TRADUCIR EL PROBLEMA

Nuestra función de coste:

$$f_D(x^1, \dots, x^M) = \sum_{l=1}^{M} \sum_{i,j=1}^{N} D_{ij} x_{ij}^{l} \qquad (1)$$

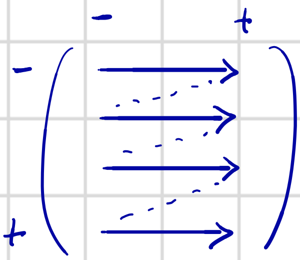
Hay que escribirla como

$$f_Q(y^1, \dots, y^M) = \sum_{l=1}^{M} (y^l)^T \cdot Q \cdot y^l, \qquad (2)$$

donde Q es una matriz simétrica, cuadrada de orden N_1 e y es un vector columna de N_1 filas.

Estrategia: vamos a desenrollar las matrices D y χ^{ℓ} para que $N_1 = N^2$.

1.- $\chi^{\ell} \to y^{\ell}$



Ordenamos los pares $\{(i,j)\}_{i,j=1}^{N}$ de manera que

$(i_1, j_1) > (i_2, j_2) \iff i_1 > i_2$ ó $(i_1 = i_2$ y $j_1 > j_2)$

$$\left.\begin{array}{l} 1 \to (1,1) \\ 2 \to (1,2) \\ \vdots \\ N_1 \to (N,N) \end{array}\right\} \Rightarrow N_1 = N^2$$

mínimo global
en mínimos globales

2.- $D \to Q$. Podemos ver $Q_{ij,mn} = D_{ij} \cdot D_{mn}$

y con el mismo orden definido antes, tenemos

$Q_{k=\{(i,j)\}\, s=\{(m,n)\}}$ simétrica y de orden $N^2 \times N^2$

Ya tenemos reescritas las condiciones para nuestra $f_Q(y^1, \ldots, y^M)$.

Ahora, las restricciones:

1) $\sum_i y_i^l = p \quad \forall l = 1, \ldots, m$

2) $\left(\sum_{j=0}^{N-1} y^l_{Ni+j}\right) \leq 1 \quad \forall i = 0, N-1$

3) $\left(\sum_{j=0}^{N-1} y_{Nj+i}\right) \quad \forall i = 0, \ldots, N-1$

Hay que calcular los $(y^l)^1, \ldots, (y^l)^p$

¿Cómo? Con $P_k = ((X^l)^T \otimes I_N)^{k-1}$ /

$$(y^l)^k = P_k (y^l)$$

4) $$\sum_{K=0}^{N-1} (y^{l})^{p}_{K(N+1)} = p \quad \forall l = 1, \dots, M$$

5) $$\sum_{n=1}^{p-1} \sum_{K=0}^{N-1} (y^{l})^{n}_{K(N+1)} = 0 \quad \forall l = 1, \dots, M$$