Universidad del Valle de Guatemala
Departamento de Ingeniería Mecatrónica
MT3005 - Robótica 1
MSc. Miguel Zea

Laboratorio 3

Ángulos de Euler y transformaciones elementales

Objetivos

- Desarrollar una intuición básica para la obtención de matrices de rotación a partir de secuencias de ángulos de Euler.
- Desarrollar destrezas básicas para la determinación de poses en el espacio tridimensional.
- Emplear la *Robotics Toolbox* para generar, componer y visualizar matrices de transformación homogénea en problemas de robótica.

Procedimiento

En la práctica de esta semana usted empleará una combinación de funciones desarrolladas en MATLAB con funciones básicas de la *Robotics Toolbox* de Peter Corke, para obtener matrices de transformación homogénea y luego determinar la pose de distintos cuerpos rígidos dentro de aplicaciones típicas en robótica.

1. Descargue de Canvas el archivo `mt3005lab3.zip` y extraiga sus contenidos dentro de una carpeta en una ubicación de su preferencia. Cambie el folder actual de MATLAB para que coincida con esta carpeta y abra el script `laboratorio3` para editar. Dentro de los archivos se le suministra la función `trans_hom`, la cual toma como argumentos una matriz de rotación $\mathbf{R} \in SO(3)$ y un vector (columna) de traslación $\mathbf{o} \in \mathbb{R}^3$, y produce una matriz de transformación homogénea $\mathbf{T} \in SE(3)$.

2. En la Figura 1 se le presenta el espacio de trabajo de un robot, en donde los marcos de referencia denotados corresponden a: el marco inercial $\{A\}$, el efector final del robot $\{B\}$, la cámara $\{C\}$ y la pieza de trabajo $\{D\}$.

   Utilice la función `trans_hom` suministrada junto con las funciones de rotaciones elementales `rotx`, `roty` y `rotz` de la *Robotics Toolbox* para encontrar:

   (a) La pose de la pieza de trabajo respecto al marco inercial, empleando la secuencia de ángulos ZYZ. Recuerde que puede emplear el comando `tranimate(T1,T2)` para visualizar de manera animada la transformación efectuada para llegar a la pose final $\mathbf{T}_2$ a partir de una pose inicial $\mathbf{T}_1$.
   (b) La pose de la pieza de trabajo respecto a la cámara, empleando la secuencia de ángulos ZYX.
   (c) La pose de la cámara respecto al marco inercial empleando la secuencia de ángulos XYZ.

