Bevezetés a számítógépi grafikába

Vetítés, 3D ponttranszformáció

Troll Ede Mátyás

Matematikai és Informatikai Intézet
Eszterházy Károly Egyetem

Eger, 2019

Áttekintés

1. Vetítések
   - Párhuzamos vetítés
   - Centrális vetítés
   - Axonometria
2. 3 dimenziós ponttranszformációk
   - Egybevágósági transzformációk
   - Hasonlósági transzformációk
   - Affin transzformációk
3. Window-Viewport transzformáció

Áttekintés

Vetítés

A számítógépi grafika egyik alapfeladata, hogy térbeli objektumokat megjelenítsen a képernyőn. Általánosan azt mondhatjuk, hogy a vetítés egy n dimenziós objektumot nála alacsonyabb dimenzióba transzformál.

Vetítés

A számítógépi grafika egyik alapfeladata, hogy térbeli objektumokat megjelenítsen a képernyőn. Általánosan azt mondhatjuk, hogy a vetítés egy n dimenziós objektumot nála alacsonyabb dimenzióba transzformál.

Amennyiben a tér síkra való leképezéréről beszélünk, ahol mind a térben, mind a síkban adott a Descartes-féle koordinátarendszer, úgy a leképezés egy $\mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ transzformáció.

Vetítés

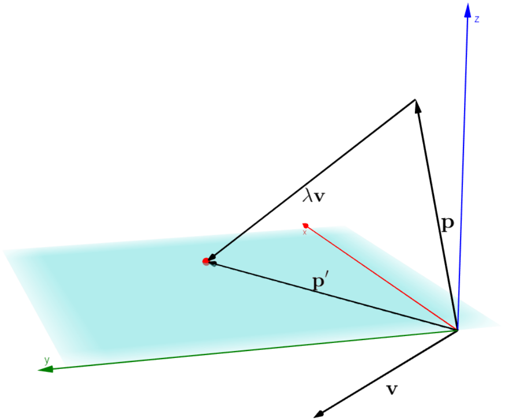
A számítógépi grafika egyik alapfeladata, hogy térbeli objektumokat megjelenítsen a képernyőn. Általánosan azt mondhatjuk, hogy a vetítés egy n dimenziós objektumot nála alacsonyabb dimenzióba transzformál.

Amennyiben a tér síkra való leképezéréről beszélünk, ahol mind a térben, mind a síkban adott a Descartes-féle koordinátarendszer, úgy a leképezés egy $\mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ transzformáció.

A következő vetítések esetén a képsík az egyszerűség kedvéért mindig az $[x, y]$ sík lesz.

Párhuzamos vetítés

Párhuzamos vetítés esetén a térbeli **p** pontot egy adott **v** irányvektor mentén eltoljuk, míg az a **p**′ pontban elmetszi a képsíkot



Párhuzamos vetítés

A vetítés leírása alapján

$$\mathbf{p}' = \mathbf{p} + \lambda \mathbf{v}$$

Párhuzamos vetítés

A vetítés leírása alapján

$$\mathbf{p}' = \mathbf{p} + \lambda \mathbf{v}$$

Ezt koordinátánként felírva az

$$\begin{aligned} x_{\mathbf{p}'} &= x_{\mathbf{p}} + \lambda x_{\mathbf{v}} \\ y_{\mathbf{p}'} &= y_{\mathbf{p}} + \lambda y_{\mathbf{v}} \\ z_{\mathbf{p}'} &= z_{\mathbf{p}} + \lambda z_{\mathbf{v}} \end{aligned}$$

egyenletrendszert kapjuk.

Párhuzamos vetítés

A vetítés leírása alapján

$$\mathbf{p}' = \mathbf{p} + \lambda \mathbf{v}$$

Ezt koordinátánként felírva az

$$x_{\mathbf{p}'} = x_{\mathbf{p}} + \lambda x_{\mathbf{v}}$$
$$y_{\mathbf{p}'} = y_{\mathbf{p}} + \lambda y_{\mathbf{v}}$$
$$z_{\mathbf{p}'} = z_{\mathbf{p}} + \lambda z_{\mathbf{v}}$$

egyenletrendszert kapjuk. Mivel a képsík az $[x, y]$ sík, így $z_{\mathbf{p}'} = 0$.

Párhuzamos vetítés

A vetítés leírása alapján

$$\mathbf{p}' = \mathbf{p} + \lambda \mathbf{v}$$

Ezt koordinátánként felírva az

$$x_{\mathbf{p}'} = x_{\mathbf{p}} + \lambda x_{\mathbf{v}}$$
$$y_{\mathbf{p}'} = y_{\mathbf{p}} + \lambda y_{\mathbf{v}}$$
$$z_{\mathbf{p}'} = z_{\mathbf{p}} + \lambda z_{\mathbf{v}}$$

egyenletrendszert kapjuk. Mivel a képsík az $[x, y]$ sík, így $z_{\mathbf{p}'} = 0$. Az utolsó egyenlet tehát

$$0 = z_{\mathbf{p}} + \lambda z_{\mathbf{v}}$$
$$\lambda = \frac{-z_{\mathbf{p}}}{z_{\mathbf{v}}}.$$

Párhuzamos vetítés

Lambdát visszahelyettesítve az első két koordináta egyenletébe

$$x_{\mathbf{p}'} = x_{\mathbf{p}} + \lambda x_{\mathbf{v}} = x_{\mathbf{p}} - z_{\mathbf{p}} \frac{x_{\mathbf{v}}}{z_{\mathbf{v}}}$$
$$y_{\mathbf{p}'} = y_{\mathbf{p}} + \lambda y_{\mathbf{v}} = y_{\mathbf{p}} - z_{\mathbf{p}} \frac{y_{\mathbf{v}}}{z_{\mathbf{v}}}$$

Párhuzamos vetítés

Lambdát visszahelyettesítve az első két koordináta egyenletébe

$$x_{\mathbf{p}'} = x_{\mathbf{p}} + \lambda x_{\mathbf{v}} = x_{\mathbf{p}} - z_{\mathbf{p}} \frac{x_{\mathbf{v}}}{z_{\mathbf{v}}}$$
$$y_{\mathbf{p}'} = y_{\mathbf{p}} + \lambda y_{\mathbf{v}} = y_{\mathbf{p}} - z_{\mathbf{p}} \frac{y_{\mathbf{v}}}{z_{\mathbf{v}}}$$

Ugyanez mátrixos alakban is felírható

$$\begin{pmatrix} x_{\mathbf{p}'} \\ y_{\mathbf{p}'} \\ z_{\mathbf{p}'} \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -\frac{x_{\mathbf{v}}}{z_{\mathbf{v}}} & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{y_{\mathbf{v}}}{z_{\mathbf{v}}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{\mathbf{p}} \\ y_{\mathbf{p}} \\ z_{\mathbf{p}} \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_{\mathbf{p}} - z_{\mathbf{p}} \frac{x_{\mathbf{v}}}{z_{\mathbf{v}}} \\ y_{\mathbf{p}} - z_{\mathbf{p}} \frac{x_{\mathbf{v}}}{z_{\mathbf{v}}} \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Párhuzamos vetítés

