数量关系常用公式汇总

一、路程问题基础公式：

路程=速度*时间

二、相遇追及型：

追及问题：追及距离=（大速度-小速度）×追及时间

相遇问题：相遇距离=（大速度+小速度）×相遇时间

背离问题：背离距离=（大速度+小速度）×背离时间

三、环形运动型：

反向运动：第 N 次相遇路程和为 N 个周长，

环形周长=（大速度+小速度）×相遇时间

同向运动：第 N 次相遇路程差为 N 个周长，

环形周长=（大速度-小速度）×相遇时间

四、流水行船型：

顺流路程=（船速+水速）×顺流时间

逆流路程=（船速-水速）×逆流时间

静水速度=（顺水速度+逆水速度）÷2

水流速度=（顺水速度-逆水速度）÷2

五、扶梯上下型：

扶梯总长=人走的阶数×[1±（V 梯÷V 人）]

顺行用加法，逆行用减法

【例 1】自动扶梯以匀速自下向上行驶，甲每秒钟向上走 1 级梯，乙每秒钟向上走 2 级梯，结果甲 30 秒到达梯顶，乙 20 秒到达梯顶，该扶梯共有多少级？

A.40

B.60

C.80

D.100

解析:设扶梯为 s 级，速度为 v，根据公式带入

S=30×1×(1+v÷1)

S=20×2×(1+v÷2)

解得：v=1，s=60，所以选择 B。

六、队伍行进型：

队头→队尾：队伍长度=（人速+队伍速度）×时间

队尾→队头：队伍长度=（人速-队伍速度）×时间

【例 3】(安徽 2012 一 64)一支 600 米长的队伍行军，队尾的通讯员要与最前面的连长联系，他用 3 分钟跑步追上了连长，又在队伍休息的时间以同样的速度跑回了队尾，用了 2 分 24 秒，如队伍和通讯员均匀速前进，则通讯员在行军时从最前面跑步回到队尾需要多长时间?

A.48 秒

B.1 分钟

C.1 分 48 秒

D.2 分钟

解析：假设通讯员和队伍的速度分别为 v 和 u，所求时间为 t，则:

600=（v-u）×3

600=v×(2+24÷60)

600=（v+u）×t

解得：v=250，u=50，t=2,所以选择 D

六、往返相遇型：

左右点出发：

第 N 次迎面相遇，路程和=全程×（2N-1）

第 N 次追上相遇，路程差=全程×（2N-1）

同一点出发：

第 N 次迎面相遇，路程和=全程×2N

第 N 次追上相遇，路程差=全程×2N

(浙江 2013-53）甲、乙两地相距 210 公里，a、b 两辆汽车分别从甲、乙两地同时相向出发并连续往返于两地。从甲地出发的 a 汽车的速度为 90 公里/小时，从乙地出发的 b 汽车的速度为 120 公里/小时。问 a 汽车第 2 次从甲地出发后与 b 汽车相遇时，b 汽车共行驶了多少公里?

A.560 公里

B.600 公里

C.620 公里

D.650 公里

解析：a 汽车第二次从甲地出发后与 b 汽车相遇，实际上是两辆车第 3 次迎面相遇，根据公式，路程和为 5 个全程，即 5×210=1050（公里），使用的时间为 1050÷（90+120）=5（小时），所以 b 汽车共行驶了 120×5=600（公里），选择 B

七、典型行程模型：

等距离平均速度=（2 速度 1×速度 2）÷（速度 1+速度 2）（调和平均数公式）（速度 1 和速度 2 分别代表往、返的速度）

【例 1】(北京 2014-76）某人开车从 A 镇前往 B 镇，在前一半路程中，以每小时 60 公里的速度前进;而在后一半的路程中，以每小时 120 公里的速度前进。则此人从 A 镇到达 B 镇的平均速度是每小时多少公里?

