UNIVERSIDAD DEL VALLE DE GUATEMALA

Localización I: predicción de pose mediante dead-reckoning

MT3006 - Robótica 2

¿Qué estamos buscando?

navegación =

localización + mapeo + planificación

navegación =

localización + mapeo + planificación

≡ estimación de pose

navegación =

localización + mapeo + planificación

≡ **estimación** de pose

predicción + corrección

predicción de pose empleando dead-reckoning

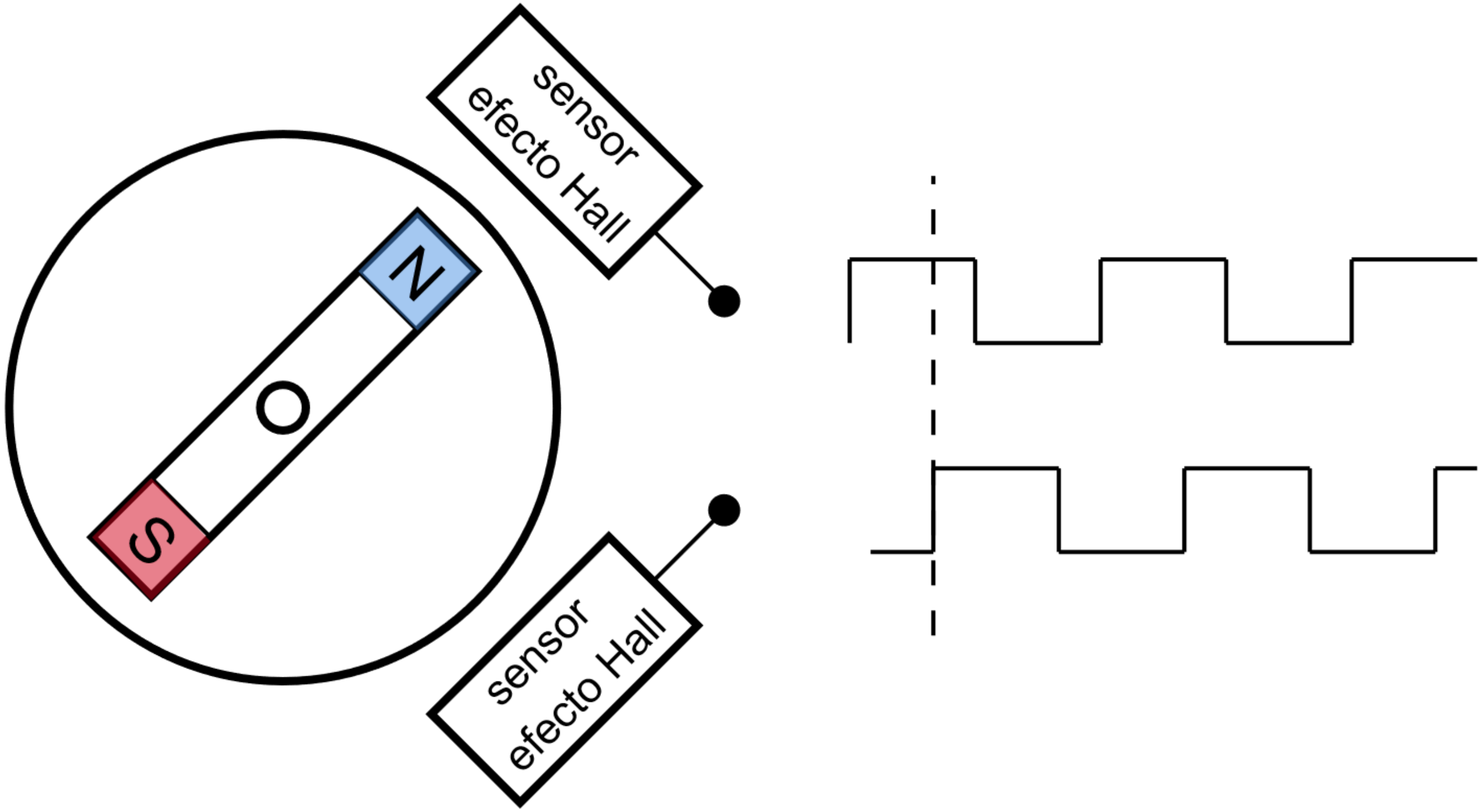
Dead-reckoning

$\equiv$ **integración** de recorrido

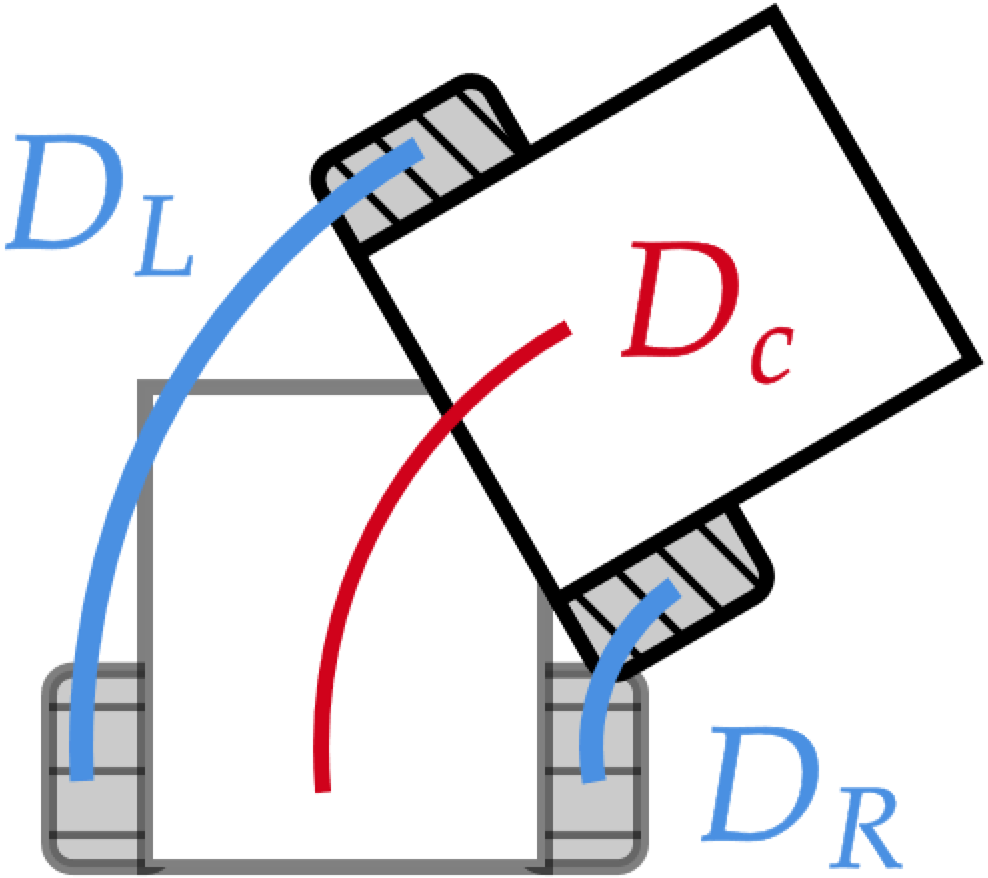
emplea la combinación de una posición (o pose) previamente determinada junto a un estimado de la velocidad (o aceleración) del robot para estimar la posición (o pose) actual del mismo

Odometría para robots con ruedas

Odometría para robots con ruedas



encoder rotacional magnético



$$D_L = r\theta_L = 2\pi r \frac{\Delta \text{tick}_L}{N}$$

$$D_R = r\theta_R = 2\pi r \frac{\Delta \text{tick}_R}{N}$$

$$D_c = \frac{D_R + D_L}{2} \triangleq \delta_\rho$$

$$\delta_\theta = \frac{D_R - D_L}{\ell}$$

$r:$ radio de la rueda

$\ell:$ distancia entre ruedas

$\Delta\mathrm{tick}_R:$ conteo diferencial de "muescas"

$N:$ número de "muescas" por revolución (debe tomar en consideración la caja reductora)

