

⇒ How your execution time increases if I increase the size of the input

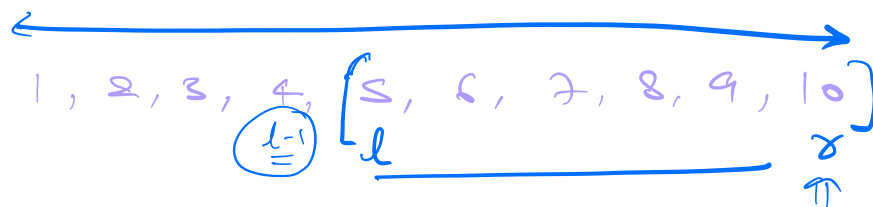
| | | | |
|---|------------|---|------------------|
| | N | | |
| A | 10 (1 sec) | → | 10^5 (4 sec) |
| B | 10 (1 sec) | → | 10^3 (300 sec) |

① $N \Rightarrow \log_2 N$ steps

② How many elements are there in the range $[l, r]$

3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 ⇒ 8

elements = $r - l + 1$ ~~not~~

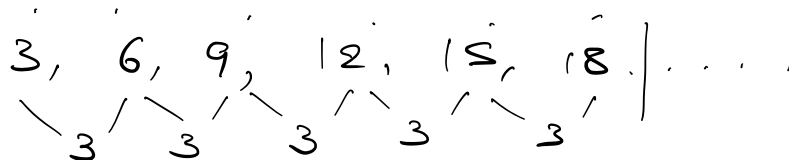


$$(1 \text{ to } r) - (1 \text{ to } (l-1))$$

$$r - (l-1) = \underline{\underline{r - l + 1}}$$

$$[l, r] \Rightarrow r - l + 1$$

③ AP



$n \Rightarrow$ no. of terms in the sequence (6)
 $a \Rightarrow$ first term (3)
 $d \Rightarrow$ common difference (3)

$$S_n = \frac{n}{2} (2a + (n-1)d)$$

④ GP

$$2, 6, 18, 54, \dots$$

$\backslash \quad / \quad \backslash \quad / \quad \backslash \quad /$
 $\quad 3 \quad \quad 3 \quad \quad 3$

$a \Rightarrow$ first term (2)
 $r \Rightarrow$ common ratio (3)
 $n \Rightarrow$ no. of terms (4)

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{(r - 1)}$$

⑤ $\log_a a^x = x$

$\log_2 32 = \log_{\text{Base } 2} 2^5 = 5$

1) void func (int N) {

s = 0

for (i = 1; i <= N; i++) {

 s = s + i; }

i = 1, 2, 3, ..., N

$$= [1, N] = N - 1 + 1 = \underline{\underline{N}}$$

2) void fn (int N, int M) {

s = 0;

① for (i = 1; i <= N; i++) {

 s = s + i;

$$\Rightarrow [1, N] \Rightarrow N$$

② for (j = 1; j <= M; j++) {

 s = s + j;

