

# RELASI DAN FUNGSI

1. Diketahui suatu himpunan  $A = \{2, 3, -5, -9, 8\}$  dan  $R$  adalah relasi pada  $A$  dimana  $R = \{(a, b) : a = b \text{ atau } a < 1 + b, a, b \in A\}$ . tentukan:
  - a. Apakah  $R$  adalah partially order
  - b. Kalau ya gambarkan diagram Hasse

## Pembahasan :

$R = \{(2, 2), (3, 3), (-5, -5), (-9, -9), (8, 8), (2, 3), (2, 8), (3, 8), (-5, 2), (-5, 3), (-5, 8), (-9, 2), (-9, 3), (-9, -5), (-9, 8)\}$

$R$  disebut partially order jika  $R$  refleksif, antisimetris, dan transitif.

### a) Refleksif

Relasi  $R$  pada himpunan  $A$  disebut **refleksif** jika  $(a, a) \in R$  untuk setiap  $a \in A$ .

Relasi  $R$  bersifat refleksif karena terdapat elemen relasi yang berbentuk  $(a, a)$  untuk setiap  $a \in A$ , yaitu  $(2, 2), (3, 3), (-5, -5), (-9, -9)$ , dan  $(8, 8)$

### b) Antisimetris

Relasi  $R$  pada himpunan  $A$  disebut **tolak-setangkup** jika untuk semua  $a, b \in A$ ,  $(a, b) \in R$  dan  $(b, a) \in R$  hanya jika  $a = b$ .

Relasi  $R$  bersifat antisimetris karena terdapat elemen relasi yang berbentuk  $(a, b)$  dan  $(b, a)$ , hanya jika  $a = b$ , yaitu  $(2, 2), (3, 3), (-5, -5), (-9, -9)$ , dan  $(8, 8)$

### c) Transitif

Relasi  $R$  pada himpunan  $A$  disebut **menghantar** jika  $(a, b) \in R$  dan  $(b, c) \in R$ , maka  $(a, c) \in R$ , untuk  $a, b, c \in A$ .

Misalnya :

- $(2, 3) \in R$  dan  $(3, 8) \in R$ , maka  $(2, 8) \in R$
- $(-5, 2) \in R$  dan  $(2, 3) \in R$ , maka  $(-5, 3) \in R$
- $(-5, 2) \in R$  dan  $(2, 8) \in R$ , maka  $(-5, 8) \in R$
- $(-5, 3) \in R$  dan  $(3, 8) \in R$ , maka  $(-5, 8) \in R$
- $(-9, 2) \in R$  dan  $(2, 3) \in R$ , maka  $(-9, 3) \in R$
- $(-9, 2) \in R$  dan  $(2, 8) \in R$ , maka  $(-9, 8) \in R$
- $(-9, 3) \in R$  dan  $(3, 8) \in R$ , maka  $(-9, 8) \in R$
- $(-9, -5) \in R$  dan  $(-5, 2) \in R$ , maka  $(-9, 2) \in R$
- $(-9, -5) \in R$  dan  $(-5, 3) \in R$ , maka  $(-9, 3) \in R$
- $(-9, -5) \in R$  dan  $(-5, 8) \in R$ , maka  $(-9, 8) \in R$

$\therefore$  Karena  $R$  refleksif, antisimetris, dan transitif maka  $R$  disebut partially order

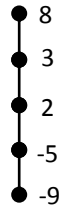
## Diagram Hasse :

- Hilangkan loop

$R = \{(2, 2), (3, 3), (-5, -5), (-9, -9), (8, 8), (2, 3), (2, 8), (3, 8), (-5, 2), (-5, 3), (-5, 8), (-9, 2), (-9, 3), (-9, -5), (-9, 8)\}$

- Hilangkan sisi akibat transitif  
 $R = \{(2,3), (2,8), (3,8), (-5,2), (-5,3), (-5,8), (-9,2), (-9,3), (-9,-5), (-9,8)\}$
- Hapus arah panah  
 $R = \{(2,3), (3,8), (-5,2), (-9,-5)\}$
- Arahkan garis penghubung ke atas

Diagram Hasse :



2. Tentukan apakah setiap relasi  $R$  pada himpunan semua bilangan bulat adalah refleksif, simetri (setangkup), anti simetri (tolak setangkup), dan/ atau transitif (menghantar). Beri alasannya.

$$R = \{(x, y) \mid x \neq y\}$$

$$R = \{(x, y) \mid x \equiv y \pmod{7}\}$$

$$R = \{(x, y) \mid x \geq y^2\}$$

**Pembahasan :**

$$R = \{(x, y) \mid x \neq y\}$$

- $R$  tidak bersifat refleksif, karena tidak terdapat elemen relasi yang berbentuk  $(x, x)$  maupun  $(y, y)$  untuk setiap  $x, y \in \mathbb{Z}$
- Relasi  $R$  tidak bersifat antisimetris karena tidak terdapat elemen relasi yang berbentuk  $(x, y)$  dan  $(y, x)$ , hanya jika  $x = y$ , karena diketahui bahwa  $x \neq y$
- Relasi  $R$  bersifat transitif karena ada  $(x, b) \in R$  dan  $(b, y) \in R$ , sehingga  $(x, y) \in R$ , untuk  $x, b, y \in \mathbb{Z}$ , dan  $x \neq y$  misalnya  $(2, 3) \in R$  dan  $(3, 4) \in R$ , maka  $(2, 4) \in R$

