

Функан 1

Максим Пасько 776

6 сентября 2019 г.

1.2

(a)

$$x \leq_f y \Leftrightarrow f(x) + |x - y| \leq f(y)$$

Проверим все свойства отношения частичного порядка:

1) Рефлексивность:

$$f(x) + |x - x| = f(x) \leq f(x) \text{ - верно.}$$

2) Антисимметричность:

$$f(x) + |x - y| \leq f(y)$$

$$f(y) + |x - y| \leq f(x)$$

Сложим неравенства, получим

$$f(x) + f(y) + 2|x - y| \leq f(x) + f(y) \Leftrightarrow |x - y| \leq 0 \Rightarrow x = y \text{ - верно.}$$

3) Транзитивность:

$$f(x) + |x - y| \leq f(y)$$

$$f(y) + |y - z| \leq f(z)$$

Сложим неравенства, получим

$$f(x) + |x - y| + |y - z| + f(y) \leq f(y) + f(z)$$

При этом, $|x - y| + |y - z| \geq |x - z|$, откуда следует, что

$$f(x) + |x - z| \leq f(z) \text{ - верно.}$$

1.3

(a)