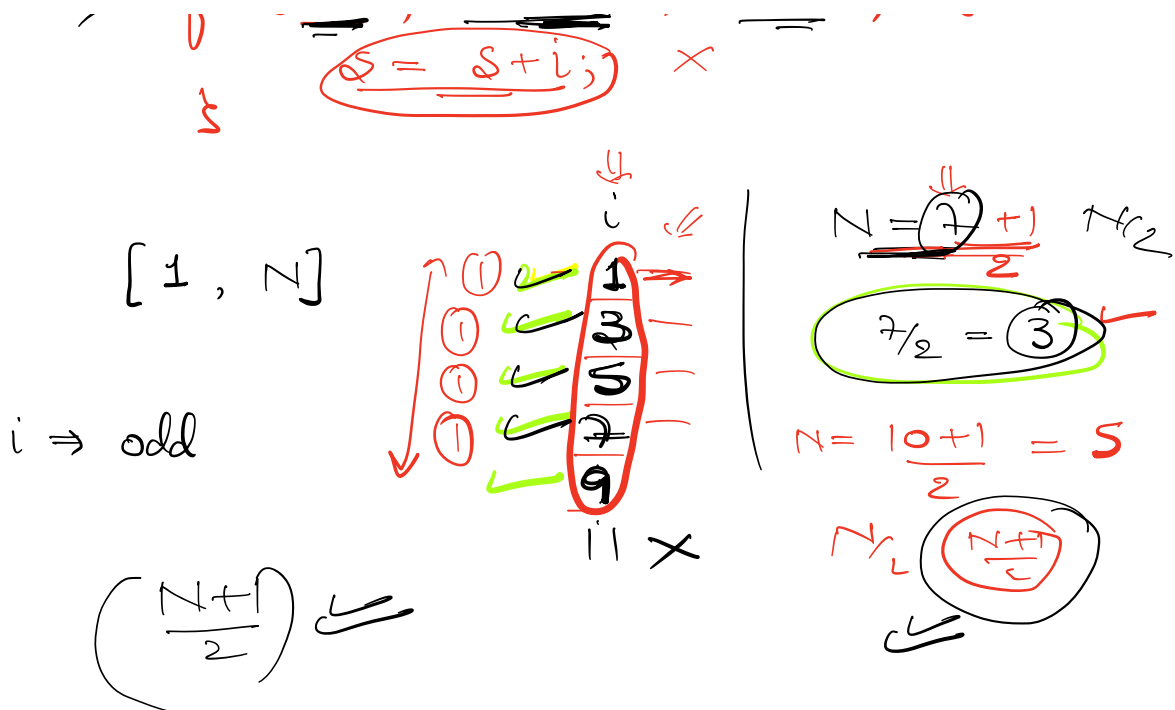
$$\Rightarrow [1, M] \Rightarrow M$$

$$\# \text{ iterations} = N + M$$

③ void fn (int N) {

s = 0

for (i = 1; i <= N; i += 2) {



④ void fn (int N) {

$s = 0;$

for ($i = 0$; $i \leq 100$; $i++$) {

$s = s + i;$

}

}

$$[0, 100] = 100 - 0 + 1 = \underline{\underline{101}}$$

⑤ void fn (N) {

$s = 0;$

for ($i = 1$; $i * i \leq N$; $i++$) {

$s = s + i^2;$

}

}

2. Bone

$$i \Rightarrow [1, \sqrt{N}] \Rightarrow \sqrt{N} - 1 \neq \sqrt{N}$$

integer

$$i \times i \leq N \Rightarrow i^2 \leq N$$

$$i \leq \sqrt{N}$$

⑥ void fn (N) {

int i = N
 ➔ while (i > 1) {
 i = i/2;
 }

↳

$$i \Rightarrow [N \Rightarrow 2]$$

| IT | i |
|----|-----|
| 1 | N |
| 2 | N/2 |
| 3 | N/4 |
| 4 | N/8 |

$$\left. \begin{array}{l} N/2 \quad N/2^1 \\ N/4 \quad N/2^2 \\ N/8 \quad N/2^3 \\ N/16 \quad N/2^4 \end{array} \right\}$$

$$1/2$$

⋮
K

$$\left(\frac{N}{2^K} \right) = 1$$

$$\frac{N}{2^K} = 1 \Rightarrow$$

$$N = 2^K$$

Take \log_2 both side

$$\log_2 N = \log_2 2^K$$

$$\log_2 N = \underline{\underline{K}}$$

⑦ void fn (int N) {

S = 0;

for (i = 0; i <= N; i = i * 2) {

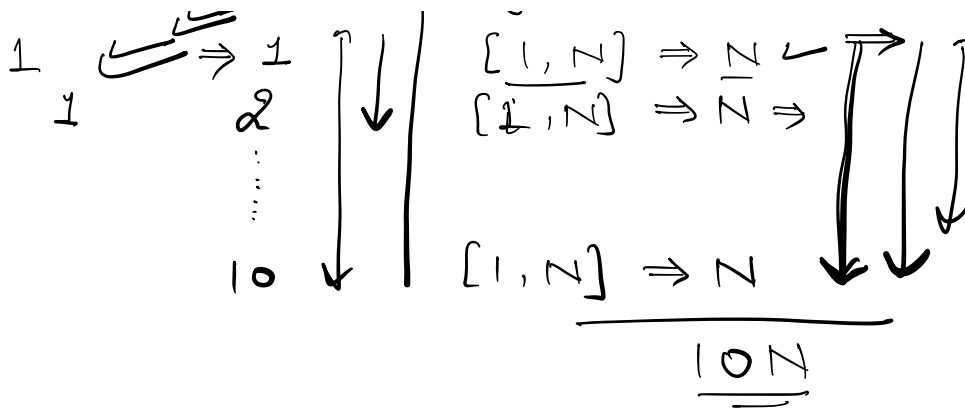
S = S + i;