$\therefore R$  tidak bersifat refleksif, tidak bersifat antisimetris, namun bersifat transitif

$$R = \{(x, y) \mid x \equiv y \pmod{7}\}$$

- $R$  bersifat refleksif, karena terdapat elemen relasi yang berbentuk  $(x, x)$  untuk setiap  $x, y \in \mathbb{Z}$ , yaitu  $(1,1), (2,2), (3,3)$ , dan seterusnya
- Relasi  $R$  bersifat antisimetris karena terdapat elemen relasi yang berbentuk  $(x, y)$  dan  $(y, x)$ , hanya jika  $x = y$ , yaitu  $(1,1), (2,2), (3,3)$ , dan seterusnya
- Relasi  $R$  tidak bersifat transitif karena tidak terdapat  $(x, b) \in R$  dan  $(b, y) \in R$ , sehingga  $(x, y) \in R$ , untuk  $x, b, y \in \mathbb{Z}$

$\therefore R$  bersifat refleksif, antisimetris, namun tidak bersifat transitif

$$R = \{(x, y) \mid x \geq y^2\}$$

- $R$  tidak bersifat refleksif, karena tidak terdapat elemen relasi yang berbentuk  $(x, x)$  maupun  $(y, y)$  untuk setiap  $x, y \in \mathbb{Z}$

- Relasi  $R$  tidak bersifat antisimetris karena tidak terdapat elemen relasi yang berbentuk  $(x, y)$  dan  $(y, x)$ , hanya jika  $x = y$ , karena diketahui bahwa  $x \neq y$
  - Relasi  $R$  pada bersifat transitif karena ada  $(x, b) \in R$  dan  $(b, y) \in R$ , sehingga  $(x, y) \in R$ , untuk  $x, b, y \in Z$ , dan  $x \neq y$  misalnya  $(2, 3) \in R$  dan  $(3, 4) \in R$ , maka  $(2, 4) \in R$
- $\therefore R$  tidak bersifat refleksif, tidak bersifat antisimetris, namun bersifat transitif

3. Sebuah relasi  $R$  pada himpunan  $A = \{a, b, c, d\}$  direpresentasikan dalam bentuk matriks sebagai berikut :

$$R = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & u \\ v & w & 0 & 1 \\ 1 & x & 1 & 1 \\ 0 & y & 0 & z \end{bmatrix}$$

- Tentukan  $u, v, w, x, y, z$  agar relasi tersebut bersifat *partial order*
- dari soal a tersebut, gambarkan diagram hasse-nya

**Pembahasan :**

- Tentukan  $u, v, w, x, y, z$  agar relasi tersebut bersifat *partial order*

$R$  disebut pengurutan parsial jika  $R$  refleksif, antisimetris, dan transitif.

- Refleksif

Relasi yang bersifat refleksif mempunyai matriks yang elemen diagonal utamanya semua bernilai 1, atau  $m_{ii} = 1$ , untuk  $i = 1, 2, \dots, n$

$$\therefore z=1, w=1$$

- Antisimetris (tolak setangkup)

Relasi yang bersifat tolak-setangkup mempunyai matriks dimana jika  $m_{ij} = 1$  dengan  $i \neq j$ , maka  $m_{ji} = 0$ . Dengan kata lain, matriks dari relasi tolak-setangkup adalah jika salah satu dari  $m_{ij} = 0$  atau  $m_{ji} = 0$  bila  $i \neq j$  :

$$\begin{bmatrix} & & 1 & \\ & & & 0 \\ 0 & & & 1 \\ & 1 & & \\ & & 0 & \end{bmatrix}$$

$$R = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & u \\ v & w & 0 & 1 \\ 1 & x & 1 & 1 \\ 0 & y & 0 & z \end{bmatrix}$$

- Karena  $(a,b) \in R$  maka  $(b,a) \notin R$ , sehingga  $v = 0$
- Karena  $(b,c) \notin R$  maka  $(c,b) \in R$ , sehingga  $x = 1$

- Karena  $(d,a) \notin R$  maka  $(a,d) \in R$ , sehingga  $u = 1$
  - Karena  $(b,d) \in R$  maka  $(d,b) \notin R$ , sehingga  $y = 0$
- $\therefore u=1, v=0, x=1, y=0$

c) Transitif

Relasi R pada himpunan A disebut menghantar jika  $(a, b) \in R$  dan  $(b, c) \in R$ , maka  $(a, c) \in R$ , untuk  $a, b, c \in A$ .