$\delta_\rho:$ distancia lineal recorrida

$\delta_\theta:$ distancia angular recorrida

$$
{}^{N}\boldsymbol{\xi} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ \theta \end{bmatrix} \triangleq \begin{bmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \\ \xi_3 \end{bmatrix}
$$

$$
{}^{N}\boldsymbol{\xi}_{k+1} = {}^{N}\boldsymbol{\xi}_{k} + \begin{bmatrix} \delta_\rho \cos(\xi_{3,k}) \\ \delta_\rho \sin(\xi_{3,k}) \\ \delta_\theta \end{bmatrix}
$$

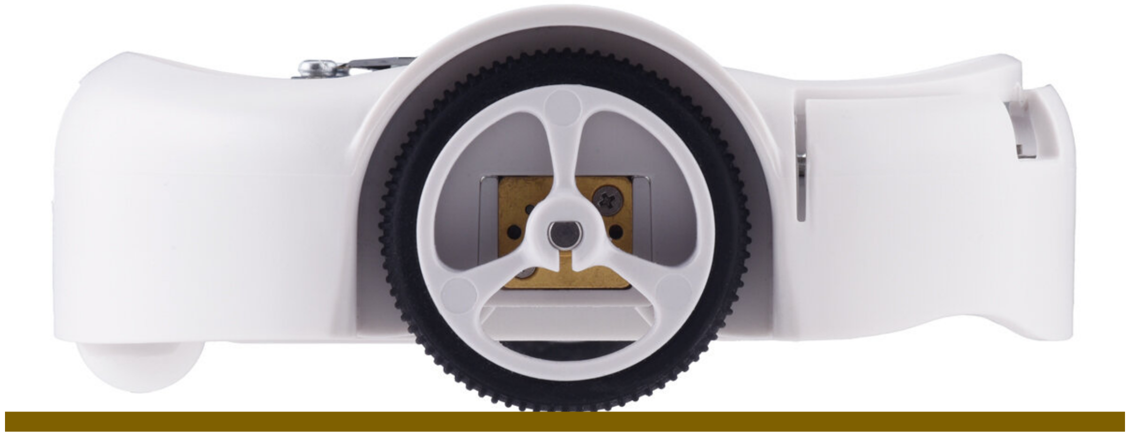
$$ {}^{N}\boldsymbol{\xi} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ \theta \end{bmatrix} \triangleq \begin{bmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \\ \xi_3 \end{bmatrix} $$

¿Problema?

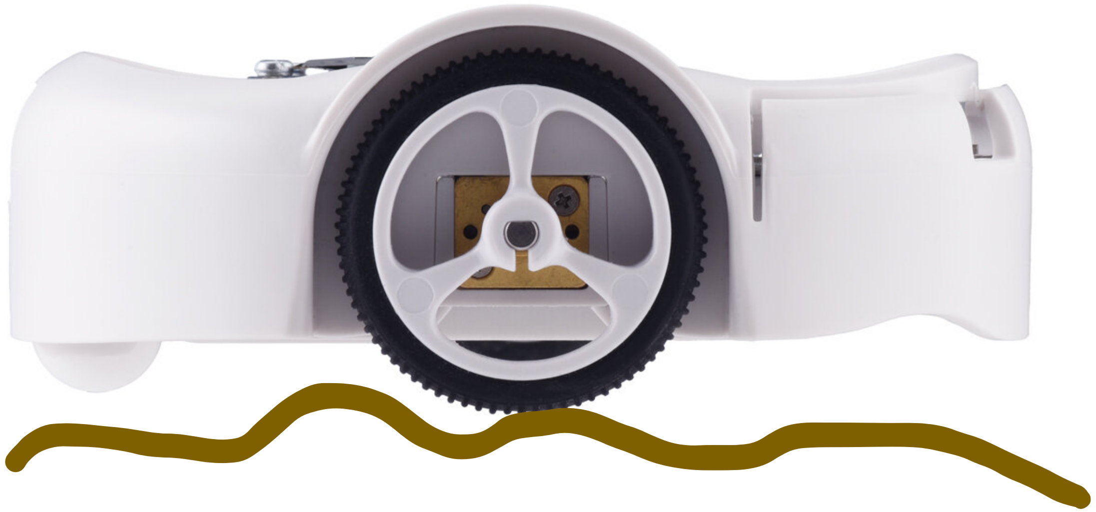
NO estamos tomando en consideración el posible **drift** en los encoders