}

}

2, 4, 8

i = 0
1
2
4
8
16
32
64
128
256
512
1024
2048
4096
8192
16384
32768
65536
131072
262144
524288
1048576
2097152
4194304
8388608
16777216
33554432
67108864
134217728
268435456
536870912
1073741824
2147483648
4294967296
8589934592
17179869184
34359738368
68719476736
137438953472
274877906944
549755813888
1099511627776
2199023255552
4398046511104
8796093022208
17592186044416
35184372088832
70368744177664
140737488355328
281474976710656
562949953421312
1125899906842624
2251799813685248
4503599627370496
9007199254740992
18014398509481984
36028797018963968
72057594037927936
144115188075855872
288230376151711744
576460752303423488
1152921504606846976
2305843009213693952
4611686018427387904
9223372036854775808
18446744073709551616
36893488147419103232
73786976294838206464
147573952589676412928
295147905179352825856
590295810358705651712
1180591620717411303424
2361183241434822606848
4722366482869645213696
9444732965739290427392
18889465931478580854784
37778931862957161709568
75557863725914323419136
151115727451828646838272
302231454903657293676544
604462909807314587353088
1208925819614629174706176
2417851639229258349412352
4835703278458516698824704
9671406556917033397649408
19342813113834066795298816
38685626227668133590597632
77371252455336267181195264
154742504910672534362390528
309485009821345068724781056
618970019642690137449562112
1237940039285380274899124224
2475880078570760549798248448
4951760157141521099596496896
9903520314283042199192993792
19807040628566084398385987584
39614081257132168796771975168
79228162514264337593543950336
158456325028528675187087900672
316912650057057350374175801344
633825300114114700748351602688
1267650600228229401496703205376
2535301200456458802993406410752
5070602400912917605986812821504
10141204801825835211973625643008
20282409603651670423947251286016
40564819207303340847894502572032
81129638414606681695789005144064
162259276829213363391578010288128
324518553658426726783156020576256
649037107316853453566312041152512
1298074214633706907132624082305024
2596148429267413814265248164610048
5192296858534827628530496329220096
10384593717069655257060992658440192
20769187434139310514121985316880384
41538374868278621028243970633760768
83076749736557242056487941267521536
166153499473114484112975882535043072
332306998946228968225951765070086144
664613997892457936451903530140172288
1329227995784915872903807060280344576
2658455991569831745807614120560689152
5316911983139663491615228241121378304
10633823966279326983230456482242756608
21267647932558653966460912964485513216
42535295865117307932921825928971026432
85070591730234615865843651857942052864
170141183460469231731687303715884105728
340282366920938463463374607431768211456
680564733841876926926749214863536422912
1361129467683753853853498429727072845824
2722258935367507707706996859454145691648
5444517870735015415413993718908291383296
10889035741470030830827987437816582766592
21778071482940061661655974875633165533184
43556142965880123323311949751266331066368
87112285931760246646623899502532662132736
174224571863520493293247799005065324265472
348449143727040986586495598010130648530944
696898287454081973172991196020261297061888
1393796574908163946345982392040522594123776
2787593149816327892691964784081045188247552
5575186299632655785383929568162090376495104
11150372599265311570767859136324180752990208
22300745198530623141535718272648361505980416
44601490397061246283071436545296723011960832
89202980794122492566142873090593446023921664
178405961588244985132285746181186892047843328
356811923176489970264571492362373784095686656
713623846352979940529142984724747568191373312
1427247692705959881058285969449495136382746624
2854495385411919762116571938898990272765493248
5708990770823839524233143877797980545530986496
11417981541647679048466287755595961091061972992
22835963083295358096932575511191922182123945984
45671926166590716193865151022383844364247891968
91343852333181432387730302044767688728495783936
182687704666362864775460604089535377456991567872
365375409332725729550921208179070754913983135744
730750818665451459101842416358141509827966271488
1461501637330902918203684832716283019655932542976
2923003274661805836407369665432566039311865085952
5846006549323611672814739330865132078623730171904
11692013098647223345629478661730264157247460343808
23384026197294446691258957323460528314494920687616
46768052394588893382517914646921056628989841375232
93536104789177786765035829293842113257979682750464
187072209578355573530071658587684226515959365500928
374144419156711147060143317175368453031918731001856
748288838313422294120286634350736906063837462003712
1496577676626844588240573268701473812127674924007424
2993155353253689176481146537402947624255349848014848
5986310706507378352962293074805895248510699696029696
11972621413014756705924586149611790497021399392059392
23945242826029513411849172299223580994042798784118784
47890485652059026823698344598447161988085597568237568
95780971304118053647396689196894323976171195136475136
191561942608236107294793378393788647952342390272950272
383123885216472214589586756787577295904684780545900544
766247770432944429179173513575154591809369561091801088
1532495540865888858358347027150309183618739122183602176
3064991081731777716716694054300618367237478244367204352
6129982163463555433433388108601236734474956488734408704
12259964326927110866866776217202473468949912977468817408
24519928653854221733733552434404946937899825954937634816
49039857307708443467467104868809893875799651909875269632
98079714615416886934934209737619787751599303819750539264
196159429230833773869868419475239575503198607639501078528
392318858461667547739736838950479151006397215279002157056
784637716923335095479473677900958302012794430558004314112
1569275433846670190958947355801916604025588861116008628224
3138550867693340381917894711603833208051177722232017256448
6277101735386680763835789423207666416102355444464034512896
