

Bevezetés a számítógépi grafikába

Felületmodellezés

Troll Ede Mátyás

Matematikai és Informatikai Intézet
Eszterházy Károly Egyetem

Eger, 2019



1 Paraméteres felületek

2 Poligonhálók

- B-Rep adatstruktúra
- Winged-Edge adatstruktúra

3 Standard fájltypusok

- A Wavefront fájltypus (*.obj)
- A Plygon fájltypus (*.ply)

1 Paraméteres felületek

2 Poligonhálók

- B-Rep adatstruktúra
- Winged-Edge adatstruktúra

3 Standard fájltypusok

- A Wavefront fájltypus (*.obj)
- A Plygon fájltypus (*.ply)

A 3 dimenziós térben a felületek leírására 3 különböző lehetőség adott:

A 3 dimenziós térben a felületek leírására 3 különböző lehetőség adott:

- **Explicit:** $z = f(x, y)$

A 3 dimenziós térben a felületek leírására 3 különböző lehetőség adott:

- **Explicit:** $z = f(x, y)$
- **Implicit:** $F(x, y, z) = 0$

A 3 dimenziós térben a felületek leírására 3 különböző lehetőség adott:

- **Explicit:** $z = f(x, y)$
- **Implicit:** $F(x, y, z) = 0$
- **Paraméteres:** $s(u, v), (u, v) \in \mathbb{R}^2$

A 3 dimenziós térben a felületek leírására 3 különböző lehetőség adott:

- **Explicit:** $z = f(x, y)$
- **Implicit:** $F(x, y, z) = 0$
- **Paraméteres:** $\mathbf{s}(u, v), (u, v) \in \mathbb{R}^2$

Az implicit alak elsősorban speciális feladatok esetén fontos (metszetek előállítása), míg az explicit alak komputergrafikai szempontból lényegében elhanyagolható.

A 3 dimenziós térben a felületek leírására 3 különböző lehetőség adott:

- **Explicit:** $z = f(x, y)$
- **Implicit:** $F(x, y, z) = 0$
- **Paraméteres:** $\mathbf{s}(u, v), (u, v) \in \mathbb{R}^2$

Az implicit alak elsősorban speciális feladatok esetén fontos (metszetek előállítása), míg az explicit alak komputergrafikai szempontból lényegében elhanyagolható. A továbbiakban a paraméteres felületek megjelenítésére fókuszálunk.

Paraméteres felület

A paraméteres felület egy olyan kétváltozós függvény, mely a sík egy tartományát a térbe képezi, tehát $\mathbf{s} : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$.

Paraméteres felület

A paraméteres felület egy olyan kétváltozós függvény, mely a sík egy tartományát a térbe képezi, tehát $\mathbf{s} : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$. A paraméteres felületeket a görbékhez hasonlóan koordinátafüggvényeikkel adhatjuk meg

$$\mathbf{s}(u, v) = (x(u, v), y(u, v), z(u, v))$$

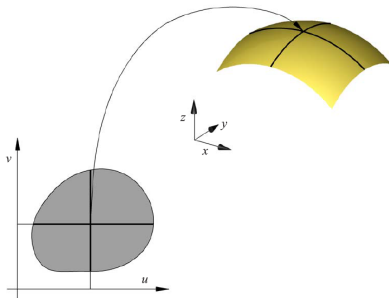
ahol $(u, v) \in G \subset \mathbb{R}^2$, és $u \in G_1 \subset \mathbb{R}$ valamint $v \in G_2 \subset \mathbb{R}$.

Paraméteres felület

A paraméteres felület egy olyan kétváltozós függvény, mely a sík egy tartományát a térbe képezi, tehát $\mathbf{s} : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$. A paraméteres felületeket a görbékhez hasonlóan koordinátafüggvényeikkel adhatjuk meg

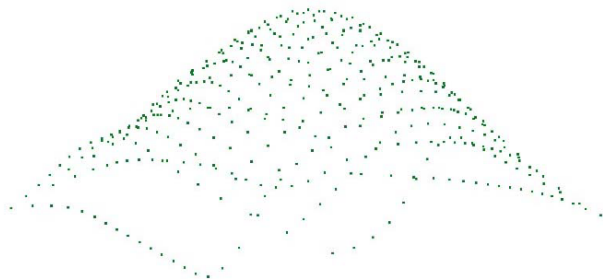
$$\mathbf{s}(u, v) = (x(u, v), y(u, v), z(u, v))$$

ahol $(u, v) \in G \subset \mathbb{R}^2$, és $u \in G_1 \subset \mathbb{R}$ valamint $v \in G_2 \subset \mathbb{R}$.



