Домашнее задание 4.

Задание 4.1.

$f(x) = x - \frac{1}{x}$; $\lim\limits_{x\to\infty}\left(x - \frac{1}{x}\right) = \infty$; $\lim\limits_{x\to 0}\left(x - \frac{1}{x}\right)$ — не сущ.

Задание 4.2.

$f(x) = \sqrt{x}$; $\lim\limits_{x\to 0+0}(\sqrt{x}) = 0$; $\lim\limits_{x\to 0-0}(\sqrt{x})$ — не сущ.;

$f(0) = \sqrt{0} = 0$.

Задание 4.3.

$f(x) = x^3 - x^2$

a) $D(f) = R$, $E(f) = R$;

b) $f(0) = 0 - 0 = 0$; $f(x) = 0 \Rightarrow$

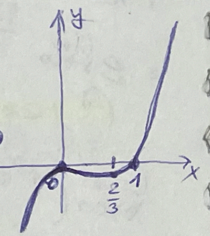
$f(x) = x^3 - x^2 = x^2(x-1) = 0 \Rightarrow x_{0_1} = 0$ — кратность 2, $x_{0_2} = 1$ — кр-ть 1.

c) $-$ $\quad 0 \quad$ $-$ $\quad 1 \quad$ $+$ $\quad x$

d) $f'(x) = 3x^2 - 2x = x(3x-2)$; $f'(x) = 0 \Rightarrow x_1 = 0,\ x_2 = \frac{2}{3}$.

$y_1 = 0,\ y_2 = \left(\frac{2}{3}\right)^3 - \left(\frac{2}{3}\right)^2 = -\frac{4}{27}$.

$+ \nearrow$ $\quad 0 \quad$ $- \searrow$ $\quad \frac{2}{3} \quad$ $+ \nearrow$ $\quad x$



$f(x)$ возрастает на $(-\infty; 0) \cup \left(\frac{2}{3}; +\infty\right)$;

$f(x)$ убывает на $\left(0; \frac{2}{3}\right)$.

e) $f(-x) = (-x)^3 - (-x)^2 = -x^3 - x^2 = -(x^3 + x^2) \neq f(x) \Rightarrow$

$\Rightarrow$ функция общего вида

f) $E(f) \in R \rightarrow$ ф-я не ограниченна

g) $f(x+T) = (x+T)^3 - (x+T)^2 = x^3 + 3x^2T + 3xT^2 + T^3 - x^2 - 2xT - T^2 =$

$= x^3 - x^2 + (3x^2T + 3xT^2 + T^3 - 2xT - T^2) \Rightarrow$ ф-я не периодическая

Задание 4.4.

a) $\lim\limits_{x\to 0} \frac{3x^3 - 2x^2}{4x^2} = \lim\limits_{x\to 0} \frac{3x-2}{4} = -0{,}5$.

b) $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\sqrt{1+x} - 1}{\sqrt[3]{1+x} - 1} = \lim\limits_{x\to 0} \frac{\sqrt{1+x} - 1}{\sqrt[3]{1+x} - 1} \cdot \frac{\sqrt[3]{(1+x)^2} + \sqrt[3]{1+x} + 1}{\sqrt[3]{(1+x)^2} + \sqrt[3]{1+x} + 1} \cdot$

$\cdot \frac{\sqrt{1+x} + 1}{\sqrt{1+x} + 1} = \lim\limits_{x\to 0} \frac{\cancel{(1+x-1)}^{1}}{\cancel{(1+x-1)}_{1}} \cdot \frac{\sqrt[3]{(1+x)^2} + \sqrt[3]{1+x} + 1}{\sqrt{1+x} + 1} = \frac{1+1+1}{1+1} = 1{,}5$.

Задание 4.5

a) $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\sin(2x)}{4x} = \lim\limits_{x\to 0} \frac{\sin(2x)}{2x} \cdot \frac{2}{4} = 0{,}5$;

b) $\lim\limits_{x\to 0} \frac{x}{\sin(x)} = \lim\limits_{x\to 0} \left(\frac{\sin(x)}{x}\right)^{-1} = 1$;

c) $\lim\limits_{x\to 0} \frac{x}{\arcsin(x)} = \lim\limits_{x\to 0} \frac{\sin(\arcsin(x))}{\arcsin(x)} = \{t = \arcsin(x)\} =$

$= \lim\limits_{t\to 0} \frac{\sin t}{t} = 1$