Lambdát visszahelyettesítve az első két koordináta egyenletébe

$$x_{\mathbf{p}'} = x_{\mathbf{p}} + \lambda x_{\mathbf{v}} = x_{\mathbf{p}} - z_{\mathbf{p}} \frac{x_{\mathbf{v}}}{z_{\mathbf{v}}}$$
$$y_{\mathbf{p}'} = y_{\mathbf{p}} + \lambda y_{\mathbf{v}} = y_{\mathbf{p}} - z_{\mathbf{p}} \frac{y_{\mathbf{v}}}{z_{\mathbf{v}}}$$

Ugyanez mátrixos alakban is felírható

$$\begin{pmatrix} x_{\mathbf{p}'} \\ y_{\mathbf{p}'} \\ z_{\mathbf{p}'} \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -\frac{x_{\mathbf{v}}}{z_{\mathbf{v}}} & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{y_{\mathbf{v}}}{z_{\mathbf{v}}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{\mathbf{p}} \\ y_{\mathbf{p}} \\ z_{\mathbf{p}} \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_{\mathbf{p}} - z_{\mathbf{p}} \frac{x_{\mathbf{v}}}{z_{\mathbf{v}}} \\ y_{\mathbf{p}} - z_{\mathbf{p}} \frac{x_{\mathbf{v}}}{z_{\mathbf{v}}} \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

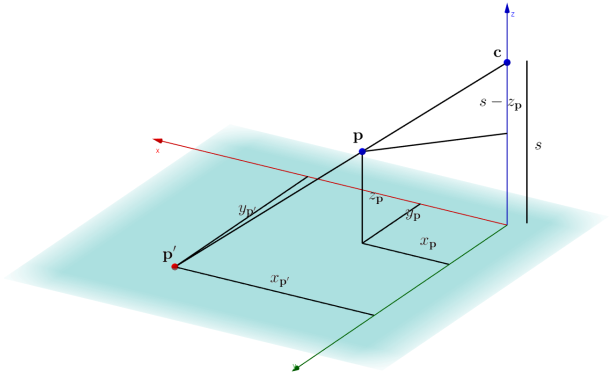
Párhuzamos vetítés - demo

Centrális vetítés

Centrális vetítés esetén a vetítés centrumát és a vetítés irányát kell definiálni.

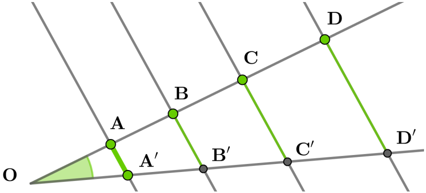
Centrális vetítés

Centrális vetítés esetén a vetítés centrumát és a vetítés irányát kell definiálni. Az egyszerűség kedvéért a vetítés centruma a z tengelyen lesz elhelyezve. A kamera és az *Origo* távolságát jelölje s.



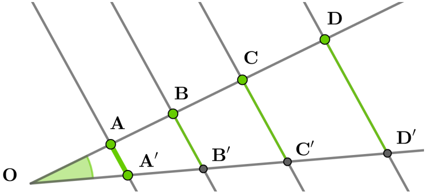
Centrális vetítés - Párhuzamos szelők tétele

A vetítés leírásához a párhuzamos szelők tételét használjuk föl.



Centrális vetítés - Párhuzamos szelők tétele

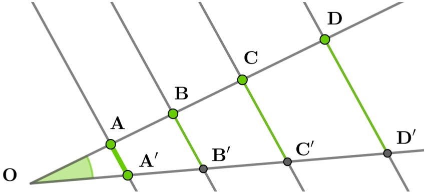
A vetítés leírásához a párhuzamos szelők tételét használjuk föl.



Ha egy szög szárait párhuzamos egyenesekkel metsszük, akkor az egyik száron keletkező szakaszok hosszának aránya egyenlő a másik száron keletkező megfelelő szakaszok hosszának arányával.

Centrális vetítés - Párhuzamos szelők tétele

A vetítés leírásához a párhuzamos szelők tételét használjuk föl.

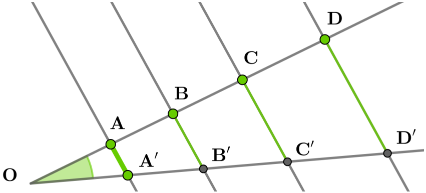


Ha egy szög szárait párhuzamos egyenesekkel metsszük, akkor az egyik száron keletkező szakaszok hosszának aránya egyenlő a másik száron keletkező megfelelő szakaszok hosszának arányával.

$$\frac{\mathbf{AB}}{\mathbf{CD}} = \frac{\mathbf{A'B'}}{\mathbf{C'D'}}$$

Centrális vetítés - Párhuzamos szelők tétele

A vetítés leírásához a párhuzamos szelők tételét használjuk föl.



Ha egy szög szárait párhuzamos egyenesekkel metsszük, akkor az egyik száron keletkező szakaszok hosszának aránya egyenlő a másik száron keletkező megfelelő szakaszok hosszának arányával.

$$\frac{\mathbf{AB}}{\mathbf{CD}} = \frac{\mathbf{A'B'}}{\mathbf{C'D'}}$$

A tétel egyik következménye, amit a későbbiekben használunk, hogy

$$\frac{\mathbf{AA'}}{\mathbf{BB'}} = \frac{\mathbf{OA}}{\mathbf{OB}}$$

Centrális vetítés

A $\mathbf{p}$ pont $\mathbf{p}'$ vetületét tehát az alábbiak szerint határozhatjuk meg

$$\frac{x_{\mathbf{p}'}}{s} = \frac{x_{\mathbf{p}}}{s - z_{\mathbf{p}}}$$
$$\frac{y_{\mathbf{p}'}}{s} = \frac{y_{\mathbf{p}}}{s - z_{\mathbf{p}}}$$

Centrális vetítés

A $\mathbf{p}$ pont $\mathbf{p}'$ vetületét tehát az alábbiak szerint határozhatjuk meg

$$\frac{x_{\mathbf{p}'}}{s} = \frac{x_{\mathbf{p}}}{s - z_{\mathbf{p}}}$$
$$\frac{y_{\mathbf{p}'}}{s} = \frac{y_{\mathbf{p}}}{s - z_{\mathbf{p}}}$$

Átrendezés után

$$x_{\mathbf{p}'} = x_{\mathbf{p}} \frac{s}{s - z_{\mathbf{p}}}$$
$$y_{\mathbf{p}'} = y_{\mathbf{p}} \frac{s}{s - z_{\mathbf{p}}}$$

Centrális vetítés

Ugyanez mátrixos alakban

$$\begin{pmatrix} x_{\mathbf{p}'} \\ y_{\mathbf{p}'} \\ z_{\mathbf{p}'} \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-1}{s} & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{\mathbf{p}} \\ y_{\mathbf{p}} \\ z_{\mathbf{p}} \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_{\mathbf{p}} \\ y_{\mathbf{p}} \\ 0 \\ 1 - \frac{z_{\mathbf{p}}}{s} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_{\mathbf{p}} \frac{s}{s - z_{\mathbf{p}}} \\ y_{\mathbf{p}} \frac{s}{s - z_{\mathbf{p}}} \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

