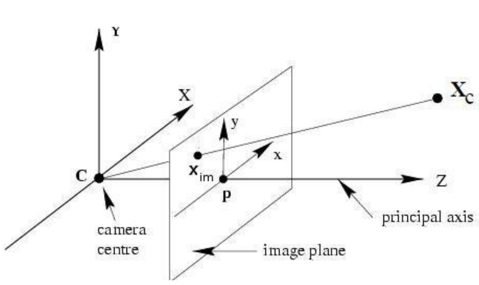
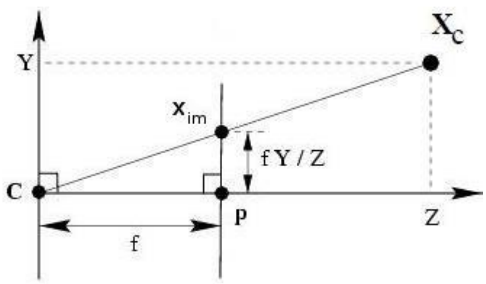
坐标系与矩阵(7): 相机校正

转眼走到了本系列的最后一篇，关于相机校正的内容。这一块原理和之前的介绍完全相同，需要两个步骤：将世界坐标下的位置转为相机坐标下对应的位置，然后进一步将该位置转为 2D 平面，对应最后的照片。前者对应上一篇中的M_{mv}模型视图矩阵，在视觉中称为 extrinsic parameters：

$$M_{mv}=\begin{bmatrix}R & t\\ 0 & 1\end{bmatrix}$$

后者对应上一篇的M_{prj}，在视觉中称为 intrinsic parameters。

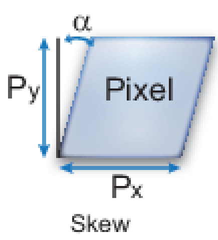




实际中，并没有远近裁剪面的概念，也不需要将 2D 坐标缩放至$[-1,1]$，假设存在一个 image plane 来成像，存在矩阵K满足该投影转换。假设(x_0,y_0)是图片的中心点，f 为焦距，同样基于相似三角形，可得：

$$x_{im}=\begin{bmatrix}x_{im}\\ y_{im}\\ 1\end{bmatrix}=K\begin{bmatrix}X_C\\ Y_C\\ Z_C\\ 1\end{bmatrix}$$

$$K=\begin{bmatrix}f & 0 & x_0 & 0\\ 0 & f & y_0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0\end{bmatrix}$$

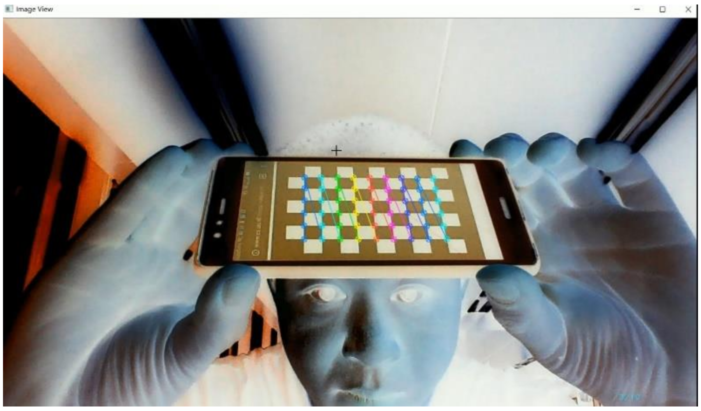


实际中，焦距在 x 方向和 y 方向上可能不相同，甚至两个轴并不垂直，上图所示，α称为 skew coefficient。考虑如上实际情况，得到一般解：

$$K=\begin{bmatrix}f_x & s & x_0 & 0\\ 0 & f_y & y_0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0\end{bmatrix}$$

这样，我们实现了到相机像素坐标位置的转换关系，是以(x_0, y_0)的像素数。如何获取相机对应的 extrinsic 和 intrinsic· parameters，这就是相机校正要做的事情。

我们会用一个黑白棋盘来进行校正，因为其黑白分明，格子的距离相等，且在一个平面上。棋盘左上角的第一个角认为原点，确定 x，y 的方向，z 是叉乘的方向。



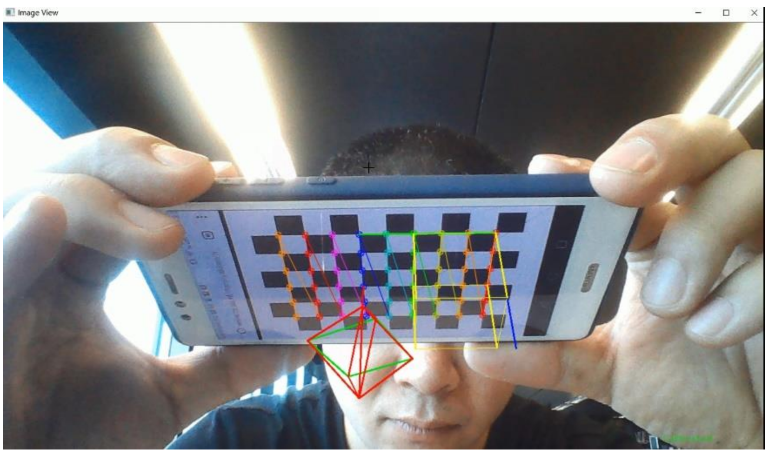
如上图，是 OpenCV 校正时的过程，识别格子的角点。通常，提供更多的校正图片，最终得到的结果就越准确，误差也就越小。这里，我截取了十张校正图片进行校正，最终获取相机对应的参数。这个过程称为 offline。