$$ {}^{N}\boldsymbol{\xi}_{k+1} = {}^{N}\boldsymbol{\xi}_k + \begin{bmatrix} \delta_\rho \cos(\xi_{3,k}) \\ \delta_\rho \sin(\xi_{3,k}) \\ \delta_\theta \end{bmatrix} $$

puede reconstruirse la distancia lineal desde las revoluciones de la rueda



las irregularidades hacen que la rueda presente más revoluciones que las que debería



puede reconstruirse la distancia lineal desde las revoluciones de la rueda

las irregularidades hacen que la rueda presente más revoluciones que las que debería

¿Solución?

Modelar estas **irregularidades como ruido** (de proceso)

$$
{}^{N}\boldsymbol{\xi}_{k+1} = \begin{bmatrix} \xi_{1,k} + (\delta_\rho + w_{\rho,k})\cos(\xi_{3,k}) \\ \xi_{2,k} + (\delta_\rho + w_{\rho,k})\sin(\xi_{3,k}) \\ \xi_{3,k} + \delta_\theta + w_{\theta,k} \end{bmatrix}
$$

$$
w_{\rho,k} \sim \mathcal{N}(0, \sigma_{w_\rho}^2) \qquad w_{\theta,k} \sim \mathcal{N}(0, \sigma_{w_\theta}^2)
$$

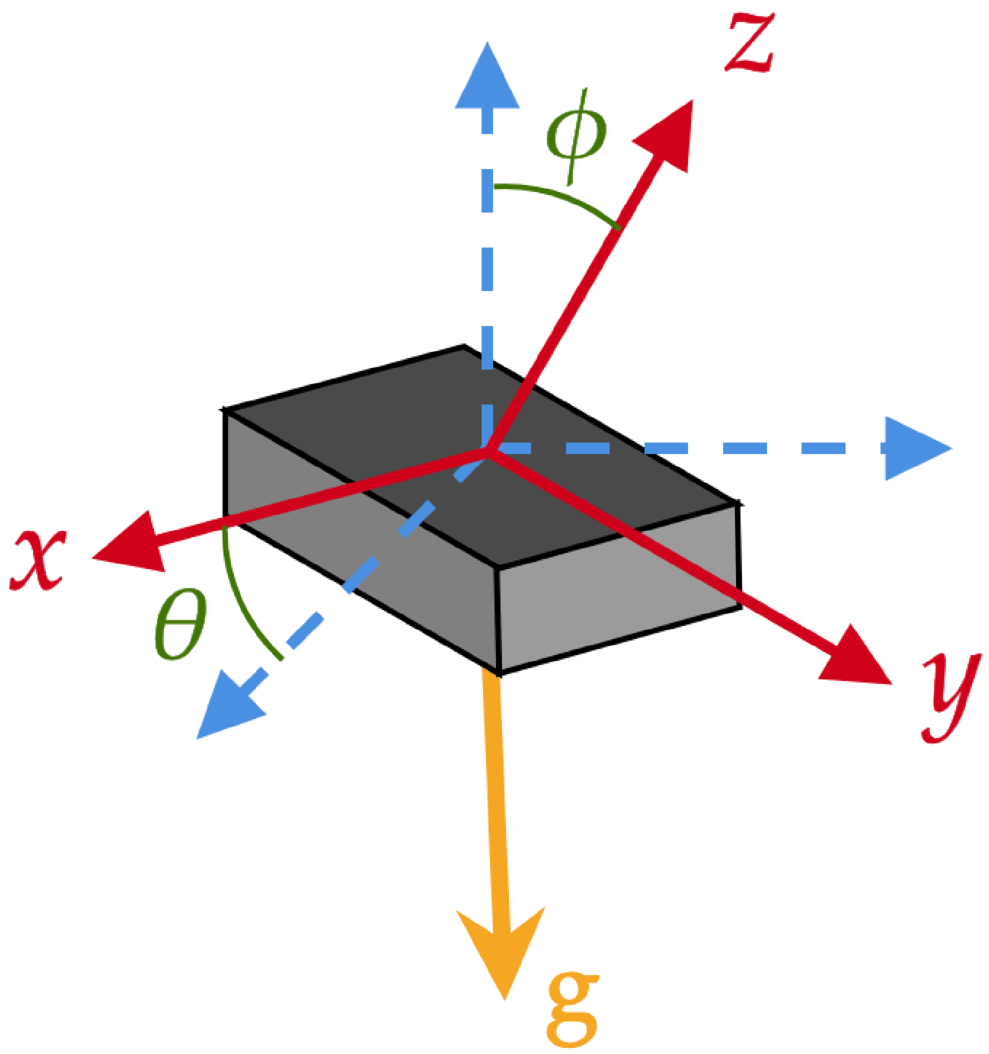
$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathcal{F}\left(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k, \mathbf{w}_k\right) \quad \textbf{(EKF)}$$