12554203470773361527671578846415332832204710888928069025792
25108406941546723055343157692830665664409421777856138051584
50216813883093446110686315385661331328818843555712276103168
100433627766186892221372630771322662657637687111424552206336
200867255532373784442745261542645325315275374222849104412672
401734511064747568885490523085290650630550748445698208825344
803469022129495137770981046170581301261101496891396417650688
1606938044258990275541962092341162602522202993782792835301376
3213876088517980551083924184682325205044405987565585670602752
6427752177035961102167848369364650410088811975131171341205504
12855504354071922204335696738729300820177623950262342682411008
25711008708143844408671393477458601640355247900524685364822016
51422017416287688817342786954917203280710495801049370729644032
102844034832575377634685573909834406561420991602098741459288064
205688069665150755269371147819668813122841983204197482918576128
411376139330301510538742295639337626245683966408394965837152256
822752278660603021077484591278675252491367932816789931674304512
1645504557321206042154969182557350504982735865633579863348609024
3291009114642412084309938365114701009965471731267159726697218048
6582018229284824168619876730229402019930943462534319453394436096
13164036458569648337239753460458804039861886925068638906788872192
26328072917139296674479506920917608079723773850137277813577744384
52656145834278593348959013841835216159447547700274555627155488768
105312291668557186697918027683670432318895095400549111254310977536
210624583337114373395836055367340864637790190801098222508621955072
421249166674228746791672110734681729275580381602196445017243910144
842498333348457493583344221469363458551160763204392890034487820288
1684996666696914987166688442938726917102321526408785780068975640576
3369993333393829974333376885877453834204643052817571560137951281152
6739986666787659948666753771754907668409286105635143120275902562304
13479973333575319897333507543509815336818572211270286240551805124608
26959946667150639794667015087019630673637144422540572481103610249216
53919893334301279589334030174039261347274288845081144962207220498432
107839786668602559178668060348078522694548577690162289924414440996864
215679573337205118357336120696157045389097155380324579848828881993728
431359146674410236714672241392314090778194310760649159697657763987456
862718293348820473429344482784628181556388621521298319395315527974912
1725436586697640946858688965569256363112777243042596638790631055949824
3450873173395281893717377931138512726225554486085193277581262111899648
6901746346790563787434755862277025452451108972170386555162524223799296
13803492693581127574869511724554050904902217944340773110325048447598592
27606985387162255149739023449108101809804435888681546220650096895197184
55213970774324510299478046898216203619608871777363092441300193790394368
110427941548649020598956093796432407239217743554726184882600387580788736
220855883097298041197912187592864814478435487109452369765200775161577472
441711766194596082395824375185729628956870974218904739530401550323154944
883423532389192164791648750371459257913741948437809479060803100646309888
1766847064778384329583297500742918515827483896875618958121606201292619776
3533694129556768659166595001485837031654967793751237916243212402585239552
7067388259113537318333190002971674063309935587502475832486424805170479104
14134776518227074636666380005943348126619871175004951664972849610340958208
28269553036454149273332760011886696253239742350009903329945699220681916416
56539106072908298546665520023773392506479484700019806659891398441363832832
113078212145816597093331040047546785012958969400039613319782796882727665664
226156424291633194186662080095093570025917938800079226639565593765455331328
452312848583266388373324160190187140051835877600158453279131187530910662656
904625697166532776746648320380374280103671755200316906558262375061821325312
1809251394333065553493296640760748560207343510400633813116524750123642650624
3618502788666131106986593281521497120414687020801267626233049500247285301248
7237005577332262213973186563042994240829374041602535252466099000494570602496
14474011154664524427946373126085988481658748083205070504932198000989141204992
28948022309329048855892746252171976963317496166410141009864396001978282409984
57896044618658097711785492504343953926634992332820282019728792003956564819968
115792089237316195423570985008687907853269984665640564039457584007913129639936
231584178474632390847141970017375815706539969331281128078915168015826259279872
463168356949264781694283940034751631413079938662562256157830336031652518559744
926336713898529563388567880069503262826159877325124512315660672063305037119488
1852673427797059126777135760139006525652319754650249024631321344126610074238976
3705346855594118253554271520278013051304639509300498049262642688253220148477952
7410693711188236507108543040556026102609279018600996098525285376506440296955904
14821387422376473014217086081112052205218558037201992197050570753012880593911808
29642774844752946028434172162224104410437116074403984394101141506025761187823616
59285549689505892056868344324448208820874232148807968788202283012051522375647232
118571099379011784113736688648896417641748464297615937576404566024103044751294464
237142198758023568227473377297792835283496928595231875152809132048206089502588928
474284397516047136454946754595585670566993857190463750305618264096412179005177856
948568795032094272909893509191171341133987714380927500611236528192824358010355712
1897137590064188545819787018382342682267975428761855001222473056385648716020711424
3794275180128377091639574036764685364535950857523710002444946112771297432041422848
7588550360256754183279148073529370729071901715047420004889892225542594864082845696
15177100720513508366558296147058741458143803430094840009779784451085189728165691392
303542014410270167331165922941174829162876