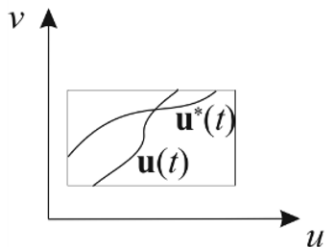
Felület megjelenítése pontthálóval

A felületek megjelenítésének legegyszerűbb megoldása az, ha a paramétersíkon bizonyos mennyiségű ponthoz kiszámítjuk a felület pontjait és azokat megjelenítjük. Ezt a felület pontthálós megjelenítésének nevezzük.



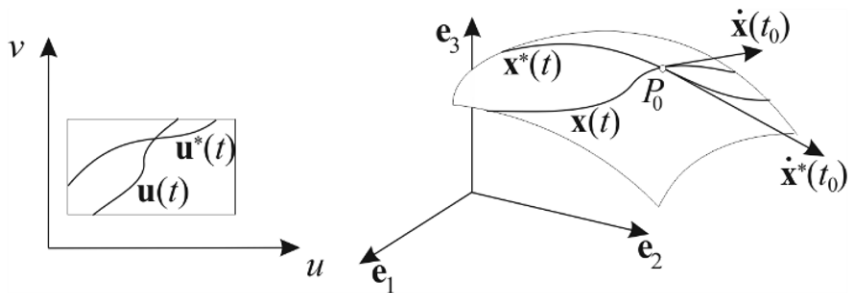
Felületi görbék

Tekintsük az $\mathbf{s}(u, v)$ felületet, és annak paramétertartományában az $\mathbf{u}(t) = (u(t), v(t))$ görbét.



Felületi görbék

Tekintsük az $\mathbf{s}(u, v)$ felületet, és annak paramétertartományában az $\mathbf{u}(t) = (u(t), v(t))$ görbét. Az \mathbf{u} görbe képét a felületen az $\mathbf{x}(t) = \mathbf{s}(u(t), v(t))$ egyparaméteres függvény írja le. Az ilyen görbét felületi görbének nevezzük.



A felületi görbe egy $\mathbf{p}_0(t_0)$ pontjában az érintővektor

$$\dot{\mathbf{x}}(t_0) = \frac{\partial \mathbf{s}}{\partial u} \dot{u}(t_0) + \frac{\partial \mathbf{s}}{\partial v} \dot{v}(t_0)$$

A felületi görbe egy $\mathbf{p}_0(t_0)$ pontjában az érintővektor

$$\dot{\mathbf{x}}(t_0) = \frac{\partial \mathbf{s}}{\partial u} \dot{u}(t_0) + \frac{\partial \mathbf{s}}{\partial v} \dot{v}(t_0)$$

Ha a felületen egy másik, szintén a $\mathbf{p}_0(t_0)$ ponton áthaladó $\mathbf{x}^*(t) = \mathbf{s}(u^*(t), v^*(t))$ görbét tekintünk,

A felületi görbe egy $\mathbf{p}_0(t_0)$ pontjában az érintővektor

$$\dot{\mathbf{x}}(t_0) = \frac{\partial \mathbf{s}}{\partial u} \dot{u}(t_0) + \frac{\partial \mathbf{s}}{\partial v} \dot{v}(t_0)$$

Ha a felületen egy másik, szintén a $\mathbf{p}_0(t_0)$ ponton áthaladó $\mathbf{x}^*(t) = \mathbf{s}(u^*(t), v^*(t))$ görbét tekintünk, annak érintővektora

$$\dot{\mathbf{x}}^*(t_0) = \frac{\partial \mathbf{s}}{\partial u} \dot{u}^*(t_0) + \frac{\partial \mathbf{s}}{\partial v} \dot{v}^*(t_0)$$

