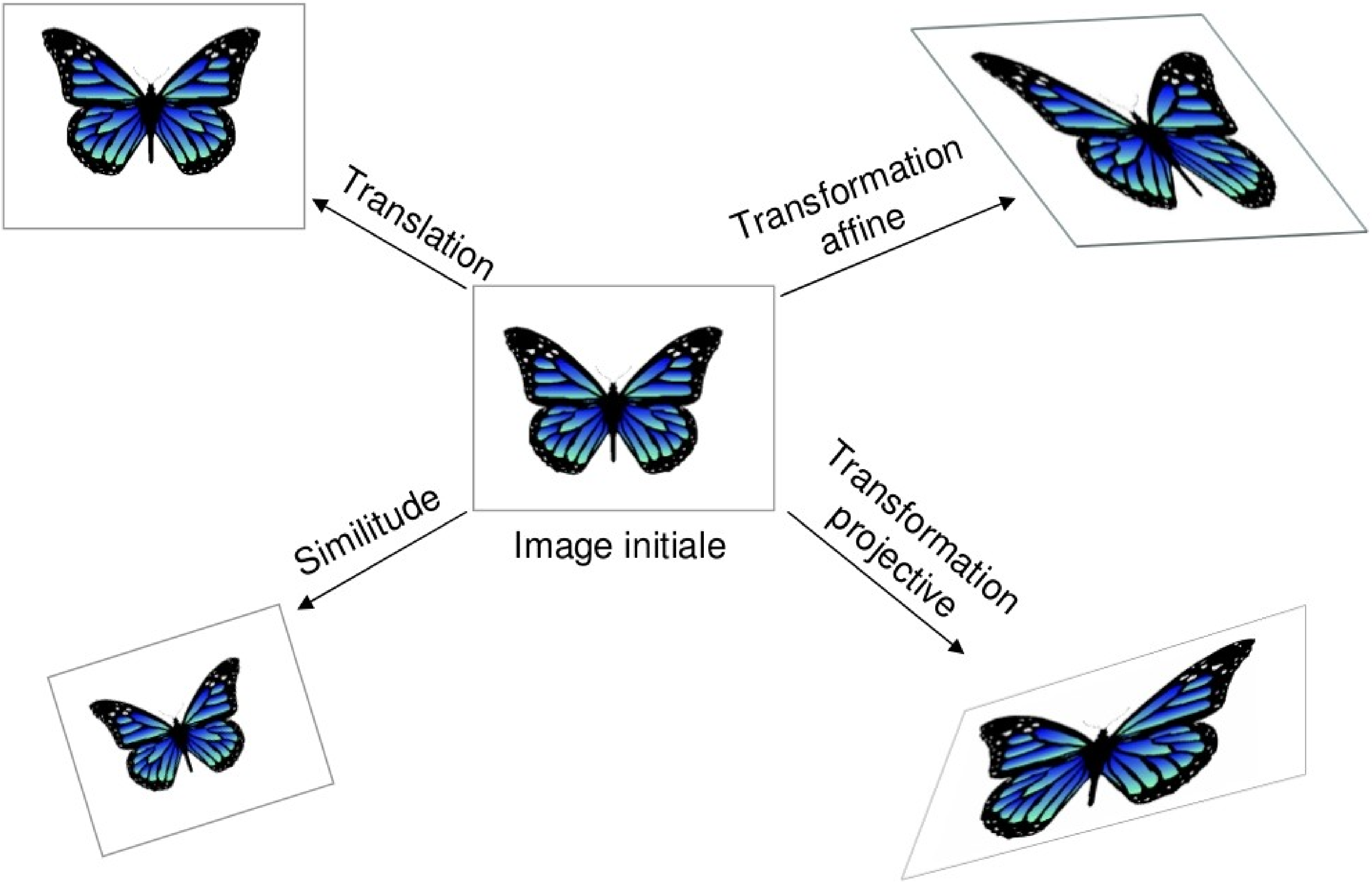
Transformations géométriques de l'image



Transformations du plan image

Transformation affine sur les coordonnées pixelliques :

$$\begin{bmatrix} i' \\ j' \end{bmatrix} = \mathbf{T} \begin{bmatrix} i \\ j \end{bmatrix} + \mathbf{v}$$

On peut alors construire l'image J en transformant l'image I :

J(i',j') = I(i,j)

