数据的表示和运算

目录

- 1. 数制与编码
- 2. 定点数的表示与运算
- 3. 算数逻辑单元ALU

- ◆ 进位计数制及其相互转换
- ◆ 真值和机器数
- ◆ 字符与汉字编码



『进位计数制』及其相互转换

任意进制转十进制 数码与权值相乘, 再把乘积相加

◆ 进位计数法

二进制 (Binary): 逢2进一

0,1 (最高位是符号位: 0正, 1负)

八进制 (Octal): 逢8进一

0,1,2,3,4,5,6,7

十进制 (Decimal): 逢10进一

0,1,2,3,4,5,6,7,8,9

十六进制 (Hex): 逢16进一

0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,A,B,C,D,E,F

二进制:	前缀: 0b或0B	后缀: b或B
8位数	0b0000 0010 (1 * 2 ¹ + 0B1000 0010 (1 * 2 ¹ + 0B0001 1011.1 = 27.5 (1*2 ⁴ +1*2 ³ +0+1*2 ¹ +1	$0*2^0=-2)$
<i>32</i> 位数	1000 0000 0000 0000	0000 0000 0000 0010b
64位数		0000 0000 0000 0000 0000 0000 0000 0010B

八进制:	前缀: 0	后缀: o/O或q/Q
八进制举例:	$012 (1*8^{1} + 2*8^{0} = 2)$ $170 (1*8^{1} + 7*8^{0} = 2)$	

十六进制:前缀: 0x或0X后缀: h或H十六进制举例:0x00, 0xFF (255) ,
520H ($5*16^2 + 2*16^1 + 0 = 1312$)



『进位计数制』及其相互转换

◆ 进制转换

二进制转八/十六进制

小数点前: 右起往左数, 三位/四位一组

小数点后: 左起往右数, 三位/四位一组

二转八:	点前左数,三位一组 点后右数,三位一组
01001110	$\frac{001}{1} \frac{001}{1} \frac{110}{6} => 1160$
11101.1011	<u>011 101.101 100</u> 3 5 . 5 4 => 35.540

二转十六:	点前左数,四位一组	点后右数,四位一组
01001110	<u>0100</u> <u>1110</u> 4 E	=> 4EH
11101.1011	0001 1101.1011 1 D . B	=> 1DBH



『进位计数制』及其相互转换

有些十进制小数无法 完全转换为二进制

◆ 进制转换

二进制转八/十六进制

十进制转其它进制

整数部分: 除基取余法

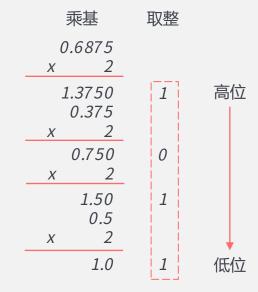
小数部分: 乘基取整法

将521.6875转二进制:

10 0000 1001.1011B

十转二:	整数: 除基取余	小数: 乘基取整法
521.6875	10 0000 1001	1011







『进位计数制』及其相互转换

有些十进制小数无法 完全转换为十六进制

- ◆ 进制转换
 - 二进制转八/十六进制
 - 十进制转其它进制

整数部分: 除基取余法

小数部分: **乘基取整法**

将521.6875转十六进制:

209.BH

十转十六:	整数: 除基取余	小数: 乘基取整法
521.6875	209	В





『进位计数制』及其相互转换

有些十进制小数无法 完全转换为八进制

- ◆ 进制转换
 - 二进制转八/十六进制
 - 十进制转其它进制

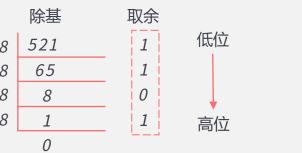
整数部分: 除基取余法

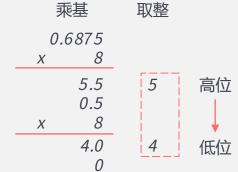
小数部分: 乘基取整法

将521.6875转八进制:

1011.540

十转八:	整数: 除基取余	小数: 乘基取整法
521.6875	1011	54







真值与『机器数』

◆ 真值

符号 (+-) + 绝对值

◆ 机器数

符号和数值一起编码

无符号数:

