектра и цель применения окна:

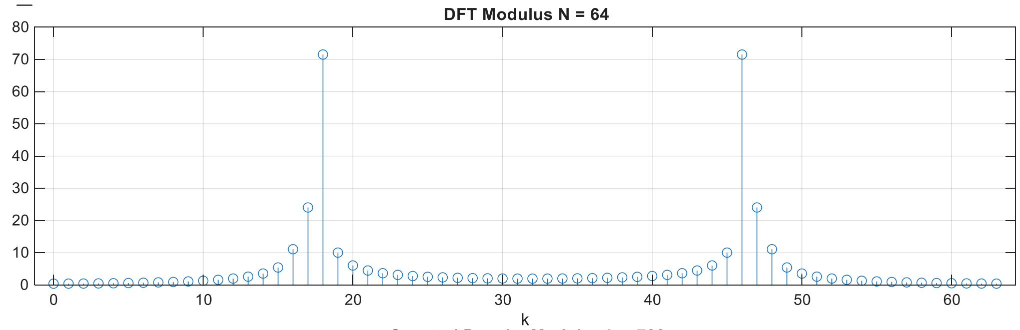
Спектр растекается из-за того, что истинные гармоники находятся между шагом ДПФ.

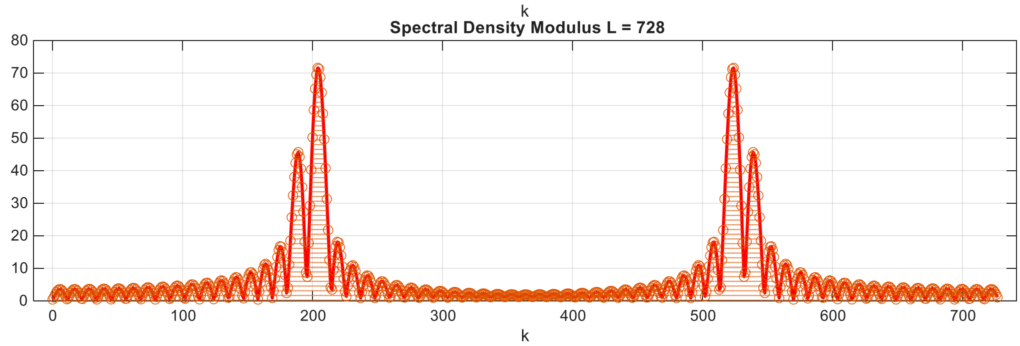
Окно применено для минимизации последствия растекания спектра.

```
win_N = hamming(N)'; % ОКНО ХЭММИНГА — ВЕКТОР-СТОЛБЕЦ ДЛИНЫ N
xw1 = x1.*win_N; % ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ, ВЗВЕШЕННАЯ ОКНОМ (ПЕРИОД N)
XW1 = fft(xw1); % ДПФ ВЗВЕШЕННОЙ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ (ПЕРИОД N)
MODW1 =(2/N)*abs(XW1); % АМПЛИТУДНЫЙ СПЕКТР ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ
MODW1(1) =(1/M)*abs(XW1(1));
```

5. Улучшение различения дискретных гармоник с близко расположенными частотами

```
Delta_N = 31.25 Hz
Delta_f = 34
L = 728
Delta_L = 2.7473 Hz
```





Пояснить:

• соответствуют ли близко расположенные частоты условию (10.2);

Да, соответствуют. 31.25 <34 < 62.5

• соответствует ли выведенная длина L условию (10.3);

Да. Получается 727, 27 и функция `ceil()` округляет в большую сторону

• с какой погрешностью определены частоты и причину погрешности.

