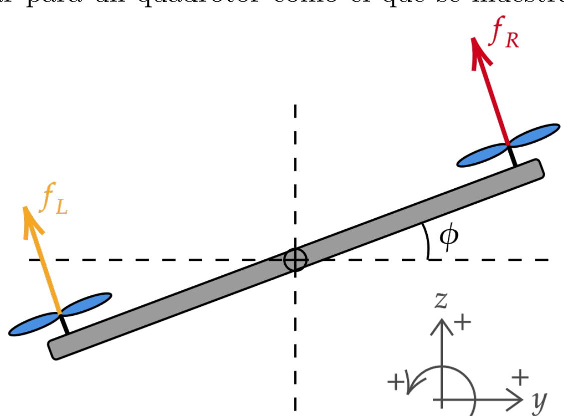
Universidad del Valle de Guatemala
Departamento de Ingeniería Electrónica
IE3041 - Sistemas de Control 2
MSc. Miguel Zea

Micro-parcial 3

Considere el modelo planar para un quadrotor como el que se muestra en la figura. Suponga que



la distancia ℓ entre los ejes de los motores de las hélices es de 45cm y que la masa m del sistema es de 210g (estos datos corresponden al largo y a la mitad de la masa de un Parrot AR Drone, con la cubierta para exteriores). Emplee esta información para realizar lo siguiente:

(a) Si se sabe que

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} y & z & \phi & \dot{y} & \dot{z} & \dot{\phi} \end{bmatrix}^\top, \qquad \mathbf{u} = \begin{bmatrix} f_R & f_L \end{bmatrix}^\top,$$

emplee las ecuaciones de Newton-Euler

$$\sum_i \mathbf{f}_i = m\mathbf{a} \text{ (en el CDM)}, \qquad \sum_i \tau_i = I\alpha \text{ (en el punto de pivote)},$$

para determinar el modelo no lineal $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u})$ del sistema. Suponga que la inercia del sistema corresponde a la de una varilla delgada que rota alrededor de su centro.

(b) Determine las fuerzas requeridas, $\mathbf{u}_{ss} = \begin{bmatrix} f_{R,ss} & f_{L,ss} \end{bmatrix}^\top$, para que el punto

$$\mathbf{x}_{ss} = \begin{bmatrix} y_{ss} & z_{ss} & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^\top,$$

sea un punto de equilibrio del sistema dinámico no lineal, es decir $\mathbf{f}(\mathbf{x}_{ss}, \mathbf{u}_{ss}) = \mathbf{0}$. Considere que y_{ss} y z_{ss} son las coordenadas del punto en el plano $y-z$ en donde deberá quedar suspendido el quadrotor luego de aplicarle control.

(c) Obtenga el sistema LTI que resulta de linealizar el sistema alrededor del punto de operación $(\mathbf{x}_{ss}, \mathbf{u}_{ss})$.

(d) Emplee el método indirecto de Lyapunov para determinar la estabilidad del punto de operación $(\mathbf{x}_{ss}, \mathbf{u}_{ss})$.

(e) ¿Es completamente controlable el sistema linealizado alrededor del punto de operación?

(f) (MATLAB) Emplee los resultados de los incisos (a), (b) y (c) para completar el script `micro_parcial3`, el cual efectúa la simulación del quadrotor planar empleando el modelo no lineal. Emplee como condición inicial

$$\mathbf{x}_0 = \begin{bmatrix} y_{ss} + 0.1 & z_{ss} + 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 \end{bmatrix}^\top,$$

y observe qué ocurre con la respuesta del sistema sin control, ¿Corresponde esto a lo que dice su intuición? Incluya en su solución las figuras generadas por el script y una pequeña discusión que responda a la pregunta planteada.

(g) (MATLAB) Utilice las matrices del sistema linealizado junto con la función `lqr` para diseñar un regulador lineal cuadrático que estabilice el punto de operación $(y_{ss}, z_{ss}) = (0, 2)$ e impleméntelo dentro del ciclo que genera la solución de la ecuación diferencial de forma iterativa. ¿Funcionó el controlador? Incluya en su solución una pequeña discusión que responda la pregunta, al igual que las matrices $\mathbf{Q}$ y $\mathbf{R}$ que empleó y las figuras generadas por el script. **Ayuda:** recuerde que para generar la matriz de ganancias del LQR se emplea el sistema linealizado con vector de estado $\mathbf{z} = \mathbf{x} - \mathbf{x}_{ss}$ y vector de entradas $\mathbf{v} = \mathbf{u} - \mathbf{u}_{ss}$. Es necesario que usted regrese esta ley de control al sistema no lineal original con vector de estado $\mathbf{x}$ y vector de entradas $\mathbf{u}$.

(h) (MATLAB) Modifique la condición inicial del sistema para que sea

$$\mathbf{x}_0 = \begin{bmatrix} y_{ss} - \delta & z_{ss} - \delta & -\delta & -\delta & -\delta & -\delta \end{bmatrix}^\top,$$

en donde δ es un parámetro de *perturbación*. Varíe gradualmente el valor de δ y observe cómo reacciona el controlador. ¿Cuál es el valor máximo (aproximado) de δ que puede emplearse sin que deje de funcionar el controlador? (esto le da a usted un estimado de la *región de atracción* del controlador) Incluya en su solución una pequeña discusión que responda a la pregunta y que describa qué fue lo que observó conforme varió el parámetro δ. Adicionalmente, incluya las figuras generadas para los casos con $\delta = 2$ y $\delta = \delta_{\text{máx}}$.

(i) (MATLAB) Repita los incisos (g) y (h) pero haciendo que los valores negativos para las fuerzas de control saturen a 0, esto para que la simulación se acerque más a la situación de un drone real en donde los propellers sólo pueden ejercer fuerzas de thrust positivas. ¿Cómo cambiaron sus matrices de penalización para el LQR y la perturbación para la condición inicial? De nuevo incluya en su solución una breve discusión que responda a la pregunta.