每个bit位都是数值位

只有正数和0

有符号数:

最高位代表符号: 0正, 1负

正负数各占一半 (含0)



真值 (无符号)	机器数 (8位)	真值 (有符号)
0	0000 0000	+0
127	0111 1111	+127
128	1000 0000	-0
255	1111 1111	-127





0

127

128

255

真值与『机器数』

◆ 真值与机器数

真值: 符号 (+-) + 绝对值

机器数:符号和数值一起编码

原码的加法运算:

同号加,异号减;

取大绝对值符号

原码的减法运算:

同号减,异号加;

大绝对值 - 小绝对值;

取大绝对值符号

加法运算: 一	0 111 1111 + 0 000 0001 1000 0000	1111 1111 1111 1111 1111 1111 1111 1111 1111	0001
减法运算: 一	1111 1111 - 1000 0001 1111 1110	1111 1111	0001
真值 (无符号)	机器数 (8位)	真值 (有符号)	-128? Yes!

+0

+127

-128

-127

0000 0000

0111 1111

1000 0000

1111 1111



真值与『机器数』

◆ 机器数

正数的原码、反码、补码都一样

原码:符号位+数值位

-反码:符号位不变,数值位取反

补码: 反码 + 1

真值	原码	反码	补码
127	0111 1111	0111 1111	0111 1111
-1	1000 0001	1111 1110	1111 1111
-81	1101 0001	1010 1110	1010 1111
-127	1111 1111	1000 0000	1000 0001

真值 (无符号)	机器数 (8位)	真值 (有符号)
0	0000 0000	+0
127	0111 1111	+127
128	1000 0000	-128
255	1111 1111	-1
129	1000 0001	-127





真值与『机器数』

◆ 机器数

正数的原码、反码、补码都一样

原码:符号位+数值位

-反码:符号位不变,数值位取反

补码: 反码 + 1

计算机中数的存储和运算, 都使用补码

加法运算: A+B	0 111 1111 + 0 000 0001 1 000 0000	1111 1111 + 0110 0001 10110 0000 0110 0000	1111 1011 + 1111 1101 11111 1000 1111 1000
减法运算: A-B=A+(-B)	1111 1111 - 1000 0001 0111 1110	1111 1111 + 0111 1111 10111 1110 0111 1110	1000 0001 - 0 000 0001 1000 0000

真值 (无符号)	机器数 (8位)	真值 (有符号)
0	0000 0000	+0
127	0111 1111	+127
128	1000 0000	-128
255	1111 1111	-1
129	1000 0001	-127





字符与汉字编码

◆ 字符编码

ASCII: 美国标准信息交换码

共128个字符

◆ 汉字编码

GBK2312, GB18030, GBK

一个汉字占两个字节

UTF-8/UTF8:

国际通用字符集,兼容ASCII码 使用1-4个可变长度字节编码

ASCII 码表											
ASCII 值	控制字符	ASCII 值	控制字符	ASCII 值	控制字符	ASCII 值	控制字符				
0	NUT	32	(space)	64	0	96	``				
1	SOH	33	!	65	A	97	a				
2	STX	34	"	66	В	98	b				
3	ETX	35	#	67	С	99	c				
4	EOT	36	\$	68	D	100	d				
5	ENQ	37	%	69	Е	101	е				
6	ACK	38	&	70	F	102	f				
7	BEL	39	,	71	G	103	g				
8	BS	40	(72	Н	104	h				
9	HT	41)	73	I	105	i				
10	LF	42	*	74	J	106	j				
11	VT	43	+	75	K	107	k				
12	FF	44	,	76	L	108	1				
13	CR	45	-	77	М	109	m				
14	S0	46		78	N	110	n				
15	SI	47	/	79	0	111	0				
16	DLE	48	0	80	P	112	р				
17	DCI	49	1	81	Q	113	q				
18	DC2	50	2	82	R	114	r				
19	DC3	51	3	83	X	115	s				
20	DC4	52	4	84	T	116	t				
21	NAK	53	5	85	U	117	u				
22	SYN	54	6	86	V	118	v				
23	TB	55	7	87	W	119	W				
24	CAN	56	8	88	Х	120	X				
25	EM	57	9	89	Y	121	у				
26	SUB	58	:	90	Z	122	z				
27	ESC	59	;	91	[123	{				
28	FS	60	<	92	/	124					
29	GS	61	=	93]	125	}				
30	RS	62	>	94	^	126	~				
31	US	63	?	95	_	127	DEL				