A felületi görbe egy $\mathbf{p}_0(t_0)$ pontjában az érintővektor

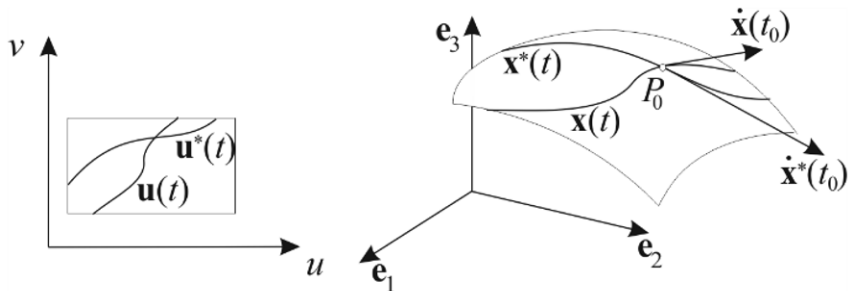
$$\dot{\mathbf{x}}(t_0) = \frac{\partial \mathbf{s}}{\partial u} \dot{u}(t_0) + \frac{\partial \mathbf{s}}{\partial v} \dot{v}(t_0)$$

Ha a felületen egy másik, szintén a $\mathbf{p}_0(t_0)$ ponton áthaladó $\mathbf{x}^*(t) = \mathbf{s}(u^*(t), v^*(t))$ görbét tekintünk, annak érintővektora

$$\dot{\mathbf{x}}^*(t_0) = \frac{\partial \mathbf{s}}{\partial u} \dot{u}^*(t_0) + \frac{\partial \mathbf{s}}{\partial v} \dot{v}^*(t_0)$$

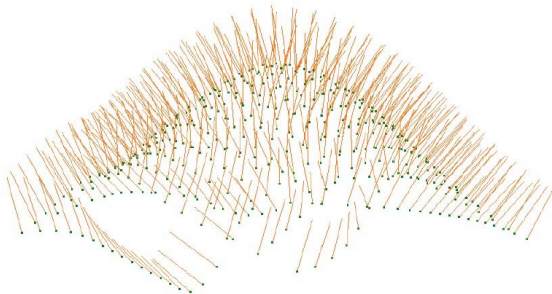
Tehát mindkettő érintővektor $\frac{\partial \mathbf{s}}{\partial u}$ és $\frac{\partial \mathbf{s}}{\partial v}$ lineáris kombinációja.

A felület egy adott $\mathbf{p}_0(t_0)$ pontján áthaladó tetszőleges görbe érintője tehát a $\frac{\partial \mathbf{s}}{\partial u}$ és $\frac{\partial \mathbf{s}}{\partial v}$ vektorok által felfestített síkban van, mely síkot a felület $\mathbf{p}_0(t_0)$ -beli **érintősíkjának** nevezünk.



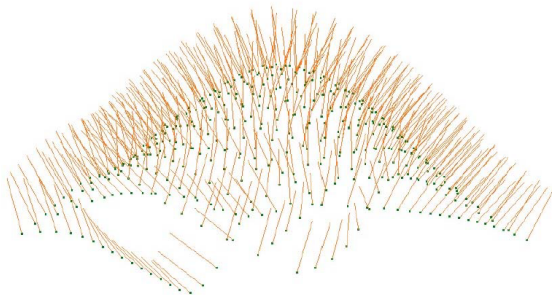
Megjelenítés normálisokkal

A felület változásának érzékeltetése céljából a pontháló mellett megjeleníthetjük a pontbeli normálisokat.



Megjelenítés normálisokkal

A felület változásának érzékeltetése céljából a pontháló mellett megjeleníthetjük a pontbeli normálisokat. A normálisok az adott pontban a $\frac{\partial \mathbf{s}}{\partial u}$ és $\frac{\partial \mathbf{s}}{\partial v}$ vektorok vektoriális szorzataként állnak elő.