$$\xi_{k+1} = \begin{bmatrix} \xi_{1,k} + (\delta_\rho + w_{\rho,k}) \cos(\xi_{3,k}) \\ \xi_{2,k} + (\delta_\rho + w_{\rho,k}) \sin(\xi_{3,k}) \\ \xi_{3,k} + \delta_\theta + w_{\theta,k} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \\ \xi_3 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta_\rho \\ \delta_\theta \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w_\rho \\ w_\theta \end{bmatrix}$$

$$w_{\rho,k} \sim \mathcal{N}(0, \sigma_{w_\rho}^2) \qquad w_{\theta,k} \sim \mathcal{N}(0, \sigma_{w_\theta}^2)$$

Estimando posición con acelerómetros



la **IMU** más simple

= 3 acelerómetros

+ 3 giroscopios

Estimando posición con acelerómetros

modelo considerado para un acelerómetro de tres ejes

$$ {}^{S}\mathbf{a} = {}^{S}\mathbf{R}_{N} \left({}^{N}\mathbf{a} - {}^{N}\mathbf{g} \right) + {}^{S}\mathbf{b}_{a} + {}^{S}\mathbf{n}_{a} $$

$$ {}^{S}\mathbf{n}_{a} \sim \mathcal{N}(\mathbf{0}, \mathbf{Q}_{a}) $$ ruido de medición

$$ {}^{S}\dot{\mathbf{b}}_{a} = {}^{S}\mathbf{b}_{ba} \sim \mathcal{N}(\mathbf{0}, \mathbf{Q}_{a}) $$ bias o deriva

Estimando posición con acelerómetros

claramente esta aceleración **NO puede sólo integrarse**

$\Rightarrow$ se emplea un **truco** para poder encontrar un "modelo de proceso" que genere las mediciones

$$\mathbf{q}(t) \triangleq \int_{t_0}^{t} \int_{t_0}^{t} \left(\mathbf{a}(\tau) d\tau\right) d\tau$$

$$\begin{bmatrix} {}^N\dot{\mathbf{q}} \\ {}^N\ddot{\mathbf{q}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{I} \end{bmatrix} {}^N\mathbf{a}$$

$${}^N\mathbf{a} = {}^N\mathbf{R}_S({}^S\mathbf{a} - {}^S\mathbf{b}_a) + {}^N\mathbf{g} - {}^N\mathbf{n}_a$$

$$\mathbf{q}(t) \triangleq \int_{t_0}^{t} \int_{t_0}^{t} \left(\mathbf{a}(\tau) d\tau\right) d\tau$$

$$\begin{bmatrix} {}^N\dot{\mathbf{q}} \\ {}^N\ddot{\mathbf{q}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{I} \end{bmatrix} \boxed{{}^N\mathbf{a}}$$

mediciones como entrada

necesita la orientación

$${}^N\mathbf{a} = \boxed{{}^N\mathbf{R}_S}\left({}^S\mathbf{a} - \boxed{{}^S\mathbf{b}_a}\right) + {}^N\mathbf{g} \boxed{- {}^N\mathbf{n}_a}$$

necesita el bias

${}^N\mathbf{w}_a$

$$\begin{bmatrix} {}^N\dot{\mathbf{q}} \\ {}^N\ddot{\mathbf{q}} \\ {}^S\dot{\mathbf{b}}_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & -{}^N\mathbf{R}_S \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^N\mathbf{q} \\ {}^N\dot{\mathbf{q}} \\ {}^S\mathbf{b}_{ba} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ {}^N\mathbf{R}_S & \mathbf{I} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^S\mathbf{a} \\ {}^N\mathbf{g} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ {}^N\mathbf{w}_a \\ {}^S\mathbf{b}_{ba} \end{bmatrix}$$

+ discretización...