Transformations du plan image

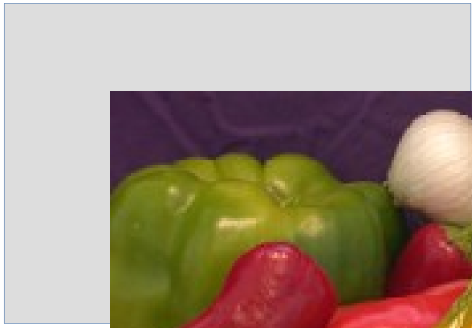
Cas particulier : translation

$$\begin{bmatrix} i' \\ j' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i \\ j \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \; \\ \; \end{bmatrix}$$

Transformations du plan image

Cas particulier : translation

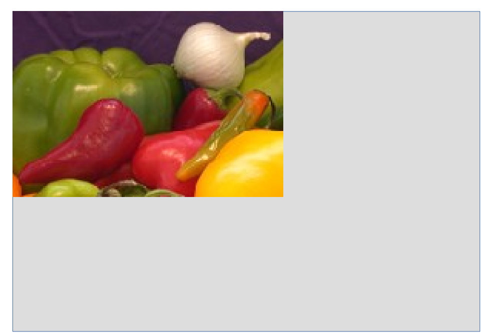
$$\begin{bmatrix} i' \\ j' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i \\ j \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} t_i \\ t_j \end{bmatrix}$$



Transformations du plan image

Cas particulier : changement d'échelle

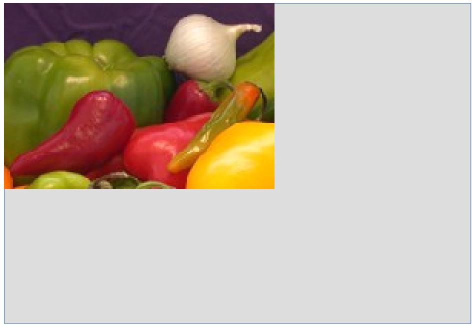
$$\begin{bmatrix} i' \\ j' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} & \\ & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i \\ j \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \\ \\ \end{bmatrix}$$



Transformations du plan image

Cas particulier : changement d'échelle

$$\begin{bmatrix} i' \\ j' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_i & 0 \\ 0 & \alpha_j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i \\ j \end{bmatrix}$$



Transformations du plan image

Cas particulier : rotation

$$\begin{bmatrix} i' \\ j' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \quad & \quad \\ & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i \\ j \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix}$$

Transformations du plan image

Cas particulier : rotation

$$\begin{bmatrix} i' \\ j' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} cos(\theta) & -sin(\theta) \\ sin(\theta) & cos(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i \\ j \end{bmatrix}$$

Transformations du plan image

Cas particulier : déformation linéaire

$$\begin{bmatrix} i' \\ j' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} & \\ & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i \\ j \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix}$$

Transformations du plan image

Cas particulier : déformation linéaire

$$\begin{bmatrix} i' \\ j' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i \\ j \end{bmatrix}$$

Transformations du plan image

<u>Les coordonnées homogènes</u> : système de coordonnées qui permet d'écrire toutes les transformations affines et les projections sous forme matricielle.

En pratique : il suffit de rajouter une coordonnée

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{pmatrix} wx \\ wy \\ w \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix}$$

Coordonnées cartésiennes

Coordonnées homogènes

Intuition : Si 0 est un centre de projection, le point P et le point wP se projettent de la même façon sur le plan image. Ils seront donc équivalents dans l'espace projectif

Transformations du plan image

Les transformations homogènes : Cas d'une transformation linéaire :

$$\begin{bmatrix} i' \\ j' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b & 0 \\ c & d & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i \\ j \\ 1 \end{bmatrix}$$

Les transformations homogènes : Cas d'une transformation affine :

$$\begin{bmatrix} i' \\ j' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b & t_i \\ c & d & t_j \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i \\ j \\ 1 \end{bmatrix}$$