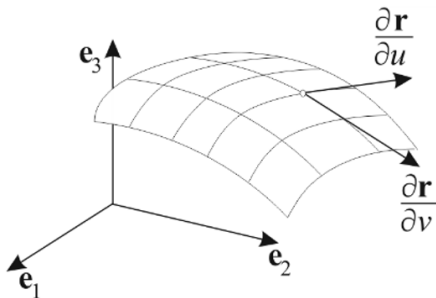
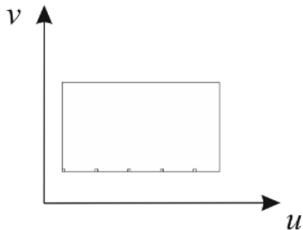


Paramétervonalak

A paraméteres felületek megjelenítésekor általában olyan felületi görbét tekintünk, melyek esetében $u = t$, $v = konstans$, illetve $u = konstans$, $v = t$.

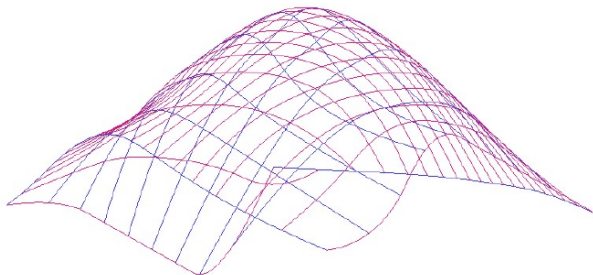
Paramétervonalak

A paraméteres felületek megjelenítésekor általában olyan felületi görbéket tekintünk, melyek esetében $u = t, v = konstans$, illetve $u = konstans, v = t$. Ezen görbék a paramétersík koordinátatengelyeivel párhuzamos egyenesek képei a felületen, melyeket **paramétervonalak**nak nevezünk.



Paramétervonalak

A paraméteres felületek megjelenítésekor általában olyan felületi görbéket tekintünk, melyek esetében $u = t, v = konstans$, illetve $u = konstans, v = t$. Ezen görbék a paramétersík koordinátatengelyeivel párhuzamos egyenesek képei a felületen, melyeket **paramétervonalak**nak nevezünk.



1 Paraméteres felületek

2 Poligonhálók

- B-Rep adatstruktúra
- Winged-Edge adatstruktúra

3 Standard fájltypusok

- A Wavefront fájltypus (*.obj)
- A Plygon fájltypus (*.ply)

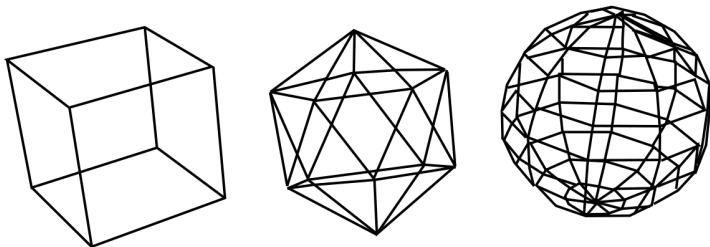
Ahhoz, hogy színes, árnyalt megjelenítést tudjunk készíteni, egy másfajta szemléletre lesz szükségünk. A felületeket poligonhálóval fogjuk közelíteni.

Ahhoz, hogy színes, árnyalt megjelenítést tudjunk készíteni, egy másfajta szemléletre lesz szükségünk. A felületeket poligonhálóval fogjuk közelíteni. Általában háromszögekből álló hálót alkalmazunk, mivel 4 pont esetén nem biztosított, hogy azok mindegyike egy síkba essen.

Ahhoz, hogy színes, árnyalt megjelenítést tudjunk készíteni, egy másfajta szemléletre lesz szükségünk. A felületeket poligonhálóval fogjuk közelíteni. Általában háromszögekből álló hálót alkalmazunk, mivel 4 pont esetén nem biztosított, hogy azok mindegyike egy síkba essen. (Még ha a pontok egy síkba esnek is, a számítási pontatlanság miatt ez változhat.)