目录

- 1. 数制与编码
- 2. 数的表示与运算
- 3. 算数逻辑单元ALU

- ◆ 定点数的表示和运算
- ◆ 浮点数的表示和运算



『定点数』的表示

◆ 定点数

小数点位置是**固定**的,但不需要点号

定点小数: 即纯小数

小数点在符号位之后, 有效数值位之前

范围 (补码) : $-1 \le x \le 1 - 2^{-n}$

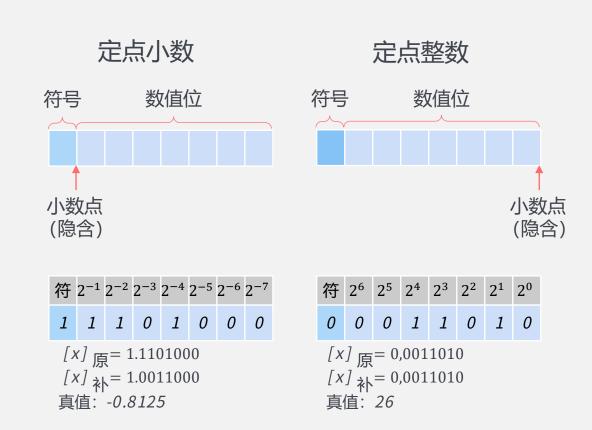
定点整数: 即纯整数

小数点在有效数值位之后

范围 (补码): $-2^n \le x \le 2^n - 1$

优点: 定点运算简单, 实现容易

缺点:表示范围小,运算精度低,不适合科学运算





『定点数』的运算

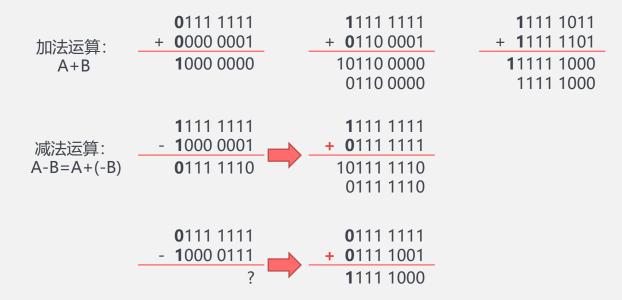
◆ 定点数

定点整数的运算:

算数运算:加减乘除(补码)

把减法转成加法: A-B=A+(-B)







『定点数』的运算

◆ 定点数

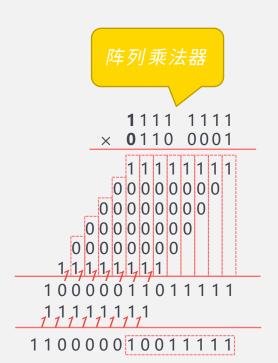
定点整数的运算:

算数运算:加减乘除(补码)

把乘法转成累加

把除法转成累减

减->加







)四/坦 Le ou

『定点数』的运算

◆ 定点数

定点整数的运算:

算数运算: +、-、×、/

逻辑运算:与&、或 、非!

按位运算: &、|、^、~

按位与&:同1则1,不同则0

按位或|: 有1则1

按位异或^:同0,异1

按位取反~: 0变1, 1变0

	逻辑与&: 同1则1,不同则0	逻辑或 : 有1则1,同0则0	逻辑非!: 非1则0,非0则1				
	1 & 1 = 1 1 & 0 = 0 0 & 1 = 0	1 1 = 1 1 0 = 1 0 1 = 1 0 0 = 0	! 1 = 0 ! 0 = 1				
&	1 111 1111 0 110 0001	1 100 1111 & 0 000 0001	1 100 1110 & 0 000 0001				
	0110 0001	0000 0001	0000 0000				
ı	1 111 1111 0 110 0001	1 111 1111 ^ 0 110 0001	1 001 1110 ^ 0 110 0001				
	1111 1111	1001 1110	1111 1111				
~	0 110 0001						
	1001 1110						

2四/1011.



