

Team AI

Aufgabe 1:

- 1.) Die entstehende Fehler kann nicht mehr richtig interpretiert werden. (Nur weil die Klassen zufällig weit auseinander liegen, soll der Fehler niedrig sein?). Ein einzelnes Neuron als Ausgangsschicht ist ebenso ungeeignet, da ein Sample das nahe in Klasse 1 liegt aber auch nahe in Klasse 3, wahrscheinlich als 2 klassifiziert würde.

$$\begin{aligned}
 3a) \quad H_A(B) &= \sum_{i=1}^4 B(x_i) \log_2\left(\frac{1}{A(x_i)}\right) \\
 &= \frac{1}{2} \log_2(8) + \frac{1}{4} \log_2(2) + \frac{1}{8} \log_2(4) + \frac{1}{8} \log_2(8) \\
 &= \frac{3}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{3}{8} \\
 &= \frac{19}{8} = \underline{\underline{2,375}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 b) \quad H_B(A) &= \sum_{i=1}^4 A(x_i) \log_2\left(\frac{1}{B(x_i)}\right) \\
 &= \frac{1}{8} \log_2(2) + \frac{1}{2} \log_2(4) + \frac{1}{4} \log_2(8) + \frac{1}{8} \log_2(8) \\
 &= \frac{1}{8} + 1 + \frac{3}{4} + \frac{3}{8} \\
 &= \frac{18}{8} = \underline{\underline{2,25}}
 \end{aligned}$$

c) Es gilt $H_B(B) = H(B) = 1,75$

d) $D_A(B) = H_A(B) - H(B) = 2,375 - 1,75 = \underline{\underline{0,625}}$

$D_B(A) = H_B(A) - H(A) = 2,25 - 1,75 = \underline{\underline{0,5}}$

$D_B(B) = H_B(B) - H(B) = H(B) - H(B) = \underline{\underline{0}}$

4.)

$$\text{I) Gibbs-Ungleichung: } \sum_x Q(x) \log_2 \left(\frac{1}{Q(x)} \right) \leq \sum_x Q(x) \log_2 \left(\frac{1}{P(x)} \right) \\ \forall P, Q \in X.$$

Seien $P, Q \in X$ beliebig.

$$\Rightarrow D_Q(P) = H_Q(P) - H(P)$$

$$\begin{aligned} &= \sum_x P(x) \log_2 \left(\frac{1}{Q(x)} \right) - \sum_x P(x) \log_2 \left(\frac{1}{P(x)} \right) \\ &\stackrel{\text{Gibbs}}{\geq} \sum_x P(x) \log_2 \left(\frac{1}{P(x)} \right) - \sum_x P(x) \log_2 \left(\frac{1}{P(x)} \right) \\ &= H(P) - H(P) = 0 \end{aligned}$$

II) ist nicht erfüllt, da in 3d) gilt

$$D_A(B) = 0,625 \neq 0,5 = D_B(A)$$

III) Sei $Q \in X$:

$$\Rightarrow D_Q(Q) = \underbrace{H_Q(Q)}_{=H(Q)} - H(Q) = 0$$

5a) $D_C(B)$ wird minimal, falls C und B möglichst gleich sind.

Wir können t sogar wählen, s.d. C und B übereinstimmen,

$$t \cdot \frac{3}{4} \stackrel{!}{=} \frac{1}{2} \Leftrightarrow t = \frac{4}{3 \cdot 2} = \underline{\underline{\frac{2}{3}}}$$