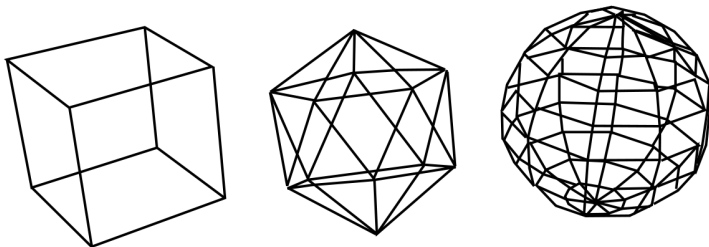
Wire Frame modell

A Wire Frame, vagy drótvázmodell olyan adatstruktúra, mely egy adott modellnek pusztán a csúcsait és azok összekötő éleit tárolja.



Wire Frame modell

A Wire Frame, vagy drótvázmodell olyan adatstruktúra, mely egy adott modellnek pusztán a csúcsait és azok összekötő éleit tárolja.



Az így előállított kép sokszor értelmezhetetlen, és a valójában nem látható részek eltávolítása sem lehetséges.

A B-Rep (Boundary Representation) adatstruktúra lényegében a Wire Frame továbbfejlesztésének tekinthető.

A B-Rep (Boundary Representation) adatstruktúra lényegében a Wire Frame továbbfejlesztésének tekinthető. A struktúra egyszerre tárol

- geometriai

A B-Rep (Boundary Representation) adatstruktúra lényegében a Wire Frame továbbfejlesztésének tekinthető. A struktúra egyszerre tárol

- geometriai
- topológiai

információkat.

A B-Rep (Boundary Representation) adatstruktúra lényegében a Wire Frame továbbfejlesztésének tekinthető. A struktúra egyszerre tárol

- geometriai (csúcspontok koordinátái, élek és lapok egyenlete)
- topológiai (lapok, élek és csúcspontok kapcsolata)

információkat.

Az éleket és háromszögeket legegyszerűbben csúcsokra való mutatókkal adhatjuk meg.

```
STRUKTÚRA ÉL
```

```
    VÁLTOZÓK:
```

```
        PONT: A, B;
```

```
STRUKTÚRA_VÉGE;
```

```
STRUKTÚRA HÁROMSZÖG
```

```
    VÁLTOZÓK:
```

```
        PONT: A, B, C;
```

```
STRUKTÚRA_VÉGE;
```

Egy egyszerű B-Rep adatszerkezet pedig a következő lehet.

```
STRUKTÚRA B_REP
```

```
    VÁLTOZÓK:
```

```
        PONT[] : CSÚCSOK;
```

```
        ÉL[] : ÉLEK;
```

```
        HÁROMSZÖG[] : HÁROMSZÖGEK;
```

```
STRUKTÚRA_VÉGE;
```

Egy egyszerű B-Rep adatszerkezet pedig a következő lehet.

```
STRUKTÚRA B_REP
  VÁLTOZÓK:
    PONT[] : CSÚCSOK;
    ÉL[] : ÉLEK;
    HÁROMSZÖG[] : HÁROMSZÖGEK;
STRUKTÚRA_VÉGE;
```

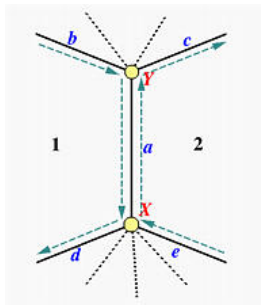
Ez persze még nem definiálja a felület topológiáját, de a lehetőséget már biztosítja arra.

Winged-Edge adatstruktúra

A Winged-Edge adatstruktúra a poligonháló olyan reprezentációja, melynek alapját a poligon éle képezi, és a lapok és csúcsok kapcsolatát is azokhoz viszonyítva írja le.

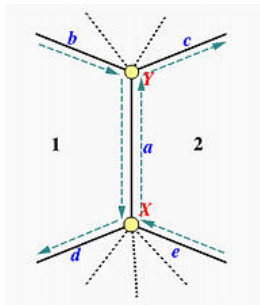
Winged-Edge adatstruktúra

A Winged-Edge adatstruktúra a poligonháló olyan reprezentációja, melynek alapját a poligon éle képezi, és a lapok és csúcsok kapcsolatát is azokhoz viszonyítva írja le.