A. 60

B. 80

C.90

D.100

解析：代入公式 $v=2\times60\times120\div(60+120)=80$

等发车前后过车：

发车间隔 $T=(2t_1\times t_2)\div(t_1+t_2)$;

$V_车/V_人=(t_2+t_1)\div(t_2-t_1)$

例：某人沿电车线路匀速行走，每分钟有一辆电车从后面追上，每 4 分钟有一辆电车迎面开来，假设两个起点站的发车间隔相同，则这个发车间隔为多少？

解析：依据公式，发车间隔 $T=(2t_1\times t_2)\div(t_1+t_2)=2\times12\times4\div(12+4)=6$（分钟）。

推导原型：设每隔 t1 分钟就遇到迎面开来的一辆公共汽车，每隔 t2 分钟就有辆公共汽车从后面 超过该人，有方程组：

$$\begin{cases} S=(V_车+V_人)\times t_1 \\ S=(V_车-V_人)\times t_2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} V_车=(S/t_1+S/t_2)\div2 \\ V_人=(S/t_1-S/t_2)\div2 \end{cases} \rightarrow$$

$$\begin{cases} T=S/V_车=2t_1t_2/(t_1+t_2) \\ N=V_车/V_人=(t_2+t_1)/(t_2-t_1) \end{cases}$$

（S 表示发车间距，T 为发车间隔时间，V 车为车速，V 人为人速，N 为车速与人速的

不间歇多次相遇：

单岸型：S=（3S1+S2）/2（S 表示两岸的距离）

推导原型：设第一次相遇地点距离 A 地 S1，第二次相遇地点距离 A 地 S2，则 V 甲/V 乙=S1/(S-S1)=(2S-S2)/（S+S2）→S=（3S1+S2）/2

（注：单岸指的是 S1、S2 都是距离同一出发地的距离）

车继续前进，甲车到达 B 地、乙车到达 A 地后均立即按原路返回，第二次在距 A 地 60 千米处相遇。求 A、B 两地间的路程。

A.130 千米

B.150 千米

C.180 千米

D.200 千米

解析：假设 AB 两地相距 S,第一次相遇时，甲、乙各走了 80 、(S-80),根据时间相同，速度和路程成正比可得，V 甲/V 乙=80/(S-80),第二次相遇时，甲、乙各走了(2S-60)、(S+60),同理可得，V 甲/V 乙=(2S-60)
/(S+60)，综上 80/(S-80)= (2S-60)/(S+60)，解得 S=150。选择 B

注：直接代入单岸型公式 S=（3×80+60）/2=150。

两岸型：S=3S1-S2

推导原型：设第一次相遇地点距离 A 地 S1，第二次相遇地点距离 B 地 S2，则 V 甲/V 乙=S1/(S-S1)=(S+S2)/（2S-S2）→S=3S1-S2

【例 3】(江西 2010-49）甲从 A 地、乙从 B 地同时以均匀的速度相向而行，第一次相遇离 A 地 6 千米，继续前进，到达对方起点后立即返回，在离 B 地 3 千米处第二次相遇则 AB 两地相距多少千米?()

A.10

B. 12

c. 18

D.15

解析：假设 AB 两地相距 S,第一次相遇时，甲、乙各走了 6 、(S-6),根据时间相同，速度和路程成正比可得，V 甲/V 乙=6/(S-6),第二次相遇时，甲、乙各走了(S+3)、(2S-3),同理可得，V 甲/V 乙=(S+3) /(2S-3)，综上 6/(S-6)= (S+3)/(2S-3)，解得 S=15。选择 D

注：直接代入两岸型公式 S=3×6-3=15。

无动力顺水漂流：

漂流所需时间=2 T 逆 T 顺÷（T 逆-T 顺）

（其中 T 逆 T 顺分别代表船逆流和顺流所需的时间）

【例 6】(上海 2012A-60）一艘船从 A 地行驶到 B 地需要 5 天，而该船从 B 地行驶到 A 地则需要 7 天。假设船速、水流速度不变，并具备漂流条件，那么船从 A 地漂流到 B 地需要( )天。

A.40

B.35

C.12

D.2

解析：根据公式：漂流所需时间=2 T 逆 T 顺÷（T 逆-T 顺）=2×7×5÷（7-5）=35（天），选择 B

八、排列组合问题：

排列：与顺序有关，用 A 组合：与顺序无关，用 C

排列公式：Anm=n！/(n-m)！=n×(n-1) ×(n-2) ×...×(n-m+1)

(简单记忆就是从 n 开始，连续乘以 m 个数)

组合公式：Cnm= n ！/(n-m) ！ m ！ = n × (n-1) × (n-2) × ... × (n-m+1)/m×(m-1) ×(m-2) ×(m-3) ×... ×1