9 void fn(N) {

 S = 0;
 for (i = 1; i <= N; i = i * 2) {
 S = S + i;
 }

| Iteration | before | after |
|-----------|--------|----------------------|
| 1 | 1 | $2 \Rightarrow 2^1$ |
| 2 | 2 | $4 \Rightarrow 2^2$ |
| 3 | 4 | $8 \Rightarrow 2^3$ |
| 4 | 8 | $16 \Rightarrow 2^4$ |
| ... | | |
| K | | |

2^K

$\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 4 \\ 8 \end{bmatrix} \parallel 4$ $2^{K/2} = N$

16x

$$K \approx \log_2 \frac{N}{T}$$

$$N = 10$$

| | |
|---|----|
| ✓ | 1 |
| ✓ | 2 |
| ✓ | 4 |
| ✓ | 8 |
| | 16 |

$$\log_2 10 \approx 3.17$$

⑩ void fn ($\begin{matrix} 1 \rightarrow 1 \\ 2 \rightarrow 1 \\ \vdots \\ 2 \rightarrow 1 \end{matrix}$) \Rightarrow 11111

$$S = 0;$$

① for ($i=1$; $i \leq N$; $i++$) d

⇒ ② for ($j=1$; $j \leq n$; $j++$)

$$S = S_+ + i x_j;$$

3

§

১

$$\begin{matrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \end{matrix}$$

$$\begin{array}{c} \downarrow \\ [1 - 2] \end{array} \Rightarrow \begin{array}{c} \textcircled{2} \\ \textcircled{2} \\ \textcircled{2} \end{array}$$