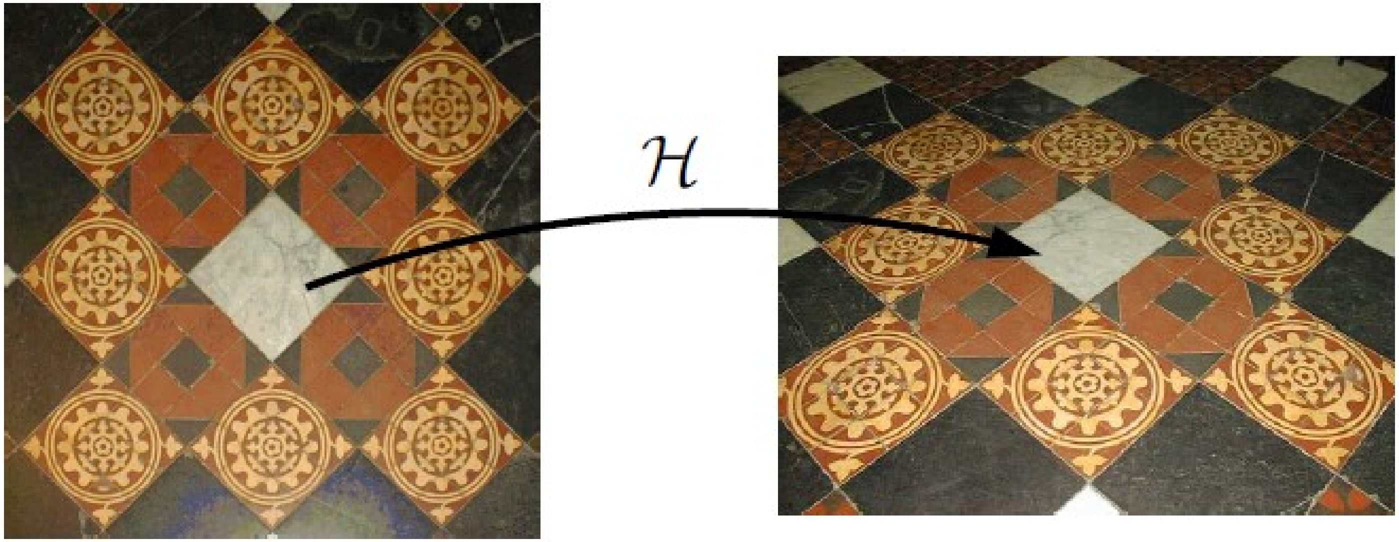
Transformations du plan image

Cas général : transformation projective, ou homographie :

$$\begin{bmatrix} i' \\ j' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ a_4 & a_5 & a_6 \\ a_7 & a_8 & a_9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i \\ j \\ 1 \end{bmatrix}$$

Transformation entre deux plans projectifs

Ex :



Transformations du plan image

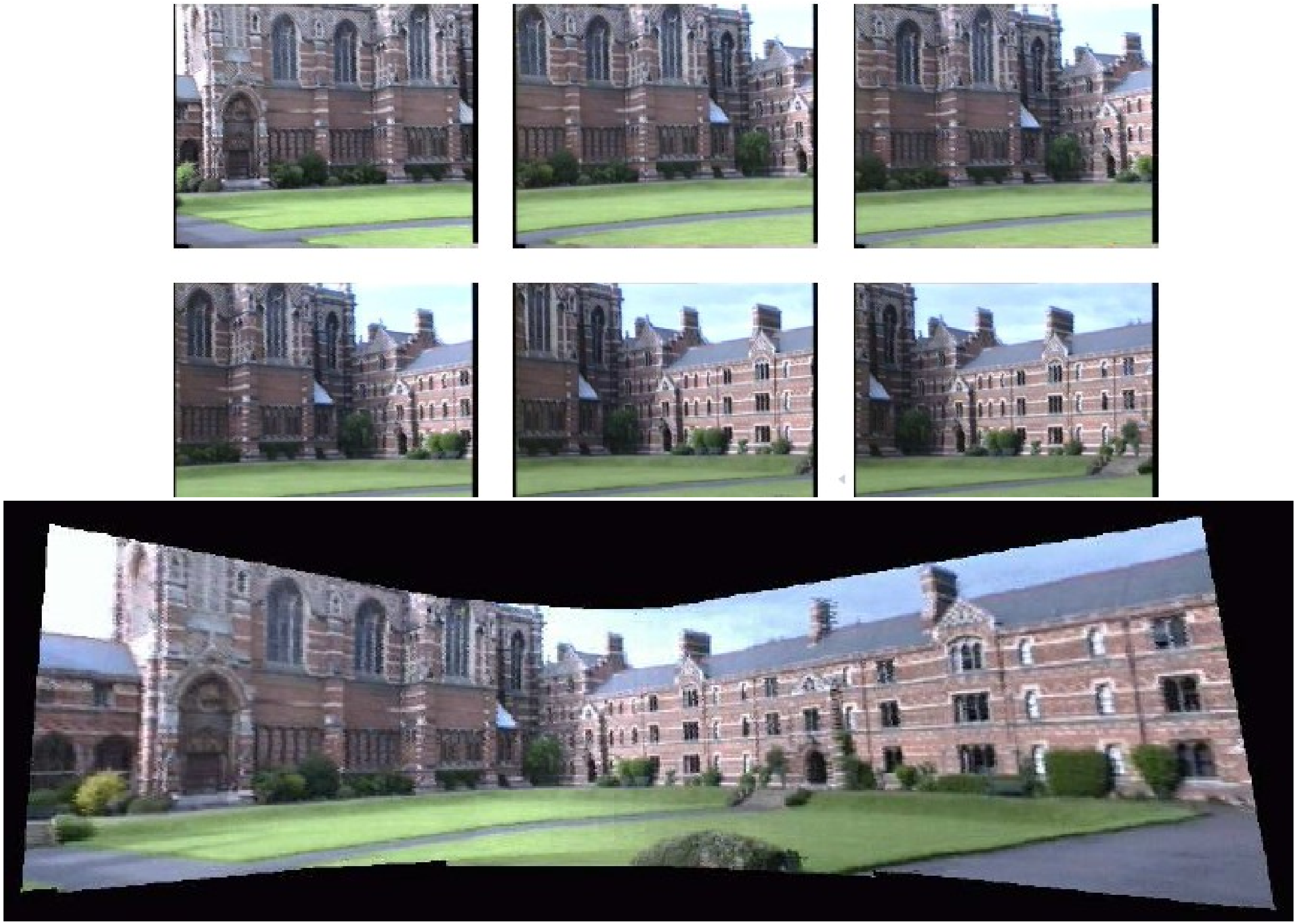
La géométrie projective et les transformations homogènes sont des outils très utilisés en vision par ordinateur car une image est la projection de la lumière sur un plan.