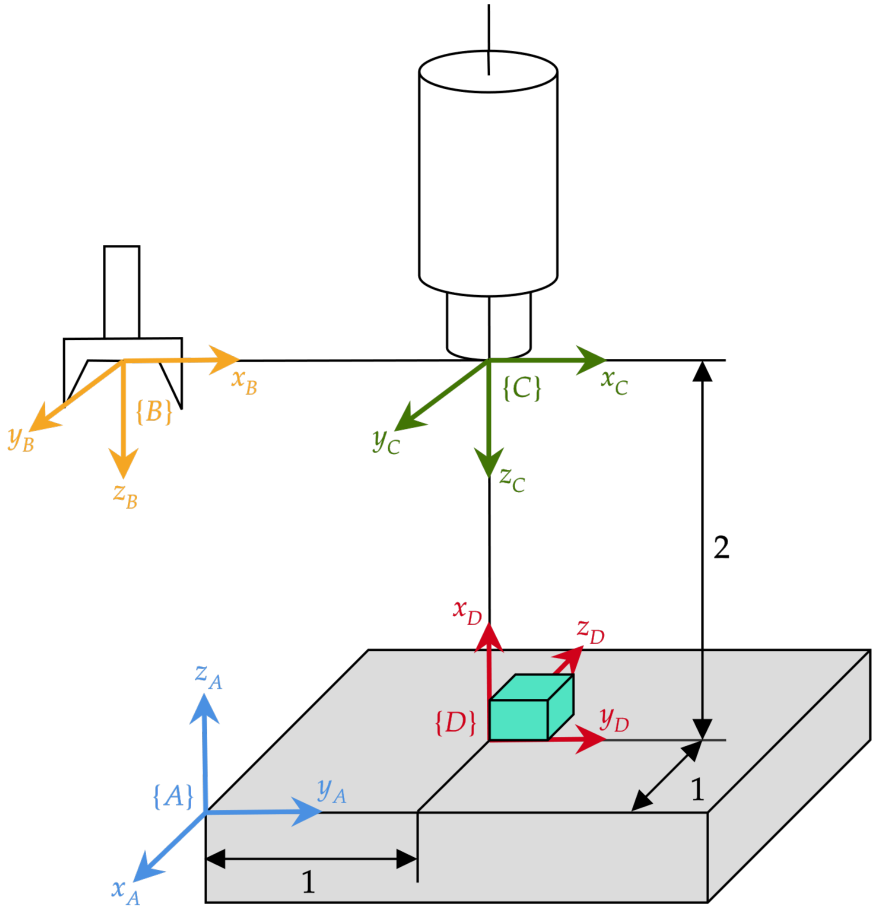

Figura 1: Descripción gráfica del espacio de trabajo de un robot.

(d) La pose del efector final del robot respecto al marco inercial, si se sabe que

$$ {}^{B}\mathbf{T}_C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. $$

(e) Emplee el comando `trplot` para presentar en una única figura los marcos de referencia de cada uno de los cuerpos rígidos involucrados, debidamente etiquetados y con colores similares a los de la Figura 1. Recuerde que puede emplear el comando `hold on` para que MATLAB no cambie de figura al momento de graficar los marcos de referencia. Muestre la figura generada al profesor de laboratorio o al auxiliar durante la calificación.

3. Una alternativa más intuitiva y eficiente a determinar la pose de un marco de referencia de forma directa, es mediante las transformaciones homogéneas elementales $\mathbf{Rot}_x(\theta), \mathbf{Rot}_y(\theta), \mathbf{Rot}_z(\theta)$ que efectúan rotaciones puras alrededor de los ejes coordenados y $\mathbf{Transl}_x(d)$, $\mathbf{Transl}_y(d)$, $\mathbf{Transl}_z(d)$ que efectúan traslaciones puras en las direcciones de los ejes coordenados. Estas serán particularmente útiles al momento de describir el movimiento de manipuladores robóticos en prácticas posteriores.

   Para emplearlas, considere que la pose de un marco de referencia ya no se representa mediante una matriz de rotación y un vector de traslación, si no que más bien está conformada por una secuencia/composición de transformaciones elementales. Por ejemplo, la matriz de transformación homogénea presentada de la forma

$$ {}^{A}\mathbf{T}_B = \mathbf{Rot}_z(\theta)\mathbf{Transl}_x(d), $$

indica que para llegar a la pose de $\{B\}$ iniciando en $\{A\}$, debe de efectuarse una rotación sobre el eje z de θ radianes seguido de una traslación en el *nuevo* eje x de d unidades. Es importante notar que la matriz anterior NO es equivalente (verifique esto en MATLAB con valores de prueba) a

$$ {}^{A}\mathbf{T}_B = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 & d \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, $$

es decir, la traslación se efectúa en el eje x de un nuevo marco de referencia (intermediario) que se obtuvo al rotar $\{A\}$ θ radianes en el eje z. Para comprender claramente el uso de las transformaciones elementales, considere el siguiente caso

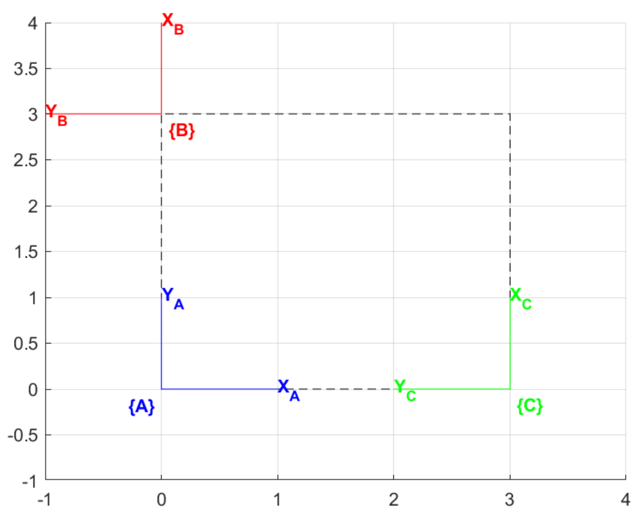

Figura 2: Ejemplo de transformaciones elementales en el plano.