`(Delta_L = 2.7473)`/ 2 = 1.37365.

```
Delta_N = Fs/N; % РАЗРЕШЕНИЕ ПО ЧАСТОТЕ
Delta_f = abs(f1_2-f2_2); % РАССТОЯНИЕ МЕЖДУ ЧАСТОТАМИ
L = ceil(Fs/(Delta_f-Delta_N)); % ВЫБРАННАЯ ДЛИНА L
Delta_L = Fs/L; % ПЕРИОД ДИСКРЕТИЗАЦИИ ПО ЧАСТОТЕ ПРИ ДЛИНЕ L
disp('%')
..............
n = 0:(N-1); % ДИСКРЕТНОЕ НОРМИРОВАННОЕ ВРЕМЯ
w1_2 = 2*pi*f1_2/Fs; w2_2 = 2*pi*f2_2/Fs; % НОРМИРОВАННЫЕ ЧАСТОТЫ
x2 = A1*cos(w1_2*n)+A2*cos(w2_2*n); % КОНЕЧНАЯ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ
X2 = fft(x2); % ДПФ КОНЕЧНОЙ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ ДЛИНЫ N
MOD2 = abs(X2); % МОДУЛЬ ДПФ
X2_L = fft(x2,L); % ДПФ КОНЕЧНОЙ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ, ДОПОЛНЕННОЙ НУЛЯМИ
ДО ДЛИНЫ L
MOD2_L = abs(X2_L); % МОДУЛЬ ДПФ
...............
L_2 = ceil(L/2); % ОСНОВНАЯ ПОЛОСА ЧАСТОТ L/2
[MODm, m]= max(MOD2_L(1:(L_2))); % МАКСИМУМ MODm И ИНДЕКС m ВЕКТОРА
MOD2_L (ПЕРВЫЙ ПИК)
k_1 = (m-1); f_1 = k_1*Delta_L; % ДИСКРЕТНАЯ НОРМИРОВАННАЯ И АБСОЛЮТНАЯ
(Гц) ЧАСТОТЫ ПЕРВОГО ПИКА
K = ceil(L/N); % КОЛИЧЕСТВО ОТСЧЕТОВ НА ПЕРИОДЕ ДИСКРЕТИЗАЦИИ Fs/N
K1 = m+K; K2 = m+2*K-1; % НИЖНЯЯ K1 и ВЕРХНЯЯ K2 ГРАНИЦЫ ИНТЕРВАЛА ПРИ
ПОИСКЕ ВТОРОГО ПИКА СПРАВА
[MODm1, m1]= max(MOD2_L(K1:K2)); % МАКСИМУМ MODm1 И ИНДЕКС m1 МОДУЛЯ
ДПФ MOD2_L НА ИНТЕРВАЛЕ [K1 K2]
K3 = m-(2*K-1); K4 = m-K; % НИЖНЯЯ K3 и ВЕРХНЯЯ K4 ГРАНИЦЫ ИНТЕРВАЛА
ПРИ ПОИСКЕ ВТОРОГО ПИКА СЛЕВА
[MODm2, m2]= max(MOD2_L(K3:K4)); % МАКСИМУМ MODm2 И ИНДЕКС m2 МОДУЛЯ
ДПФ MOD2_L НА ИНТЕРВАЛЕ [K3 K4]
```

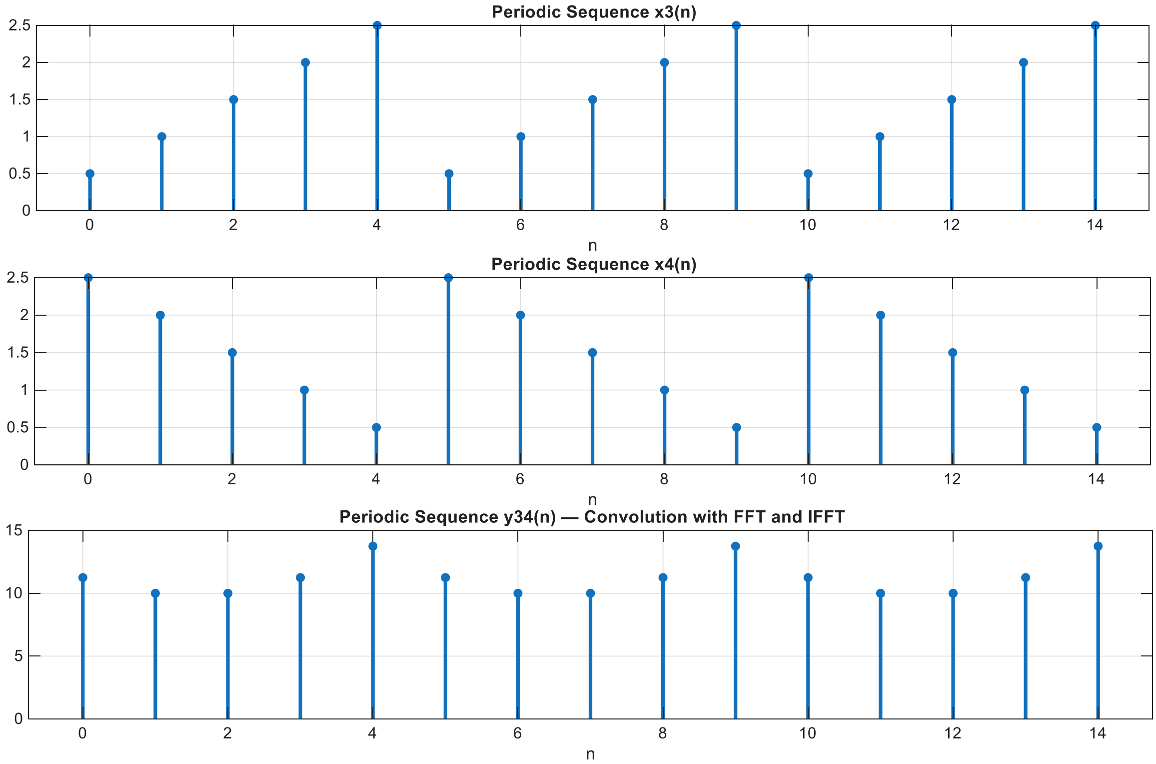
```
if (MODm1>MODm2)
    k_2 = (K1+m1-1)-1; f_2 = k_2*Delta_L; % ДИСКРЕТНАЯ НОРМИРОВАННАЯ И АБСОЛЮТНАЯ (Гц) ЧАСТОТЫ ВТОРОГО ПИКА, ЕСЛИ ОН СПРАВА ОТ ПЕРВОГО
 else
    k_2 = (K3+m2-1)-1; f_2 = k_2*Delta_L; % ДИСКРЕТНАЯ НОРМИРОВАННАЯ И АБСОЛЮТНАЯ (Гц) ЧАСТОТЫ ВТОРОГО ПИКА, ЕСЛИ ОН СЛЕВА ОТ ПЕРВОГО
end
```