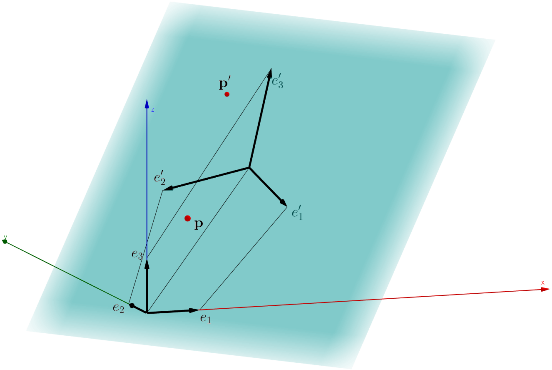
Ugyanez mátrixos alakban

$$\begin{pmatrix} x_{\mathbf{p}'} \\ y_{\mathbf{p}'} \\ z_{\mathbf{p}'} \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-1}{s} & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{\mathbf{p}} \\ y_{\mathbf{p}} \\ z_{\mathbf{p}} \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_{\mathbf{p}} \\ y_{\mathbf{p}} \\ 0 \\ 1 - \frac{z_{\mathbf{p}}}{s} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_{\mathbf{p}} \frac{s}{s - z_{\mathbf{p}}} \\ y_{\mathbf{p}} \frac{s}{s - z_{\mathbf{p}}} \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Centrális vetítés - demo

Axonometria

Az axonometrikus ábrázolás esetén adott a térbeli Descartes-féle koordinátarendszer az O-val, valamint az e_1, e_2, e_3 egységvektorokkal, továbbá adottak a képsíkon ezek képei, azaz O', valamint e_1', e_2', e_3'.



Axonometria

A térbeli $\mathbf{p}$ pont $\mathbf{p}'$ képét úgy kapjuk meg, hogy az eredeti pont koordinátáit megszorozzuk a hozzájuk tartozó egyégvektorok képeinek vektoraival, majd összegezzük őket.

Axonometria

A térbeli $\mathbf{p}$ pont $\mathbf{p}'$ képét úgy kapjuk meg, hogy az eredeti pont koordinátáit megszorozzuk a hozzájuk tartozó egyégvektorok képeinek vektoraival, majd összegezzük őket.

$$x_{\mathbf{p}'} = x_{\mathbf{p}} \cdot x_{e'_1} + y_{\mathbf{p}} \cdot x_{e'_2} + z_{\mathbf{p}} \cdot x_{e'_3}$$
$$y_{\mathbf{p}'} = x_{\mathbf{p}} \cdot y_{e'_1} + y_{\mathbf{p}} \cdot y_{e'_2} + z_{\mathbf{p}} \cdot y_{e'_3}$$
$$z_{\mathbf{p}'} = x_{\mathbf{p}} \cdot z_{e'_1} + y_{\mathbf{p}} \cdot z_{e'_2} + z_{\mathbf{p}} \cdot z_{e'_3}$$

Axonometria

A térbeli **p** pont **p**′ képét úgy kapjuk meg, hogy az eredeti pont koordinátáit megszorozzuk a hozzájuk tartozó egyégvektorok képeinek vektoraival, majd összegezzük őket.

$$
\begin{aligned}
x_{\mathbf{p}'} &= x_{\mathbf{p}} \cdot x_{e_1'} + y_{\mathbf{p}} \cdot x_{e_2'} + z_{\mathbf{p}} \cdot x_{e_3'} \\
y_{\mathbf{p}'} &= x_{\mathbf{p}} \cdot y_{e_1'} + y_{\mathbf{p}} \cdot y_{e_2'} + z_{\mathbf{p}} \cdot y_{e_3'} \\
z_{\mathbf{p}'} &= x_{\mathbf{p}} \cdot z_{e_1'} + y_{\mathbf{p}} \cdot z_{e_2'} + z_{\mathbf{p}} \cdot z_{e_3'}
\end{aligned}
$$

Amennyiben a képsík az $[x, y]$ sík, úgy az utolsó koordinátaegyenletet elhagyjuk.

Axonometria

Ugyanez mátrixos alakban

$$\begin{pmatrix} x_{\mathbf{p}'} \\ y_{\mathbf{p}'} \\ z_{\mathbf{p}'} \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_{e'_1} & x_{e'_2} & x_{e'_2} & 0 \\ y_{e'_1} & y_{e'_2} & y_{e'_2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{\mathbf{p}} \\ y_{\mathbf{p}} \\ z_{\mathbf{p}} \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_{\mathbf{p}} \cdot x_{e'_1} + y_{\mathbf{p}} \cdot x_{e'_2} + z_{\mathbf{p}} \cdot x_{e'_3} \\ x_{\mathbf{p}} \cdot y_{e'_1} + y_{\mathbf{p}} \cdot y_{e'_2} + z_{\mathbf{p}} \cdot y_{e'_3} \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

abban az esetben, amikor a képsík az $[x, y]$ sík.

Axonometria

Ugyanez mátrixos alakban

$$\begin{pmatrix} x_{\mathbf{p}'} \\ y_{\mathbf{p}'} \\ z_{\mathbf{p}'} \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_{e'_1} & x_{e'_2} & x_{e'_2} & 0 \\ y_{e'_1} & y_{e'_2} & y_{e'_2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{\mathbf{p}} \\ y_{\mathbf{p}} \\ z_{\mathbf{p}} \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_{\mathbf{p}} \cdot x_{e'_1} + y_{\mathbf{p}} \cdot x_{e'_2} + z_{\mathbf{p}} \cdot x_{e'_3} \\ x_{\mathbf{p}} \cdot y_{e'_1} + y_{\mathbf{p}} \cdot y_{e'_2} + z_{\mathbf{p}} \cdot y_{e'_3} \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

abban az esetben, amikor a képsík az $[x, y]$ sík.

Axonometria - demo

Áttekintés

Transzformációk

A geometriai transzformációk olyan leképezések, melyek a tér minden $\mathbf{p}$ pontjához kölcsönösen egyértelműen hozzárendelik a tér valamely $\mathbf{p}'$ pontját.

Transzformációk

A geometriai transzformációk olyan leképezések, melyek a tér minden $\mathbf{p}$ pontjához kölcsönösen egyértelműen hozzárendelik a tér valamely $\mathbf{p}'$ pontját.

A geometriai transzformációkat térben 4×4-es mátrixokkal tudjuk leírni, így a tér pontjait homogén koordinátákkal fogjuk megadni.

Transzformációk

A geometriai transzformációk olyan leképezések, melyek a tér minden $\mathbf{p}$ pontjához kölcsönösen egyértelműen hozzárendelik a tér valamely $\mathbf{p}'$ pontját.

A geometriai transzformációkat térben 4×4-es mátrixokkal tudjuk leírni, így a tér pontjait homogén koordinátákkal fogjuk megadni. A $\mathbf{p}$ pont transzformáltját úgy kapjuk meg, ha azt balról megszorozzuk a végrehajtandó transzformációk mátrixaival, azaz

$$\mathbf{p}' = M_n \left(\ldots \left(M_2 \left(M_1 \mathbf{p} \right) \right) \right),$$

ahol $M_1, M_2, \ldots, M_n$ geometriai transzformációk mátrixai.

Transzformációk

A geometriai transzformációk olyan leképezések, melyek a tér minden **p** pontjához kölcsönösen egyértelműen hozzárendelik a tér valamely **p**′ pontját.

