Representación de datos con funciones

Programación funcional

Repaso

Hasta ahora vimos:

- Valores, expresiones y reducción
- Tipos, currificación y funciones de alto orden
- Recursión

¿Qué es una propiedad?

Propiedad

Una *propiedad* es una sentencia sobre un elemento que puede ser verdadera o falsa.

Ejemplos de propiedades sobre programas:

- Terminación
- Equivalencia
- Correctitud[1]
- (No-)Vacuidad

[1] La palabra correcta en castellano es corrección.

¿Cómo verificamos una equivalencia?

Demostración

Una *demostración* es una secuencia de transformaciones bien fundadas llegando a una conclusión válida a partir de una premisa dada.

Ejemplos:

```
True || False ≡ True
```

```
nul [] ≡ True
```

En nuestro caso usamos el mecanismo de cómputo por reducción para justificar transformaciones:

- Cada paso tiene que estar justificado por un axioma (e.g. regla de reducción) o una propiedad conocida.
- La conclusiones debe ser evidentemente verdadera (e.g. expresiones sintácticamente equivalentes).

α-equivalencia

¿Son equivalentes?

```
\x -> x  ≡  \y -> y
```

α-equivalencia

Las variables ligadas pueden renombrarse con un nombre fresco (α-conversión) sin alterar la semántica de la expresión.

Entonces, renombrado `y` por `x`:

```
\x -> x  ≡  \x -> x
```

Dos expresiones sintácticamente idénticas son trivialmente equivalentes.

Extensionalidad

¿Cómo determinamos que dos funciones son equivalentes?

Principio de extensionalidad

Dos funciones son equivalentes si son equivalentes **para todo** parámetro.

Ejemplos:

```
curry (uncurry f) ≡ f

flip (curry f) ≡ curry (f . swap)
```

Cuantificadores

Un cuantificador permite especificar la cantidad de "especímenes" en un dominio de discurso que satisfacen una fórmula abierta.

Ejemplos:

```
(∀ x :: Nat)(odd x || even x ≡ True) -- todos
```

```
¬((∃ x :: Bool)(x == not x ≡ True)) -- al menos uno
```

Separación en casos

¿Cómo demostramos que
$(\forall$ `b :: Bool`$)$`(if b then True else False` $\equiv$ `id b)`

Separando en casos:

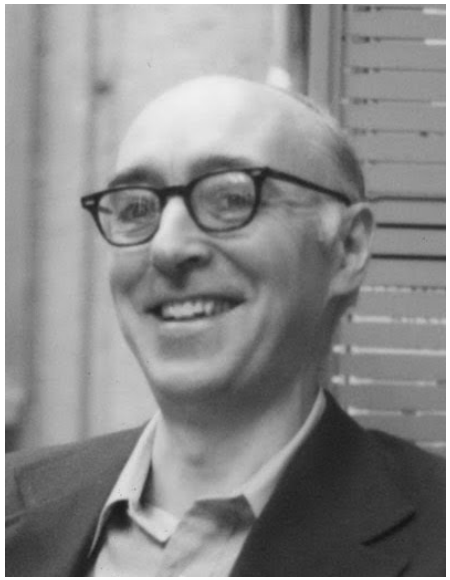
1. `b = True`
2. `b = False`

Para que la demostración sea correcta la separación en casos debe:

- ser exhaustiva; y
- llegar a una conclusión válida en cada caso.

Correspondencia Curry-Howard

Un programa es una prueba para la fórmula que representa su tipo.



William Howard

Ejemplo: Si existen funciones totales con los siguientes tipos, entonces las fórmulas que representan los tipos son verdaderas.

- `f :: a -> a`
- `g :: a -> b`

En sistemas de tipos más complejos es posible expresar propiedades más ricas.