Representación de datos con funciones

Programación funcional

Repaso

Hasta ahora vimos:

- Valores, expresiones y reducción
- Tipos, currificación y funciones de alto orden

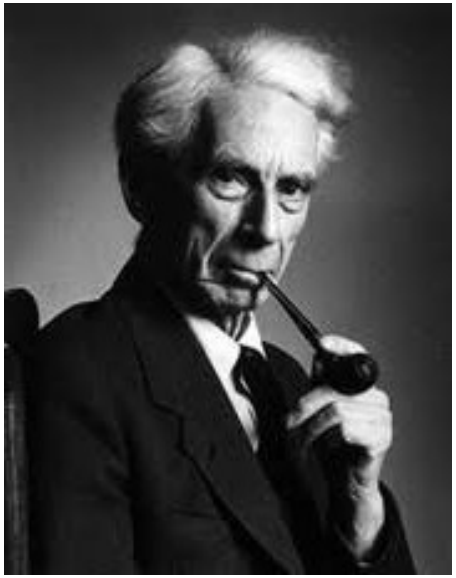
Ejemplos:

```
data Day = Mon | Tue | Wed | Thu | Fir | Sat | Sun

data Bool = True | False

isWeekend :: Day -> Bool
isWeekend Sat = True
isWeekend Sun = True
isWeekend _   = False
```

Conjuntos inductivos



Bertrand Russel

Conjunto inductivo

Un conjunto inductivo S es aquel que puede definirse mediante dos reglas:

- Reglas base: afirman que un elemento pertenece a S; y
- Reglas inductivas: afirman que un elemento compuesto pertenece a S si sus partes pertenecen a S.

Ejemplos:

```
data Nat = Zero | Suc Nat -- 1 caso base, 1 caso inductivo

data [a] = [] | a : [a] -- 1 caso base, 1 caso inductivo
```

Propiedades:

- pueden tener infinitos elementos; pero
- todos sus elementos son finitos.

Recursión

¿Cómo podemos definir funciones sobre estos conjuntos potencialmente infinitos?

Función recursiva

Sea `S` un conjunto inductivo y `f :: S -> T` una función.
Decimos que `f` es *recursiva* si y sólo si:

- Se define el valor de `(f` x`)` para cada elemento base x; y
- Se define el valor `(f` y`)` para cada elemento inductivo y, con partes inductivas $y_1, \ldots, y_n$, en función de `(f` y_1`)`$,\ldots,$`(f` y_n`)`.

Terminación

¿Qué debe cumplir una función recursiva para terminar?

1. Estar definida para los casos (base e inductivos) alcanzables.
2. Existe una función (total) monótona decreciente con respecto a los argumentos de los llamados recursivos.

Recursión estructural

Una función recursiva está definida *estructuralmente* cuando:

- Está definida para **todos** los casos base.
- Está definida para **todos** los casos inductivos mediante una función que toma como argumentos los llamados recursivos.
- En cada llamado recursivo se "descarta" un constructor del tipo inductivo.

Observación:

Las funciones definidas por recursión estructural siempre terminan.

Ejemplos

```
fact :: Integer -> Integer
fact 0 = 1
fact n = n * fact (n-1)
             ----------

length :: [a] -> Int
length []     = 0
length (x:xs) = 1 + length xs
                    ---------

(++) :: [a] -> [a] -> [a]
[] ++ ys      = ys
(x:xs) ++ ys = x:(xs++ys)
                  ------
```

Recursión a la cola

Cuando la llamada recursiva es la función más externa.

```
length' :: [a] -> Int
length' xs = lengthAux xs 0

lengthAux :: [a] -> Int -> Int
lengthAux [] l     = l
lengthAux (x:xs) l = lengthAux xs (l+1)
                     --------------------
```

- Puede compilarse más eficientemente (para casos en donde es imprescindible procesar la estructura entera).
- Al no ser estructural no tenemos garantía de terminación.

Recursión no-lineal

Cuando hay más una llamada recursiva:

```
fib :: Integer -> Integer
fib 0 = 1
fib 1 = 1
fib n = fib (n-1) + fib (n-2)
        ---------   ---------
```

Desafío

¿Podemos escribir `fib` de forma lineal y a la cola?

Tipos no-lineales

```
data Tree a = Nil | Bin a (Tree a) (Tree a)
                          ------   ------

height :: Tree -> Int
height Nil = 0
height (Bin e l r) = 1 + max (height l) (height r)
                             --------   --------


data Logic = TT | FF |
             Not Logic | And Logic Logic | Or Logic Logic
                 -----       ----- -----      ----- -----

value :: Logic -> Bool
value TT = True
value FF = False
value (Not p) = not (value p)
value (And p1 p2) = value p1 && value p2
value (Or p1 p2)  = value p1 || value p2
                    --------    --------
```