

### Задание 3.

#### Задание 5.1

$$A = \begin{pmatrix} -1 & -6 \\ 2 & 6 \end{pmatrix};$$

$$\begin{vmatrix} -1-\lambda & -6 \\ 2 & 6-\lambda \end{vmatrix} = -6 - 6\lambda + \lambda + \lambda^2 = \lambda^2 - 5\lambda + 6;$$

$$\lambda^2 - 5\lambda + 6 = 0$$

$$\begin{cases} \lambda_1 = 2 \\ \lambda_2 = 3 \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} -1 & -6 \\ 2 & 6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \lambda \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix};$$

$$\begin{cases} -x_1 - 6x_2 = \lambda x_1 \\ 2x_1 + 6x_2 = \lambda x_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (\lambda + 1)x_1 + 6x_2 = 0 \\ 2x_1 + (6 - \lambda)x_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{pmatrix} -2x \\ x \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} -1,5x \\ x \end{pmatrix}.$$

#### Задание 5.2

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix};$$

$$\begin{vmatrix} -1-\lambda & 0 \\ 0 & -1-\lambda \end{vmatrix} = (1+\lambda)^2;$$

$$(1+\lambda)^2 = 0;$$

$$\lambda_{1,2} = -1;$$

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \lambda \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix};$$

$$\begin{cases} -x_1 = \lambda x_1 \\ -x_2 = \lambda x_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -x_1 = -x_1 \\ -x_2 = -x_2 \end{cases} - \text{верно при любых } \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix};$$

### Задание 5.3

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix};$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \lambda \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix};$$

$$\begin{cases} 1 \cdot 1 + 1 \cdot 1 = \lambda \\ -1 \cdot 1 + 3 \cdot 1 = \lambda \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lambda = 2 \\ \lambda = 2 \end{cases} \Rightarrow \lambda = 2 \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} - \text{собственный вектор}$$

#### Задание 5.4

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 0 \\ 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix};$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 3 & 0 \\ 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -3 \\ -4 \end{pmatrix} = \lambda \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -3 \\ -4 \end{pmatrix};$$

$$\begin{cases} 0 \cdot 3 + 3 \cdot (-3) + 0 \cdot (-4) = 3\lambda \\ 3 \cdot 3 + 0 \cdot (-3) + 0 \cdot (-4) = -3\lambda \\ 0 \cdot 3 + 0 \cdot (-3) + 3 \cdot (-4) = -4\lambda \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -9 = 3\lambda \\ 9 = -3\lambda \\ -12 = -4\lambda \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lambda = -3 \\ \lambda = -3 \\ \lambda = 3 \end{cases} \Rightarrow$$

$\begin{pmatrix} 3 \\ -3 \\ -4 \end{pmatrix}$  не является собственным вектором