『定点数』的运算

◆ 定点数

定点整数的运算:

算数运算: +、-、×、/

逻辑运算: &、 |、!

按位运算: &、|、^、~、<<、>>、>>>

左移<<: 向左平移, 右边补0

右移>>:向右平移,左边补符号位

无符号右移>>>: 向右平移, 左边补0

&	1 111 0 110			&	1 100 0 000		&	1 100 0 000		
	0110	0001			0000	0001		0000	0000	
	1 111 0 110		_	٨	1 111 0 110		٨	1 001 0 110		
	1111	1111			1001	1110		1111	1111	



『浮点数』的表示

◆ 浮点数

小数点位置是**不固定**的,根据需要浮动任何一个R进制数N,可以表示为:

$$(N)_R = \pm S \times R^{\pm e}$$

S-尾数: N的有效数字, 反映了数的精度

常用补码表示的定点小数

尽可能占满尾数,保留更多有效数字

R-基值: 即进制数, 2/4/8/16等

e-阶码: 小数点的实际位置, 反映了表示范围

常用补码表示的定点整数

数符; 阶符



$$(N)_2 = 1101.1001 = 11011001 \times 2^{-100} = 0.11011001 \times 2^{100}$$



举例: a=0,01;1.1001

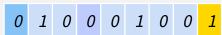


阶码: *+1*

尾数: -0.1001(补)=-0.0111(原)

真值: -0.0111×2¹ =-0.111

b=0,10;0.01001



阶码: *+2*

尾数: 0.01001=0.01001×

 $2^2 = +1.001$



『浮点数』的表示

◆ 浮点数

规格化: 尾数的最高数值位必须有效 (非0)

左规: 最高数值位无效, 尾数左移, 阶码减1

右规: 尾数"假溢出", 右移, 阶码加1

规格化: 左规

阶码: +2

 $2^2 = +1.001$

尾数: 0.01001=0.01001×

 $(N)_{10} = 3.1415926 = 314.15926 \times 10^{-2} = 0.031415926 \times 10^{2}$



『浮点数』的运算

- ◆ 步骤
 - 1. 对阶: 使阶码相等 (小->大)
 - 2. 尾数求和/差
 - 3. 规格化
 - 4. 舍入:

截断法(恒舍法):强制舍去

0舍1入法: 舍弃位的最高位为1, 则进1

恒置1法: 末位恒置1

5. 判断溢出:

阶码上溢(异常);阶码下溢(作0)

举例:十进制数X = -7/256, Y = +59/1024, 按机器补码浮点运算计算X - Y, 结果用二进制表示。浮点数格式如下: 2位阶符, 3位阶码, 2位数符, 9位尾数。

答: 用补码表示阶码和尾数:

X: $E=1/256=2^{-8}$, S=-7=-111, $N=-111\times 2^{-8}=-0.111\times 2^{-5}$ =-0.111 \times 2^{-101}=-0.001 \times 2^{-011} (\(\delta\rh\)) =11011,11.001000000

1 1 0 1 1 1 1 0 0 1 0 0 0 0 0

Y: $E=1/1024=2^{-10}$, S=+59=+111011, $N=+111011\times 2^{-10}$ =+0.111011×2⁻⁴=+0.111011×2⁻¹⁰⁰ ($\grave{\uparrow}$) =11100,00.111011000

1 1 1 0 0 0 0 1 1 1 0 1 1 0 0 0



求阶差: $[E_X]$ - $[E_Y]$ =11011-11100=11011+00100=11111<0 对阶: $[E_X]$ =11011-11111=11100,X=11100,11.100100000

