

Combinatorics

25 сентября 2014 г.

1 Основы

$$X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$$

$$|X| = n$$

$(x_{i_1}, x_{i_2}, \dots, x_{i_r})$ — выборка длины r

(n, r) — выборка

2 Выборки

- в которых порядок существенен: *перестановки*: $P_n^r = (x_{i_1}, x_{i_2}, \dots, x_{i_r})$

Свойства:

1. $C_n^r = \frac{P_n^r}{r!}$

- в которых порядок несущественен: *сочетания*: $C_n^r = [x_{i_1}, x_{i_2}, \dots, x_{i_r}]$

Свойства:

1. $C_n^r = C_n^{n-r}$

2. $C_{m+n}^n = C_{m+n}^m$

3. $2^n = \sum_{k=0}^n C_n^k$

4. $C_n^k = C_{n-1}^{k+1} + C_{n-1}^k$

Над выборками с повторениями ставится крышка

3 Формулы

пор — порядок важен; повт — допускаются ли повторения; n — количество элементов в множестве; r — количество элементов в выборке

Название	пор	повт	практическая формула	теоретическая формула
Перестановки	✓	✗	$P_n^r = n(n-1) \cdot \dots \cdot (n-r+1)$	$P_n^r = \frac{n!}{(n-r)!}$
Перестановки	✓	✓	$\overline{P}_n^r = n^r$	$\overline{P}_n^r = n^r$
Сочетания	✗	✗	$C_n^r = \frac{n(n-1) \cdot \dots \cdot (n-r+1)}{r!}$	$C_n^r = \frac{n!}{(n-r)!r!}$
Сочетания	✗	✓	$\overline{C}_n^r = C_{n+r-1}^r$	она же

4 Правила

4.1 Правило суммы

$$|X| = m$$

$$|Y| = n$$

$$X \cap Y = \emptyset \Rightarrow$$

$$\Rightarrow |X \cup Y| = m + n$$

4.2 Правило произведения

$$X \times Y = \{(x; y) : \forall x \in X, \forall y \in Y\}$$

$$|X| = m$$

$$|Y| = n$$

$$|X \times Y| = mn$$