A geometriai transzformációkat térben 4×4-es mátrixokkal tudjuk leírni, így a tér pontjait homogén koordinátákkal fogjuk megadni. A **p** pont transzformáltját úgy kapjuk meg, ha azt balról megszorozzuk a végrehajtandó transzformációk mátrixaival, azaz

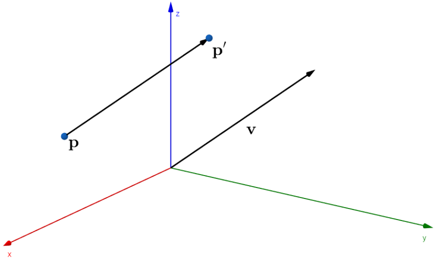
$$\mathbf{p}' = M_n \left(\ldots \left(M_2 \left(M_1 \mathbf{p} \right) \right) \right),$$

ahol $M_1, M_2, \ldots, M_n$ geometriai transzformációk mátrixai. A mátrixok szorzásának asszociatív tulajdonsága miatt a transzformációkat külön összeszorozhatjuk.

$$\begin{aligned} M &= M_n \left(\ldots \left(M_2 M_1 \right) \right), \\ \mathbf{p}' &= M \mathbf{p} \end{aligned}$$

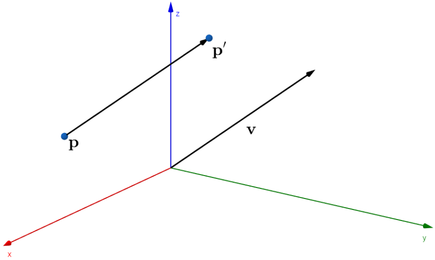
Eltolás

Legyen az eltolás irányvektora $\mathbf{v}$. Ekkor $\mathbf{p}' = \mathbf{p} + \mathbf{v}$.



Eltolás

Legyen az eltolás irányvektora $\mathbf{v}$. Ekkor $\mathbf{p}' = \mathbf{p} + \mathbf{v}$.

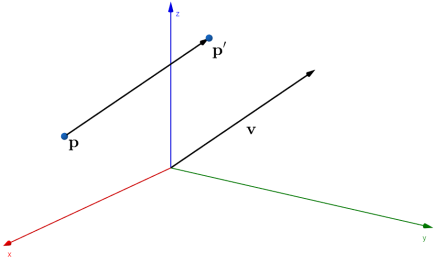


Ugyanez mátrixos alakban

$$\begin{pmatrix} x_{\mathbf{p}'} \\ y_{\mathbf{p}'} \\ z_{\mathbf{p}'} \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & x_{\mathbf{v}} \\ 0 & 1 & 0 & y_{\mathbf{v}} \\ 0 & 0 & 1 & z_{\mathbf{v}} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{\mathbf{p}} \\ y_{\mathbf{p}} \\ z_{\mathbf{p}} \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_{\mathbf{p}} + x_{\mathbf{v}} \\ y_{\mathbf{p}} + y_{\mathbf{v}} \\ y_{\mathbf{p}} + z_{\mathbf{v}} \\ 1 \end{pmatrix}$$

Eltolás

Legyen az eltolás irányvektora $\mathbf{v}$. Ekkor $\mathbf{p}' = \mathbf{p} + \mathbf{v}$.



Ugyanez mátrixos alakban

$$\begin{pmatrix} x_{\mathbf{p}'} \\ y_{\mathbf{p}'} \\ z_{\mathbf{p}'} \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & x_{\mathbf{v}} \\ 0 & 1 & 0 & y_{\mathbf{v}} \\ 0 & 0 & 1 & z_{\mathbf{v}} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{\mathbf{p}} \\ y_{\mathbf{p}} \\ z_{\mathbf{p}} \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_{\mathbf{p}} + x_{\mathbf{v}} \\ y_{\mathbf{p}} + y_{\mathbf{v}} \\ y_{\mathbf{p}} + z_{\mathbf{v}} \\ 1 \end{pmatrix}$$

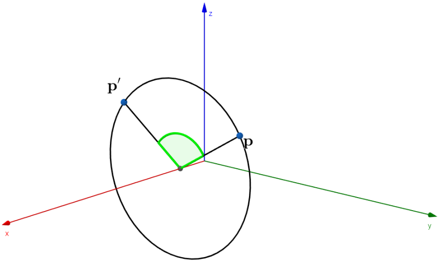
Eltolás 3D - demo

Forgatás

A tetszőleges irányvektorú tengely körüli forgatást fel lehet bontani a három tengely körüli forgatások szorzatára, azaz a forgatások egymás utáni elvégzésére.

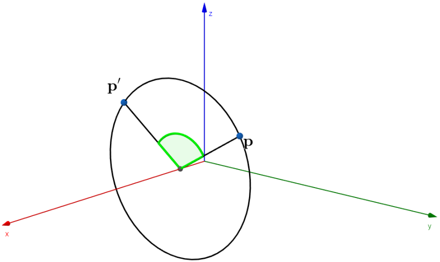
Forgatás az x tengely körül

Legyen az x tengely körüli elforgatás szöge α.



Forgatás az x tengely körül

Legyen az x tengely körüli elforgatás szöge α.

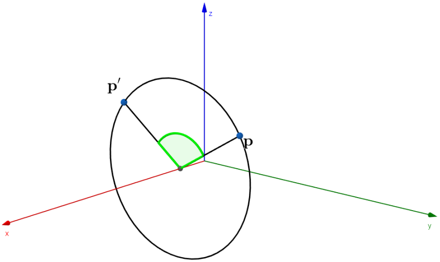


Ugyanez mátrixos alakban

$$\begin{pmatrix} x_{\mathbf{p}'} \\ y_{\mathbf{p}'} \\ z_{\mathbf{p}'} \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha & -\sin\alpha & 0 \\ 0 & \sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{\mathbf{p}} \\ y_{\mathbf{p}} \\ z_{\mathbf{p}} \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_{\mathbf{p}} \\ \cos\alpha \cdot y_{\mathbf{p}} - \sin\alpha \cdot z_{\mathbf{p}} \\ \sin\alpha \cdot y_{\mathbf{p}} + \cos\alpha \cdot z_{\mathbf{p}} \\ 1 \end{pmatrix}$$

Forgatás az x tengely körül

Legyen az x tengely körüli elforgatás szöge α.



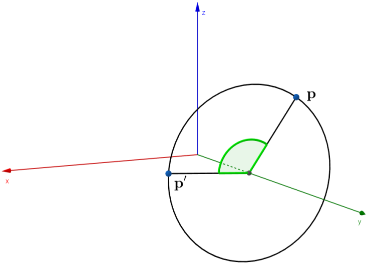
Ugyanez mátrixos alakban

$$\begin{pmatrix} x_{\mathbf{p}'} \\ y_{\mathbf{p}'} \\ z_{\mathbf{p}'} \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha & -\sin\alpha & 0 \\ 0 & \sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{\mathbf{p}} \\ y_{\mathbf{p}} \\ z_{\mathbf{p}} \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_{\mathbf{p}} \\ \cos\alpha \cdot y_{\mathbf{p}} - \sin\alpha \cdot z_{\mathbf{p}} \\ \sin\alpha \cdot y_{\mathbf{p}} + \cos\alpha \cdot z_{\mathbf{p}} \\ 1 \end{pmatrix}$$

Forgatás az x tengely körül - demo

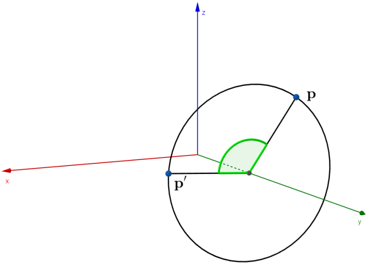
Forgatás az y tengely körül

Legyen az y tengely körüli elforgatás szöge β.