…………… .

Итоговые гармоники:

```
k_1 = 204 f_1 = 560.4396
k_2 = 189 f_2 = 519.2308
```

6. Вычисление круговой свёртки



Пояснить:

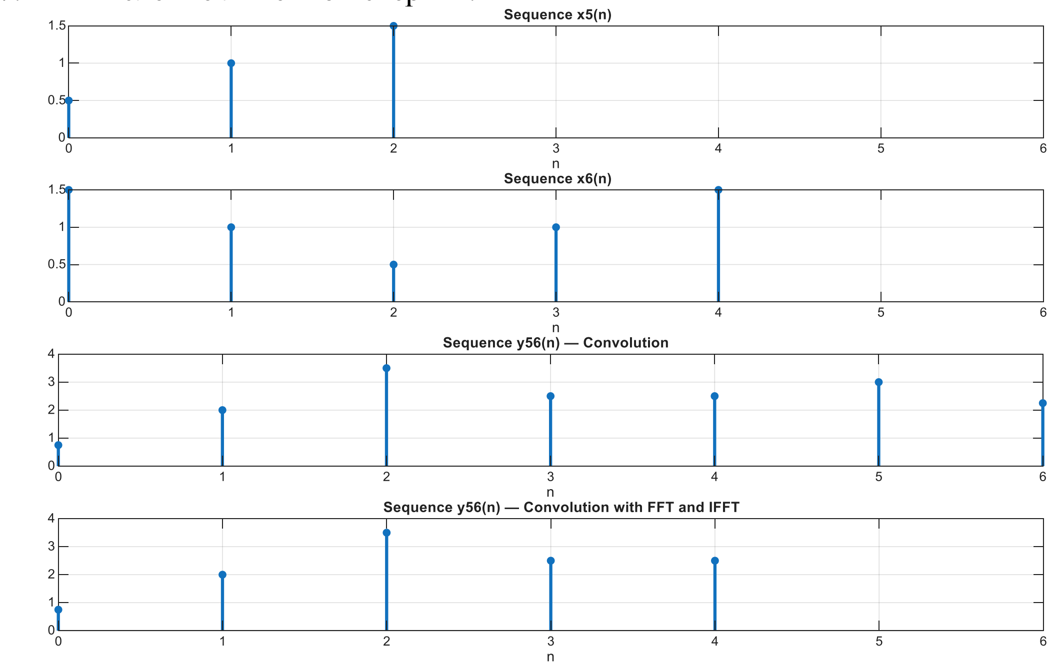
Записать формулу круговой свертки и пояснить алгоритм ее вычисления с помощью ДПФ.

$$y(n) = \begin{cases} \sum_{m=0}^{L-1} \tilde{x}(m)\tilde{h}[(n-m) \bmod L]; \\ \sum_{m=0}^{L-1} \tilde{h}(m)\tilde{x}[(n-m) \bmod L]. \end{cases}$$

Вычисление круговой свёртки осуществляется с помощью ОБПФ от произведения двух ДПФ сворачиваемых последовательностей.

```
y34 = ifft(fft(x3).*fft(x4));% КРУГОВАЯ СВЕРТКА ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ
L34 = length(y34);
```

7. Вычисление линейной свертки.



