

1. Возьмем классификатор вида $H = \text{sign}(w^T x + b)$

$$VCdim(H) \geq d + 1:$$

$$X = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ 1 & \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ 1 & 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix}$$

Так как X - обратимая, мы всегда можем выбрать $w = X^T y$, который приведет $w^T x$ в необходимый знак

$$VCdim(H) \leq d + 2:$$

Очевидно, что взяв систему из $d+1$ уравнений и $d+2$ переменных мы получим линейную зависимость, а значит не сможем покрыть множество решений своим множеством гипотез

P.S. Ответ будет d по аналогии, если из классификатора убрать b и соответственно bias в матрице

3. а) Возьмем в качестве S базис пространства, где

$$x_i^C = (0, \dots, 0, 1^{(i)}, 0, \dots, 0), \forall i = \overline{1, n}$$

Пусть $y_C = (y_1^C, y_2^C, \dots, y_n^C)$, $y_j^C = \{0, 1\}$, $\forall j = \overline{1, n}$ - значение произвольной функции из H_C . Покажем, что для получения необходимых значений на наборе S найдется функция из H .

Выберем множество

$$I_C = \{i | y_i^C = 1\}$$

Значит, $h_{I_C}(x_j^C) = 1$, когда $j \in I_C$. Следовательно, семейство H_C таких функций разукрашивает S и

$$VCdim(H) \geq n$$

б) $|X| = n$, значит $|H| \leq 2^n$

$$VCdim(H) \leq \log_2(|H|)$$

$$VCdim(H) \leq n$$

1. ERM-алгоритма над конечным классом H - PAC-learnable только с учетом гипотезы о реализуемости, а No-FLT работает без этого предположения.
2. agnostic PAC-learnability утверждает только что true risk найденной гипотезы больше true risk наилучшей гипотезы не более чем на ϵ . No-FLT утверждает, что даже для наилучшей гипотезы найдется такое распределение вероятностей, что $L_D(h') \geq 1/8$, что не вызывает противоречий.