Al efectuar la secuencia de transformaciones elementales (iniciando desde $\{A\}$)

$$ \mathbf{Rot}(\pi/2)\mathbf{Transl}_x(3), $$

se obtiene la pose de $\{B\}$ con respecto a $\{A\}$, mientras que la secuencia

$$ \mathbf{Transl}_x(3)\mathbf{Rot}(\pi/2), $$

genera la pose de $\{C\}$ con respecto a $\{A\}$. Para el caso tridimensional, la *Robotics Toolbox* implementa estas transformaciones elementales mediante las funciones `trotx`, `troty`, `trotz` y `transl`, correspondiendo esta última a $\mathbf{Transl}_x(a)\mathbf{Transl}_y(b)\mathbf{Transl}_z(c)$.

Considere la situación planteada en la Figura 3, en donde cada uno de los prismas punteados tiene dimensiones $3 \times 2 \times 3$ (base por altura por profundidad) y el marco de referencia $\{A\}$ se encuentra situado en el origen.

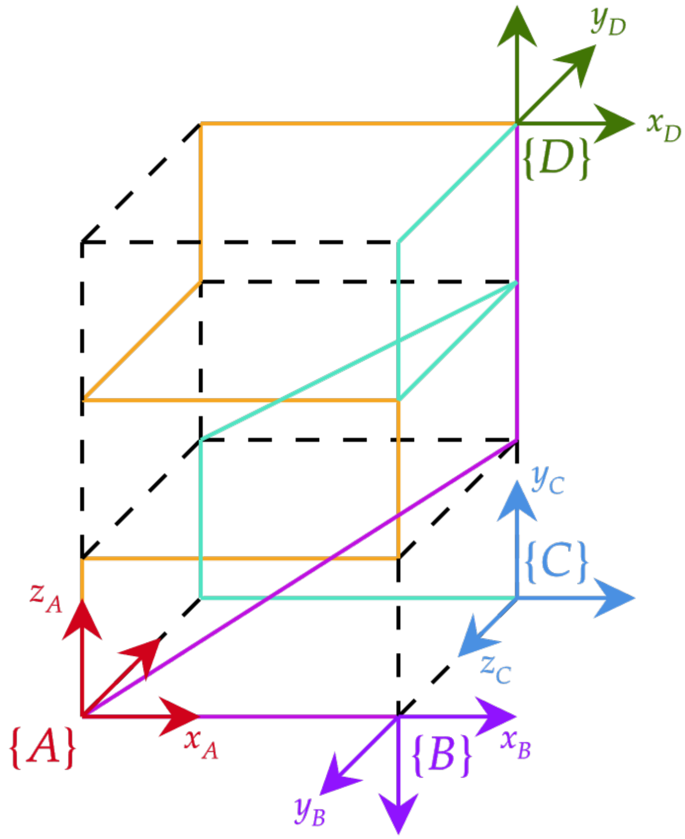

Figura 3: Poses iniciales y trayectorias para el problema del inciso 4.

Emplee transformaciones elementales para analizar la situación que se presenta en la Figura y complete la sección respectiva del script `laboratorio3`. Determine:

(a) La pose de $\{D\}$ respecto a $\{A\}$ de forma directa. Esto le servirá como referencia para verificar que el resultado es el mismo cuando emplee matrices de transformación elementales.

(b) ${}^{A}\mathbf{T}_{D}$ si empieza desde $\{A\}$ y debe seguir el camino naranja.

(c) ${}^{A}\mathbf{T}_{D}$ si empieza desde $\{A\}$ y debe seguir el camino naranja, pero sólo se le permiten traslaciones en z aunque puede rotar alrededor de cualquiera de los ejes.

(d) ${}^{A}\mathbf{T}_{D}$ si empieza desde $\{B\}$ y debe seguir el camino fucsia, pero sólo se le permiten rotaciones alrededor de y y z aunque puede trasladarse sobre cualquiera de los ejes.

(e) ${}^{A}\mathbf{T}_{D}$ si empieza desde $\{C\}$ y debe seguir el camino cyan, pero sólo se le permiten rotaciones alrededor de y y z y traslaciones en z.

Para verificar si sus soluciones están correctas, corra la sentencia `calificar('laboratorio3')` en la línea de comando (NOTA: debe haber corrido su script `laboratorio3.m` por lo menos una vez antes de intentar calificarlo). Cuando esté satisfecho con los resultados, presénteselos al profesor del laboratorio o al auxiliar. Recuerde que entregas tardías representan una penalización del 25 % por semana.