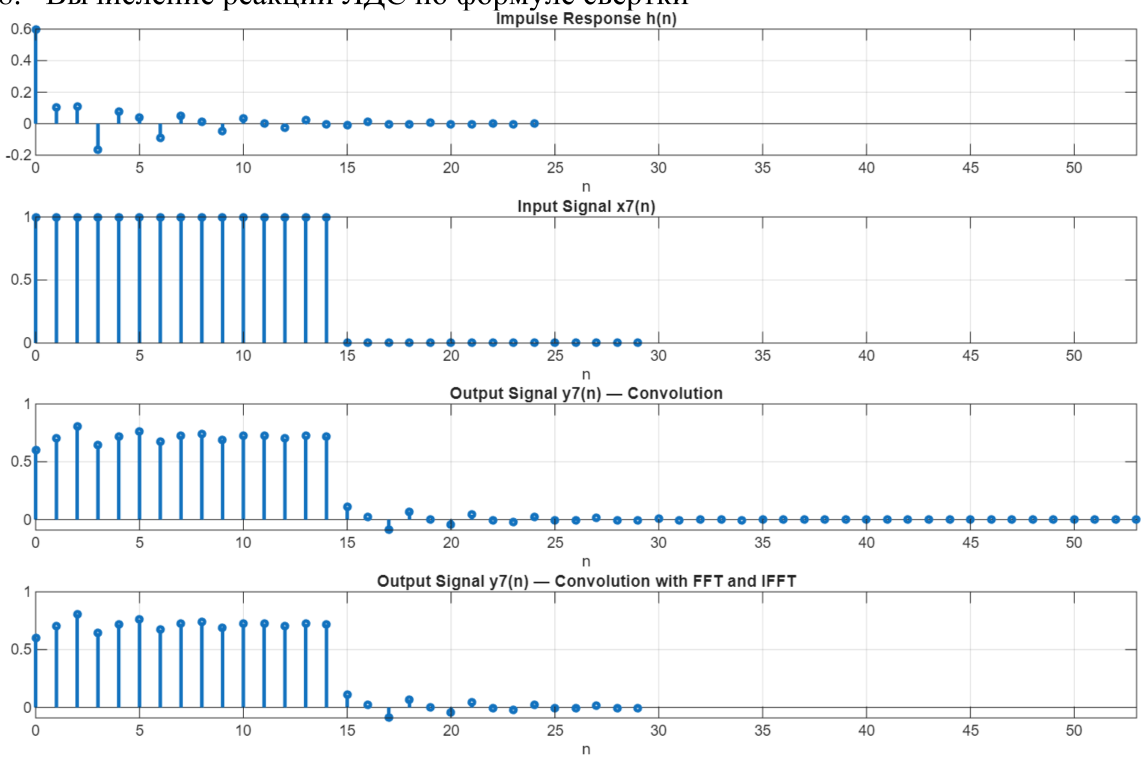
Пояснение:
Записать формулу линейной свертки и пояснить алгоритм ее вычисления с помощью ДПФ:

$$y(n) = \sum_{m=0}^{\infty} x(m)h(n-m)$$

Для того, что вы через ДПФ рассчитать свёртку надо каждую последовательность дополнить нулями, чтобы длина сворачиваемых была N1+N2-1. После дополнения надо перемножить ДПФ образы и взять ОДПФ.

```
y56_1 = conv(x5,x6); % ЛИНЕЙНАЯ СВЕРТКА,ВЫЧИСЛЕННАЯ С ПОМОЩЬЮ ФУНКЦИИ
conv
y56_2 = fftfilt(x5,x6); % ЛИНЕЙНАЯ СВЕРТКА, ВЫЧИСЛЕННАЯ С ПОМОЩЬЮ
ФУНКЦИИ fftfilt
```

