Universidad del Valle de Guatemala
Departamento de Ingeniería Mecatrónica
MT3006 - Robótica 2
MSc. Miguel Zea

Laboratorio 6

Fusión de sensores mediante el filtro de Kalman

Objetivos

- Determinar los parámetros e implementar las expresiones correspondientes de un filtro de Kalman en tiempo discreto.
- Emplear un filtro de Kalman para realizar fusión de sensores para un caso que presenta un modelo de proceso LTI.

Antecedentes

El planteamiento del filtro de Kalman en tiempo discreto asume que se tiene un sistema dinámico lineal en tiempo discreto de la forma

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{A}[k]\mathbf{x}_k + \mathbf{B}[k]\mathbf{u}_k + \mathbf{F}[k]\mathbf{w}_k,$$

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{C}[k]\mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k,$$

en donde $\mathbf{w}_k \sim \mathcal{N}(\mathbf{0}, \mathbf{Q}_w[k])$ y $\mathbf{v}_k \sim \mathcal{N}(\mathbf{0}, \mathbf{Q}_v[k])$ son los ruidos de proceso y observación respectivamente. Es importante notar que estos ruidos no están correlacionados, es decir, $E\left\{\mathbf{w}_k \mathbf{v}_j^\top\right\} = \mathbf{0}$. A pesar que en el planteamiento general del filtro se permite que las matrices de covarianza $\mathbf{Q}_w$ y $\mathbf{Q}_v$ varíen con respecto al tiempo, en una gran mayoría de los casos de interés estas se mantienen constantes y presentan la forma de una matriz diagonal en donde los elementos de la diagonal corresponden a las varianzas de cada uno de los procesos de ruido blanco. Por ejemplo, si $\mathbf{w}_k \in \mathbb{R}^2$ entonces

$$\mathbf{Q}_w = \begin{bmatrix} \sigma_{w_1}^2 & 0 \\ 0 & \sigma_{w_2}^2 \end{bmatrix},$$

en donde $\sigma_{w_1}^2$ es la varianza del Gaussiano que genera el ruido blanco para el primer elemento del ruido de proceso y $\sigma_{w_2}^2$ la varianza del segundo elemento.

A diferencia del filtro de Kalman en tiempo continuo, la variante discreta del filtro de Kalman típicamente se separa en dos etapas: predicción y corrección. Dentro de ambas etapas, se distinguen dos tipos de estimaciones, las que se hacen previo a emplear las mediciones de los sensores y las que se hacen después. Estos estimados reciben el nombre de *a-priori* y *a-posteriori* respectivamente, y se representan de la siguiente manera (empleando la notación de probabilidad condicional):

$$\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} \quad \text{(a-priori)}, \qquad \hat{\mathbf{x}}_{k|k} \quad \text{(a-posteriori)}.$$

Adicionalmente, también se asume que la condición inicial está siendo modelada por un vector aleatorio Gaussiano, es decir

$$E\left\{\mathbf{x}[k_0]\right\} = \mathbf{x}_0 \equiv \hat{\mathbf{x}}_{0|0}, \qquad \mathbf{P}_0 = E\left\{\mathbf{x}[k_0]\mathbf{x}^\top[k_0]\right\} \equiv \mathbf{P}_{0|0}.$$

Bajo esta nomenclatura entonces, se describe el algoritmo del filtro de Kalman separado en predicción y corrección en el diagrama de la Figura 1.