Forgatás az *y* tengely körül

Legyen az y tengely körüli elforgatás szöge β.

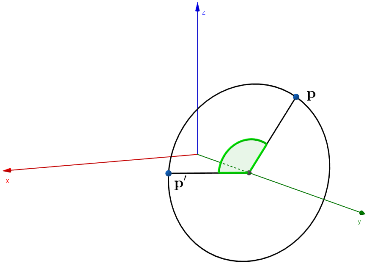


Ugyanez mátrixos alakban

$$\begin{pmatrix} x_{\mathbf{p}'} \\ y_{\mathbf{p}'} \\ z_{\mathbf{p}'} \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\beta & 0 & \sin\beta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin\beta & 0 & \cos\beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{\mathbf{p}} \\ y_{\mathbf{p}} \\ z_{\mathbf{p}} \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\beta \cdot x_{\mathbf{p}} + \sin\beta \cdot z_{\mathbf{p}} \\ y_{\mathbf{p}} \\ -\sin\beta \cdot x_{\mathbf{p}} + \cos\beta \cdot z_{\mathbf{p}} \\ 1 \end{pmatrix}$$

Forgatás az y tengely körül

Legyen az y tengely körüli elforgatás szöge β.



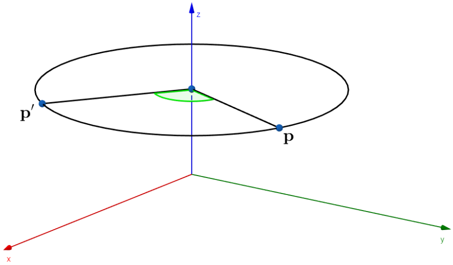
Ugyanez mátrixos alakban

$$\begin{pmatrix} x_{\mathbf{p}'} \\ y_{\mathbf{p}'} \\ z_{\mathbf{p}'} \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\beta & 0 & \sin\beta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin\beta & 0 & \cos\beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{\mathbf{p}} \\ y_{\mathbf{p}} \\ z_{\mathbf{p}} \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\beta \cdot x_{\mathbf{p}} + \sin\beta \cdot z_{\mathbf{p}} \\ y_{\mathbf{p}} \\ -\sin\beta \cdot x_{\mathbf{p}} + \cos\beta \cdot z_{\mathbf{p}} \\ 1 \end{pmatrix}$$

Forgatás az y tengely körül - demo

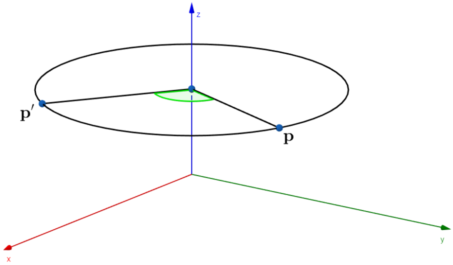
Forgatás a z tengely körül

Legyen a z tengely körüli elforgatás szöge γ.



Forgatás a z tengely körül

Legyen a z tengely körüli elforgatás szöge γ.

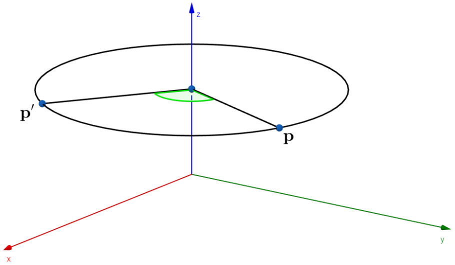


Ugyanez mátrixos alakban

$$\begin{pmatrix} x_{\mathbf{p}'} \\ y_{\mathbf{p}'} \\ z_{\mathbf{p}'} \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\gamma & -\sin\gamma & 0 & 0 \\ \sin\gamma & \cos\gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{\mathbf{p}} \\ y_{\mathbf{p}} \\ z_{\mathbf{p}} \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\gamma \cdot x_{\mathbf{p}} - \sin\gamma \cdot y_{\mathbf{p}} \\ \sin\gamma \cdot x_{\mathbf{p}} + \cos\gamma \cdot y_{\mathbf{p}} \\ z_{\mathbf{p}} \\ 1 \end{pmatrix}$$

Forgatás a z tengely körül

Legyen a z tengely körüli elforgatás szöge γ.



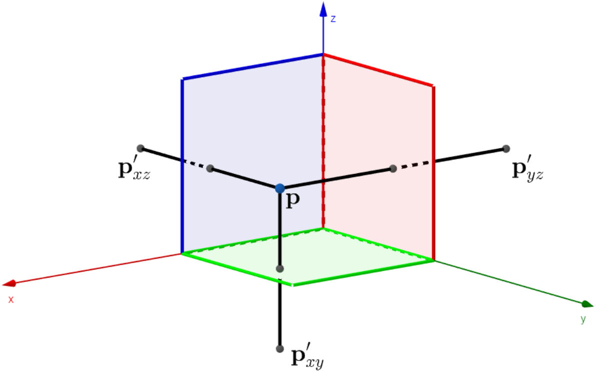
Ugyanez mátrixos alakban

$$\begin{pmatrix} x_{\mathbf{p}'} \\ y_{\mathbf{p}'} \\ z_{\mathbf{p}'} \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\gamma & -\sin\gamma & 0 & 0 \\ \sin\gamma & \cos\gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{\mathbf{p}} \\ y_{\mathbf{p}} \\ z_{\mathbf{p}} \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\gamma \cdot x_{\mathbf{p}} - \sin\gamma \cdot y_{\mathbf{p}} \\ \sin\gamma \cdot x_{\mathbf{p}} + \cos\gamma \cdot y_{\mathbf{p}} \\ z_{\mathbf{p}} \\ 1 \end{pmatrix}$$

Forgatás a z tengely körül - demo

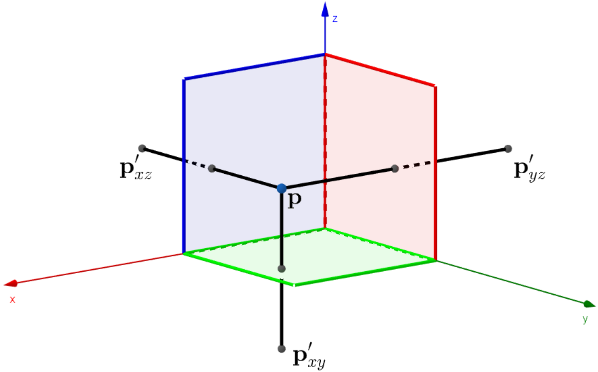
Tükrözés a koordinátasíkokra

Az egyes koordinátasíkokra való tükrözések során a koordinátasík meghatározásában nem szereplő tengelyhez tartozó koordinátát negáljuk.