✓

$$\underline{\underline{N \times N}}$$

$$\# \text{ iterations} = N^2$$

⑪ void fn (N) {

① $s = 0;$
 $\text{for } (i = 0; i < N; i++) \{$
 ② $\text{for } (j = 0; j \leq i; j++) \{$
 $s = s + (i \times j);$

}

| i | j | # iterations |
|-----|----------|--------------|
| → 0 | [0, 0] | 1 ✓ |
| 1 | [0, 1] | 2 ✓ |
| 2 | [0, 2] | 3 ✓ |
| 3 | [0, 3] | 4 ✓ |
| ⋮ | ⋮ | ⋮ |
| N-1 | [0, N-1] | N ✓ |

$(N)(N+1)$

$a = \underline{1} + \underline{2} + \underline{3} + \underline{4} \dots \underline{N}$

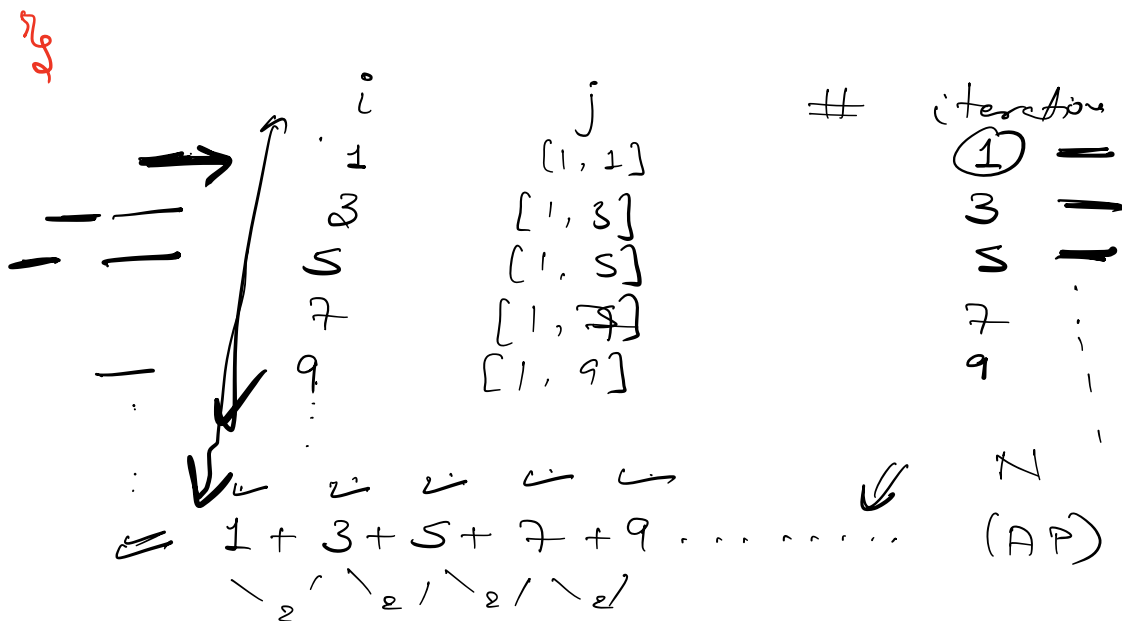
$\underline{N = N}$
 $\underline{d = 1}$

$$S_n = \frac{N}{2} (2 + (N-1) \cdot 2)$$

$$\frac{N}{2} (N+1) = \frac{N^2 + N}{2}$$

(12) void fn (N) {

for (i = 1; i <= N; i = i + 2) {
 for (j = 1; j <= i; j++) {
 print (i + j);
 }
}