Les transformations homogènes permettent de transformer les relations euclidiennes affines en des relations linéaires en coordonnées homogènes.

Applications nombreuses : panoramique, réalité augmentée...

Transformations du plan image

Ex d'application des transformations projectives 2D : panoramique



Interpolation

Problème des transformations géométriques en pratique ?

Interpolation

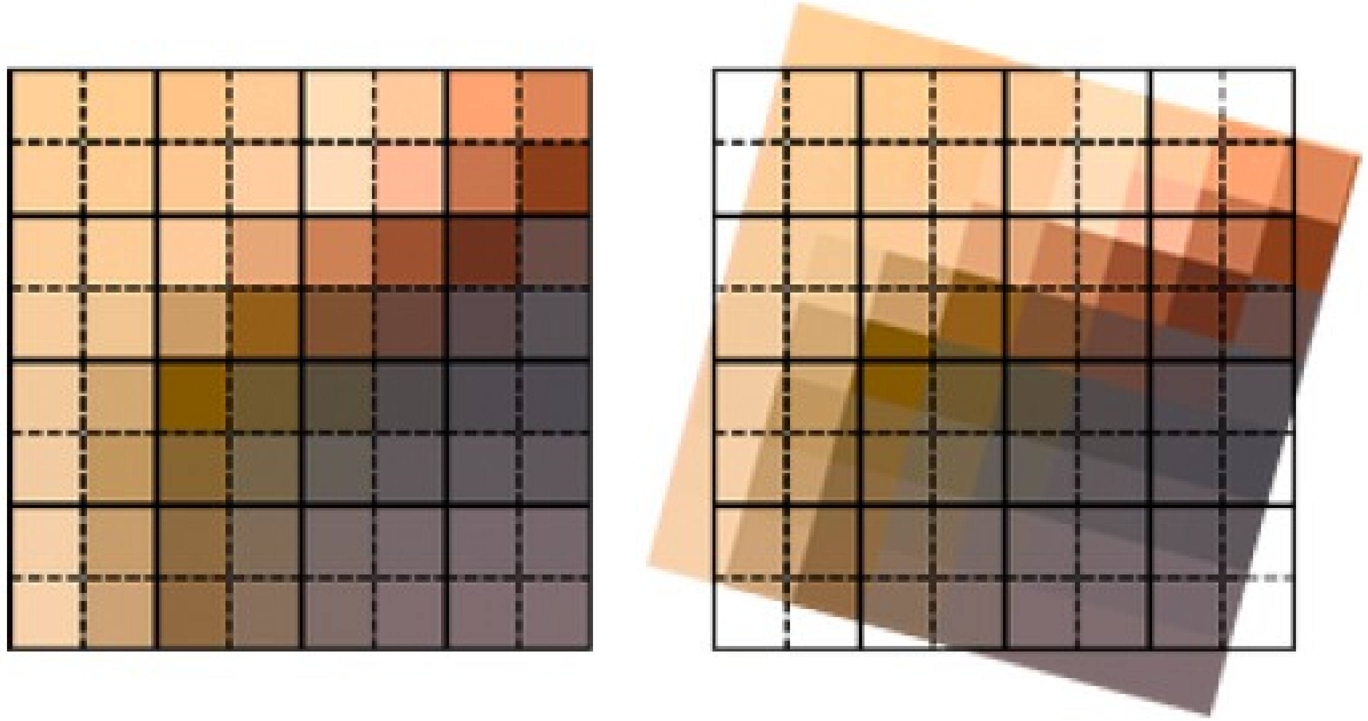
Problème des transformations géométriques en pratique :

