

# TP PROBA STATS

benoit.albert@uca.fr

November 2022

## 1 Les lois de probabilités

Objectif de ce TP est de manipuler les différentes lois et leurs caractéristiques. Utilisations de la bibliothèque *numpy* de Python. Pour chaque loi dessiner la fonction densité (simulée et réel) et la fonction de répartition.

### 1.1 Lois discrètes

Affichage avec *plt.hist*

**Loi de Poisson**  $\mathcal{P}(\lambda)$

*nd.random.poisson*

Pour chaque  $\lambda$  étudié, dessiner sur la même figure la fonction densité (simulée et réelle). Puis dessiner les fonctions de répartition sur une autre figure. Prendre  $\lambda = 1, 10, 30$ .

**Loi de Binomiale**  $\mathcal{B}(n, p)$

*nd.random.binomiale*

De même, avec  $(n = 50, p = 0.5)$ ,  $(n = 50, p = 0.7)$  et  $(n = 50, p = 0.2)$ .

Vérifies-t-on une relation entre ces deux lois ?

### 1.2 Lois continues

**Loi normal**  $\mathcal{N}(\mu, \sigma)$

*nd.random.normal*

Dessiner sur la même figure la fonction densité (simulée et réelle) puis la fonction de répartition (simulée et réelle). Prendre  $\mu = 25, \sigma = \sqrt{50 * 0.25}$ , pour 1000 tirages.

Vérifies-t-on le théorème central limite ?

**Loi exponentielle**  $\mathcal{E}(\lambda)$ .

*nd.random.exponential*

On étudieras la loi pour  $\lambda = 0.5, 2$ , pour 1000 tirages Dessiner sur la même figure la fonction densité (simulée et réelle) pour chaque  $\lambda$ .

## 2 Intervalle de confiance

Pour une variable aléatoire suivant une loi normale  $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ , dont pour  $n$  variable la moyenne empirique  $\bar{X}_n = \sum_i^n X_i$ . L'intervalle de confiance

$$IC = \left[ \bar{X}_n - t_\alpha \frac{s}{\sqrt{n}}, \bar{X}_n + t_\alpha \frac{s}{\sqrt{n}} \right] \quad (1)$$

Avec  $t_\alpha$  valeur de l'intervalle de confiance à  $\alpha\%$ ,  $s$  écart type de l'échantillon.

- Si la variance  $\sigma$  de la loi est connue alors  $s = \sigma$  et  $t_\alpha$  est le fractile de la loi normale  $\mathcal{N}(0, 1)$ , d'ordre  $1 - \frac{\alpha}{2}$ .
- Si la variance est inconnue,  $s = S_n$  est l'écart type empirique et  $t_\alpha$  est le fractile de la loi student  $\mathcal{St}(n - 1)$ , d'ordre  $1 - \frac{\alpha}{2}$ .

Voir les tables des fractiles.(ICI)

### 2.1 Temps de réaction

Le temps de réaction d'un conducteur face à un danger est aléatoire et est lié à son état du conducteur. On suppose que pour un conducteur dans un état normal, le temps de réaction suit une loi normale  $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ . Voici le temps de réactions de 20 conducteurs.

- On suppose que la variance est  $\sigma^2 = 0.2$   
Calculer la moyenne empirique  
Tracer l'histogramme de l'échantillon  
Déterminer un intervalle de confiance à  $\alpha = 95\%$  et  $99\%$
- En utilisant la variance empirique  $S_n$   
Déterminer un intervalle de confiance à  $\alpha = 95\%$  et  $99\%$

### 2.2 Estimation d'une Proportion

Chaque année, les étudiants en 1ère année à l'UCA peuvent choisir de suivre le cours d'algorithmique. Afin d'estimer la proportion d'étudiants en 1ère année qui étudie l'algorithmique, un échantillon de 1000 étudiants sur les 10 dernières années a été choisi. 637 ont suivi le cours. Donner un intervalle de confiance à 95% de cette population.