尾数加减: $[S_X]$ - $[S_Y]$ = $[S_X]$ + $[-S_Y]$ =11.100100000+11.000101000

=10.101001000 (0: 尾数溢出, 需要进行规格化)

规格化: 右规 (尾数右移, 阶码+1) -> 11.010100100 (高位补符号1)

 $X-Y = 11101, 11.010100100 (-0.010100100 \times 2^{-101})$

1 1 1 0 1 1 1 0 1 0 1 0 1 0 0 1 0 0



目录

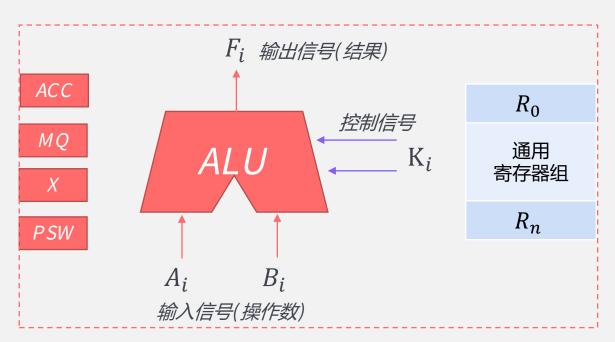
- 1. 数制与编码
- 2. 数的表示与运算
- 3. 算数逻辑单元ALU

- ◆ ALU的功能和结构
- ◆ 串行加法器和并行加法器



ALU的功能和结构

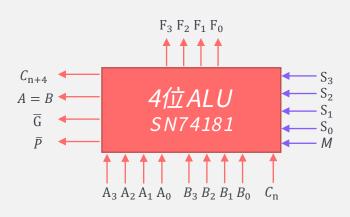
- ◆ 算数运算归结为加法运算
- ◆ 控制信号决定是否进行逻辑运算



算数运算:加/减/乘/除

逻辑运算: 与/或/非

辅助功能:移位/求补





ALU的功能和结构

◆ 基本逻辑运算的实现

与&: $Y = A \cdot B$

或|: Y = A + B|

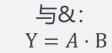
 $\ddagger ! : Y = \bar{A}$

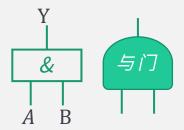
异或^: Y = A⊕B

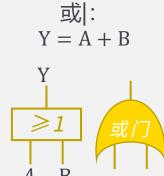
与非: $Y = \overline{A \cdot B} = \overline{A} + \overline{B}$

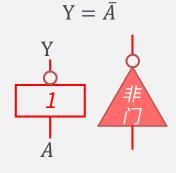
或非: $Y = \overline{A + B} = \overline{A} \cdot \overline{B}$

		昇	或		与非				或非				
Α	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	
В	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	
Y	0	1	1	0	1	1	1	0	1	0	0	0	

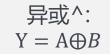


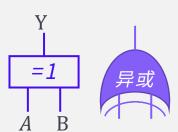


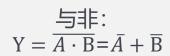


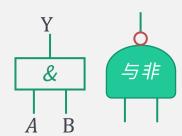


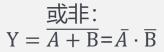
非!:

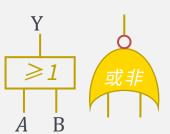














串行/并行加法器

1.怎么

- ◆ 一位全加器
- ◆ 串行加法器
- ◆ 并行加法器

 C_i C_{i-1} C_{i-1} C_{i-1}

一位全加器: FA, Full Adder

 1111
 1111
 A_i: 操作数,本位

 + 0110
 0001
 B_i: 操作数,本位

 C_{i-1}: 低位的进位
 C_{i-1}: 低位的和

 本位的和

 1 1 1

S_i: 输入中有奇数个1时则为1, 否则为0 异或^: 1^0^0=1,0^1^1=0

 $S_i = A_i \oplus B_i \oplus C_{i-1}$

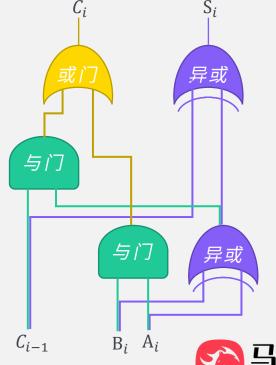
 C_i : 输入中至少有两个1则为1, 否则为0

与 $\&: A_i \cap B_i \cap B_1$

或者: A_i 和 B_i 有一个为1,同时 C_{i-1} 为1

 $C_i = A_i B_i + (A_i \oplus B_i) C_{i-1}$

	1	1	1	1	1	1	1	1	A_i	
	0	1	1	0	0	0	0	1	A_i B_i	输 入
	1	1	1	1	1	1	1	0	C_{i-1}	
	0	1	1	0	0	0	0	0	S_i	输
1									C_i	_