Winged-Edge adatstruktúra

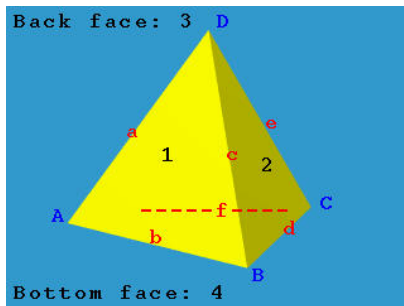
Ha a struktúrát, mint tábladefiníciót tekintjük, akkor egy él és a hozzá tartozó adatok felépítése az alábbi konstrukció szerint néz ki.



Edge	Vertices		Faces		Left Traverse		Right Traverse	
Name	Start	End	Left	Right	Pred	Succ	Pred	Succ
a	X	Y	1	2	b	d	e	c

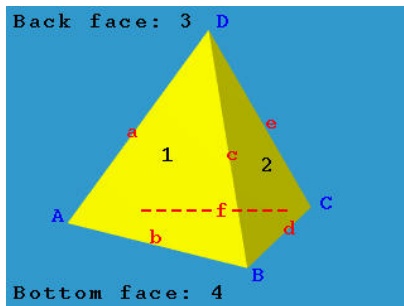
Winged-Edge adatstruktúra

Tekintsük az alábbi tatraédert!



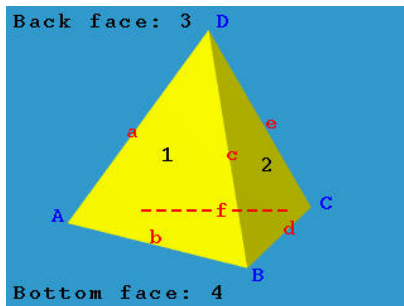
Winged-Edge adatstruktúra

Tekintsük az alábbi tatraédert!



Nézzük meg, hogyan írhatjuk le a fenti poliédert Winged-Edge adatstruktúrával!

Winged-Edge adatstruktúra



Edge	Vertices		Faces		Left Traverse		Right Traverse	
Name	Start	End	Left	Right	Pred	Succ	Pred	Succ
a	A	D	3	1	e	f	b	c
b	A	B	1	4	c	a	f	d
c	B	D	1	2	a	b	d	e
d	B	C	2	4	e	c	b	f
e	C	D	2	3	c	d	f	a
f	A	C	4	3	d	b	a	e

1 Paraméteres felületek

2 Poligonhálók

- B-Rep adatstruktúra
- Winged-Edge adatstruktúra

3 Standard fájltypusok

- A Wavefront fájltypus (*.obj)
- A Plygon fájltypus (*.ply)

A felületek leírására rengeteg fájltypust használnak. A teljesség igénye nélkül vizsgáljuk meg, milyen adatokat tartalmazhatnak az *.obj és *.ply fájlok!

A felületek leírására rengeteg fájltypust használnak. A teljesség igénye nélkül vizsgáljuk meg, milyen adatokat tartalmazhatnak az *.obj és *.ply fájlok!

A fájlok legtöbbször csak a geometriai adatokat és a kapcsolatokat tartalmazzák, de nem kötődnek egy konkrét adatstruktúrához.

A Wavefront fájl típus (*.obj)

A Wavefront fájl típus szöveges formában tartalmazza az adatokat. Minden sor egy adott típusú adatért felel, melyeket a sor első karaktere határoz meg.