1. 相邻问题-捆绑法

6 人排成一队，ab 要排在一起： A22*A55（先排 ab，再捆在一起与剩下的 4 人一起排队）

2. 不相邻-插空法

6 人排队，ab 不排在一起：A44*A52（先排 除了 ab 之外的 4 人，4 人排好后有 5 个空位，再选择其中 2 个排 ab 两人）

3.围成一圈

6 人围成一圈：A55（选定 6 人中其中一人标定位置，其余 5 人按顺序排队）

4.几对夫妻排队

4 对夫妻排队：A88（相当于 8 人排队）

5.夫妻要排一起

4 对夫妻排队，并且夫妻要排在一起：（A22*A22*A22*A22）*A44(先把每对夫妻排好，再将每队夫妻捆绑在一起排队)

6.夫妻坐在一起圆桌吃饭

4 对夫妻坐在圆桌上吃饭， 并且每队夫妻要坐在一起：（（A22*A22*A22*A22）*A33）

7. 错位排列型

N 个封信和 N 个信封，每一封信都不装在自己的信封里，可能的种数为 Dn，则 D1=0，D2=1，D3=2,D4=9,D5=44。

8. 分配插板

将 8 个苹果，分给 3 个小朋友，每人至少一个，共有多少种分法?

答：C72。（8 个苹果排成一排，除两头外共有 7 个空档，选择 2 个空档插入）

将 8 个苹果，分给 3 个小朋友，每人至少 2 个，共有多少种分法?

答：C42。（8 个苹果先给每个小朋友分 1 个，剩下 5 个苹果排队， 除去两头外共有 4 个空档，选择 2 个空档插入）

9.牛吃草问题

核心公式：y=(N-x)*T

y 代表草量，N 代表牛的数量,x 代表草长的速度，T 代表吃完草需要的时间

表格法解牛吃草问题

例：一片草地（草匀速生长），240 只羊可以吃 6 天，200 只羊可以吃 10 天，则这片草可供 190 只羊吃多少天?

190	50	12		N3	N3-x	T3	
200	60	10	2000	N1	N1-x	T1	N1*T1
240	100	6	1440	N2	N2-x	T2	N2*T2
	140	4	560	x=右两项之商		T1-T2	N1*T1-N2*T2

y=（N3-x）*T3=（N1-x）*T1=（N2-x）*T2

九、钟表问题：

基本常识：时针每分钟走 0.5°，分钟每分钟走 6°； 24h 内，时针和分钟重合 22 次，垂直 44 次;

钟表上每两格之间为 30°

钟表问题追及公式：**T=To+（1/11）To**,

其中 T 为追及时间，To 为静态时间，及假设时针不动，分针和时针达到条件要求时的虚拟时间。

例：时针和分针在 7 点多少分重合?

假设时针不动，分钟需要走 35 分钟才能与时针重合（7 点时分钟和时间间隔 35 分钟的空格）， 所以 To 为 35 分钟， 带入公式， T=35+35/11

十、余数同于问题：

余数基本恒等式“被除数=除数×商+余数（0≤余数<除数）”

核心口诀：余同取余，和同加和，差同减差，公倍数作周期。

（1）余同：一个数除以 4 余 1，除以 5 余 1，除以 6 余 1，则取 1， 表示为 60n+1。（60 为 4,5,6 的最小公倍数，可取 60 的任意整倍数）

（2）和同：一个数除以 4 余 3，除以 5 余 2，除以 6 余 1，则取 7， 表示为 60n+7。

（3）差同：一个数除以 4 余 1，除以 5 余 2，除以 6 余 3，则取 3， 表示为 60n-3。

注：n 的取值范围为整数，可为负值，也可以取 0。

十一、容斥原理：

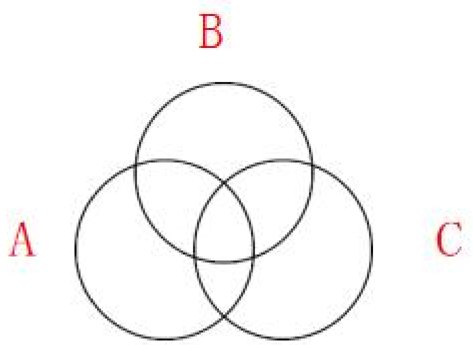
两集合标准型核心公式： 满足条件 I 的个数+满足条件 II 的个数-两者都满足的个数= 总个数-两者都不满足的个数 三集合标准型核心公式：

$|A\cup B\cup C| = |A| + |B| + |C| - |A\cap B| - |A\cap C| - |B\cap C| + |A\cap B\cap C|$