$a = 1$
 $d = 2$
 # elements in the sequence = $\left(\frac{N+1}{2}\right)$

$$S_n = \frac{\frac{N}{2}}{2} \left(2a + (n-1)d \right)$$

$$\frac{1}{2} \left(\frac{N+1}{2} \right) \left(2 + \left(\frac{N+1}{2} - 1 \right) 2 \right)$$

$$\frac{1}{2} \left(\frac{N+1}{2} \right) \left(2 + \frac{N+1-2}{2} \times 2 \right)$$

$$= \frac{(N+1)(N+1)}{4}$$

$$= \frac{(N+1)^2}{4} = \left(\frac{N^2 + 1^2 + 2N}{4} \right)$$

13

void fn (N) {

for (i=1; i<=N; i++) {

for (j=1; j<=N; j=j*2) {

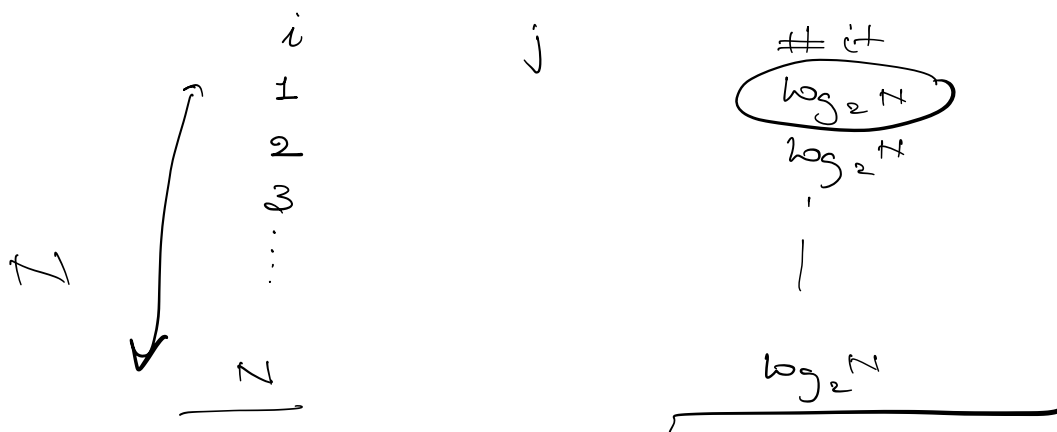
print(i*j);

}

}

}

}



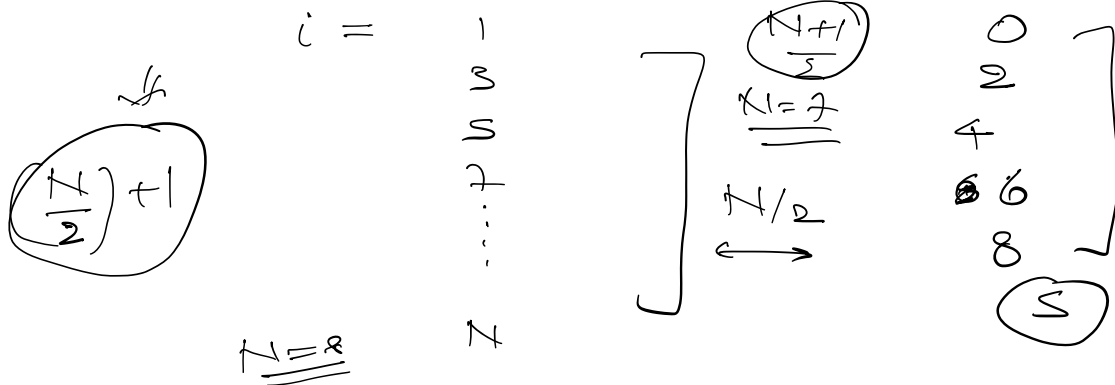
$$\# \text{ iterations} = N \times \log_2 N$$

Doubts

for ($i=1$; $i \leq N$; $i = i+2$)

//

{



$$\underline{N=7}$$

$$7/2 = 3$$

1, 3, 5, 7
← 4 times →

14 -

$$\frac{N+1}{2}$$

$$N=8$$

$$(1, 3, 5, 7)$$

← 4 times →

$$N/2$$

$$\frac{N+1}{2} = 9/2 = 4$$