Tükrözés a koordinátasíkokra

Az egyes koordinátasíkokra való tükrözések során a koordinátasík meghatározásában nem szereplő tengelyhez tartozó koordinátát negáljuk.



Forgatás a *z* tengely körül - demo

Tükrözés a koordinátasíkokra

A tükrözések megadása mátrixos alakban az egyes koordinátasíkok esetén.

Tükrözés az $[y, z]$ síkra: $$\begin{pmatrix} x_{\mathbf{p}'} \\ y_{\mathbf{p}'} \\ z_{\mathbf{p}'} \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{\mathbf{p}} \\ y_{\mathbf{p}} \\ z_{\mathbf{p}} \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -x_{\mathbf{p}} \\ y_{\mathbf{p}} \\ z_{\mathbf{p}} \\ 1 \end{pmatrix}$$

Tükrözés a koordinátasíkokra

A tükrözések megadása mátrixos alakban az egyes koordinátasíkok esetén.

Tükrözés az $[y,z]$ síkra: $\begin{pmatrix} x_{\mathbf{p}'} \\ y_{\mathbf{p}'} \\ z_{\mathbf{p}'} \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{\mathbf{p}} \\ y_{\mathbf{p}} \\ z_{\mathbf{p}} \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -x_{\mathbf{p}} \\ y_{\mathbf{p}} \\ z_{\mathbf{p}} \\ 1 \end{pmatrix}$

Tükrözés az $[x,z]$ síkra: $\begin{pmatrix} x_{\mathbf{p}'} \\ y_{\mathbf{p}'} \\ z_{\mathbf{p}'} \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{\mathbf{p}} \\ y_{\mathbf{p}} \\ z_{\mathbf{p}} \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_{\mathbf{p}} \\ -y_{\mathbf{p}} \\ z_{\mathbf{p}} \\ 1 \end{pmatrix}$

Tükrözés a koordinátasíkokra

A tükrözések megadása mátrixos alakban az egyes koordinátasíkok esetén.

Tükrözés az $[y,z]$ síkra: $\begin{pmatrix} x_{\mathbf{p}'} \\ y_{\mathbf{p}'} \\ z_{\mathbf{p}'} \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{\mathbf{p}} \\ y_{\mathbf{p}} \\ z_{\mathbf{p}} \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -x_{\mathbf{p}} \\ y_{\mathbf{p}} \\ z_{\mathbf{p}} \\ 1 \end{pmatrix}$

Tükrözés az $[x,z]$ síkra: $\begin{pmatrix} x_{\mathbf{p}'} \\ y_{\mathbf{p}'} \\ z_{\mathbf{p}'} \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{\mathbf{p}} \\ y_{\mathbf{p}} \\ z_{\mathbf{p}} \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_{\mathbf{p}} \\ -y_{\mathbf{p}} \\ z_{\mathbf{p}} \\ 1 \end{pmatrix}$

Tükrözés az $[x,y]$ síkra: $\begin{pmatrix} x_{\mathbf{p}'} \\ y_{\mathbf{p}'} \\ z_{\mathbf{p}'} \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{\mathbf{p}} \\ y_{\mathbf{p}} \\ z_{\mathbf{p}} \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_{\mathbf{p}} \\ y_{\mathbf{p}} \\ -z_{\mathbf{p}} \\ 1 \end{pmatrix}$

Origó középpontú kicsinyítés és nagyítás

Az *Origo* középpontú kicsinyítés, illetve nagyítás olyan transzformáció, amely esetén az objektumot minden koordinátatengely irányában azonos mértékkel nyújtunk meg.

Origó középpontú kicsinyítés és nagyítás

Az *Origo* középpontú kicsinyítés, illetve nagyítás olyan transzformáció, amely esetén az objektumot minden koordinátatengely irányában azonos mértékkel nyújtunk meg. A nyújtást egy $\lambda \in \mathbb{R}$ értékkel adjuk meg.

Origó középpontú kicsinyítés és nagyítás

Az *Origo* középpontú kicsinyítés, illetve nagyítás olyan transzformáció, amely esetén az objektumot minden koordinátatengely irányában azonos mértékkel nyújtunk meg. A nyújtást egy $\lambda \in \mathbb{R}$ értékkel adjuk meg. A transzformáció mátrixos alakja

$$\begin{pmatrix} x_{\mathbf{p}'} \\ y_{\mathbf{p}'} \\ z_{\mathbf{p}'} \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{\mathbf{p}} \\ y_{\mathbf{p}} \\ z_{\mathbf{p}} \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda \cdot x_{\mathbf{p}} \\ \lambda \cdot y_{\mathbf{p}} \\ \lambda \cdot z_{\mathbf{p}} \\ 1 \end{pmatrix}$$

Origó középpontú kicsinyítés és nagyítás

Az *Origo* középpontú kicsinyítés, illetve nagyítás olyan transzformáció, amely esetén az objektumot minden koordinátatengely irányában azonos mértékkel nyújtunk meg. A nyújtást egy $\lambda \in \mathbb{R}$ értékkel adjuk meg. A transzformáció mátrixos alakja

$$\begin{pmatrix} x_{\mathbf{p}'} \\ y_{\mathbf{p}'} \\ z_{\mathbf{p}'} \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{\mathbf{p}} \\ y_{\mathbf{p}} \\ z_{\mathbf{p}} \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda \cdot x_{\mathbf{p}} \\ \lambda \cdot y_{\mathbf{p}} \\ \lambda \cdot z_{\mathbf{p}} \\ 1 \end{pmatrix}$$

A λ értékétől függően különböző típusú nagyításokat végezhetünk.

Origó középpontú kicsinyítés és nagyítás

Az *Origo* középpontú kicsinyítés, illetve nagyítás olyan transzformáció, amely esetén az objektumot minden koordinátatengely irányában azonos mértékkel nyújtunk meg. A nyújtást egy $\lambda \in \mathbb{R}$ értékkel adjuk meg. A transzformáció mátrixos alakja

$$\begin{pmatrix} x_{\mathbf{p}'} \\ y_{\mathbf{p}'} \\ z_{\mathbf{p}'} \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{\mathbf{p}} \\ y_{\mathbf{p}} \\ z_{\mathbf{p}} \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda \cdot x_{\mathbf{p}} \\ \lambda \cdot y_{\mathbf{p}} \\ \lambda \cdot z_{\mathbf{p}} \\ 1 \end{pmatrix}$$

A λ értékétől függően különböző típusú nagyításokat végezhetünk.

- $\lambda = 1$: identitás

Origó középpontú kicsinyítés és nagyítás

Az *Origo* középpontú kicsinyítés, illetve nagyítás olyan transzformáció, amely esetén az objektumot minden koordinátatengely irányában azonos mértékkel nyújtunk meg. A nyújtást egy $\lambda \in \mathbb{R}$ értékkel adjuk meg. A transzformáció mátrixos alakja

$$\begin{pmatrix} x_{\mathbf{p}'} \\ y_{\mathbf{p}'} \\ z_{\mathbf{p}'} \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{\mathbf{p}} \\ y_{\mathbf{p}} \\ z_{\mathbf{p}} \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda \cdot x_{\mathbf{p}} \\ \lambda \cdot y_{\mathbf{p}} \\ \lambda \cdot z_{\mathbf{p}} \\ 1 \end{pmatrix}$$

A λ értékétől függően különböző típusú nagyításokat végezhetünk.