A Wavefront fájl típus (*.obj)

A Wavefront fájl típus szöveges formában tartalmazza az adatokat. Minden sor egy adott típusú adatért felel, melyeket a sor első karaktere határoz meg. A teljesség igénye nélkül:

- # - komment
- v - csúcs
- f - lap (csúcsok indexeire mutat)
- l - szakasz
- g - csoport (struktúrálásban segít)
- c_interp - szín interpoláció

Bővebb leírás: <https://www.fileformat.info/format/wavefrontobj/egff.htm>

A Wavefront fájl típus (*.obj)

Egy egyszerű, egy darab háromszöget tartalmazó fájl tartalma:

```
# Simple Wavefront file
v 0.0 0.0 0.0
v 0.0 1.0 0.0
v 1.0 0.0 0.0
f 1 2 3
```

A Polygon fájl típus (*.ply)

A Polygon fájl szintén szöveges formátumban tartalmazza az adatokat, ugyanakkor az *.obj fájlokkal szemben ez nem tartalmazza soronként az adatok típusának leírását. Az adatokat úgy tudjuk beazonosítani, hogy a fájlok alapvetően 4 nagyobb blokkban tartalmazzák az adatokat.

A Polygon fájl típus (*.ply)

A Polygon fájl szintén szöveges formátumban tartalmazza az adatokat, ugyanakkor az *.obj fájlokkal szemben ez nem tartalmazza soronként az adatok típusának leírását. Az adatokat úgy tudjuk beazonosítani, hogy a fájlok alapvetően 4 nagyobb blokkban tartalmazzák az adatokat. Ezek:

- Fejléc (általános információkkal)

A Polygon fájl típus (*.ply)

A Polygon fájl szintén szöveges formátumban tartalmazza az adatokat, ugyanakkor az *.obj fájlokkal szemben ez nem tartalmazza soronként az adatok típusának leírását. Az adatokat úgy tudjuk beazonosítani, hogy a fájlok alapvetően 4 nagyobb blokkban tartalmazzák az adatokat. Ezek:

- Fejléc (általános információkkal)
- Csúcsok adatai

A Polygon fájl típus (*.ply)

A Polygon fájl szintén szöveges formátumban tartalmazza az adatokat, ugyanakkor az *.obj fájlokkal szemben ez nem tartalmazza soronként az adatok típusának leírását. Az adatokat úgy tudjuk beazonosítani, hogy a fájlok alapvetően 4 nagyobb blokkban tartalmazzák az adatokat. Ezek:

- Fejléc (általános információkkal)
- Csúcsok adatai
- Lapok adatai

A Polygon fájl típus (*.ply)

A Polygon fájl szintén szöveges formátumban tartalmazza az adatokat, ugyanakkor az *.obj fájlokkal szemben ez nem tartalmazza soronként az adatok típusának leírását. Az adatokat úgy tudjuk beazonosítani, hogy a fájlok alapvetően 4 nagyobb blokkban tartalmazzák az adatokat. Ezek:

- Fejléc (általános információkkal)
- Csúcsok adatai
- Lapok adatai
- Egyéb adatok listája

A Polygon fájl típus (*.ply)

A Polygon fájl szintén szöveges formátumban tartalmazza az adatokat, ugyanakkor az *.obj fájlokkal szemben ez nem tartalmazza soronként az adatok típusának leírását. Az adatokat úgy tudjuk beazonosítani, hogy a fájlok alapvetően 4 nagyobb blokkban tartalmazzák az adatokat. Ezek:

- Fejléc (általános információkkal)
- Csúcsok adatai
- Lapok adatai
- Egyéb adatok listája

Bővebb leírás: <https://wiki.fileformat.com/3d/ply/>

A Polygon fájl típus (* .ply)

ply

```
format ascii 1.0          { ascii/binary, format version number }
comment made by Greg Turk { comments keyword specified, like all lines
comment this file is a cube
element vertex 8          { define "vertex" element, 8 of them in file
property float x          { vertex contains float "x" coordinate }
property float y          { y coordinate is also a vertex property }
property float z          { z coordinate, too }
element face 6            { there are 6 "face" elements in the file }
property list uchar int vertex_index { "vertex_indices" is a list of in
end_header                { delimits the end of the header }
...
```

A Polygon fájl típus (*.ply)

...

0 0 0

{ start of vertex list }

0 0 1

0 1 1

0 1 0

1 0 0

1 0 1

1 1 1

1 1 0

4 0 1 2 3

{ start of face list }

4 7 6 5 4

4 0 4 5 1

4 1 5 6 2

4 2 6 7 3

4 3 7 4 0

Köszönöm a figyelmet!