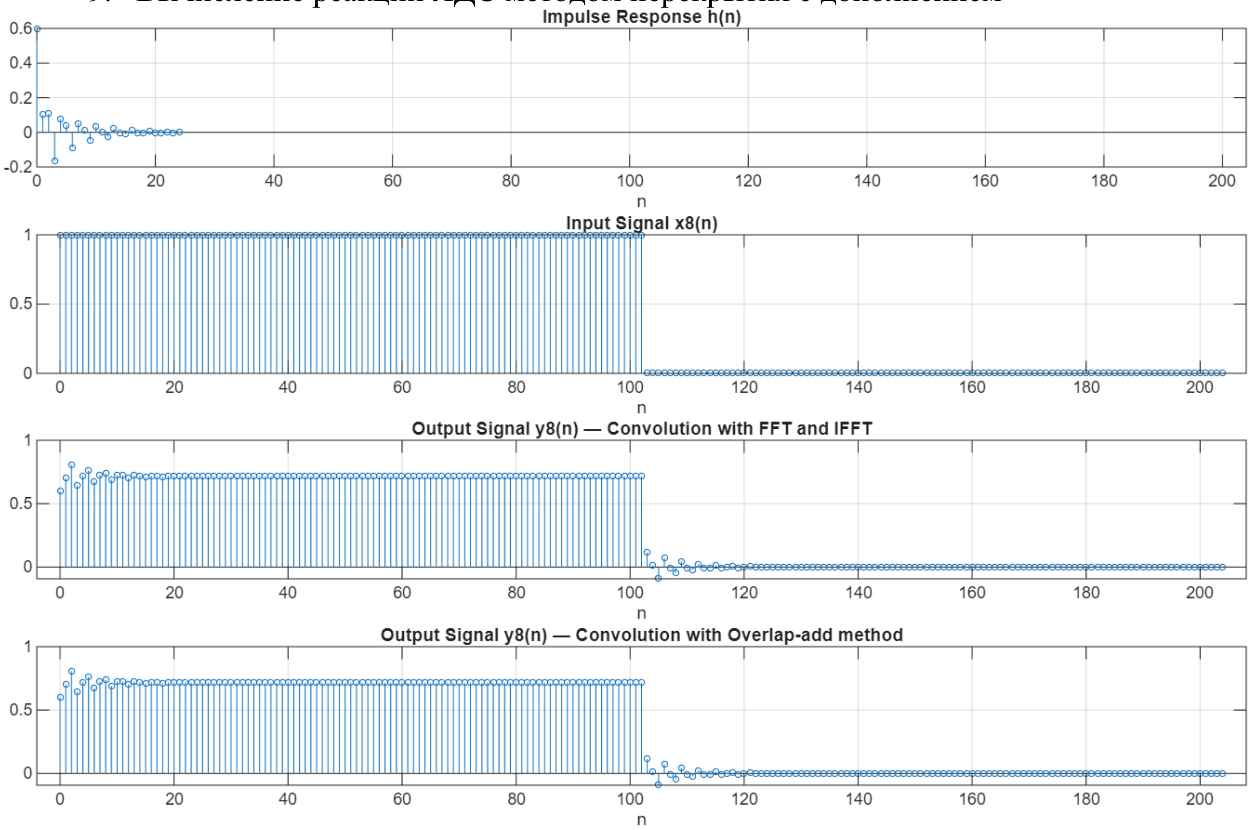
8. Вычисление реакции ЛДС по формуле свёртки



Пояснить:
• преимущество вычисления реакции по формуле свертки с помощью ДПФ;
Быстрее, чем классическое.
• чему равна длина реакции, вычисленной первым и вторым способами;
С помощью классической линейной – L+N-1. Через ДПФ – длине воздействия.
• в каком случае длину реакции необходимо ограничить до длины воздействия:
При вычислении линейной свёртки через ДПФ.

```
h = impz(b,a,N1)'; % ИМПУЛЬСНАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА
x7 = input_1(N2); % ВОЗДЕЙСТВИЕ
y7_1 = conv(x7,h); % РЕАКЦИЯ, ВЫЧИСЛЕННАЯ С ПОМОЩЬЮ ФУНКЦИИ conv
y7_2 = fftfilt(h,x7); % РЕАКЦИЯ, ВЫЧИСЛЕННАЯ С ПОМОЩЬЮ ФУНКЦИИ fftfilt
L=N1+N2-1; % ДЛИНА СВЕРТКИ, ВЫЧИСЛЕННОЙ С ПОМОЩЬЮ ФУНКЦИИ conv
```

9. Вычисление реакции ЛДС методом перекрытия с дополнением



Пояснить:
• в каком случае целесообразно вычислять реакцию методом перекрытия с накоплением
При большой длине воздействия, или непрерывном потоке данных.

```
x8 = input_1(N3); % ВОЗДЕЙСТВИЕ
y8_1 = fftfilt(h,x8); % РЕАКЦИЯ, ВЫЧИСЛЕННАЯ С ПОМОЩЬЮ ФУНКЦИИ fftfilt
y8_2 = fftfilt(h,x8,N1); % РЕАКЦИЯ, ВЫЧИСЛЕННАЯ С ПОМОЩЬЮ ФУНКЦИИ
fftfilt МЕТОДОМ НАКОПЛЕНИЯ С ПЕРЕКРЫТИЕМ
```