串行/并行加法器

- ◆ 一位全加器
- ◆ 串行加法器

进位触发器:保存进位位 数据逐位送入*FA*中运算 串行、逐位送回寄存器

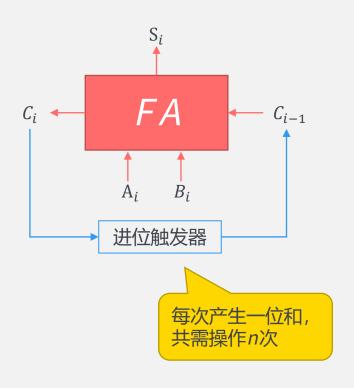
◆ 并行加法器

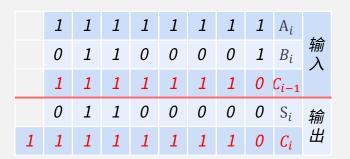
 1111
 1111
 A_i: 操作数,本位

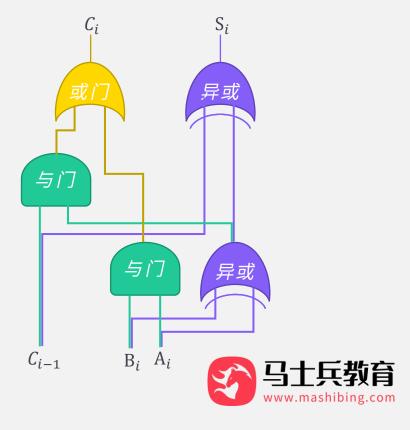
 + 0110
 0001
 B_i: 操作数,本位

 C_{i-1}: 低位的进位

 10110
 0000
 S_i: 本位的和







串行/并行加法器

- ◆ 一位全加器
- ◆ 串行加法器
- ◆ 并行加法器

把n个全加器串接起来

串行进位: 进位信号逐级形成

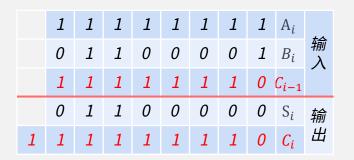
运算速度取决于每一个进位的产生速度

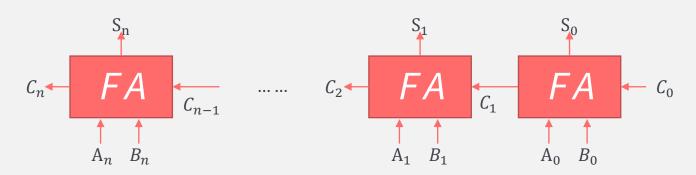
 1111
 1111
 A_i: 操作数,本位

 + 0110
 0001
 B_i: 操作数,本位

 C_{i-1}: 低位的进位

 10110
 0000
 S_i: 本位的和







串行/并行加法器

- ◆ 一位全加器
- ◆ 串行加法器
- ◆ 并行加法器

把n个全加器串接起来

串行进位: 进位信号逐级形成

运算速度取决于每一个进位的产生速度

改进: $A_n \sim A_0$, $B_n \sim B_0$ 是已知的

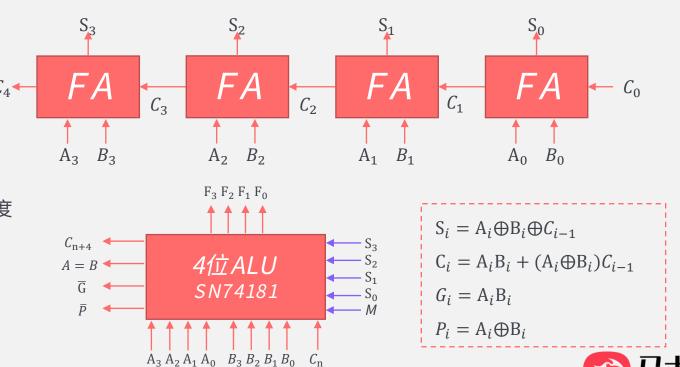
 1111
 1111
 A_i: 操作数,本位

 + 0110
 0001
 B_i: 操作数,本位

 C_{i-1}: 低位的进位

 10110
 0000
 S_i: 本位的和

	1	1	1	1	1	1	1	1	A_i	
	0	1	1	0	0	0	0	1	A_i B_i	输 入
	1	1	1	1	1	1	1	0	C_{i-1}	
	0	1	1	0	0	0	0	0	S_i	输
1	1	1	1	1	1	1	1	0	C_i	出





串行/并行加法器

- ◆ 一位全加器
- ◆ 串行加法器
- ◆ 并行加法器

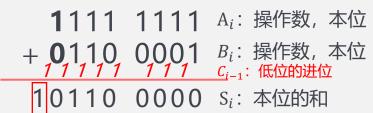
把n个全加器串接起来

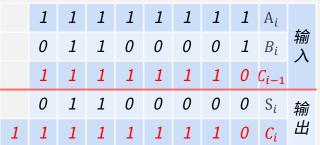
串行进位: 进位信号逐级形成

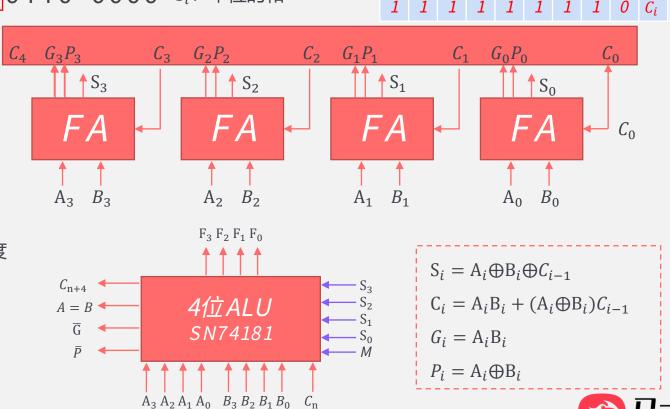
运算速度取决于每一个进位的产生速度

 C_4

改进: $A_n \sim A_0$, $B_n \sim B_0$ 是已知的









串行/并行加法器

- ◆ 一位全加器
- ◆ 串行加法器
- ◆ 并行加法器

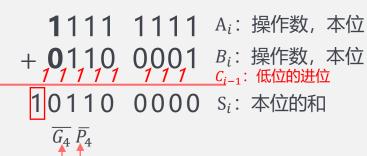
把n个全加器串接起来

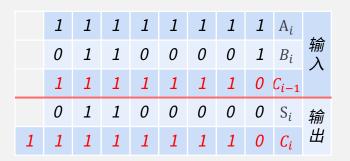
串行进位: 进位信号逐级形成

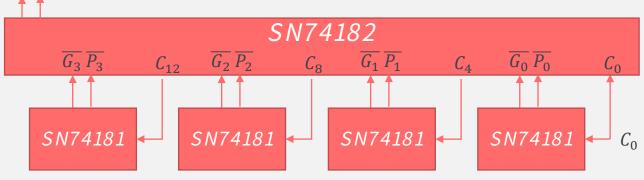
运算速度取决于每一个进位的产生速度

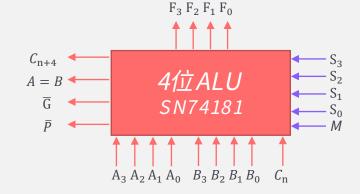
改进: $A_n \sim A_0$, $B_n \sim B_0$ 是已知的

组内并行、组间并行















扫码加马老师微信