三集合整体重复型核心公式：

W=x+y+z

$A+B+C=x\times1+y\times2+z\times3$



其中满足三个条件的元素数量分别为 A、B、C，而至少满足三个条件之一的元素总量为 W，满足一个条件的元素数量为 x，满足两个条件的元素数量为 y，满足三个条件的元素数量为 y。

例：一个班级共有 55 个学生，暑假参加特长培训班，35 人参加书法，28 人参加美术，31 人参加舞蹈，其中以上三种培训班都参加的有 6 人，则有多少人只参加一种培训班？22

解答：W=55，z=6，A=35，B=28，C=31，代入公式

$55=x+y+6$

$35+28+31=x\times1+y\times2+6\times3$

解得：x=22，y=27

十二、几何问题模块：

1.周长计算公式：

正方形周长=4a；长方形周长=2(a+b)；圆周长=2πR；扇形周长=2πR×（n/360°）

2.面积计算公式：

正方形面积=a^2；

菱形面积=对角线乘积的一半；

长方形面积=ab；

圆面积=πR^2；

扇形面积=$\pi R^2\times$（n/360°）；

三角形面积=1/2ah=1/2absinC；

平行四边形=ah；

梯形面积=1/2（a+b） h；

正方体表面积=$6a^2$；

长方体表面积=2ab+2ac+2bc；

球表面积=$4\pi R^2=\pi D^2$

3.体积计算公式：

正方体体积=a^3；

长方体体积=abc；

球体积=$(4/3)\pi r^3$；

棱柱体积=sh；

圆柱体积=sh=πR^2h；棱锥体积=1/3sh；

圆锥体积=1/3sh=$1/3\pi R^2h$

勾股定理：$a^2+b^2=c^2$

4.几何特性： 等比放缩

一个几何图形，其尺寸变为原来的 m 倍，则：

1.所有对应角度不发生改变

2.所有对应长度变为原来的 m 倍

3.所有对应面积变为原来的 m^2倍

4.所有对应体积变为原来的 m^3倍

几何最值

1.平面图形中，若周长一定，越接近于圆，面积越大。

2.平面图形中，若面积一定，越接近于圆，周长越小。

3.立体图形中，若表面积一定，越接近于球，体积越大。

4.立体图形中，若体积一定，越接近于球，表面积越小。三角形三边关系

两边之和大于第三边，两边之差小于第三边。几何边端：

5.植树型

（1）单边线型植树公式：棵数=总长÷间隔 +1；

总长=（棵数-1）×间隔

（2）单边环形植树公式：棵数=总长÷间隔；

总长=棵数×间隔

（3）单边楼间植树公式：棵数=总长÷间隔 -1；

总长=（棵数+1）×间隔

（4）双边植树问题公式： 响应单边植树问题所需棵数的 2 倍方阵型（N 为每边人数）

三角形方阵：总人数=3N-3 四边形方阵：总人数=4N-4 五边形方阵：总人数=5N-5 六边形方阵：总人数=6N-6 M 排 N 列实心方阵：总人数=M×N，外围人数=2M+2N-4 N 排 N 列实心方阵：总人数=N×N，外围人数=4N-4

规律总结：

1.无论是方阵还是长方阵，相邻两圈的人数都满 足：外圈比内圈多 8 人。

2.在方阵中，总人数=N^2=（外圈人数÷4+1）^{2}

十三、其他一些常用公式：

1.前 n 个奇数之和为 n^2；

2.等差数列公式：

和=（ 首项+末项）× 项数÷ 2=平均数（中位数）×项数；

项数=（末项-首项）÷公差+1

3.等比数列公式：an=a1×qn-1 ； sn=a1×(qn-1/q-1)

4. 三位数的页码公式：页码=（数字+111）÷3-1=数字÷3+36（数字代表用了多少个数字，如 115，用了 2 个 1 和 1 个 5，共 3 个数字）

5. 四位数页码公式：页码=（数字+1111）÷4-1

6.如果所有的年不是闰年，那么 N 年之后星期几相当于 N 天之后星期几

7.空瓶换酒型，讲 M 个空瓶换 N 瓶酒转化为(M-N)个空瓶换 N 个（无瓶）酒

例：超市规定每 3 个空汽水瓶可换一瓶汽水，小李有 11 个空汽水瓶，最多可以换几瓶汽水?

解析：3 空瓶=1 瓶汽水=1 空瓶+1 汽水，可得 2 空瓶=1 汽水， 11÷2=5.5，所以最多可换 5 瓶汽水。