NOTA: debe considerarse el efecto que tiene la discretización sobre las varianzas de los procesos estocásticos (ver documento en Canvas)

Estimando orientación con giroscopios

modelo considerado para un giroscopio de tres ejes

$$\boldsymbol{\omega}_g = \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} = {}^S\boldsymbol{\omega}_{NS} + {}^S\mathbf{b}_g + {}^S\mathbf{b}_g$$

$${}^S\mathbf{n}_g \sim \mathcal{N}(\mathbf{0}, \mathbf{Q}_g)$$ ruido de medición

$${}^S\dot{\mathbf{b}}_g = {}^S\mathbf{b}_{bg} \sim \mathcal{N}(\mathbf{0}, \mathbf{Q}_g)$$ bias o deriva

$$
{}^{S}\dot{\boldsymbol{\theta}}_{NS} \triangleq {}^{S}\boldsymbol{\omega}_{NS} = \boldsymbol{\omega}_{g} - {}^{S}\mathbf{b}_{g} - {}^{S}\mathbf{n}_{g}
$$

$$
\begin{bmatrix} {}^{S}\dot{\boldsymbol{\theta}}_{NS} \\ {}^{S}\dot{\mathbf{b}}_{g} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & -\mathbf{I} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^{S}\boldsymbol{\theta}_{NS} \\ {}^{S}\mathbf{b}_{bg} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \boldsymbol{\omega}_{g} + \overset{\mathbf{w}}{\boxed{\begin{bmatrix} -{}^{S}\mathbf{n}_{g} \\ {}^{S}\mathbf{b}_{bg} \end{bmatrix}}}
$$

+ discretización...

$$
{}^{S}\dot{\boldsymbol{\theta}}_{NS} \triangleq {}^{S}\boldsymbol{\omega}_{NS} = \boldsymbol{\omega}_g - {}^{S}\mathbf{b}_g - {}^{S}\mathbf{n}_g
$$

$$
\begin{bmatrix} {}^{S}\dot{\boldsymbol{\theta}}_{NS} \\ {}^{S}\dot{\mathbf{b}}_g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & -\mathbf{I} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^{S}\boldsymbol{\theta}_{NS} \\ {}^{S}\mathbf{b}_{bg} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \boldsymbol{\omega}_g + \overset{\mathbf{w}}{\boxed{\begin{bmatrix} -{}^{S}\mathbf{n}_g \\ {}^{S}\mathbf{b}_{bg} \end{bmatrix}}}
$$

cuidado, depende de la representación empleada para la orientación

+ discretización...

$${}^{S}\dot{\boldsymbol{\theta}}_{NS} \triangleq {}^{S}\boldsymbol{\omega}_{NS} = \boldsymbol{\omega}_g - {}^{S}\mathbf{b}_g - {}^{S}\mathbf{n}_g$$

$$\begin{bmatrix} {}^{S}\dot{\boldsymbol{\theta}}_{NS} \\ {}^{S}\dot{\mathbf{b}}_g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & -\mathbf{I} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^{S}\boldsymbol{\theta}_{NS} \\ {}^{S}\mathbf{b}_{bg} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \boldsymbol{\omega}_g + \begin{bmatrix} -{}^{S}\mathbf{n}_g \\ {}^{S}\mathbf{b}_{bg} \end{bmatrix}$$

esto funciona sin problemas, pero la tendencia actual es emplear un algoritmo de optimización llamado **filtro de Madgwick** para estimar la orientación

cuidado, depende de la representación empleada para la orientación

+ discretización...

¿Por qué no podemos quedarnos sólo con estas mediciones?

https://www.youtube.com/embed/_q_8d0E3tDk

https://www.youtube.com/embed/fzjEMOOBuFA

se necesita hacer **corrección** empleando sensores exteroceptivos