- $\lambda = 1$: identitás
- $\lambda > 1$: nagyítás

Origó középpontú kicsinyítés és nagyítás

Az *Origo* középpontú kicsinyítés, illetve nagyítás olyan transzformáció, amely esetén az objektumot minden koordinátatengely irányában azonos mértékkel nyújtunk meg. A nyújtást egy $\lambda \in \mathbb{R}$ értékkel adjuk meg. A transzformáció mátrixos alakja

$$\begin{pmatrix} x_{\mathbf{p}'} \\ y_{\mathbf{p}'} \\ z_{\mathbf{p}'} \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{\mathbf{p}} \\ y_{\mathbf{p}} \\ z_{\mathbf{p}} \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda \cdot x_{\mathbf{p}} \\ \lambda \cdot y_{\mathbf{p}} \\ \lambda \cdot z_{\mathbf{p}} \\ 1 \end{pmatrix}$$

A λ értékétől függően különböző típusú nagyításokat végezhetünk.

- $\lambda = 1$: identitás
- $\lambda > 1$: nagyítás
- $0 < \lambda < 1$: zsugorítás

Origó középpontú kicsinyítés és nagyítás

Az *Origo* középpontú kicsinyítés, illetve nagyítás olyan transzformáció, amely esetén az objektumot minden koordinátatengely irányában azonos mértékkel nyújtunk meg. A nyújtást egy $\lambda \in \mathbb{R}$ értékkel adjuk meg. A transzformáció mátrixos alakja

$$\begin{pmatrix} x_{\mathbf{p}'} \\ y_{\mathbf{p}'} \\ z_{\mathbf{p}'} \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{\mathbf{p}} \\ y_{\mathbf{p}} \\ z_{\mathbf{p}} \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda \cdot x_{\mathbf{p}} \\ \lambda \cdot y_{\mathbf{p}} \\ \lambda \cdot z_{\mathbf{p}} \\ 1 \end{pmatrix}$$

A λ értékétől függően különböző típusú nagyításokat végezhetünk.

- $\lambda = 1$: identitás
- $\lambda > 1$: nagyítás
- $0 < \lambda < 1$: zsugorítás
- $\lambda < 0$: tükrözés az origóra, valamint az előző 3 eset kombinációja

Skálázás

Skálázás során az objektumot a koordinátatengelyek mentén eltérő mértékkel nyújtjuk. Legyenek adottak a $\lambda, \mu, \nu \in >0$ valós értékek. Ekkor a λ, μ, ν arányú skálázás mátrixos alakja

$$\begin{pmatrix} x_{\mathbf{p}'} \\ y_{\mathbf{p}'} \\ z_{\mathbf{p}'} \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \nu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{\mathbf{p}} \\ y_{\mathbf{p}} \\ z_{\mathbf{p}} \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda \cdot x_{\mathbf{p}} \\ \mu \cdot y_{\mathbf{p}} \\ \nu \cdot z_{\mathbf{p}} \\ 1 \end{pmatrix}$$

Az egyes változók 0, illetve negatív értékei esetén hasonló eredményeket kapnánk, mint az *Origo* kicsinyítés-nagyítás esetén.

Nyírás

A nyírás során a tér pontjait egy adott síkkal párhuzamosan csúsztatjuk el.

Nyírás

A nyírás során a tér pontjait egy adott síkkal párhuzamosan csúsztatjuk el. A sík haladjon át az *Origo*-n.

Nyírás

A nyírás során a tér pontjait egy adott síkkal párhuzamosan csúsztatjuk el. A sík haladjon át az *Origo*-n. A csúsztatás mértéke arányos az adott pont egyenestől való d távolságával.

Nyírás

A nyírás során a tér pontjait egy adott síkkal párhuzamosan csúsztatjuk el. A sík haladjon át az *Origo*-n. A csúsztatás mértéke arányos az adott pont egyenestől való d távolságával.A síkot az $\mathbf{n}$ normálvektorával adjuk meg, a csúsztatás irányát pedig egy erre merőleges $\mathbf{t}$ irányú egységvektorral.

Nyírás

A nyírás során a tér pontjait egy adott síkkal párhuzamosan csúsztatjuk el. A sík haladjon át az *Origo*-n. A csúsztatás mértéke arányos az adott pont egyenestől való d távolságával.A síkot az **n** normálvektorával adjuk meg, a csúsztatás irányát pedig egy erre merőleges **t** irányú egységvektorral.A λ mértékő nírás

$$\mathbf{p}' = \mathbf{p} + \lambda d\mathbf{t} = \mathbf{p} + \lambda\left(\mathbf{n}\cdot\mathbf{p}\right)\mathbf{t}$$

Ugyanez mátrixosan

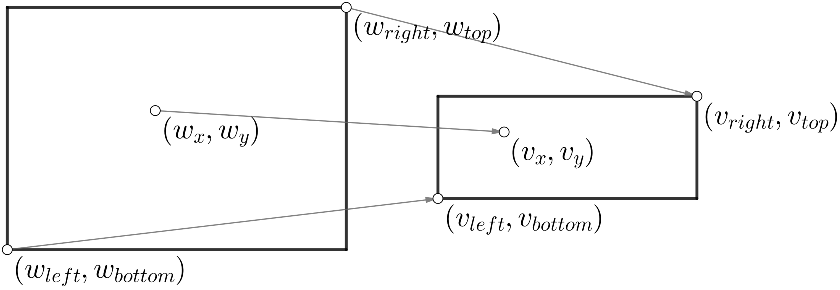
$$\begin{pmatrix} x_{\mathbf{p}'} \\ y_{\mathbf{p}'} \\ z_{\mathbf{p}'} \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+\lambda\cdot x_{\mathbf{t}}\cdot x_{\mathbf{n}} & \lambda\cdot x_{\mathbf{t}}\cdot y_{\mathbf{n}} & \lambda\cdot x_{\mathbf{t}}\cdot z_{\mathbf{n}} & 0 \\ \lambda\cdot x_{\mathbf{t}}\cdot x_{\mathbf{n}} & 1+\lambda\cdot x_{\mathbf{t}}\cdot y_{\mathbf{n}} & \lambda\cdot x_{\mathbf{t}}\cdot z_{\mathbf{n}} & 0 \\ \lambda\cdot z_{\mathbf{t}}\cdot x_{\mathbf{n}} & \lambda\cdot z_{\mathbf{t}}\cdot y_{\mathbf{n}} & 1+\lambda\cdot z_{\mathbf{t}}\cdot z_{\mathbf{n}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{\mathbf{p}} \\ y_{\mathbf{p}} \\ z_{\mathbf{p}} \\ 1 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} x_{\mathbf{p}} + \lambda\cdot x_{\mathbf{t}}\left(x_{\mathbf{p}}\cdot x_{\mathbf{n}} + y_{\mathbf{p}}\cdot y_{\mathbf{n}} + z_{\mathbf{p}}\cdot z_{\mathbf{n}}\right) \\ y_{\mathbf{p}} + \lambda\cdot y_{\mathbf{t}}\left(x_{\mathbf{p}}\cdot x_{\mathbf{n}} + y_{\mathbf{p}}\cdot y_{\mathbf{n}} + z_{\mathbf{p}}\cdot z_{\mathbf{n}}\right) \\ z_{\mathbf{p}} + \lambda\cdot z_{\mathbf{t}}\left(x_{\mathbf{p}}\cdot x_{\mathbf{n}} + y_{\mathbf{p}}\cdot y_{\mathbf{n}} + z_{\mathbf{p}}\cdot z_{\mathbf{n}}\right) \\ 1 \end{pmatrix}$$