Tous les pixels de l'image d'arrivée n'ont pas nécessairement un et un seul correspondant dans l'image de départ

Interpolation

Problème des transformations géométriques en pratique :

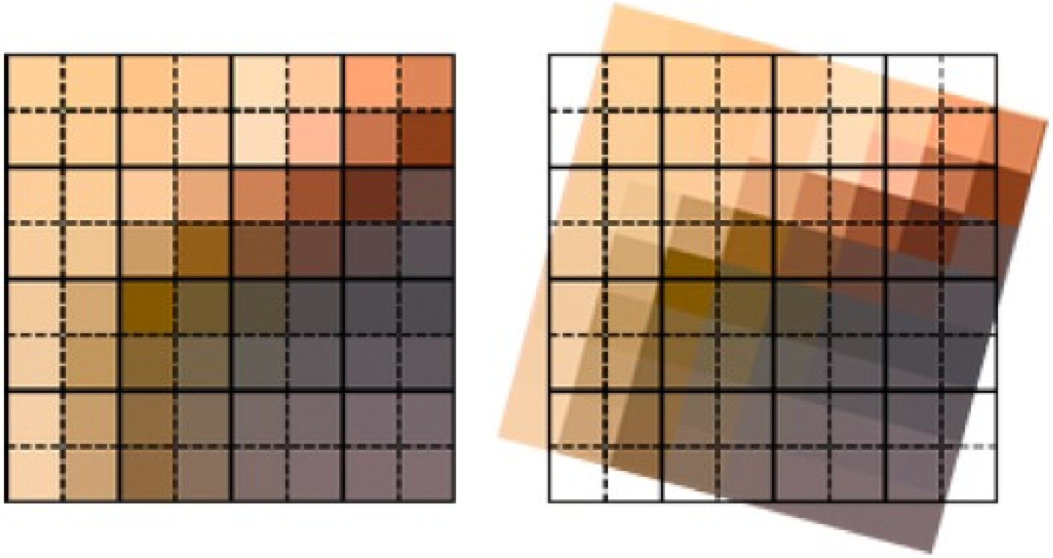
→ Nécessité d'interpoler



Interpolation

Transformation directe : On part de chaque pixel de l'image de départ, on applique la transformation pour calculer sa position dans l'image transformée

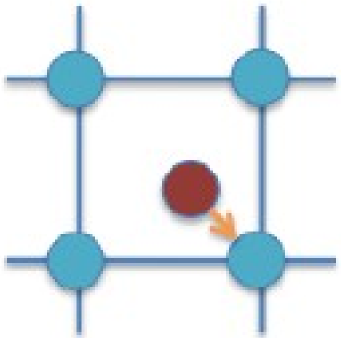
Transformation inverse : On part des pixels de l'image d'arrivée et on applique la transformation inverse pour calculer le pixel correspondant dans l'image de départ



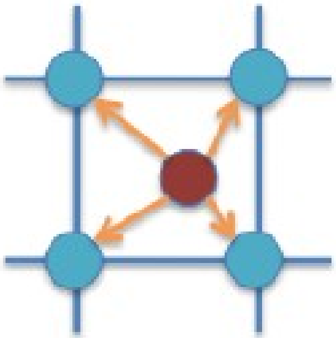
Interpolation

Choix possibles d'interpolation :

- Plus proche voisin : le pixel est de la même couleur que celle de son plus proche voisin
- Interpolation bilinéaire : prise en compte des 4 voisins du pixel pour faire une combinaison bilinéaire des intensités



Plus proche voisin



Interpolation bilinéaire