OpenCV 校正后会生成一个 out_camera_data.yml 文件，其中最重要的信息是 camera_matrix 和 distortion_coefficients。前者是一个3×3矩阵，也就是相机的 intrinsic parameters K：

```
camera_matrix: !!opencv-matrix
   rows: 3
   cols: 3
   dt: d
   data: [ 9.5922396058874415e+02, 0., 6.4590735173282690e+02, 0.,
       9.5922396058874415e+02, 3.8318565315606435e+02, 0., 0., 1. ]
```

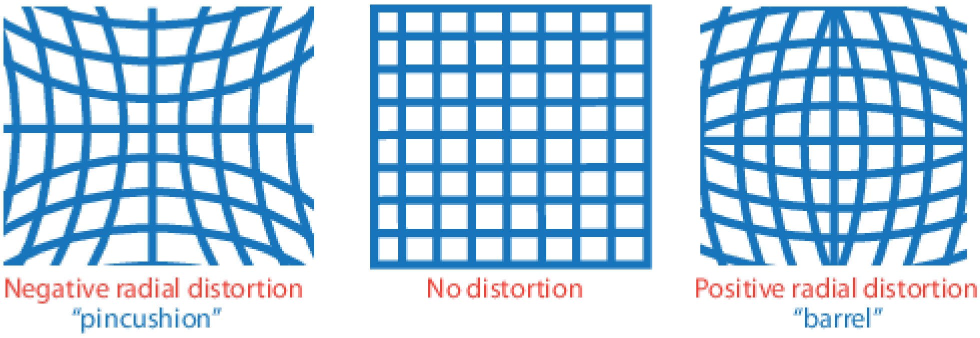
我笔记本摄像头对应的参数

这样，在 online 阶段，我们可以基于原点(x_0, y_0)，构建世界坐标系下的某个物体，OpenCV 会实时根据原点的位置计算对应的 extrinsic parameters M_{mv}，这样，就可以在摄像头下 huizhi 一些自定义的几何对象，这也是图像增强技术的基本原理。

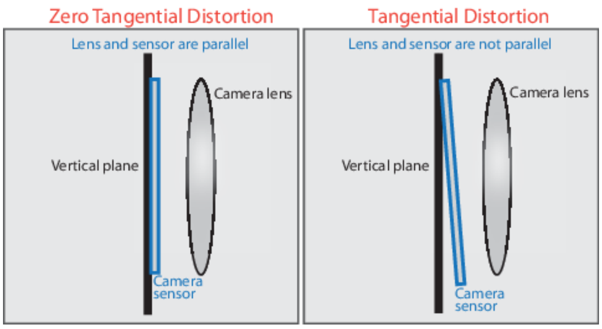


上图是截取视频的一帧，基于 offline 中的 K 和 distortion_coefficients，在 online 阶段实时的获取世界坐标系下的原点位置和 XYZ 轴，分别对应红色，绿色和蓝色，以及 extrinsic 参数（R，t），最终绘制正方体和随时间旋转的锥体

Distortion 又是几个意思呢。这是因为真实的相机并不是 pinhole，而是滤镜，如下图所示。等角滤镜会产生 radial distortion 的现象。所以需要进行纠偏操作。



通常，纠偏至少需要四个参数(k_1, k_2, p_1, p_2)，(p_1, p_2)对应下图中 tangential distortion 系数。



OpenCV 中提供了五个参数，顺序为$(k_1, k_2, p_1, p_2, k_3)$，对应的纠偏算法为，可以调用 projectPoints 实现：

$$r^2 = x^2 + y^2$$

$$x_{distorted} = x + [2 * p_1 * x * y + p_2 * (r^2 + 2 * x^2)]$$

$$y_{distorted} = y + [p_1 * (r^2 + 2 * y^2) + 2 * p_2 * x * y]$$

正如本系第一篇所述，一直想梳理一下这块的内容，但懒得开头，无疑看到某位同事提到了齐次坐标，以此为契机，算是完成了一个小小的夙愿，尽管写的很仓促，尽管写到这竟然不忍说再见。想起来读过了关于数学家的一本小册子'Heroes in my heart'，十年过去了，对作者在最后一段的感慨记得还是很清晰。

至此，完成了坐标系与矩阵系列。关于坐标系，不妨看看相对论，我们把时间也作为坐标系中的一个维度。人生海海，如果每个人的坐标系没有同步，狭义相对论告诉我们会有尺缩和时间变慢的问题，尽管物理的速度相对光速慢的很多，这个变化可以忽略不计，可思想的速度是否可以比光速还快呢，而思想上的同步有如此的难。我不禁怀疑，是不是世界上所有的人，都必然会和其他人错过，在精神上终会走向孤独，所谓的灵魂伴侣不过是我们自己的分身；关于矩阵，推荐看一下黑客帝国 1，' eating in Matrix, the steak looks good，the breakfast seems also not bad'，当 Reagan 品尝这块并不存在的牛排时感叹'ignorance is bliss'时，此处的 matrix，像

极了我们所追求的生活意义，而 Morpheus 告诉我们，’unfortunately, no one can be told what the Matrix is. You have to see it for yourself’。一条咸鱼如果有理想，会活的很累，所以，愿你永远懂得飞翔，愿你爱的人懂得温暖来自何方。

听一首憨人，就睡了，又是一个不眠的夜晚~

参考资料：https://ww2.mathworks.cn/help/vision/ug/camera-calibration.html

INFOMCV computer vision