Áttekintés

Window-Viewport transzformáció

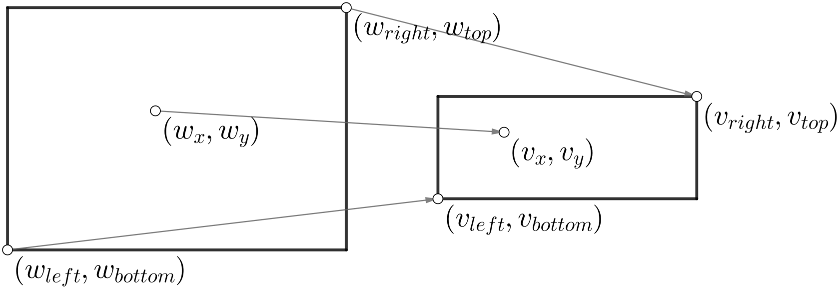
A Window-Viewport transzformáció lényege, hogy egy a képsíkon levő ablakot trnszformál át egy másik, a képernyőn megjelenítendő ablakba.



Az eljárás lényege, hogy az eredeti képet eltoljuk az origóba,

Window-Viewport transzformáció

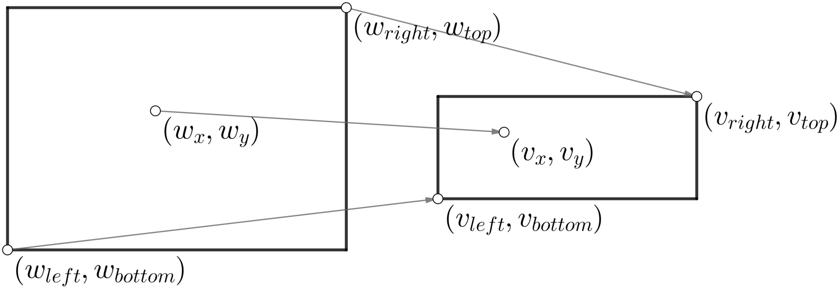
A Window-Viewport transzformáció lényege, hogy egy a képsíkon levő ablakot trnszformál át egy másik, a képernyőn megjelenítendő ablakba.



Az eljárás lényege, hogy az eredeti képet eltoljuk az origóba, majd a két ablak oldalarányai alapján skálázást végzünk.

Window-Viewport transzformáció

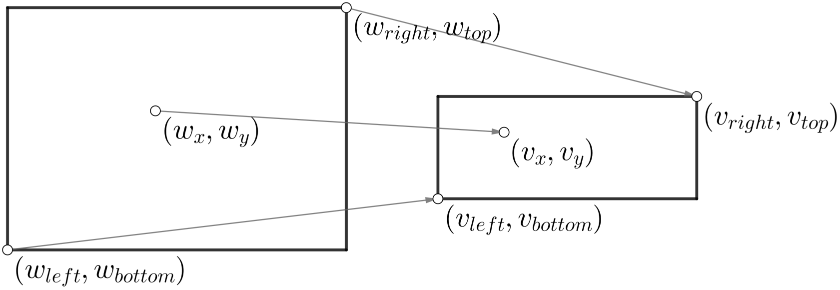
A Window-Viewport transzformáció lényege, hogy egy a képsíkon levő ablakot trnszformál át egy másik, a képernyőn megjelenítendő ablakba.



Az eljárás lényege, hogy az eredeti képet eltoljuk az origóba, majd a két ablak oldalarányai alapján skálázást végzünk. Végül a helyes méretű ablakot eltoljuk a végleges pozícióba.

Window-Viewport transzformáció

A Window-Viewport transzformáció lényege, hogy egy a képsíkon levő ablakot trnszformál át egy másik, a képernyőn megjelenítendő ablakba.



Az eljárás lényege, hogy az eredeti képet eltoljuk az origóba, majd a két ablak oldalarányai alapján skálázást végzünk. Végül a helyes méretű ablakot eltoljuk a végleges pozícióba. Nézzük ezt mátrixos felírásban.

Window-Viewport transzformáció

$$\begin{pmatrix} x_{\mathbf{v}} \\ y_{\mathbf{v}} \\ z_{\mathbf{v}} \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & v_{left} \\ 0 & 1 & 0 & v_{bottom} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \frac{v_{right}-v_{left}}{w_{right}-w_{left}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{v_{top}-v_{bottom}}{w_{top}-w_{bottom}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot$$

$$\cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -w_{left} \\ 0 & 1 & 0 & -w_{bottom} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{\mathbf{w}} \\ y_{\mathbf{w}} \\ z_{\mathbf{w}} \\ 1 \end{pmatrix} =$$

Window-Viewport transzformáció

$$\cdots = \begin{pmatrix} \frac{v_{right}-v_{left}}{w_{right}-w_{left}} & 0 & 0 & v_{left} - w_{left}\frac{v_{right}-v_{left}}{w_{right}-w_{left}} \\ 0 & \frac{v_{top}-v_{bottom}}{w_{top}-w_{bottom}} & 0 & v_{bottom} - w_{bottom}\frac{v_{top}-v_{bottom}}{w_{top}-w_{bottom}} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{\mathbf{w}} \\ y_{\mathbf{w}} \\ z_{\mathbf{w}} \\ 1 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} v_{left} + (x_{\mathbf{w}} - w_{left})\frac{v_{right}-v_{left}}{w_{right}-w_{left}} \\ v_{bottom} + (y_{\mathbf{w}} - w_{bottom})\frac{v_{top}-v_{bottom}}{w_{top}-w_{bottom}} \\ z_{\mathbf{w}} \\ 1 \end{pmatrix}$$

Window-Viewport transzformáció

$$\cdots = \begin{pmatrix} \frac{v_{right}-v_{left}}{w_{right}-w_{left}} & 0 & 0 & v_{left} - w_{left}\frac{v_{right}-v_{left}}{w_{right}-w_{left}} \\ 0 & \frac{v_{top}-v_{bottom}}{w_{top}-w_{bottom}} & 0 & v_{bottom} - w_{bottom}\frac{v_{top}-v_{bottom}}{w_{top}-w_{bottom}} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{\mathbf{w}} \\ y_{\mathbf{w}} \\ z_{\mathbf{w}} \\ 1 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} v_{left} + (x_{\mathbf{w}} - w_{left})\,\frac{v_{right}-v_{left}}{w_{right}-w_{left}} \\ v_{bottom} + (y_{\mathbf{w}} - w_{bottom})\,\frac{v_{top}-v_{bottom}}{w_{top}-w_{bottom}} \\ z_{\mathbf{w}} \\ 1 \end{pmatrix}$$

Window-Viewport transzformáció - demo

Köszönöm a figyelmet!