18.06.19

Übung 6

$\boxed{A1}$

③ a) $H_A(B) = \sum_x B(x) \log_2\left(\frac{1}{A(x)}\right) = \frac{1}{2}\underbrace{\log_2(8)}_{=3} + \frac{1}{4}\underbrace{\log_2(2)}_{=1} + \frac{1}{8}\underbrace{\log_2(4)}_{=2} + \frac{1}{8}\underbrace{\log_2(8)}_{=3}$

$= \frac{19}{8}$

b) $H_B(A) = \frac{1}{8}\log_2(2) + \frac{1}{2}\log_2(4) + \frac{1}{4}\log_2(8) + \frac{1}{8}\log_2(8) = \frac{9}{4}$

c) $H_B(B) = H(B) = 1.75$

d) $D_A(B) = H_A(B) - H(B) = \frac{19}{8} - 1.75 = 0.625$

$D_B(A) = H_B(A) - H(A) = \frac{9}{4} - 1.75 = \frac{1}{2}$

$D_B(B) = H_B(B) - H(B) = 0$

④ (III) $D_Q(Q) = H_Q(Q) - H(Q) = H(Q) - H(Q) = 0$ ✓

(I) $D_Q(P) = H_Q(P) - \underbrace{H(P)}_{\text{Minimum}} \geq 0$

⑤ a) $D_C(B)$ minimal, wenn $H_C(B) = H(B) \Leftrightarrow C = B \Leftrightarrow t = \frac{2}{3}$

$\boxed{A2}$

① a) ·) $e^x \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow y_i \geq 0$

·) $\sum_{i=1}^n y_i = \sum_{i=1}^n \frac{e^{cu_i}}{\sum_{j=1}^n e^{cu_j}} = \frac{1}{\sum_{j=1}^n e^{cu_j}} \cdot \sum_{i=1}^n e^{cu_i} = 1$

b) $y_1 = \frac{e^{cu_1}}{\sum_{j=1}^3 e^{cu_j}} = \frac{e^{cu_1}}{e^{cu_1} + e^{cu_2} + e^{cu_3}} = \frac{1}{1 + e^{c(u_2-u_1)} + e^{c(u_3-u_1)}}$

c) $\lim_{c\to\infty} y_1 = \lim_{c\to\infty} \frac{1}{1+e^{c(u_2-u_1)} + e^{c(u_3-u_1)}}$

i) $u_1 > u_2 > u_3$: $e^{c(u_2-u_1)} \geq 0 \to \infty \quad e^{c(u_3-u_1)} \geq 0 \to \infty \Rightarrow \lim_{c\to\infty} y_1 = 0$

ii) $u_2 > u_1 > u_3$: $e^{c(u_2-u_1)} \leq 0 \to 0 \quad e^{c(u_3-u_1)} \geq 0 \to \infty \Rightarrow \lim_{c\to\infty} y_1 = 0$

iii) $u_2 > u_3 > u_1$: $e^{c(u_2-u_1)} \leq 0 \to 0 \quad e^{c(u_3-u_1)} \leq 0 \to 0 \Rightarrow \lim_{c\to\infty} y_1 = 1$

d) i) $c>0$: y_i sinken gegen 0 $\forall i$ außer $i=6$ (geht nach oben)
kleine u_i werden gedämpft

ii) $c=0$: alle $y_i = 0.1$, nicht wird gedämpft.

iii) $c<0$: y_i sinken gegen 0 $\forall i$ außer $i=1$ (geht nach oben)
große u_i werden gedämpft.

② a) $$\frac{\partial E}{\partial y_1} = -t_1 \frac{1}{y_1[u_1(w_1), u_2(w_2)]}$$

$$\frac{\partial E}{\partial y_2} = -t_2 \frac{1}{y_2[u_1(w_1), u_2(w_2)]}$$

b) $$y_1 = \frac{e^{cu_1}}{e^{cu_1} + e^{cu_2}}$$

$$\frac{\partial y_1}{\partial u_2} = e^{cu_1} (-1) (e^{cu_1} + e^{cu_2})^{-2} \cdot c e^{cu_2} \overset{c=1}{=} - \frac{e^{u_1} e^{u_2}}{(e^{u_1}+e^{u_2})(e^{u_1}+e^{u_2})} = -y_1 y_2$$

$$y_2 = \frac{e^{cu_2}}{e^{cu_1} + e^{cu_2}}$$

$$\frac{\partial y_2}{\partial u_2} = c e^{cu_2} \frac{1}{e^{cu_1} + e^{cu_2}} + e^{cu_2} (e^{cu_1} + e^{cu_2})^{-2} \cdot c e^{cu_2}$$

$$\overset{c=1}{=} \frac{e^{u_2}}{e^{u_1} + e^{u_2}} - \frac{e^{u_2} e^{u_2}}{(e^{cu_1} + e^{cu_2}) \cdot (e^{cu_1} + e^{cu_2})} = y_2 - y_2^2$$

c) $$u_2 = w_2 \cdot x + b_2 \qquad \frac{\partial u_2}{\partial w_2} = x$$

d) $$\frac{\partial E}{\partial w_2} = \frac{\partial E}{\partial y_1} \frac{\partial y_1}{\partial u_2} \frac{\partial u_2}{\partial w_2} + \frac{\partial E}{\partial y_2} \frac{\partial y_2}{\partial u_2} \frac{\partial u_2}{\partial w_2}$$

$$= \frac{t}{y_1[u_1(w_1), y_2(u_2)]} y_1 y_2 x - \frac{t}{y_2[u_1(w_1), u_2(w_2)]} (y_2 - y_2^2) x$$

$$= t_1 y_2 x - t_2 x + t_2 y_2 x = x \, (y_2 \underbrace{(t_1 + t_2)}_{=1} - t_2) = x(y_2 - t_2)$$

e) Bei Blatt 3 wird nach einem gewissen Punkt abgeleitet.
Bei Blatt 6 wird allgemein abgeleitet.