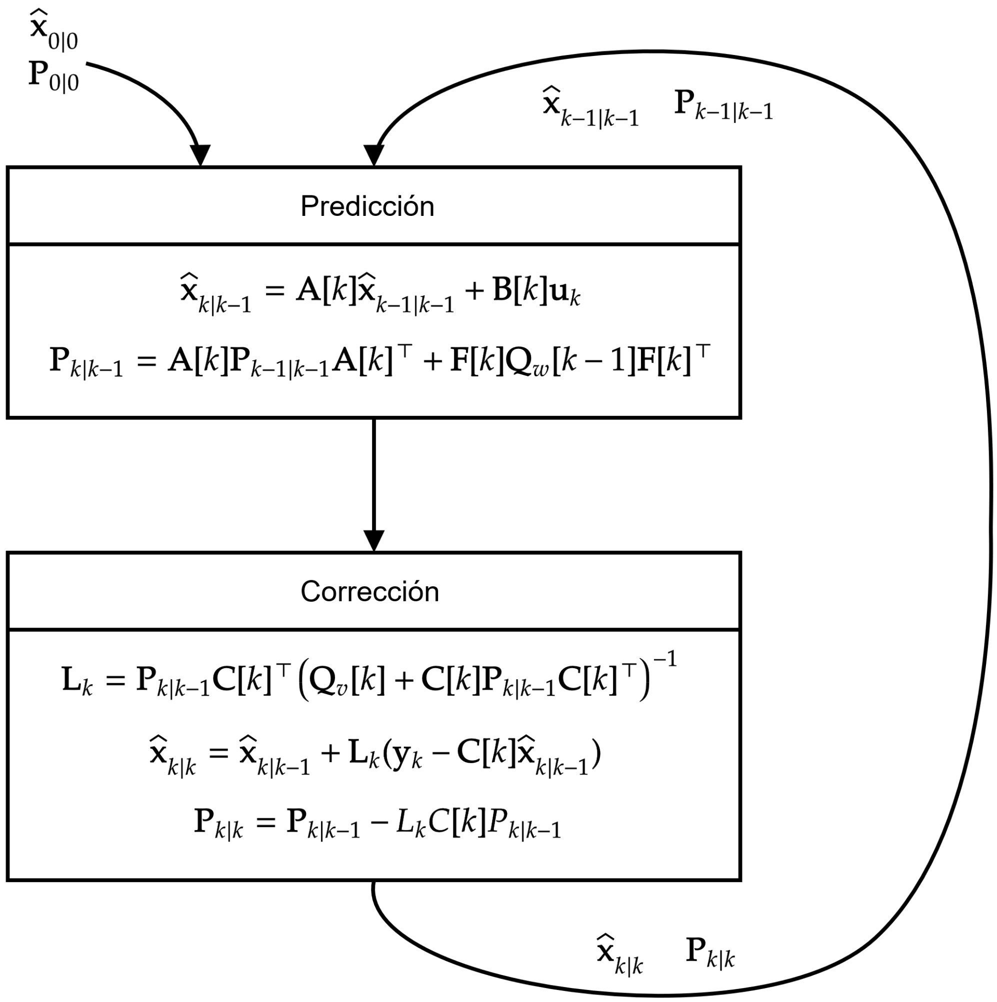

Figura 1: Algoritmo predicción-corrección para el filtro de Kalman discreto.

El algoritmo se inicializa con un estimado de la condición inicial del proceso junto con una especificación de incertidumbre para la misma, es decir,

$$\hat{\mathbf{x}}_{0|0} \approx \mathbf{x}_0, \qquad \mathbf{P}_{0|0} = \sigma_e^2\mathbf{I},$$

en donde σ_e^2 deberá ser pequeño si se tiene una alta certeza que el estimado de la condición inicial es correcto. Caso contrario, un σ_e^2 alto le indica al filtro que no se conoce con certeza la condición inicial. *Nota: para el caso lineal del filtro de Kalman conocer o no la condición inicial sólo tiene impacto en la velocidad de convergencia. Para los casos no lineales del filtro, sin embargo, una mala selección de condición inicial puede tener impacto en la convergencia misma del filtro. Tome esto en consideración para prácticas de laboratorio posteriores.*

Procedimiento

En la práctica de esta semana usted empleará MATLAB para implementar el algoritmo del filtro de Kalman descrito en la Figura 1 para realizar fusión de sensores en un caso en donde el modelo del proceso que genera las mediciones es LTI. Para lograr esto, realice lo siguiente:

1. Descargue de Canvas el archivo `mt3006lab6.zip` y extraiga sus contenidos a una carpeta de su selección. Dentro de la carpeta encontrará: el script base `lab6.m` que deberá completar según le indiquen los incisos, el archivo `sensor_and_process_data.mat` que contiene la data completa de una corrida del proceso real y la función `[w, v] = sensor_test()` que corresponde a los resultados de un experimento en donde se colocó el sistema (con los sensores instalados) de tal manera que pudieron obtenerse corridas interpretables de los sensores (puede graficar las mismas mediante, por ejemplo, `plot(w(1,:))`, o bien todas juntas con `plot([w',v'])`).

2. Se brindan, dentro del script base, las matrices del proceso **continuo en el tiempo** `Ac, ... Bc, Fc, Cc`. Emplee el comando `c2d` para obtener las matrices discretas `A,B,F,C` del proceso mediante una discretización por zero-order hold, con un $\Delta t = 0.01$ s. *Nota:* observe el valor de la matriz `Bc`.

3. Emplee la función `[w, v] = sensor_test()` para estimar las varianzas de cada uno de los procesos de ruido blanco y forme las matrices de covarianza `Qw, Qv` correspondientes. Para la estimación de varianzas, los comandos `mean, std, var` de MATLAB pueden serle de utilidad.

4. Complete, dentro del script base, la inicialización de las cantidades a emplear en la implementación del filtro.

5. Implemente el filtro de Kalman discreto, según las expresiones descritas en la Figura 1, dentro del ciclo en el script base empleando la data proporcionada en el archivo `.mat`. Tome nota que de la data contenida en este archivo, sólo debe emplear el array `Y` que contiene las mediciones de los sensores capturadas durante la corrida del proceso, es decir, puede obtener el $\mathbf{y}_k$ que requiere el filtro mediante `y_k = Y(:,k)`. Las variables `t` y `X` sólo se emplean en la generación de gráficas.

6. Muestre al catedrático de laboratorio la figura que genera el script luego de haber implementado correctamente el filtro de Kalman y responda cualquier pregunta que se le plantee en el momento. Recuerde que entregas tardías representan una penalización del 25 % por semana.