Dari jawaban a) dan b), diperoleh matrik R sebagai berikut :

$$R = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$R = \{(a,a), (a,b), (a,d), (b,b), (b,d), (c,a), (c,b), (c,c), (c,d), (d,d)\}$$

- Karena  $(a,b) \in R$  dan  $(b,d) \in R$ , maka  $(a,d) \in R$ , sehingga  $u=1$
  - Karena  $(c,a) \in R$  dan  $(a,b) \in R$ , maka  $(c,b) \in R$ , sehingga  $x=1$
- $\therefore u=1, x=1$

Jadi, diperoleh  $u=1, v=0, w=1, x=1, y=0, z=1$

b. Dari soal a tersebut, gambarkan diagram hasse-nya

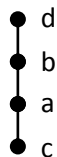
Langkah Diagram Hasse :

- [1] Gambarkan rangkaiannya
- [2] Hilangkan loop
- [3] Hilangkan sisi akibat transitif
- [4] Hapus arah panah
- [5] Arahkan garis penghubung ke atas

$$R = \{(a,a), (a,b), (a,d), (b,b), (b,d), (c,a), (c,b), (c,c), (c,d), (d,d)\}$$

- Hilangkan loop  
 $R = \{\cancel{(a,a)}, (a,b), (a,d), \cancel{(b,b)}, (b,d), (c,a), (c,b), \cancel{(c,c)}, (c,d), \cancel{(d,d)}\}$
- Hilangkan sisi akibat transitif  
 $R = \{(a,b), \cancel{(a,d)}, (b,d), (c,a), \cancel{(c,b)}, \cancel{(c,d)}\}$
- Hapus arah panah  
 $R = \{(a,b), (b,d), (c,a)\}$
- Arahkan garis penghubung ke atas

Diagram Hasse :



5. Diberikan fungsi  $f(x) = x \bmod m$ .
- Tentukan daerah asal (*domain*), daerah hasil (*codomain*), dan jelajah (*range*) dari fungsi  $f$ .
  - Apakah  $f$  injektif, surjektif, dan bijektif? Jelaskan alasannya.

**Pembahasan :**

- Daerah asal (*domain*) = bilangan bulat ( $\mathbb{Z}$ ), daerah hasil (*codomain*) = bilangan bulat ( $\mathbb{Z}$ ), dan jelajah (*range*) =  $f(x) = x \bmod m$ .
- Apakah  $f$  injektif, surjektif, dan bijektif?
  - $f$  bukan fungsi injektif (satu-ke-satu), karena ada dua atau lebih himpunan  $x$  yang memiliki bayangan yang sama, misalnya  $8 \bmod 2 = 6 \bmod 2 = 4 \bmod 2 = 2 \bmod 2 = 0$ , dan seterusnya.
  - $f$  fungsi pada karena untuk setiap bilangan bulat  $y$ , selalu ada nilai  $x$  yang memenuhi, yaitu  $y = x \bmod m$  akan dipenuhi untuk  $x = mq + y$ , dengan  $0 \leq y < m$ .
  - $f$  bukan fungsi bijektif (berkorespondensi satu-ke-satu), karena  $f$  fungsi pada, namun  $f$  bukan fungsi injektif (satu-ke-satu)

## KOMBINATORIAL

1. Tersedia 6 huruf:  $a, b, c, d, e, f$ . Berapa banyaknya cara pengurutan 4 huruf jika huruf  $c$  harus ada dan boleh ada huruf yang diulang?

**Pembahasan :**

Banyaknya cara adalah

$$(6)(6)(6) + (5)(6)(6) + (5)(5)(6) + (5)(5)(5) = 216 + 180 + 150 + 125 = 671$$

2. Tentukan nilai koefisien dari  $x^5y^7$  pada penjabaran  $(3x + 4y)^{12}$

**Pembahasan :**

Koefisien dari  $(3x)^5(4y)^7$  adalah  $C(12,7)$ , jadi koefisien dari  $x^5y^7$  adalah  $3^5 \cdot 4^7 \cdot C(12,7)$ .  
 $3^5 \cdot 4^7 \cdot C(12,7) = 3153199104$ .

3. Dari 100.000 buah bilangan bulat positif pertama, berapa banyak bilangan yang mengandung tepat 1 buah angka 3, 1 buah angka 4, dan 1 buah angka 5?

**Pembahasan :**

- Bilangan 100.000 tidak memenuhi, jadi hanya ada 5 digit yang harus dipenuhi
- Ada 5 cara untuk menempatkan angka 5, sisa tempat kosong tinggal 4
- Ada 4 cara untuk menempatkan angka 4, sisa tempat kosong tinggal 3
- Ada 3 cara untuk menempatkan angka 3, sisa tempat kosong tinggal 2
- Selain angka, 3, 4, dan 5 boleh diisi berulang. Jadi untuk kedua tempat yang masih kosong dapat diisi masing-masing dengan 7 angka

Banyak bilangan yang dapat dibentuk sesuai dengan aturan tersebut adalah  $5.4.3.7.7 = 2940$

4. Berapa banyak *string* yang dapat dibentuk dari huruf-huruf  $a, b, c, d$ , dan  $e$  sedemikian sehingga  $a$  harus diikuti langsung oleh  $b$ ?

**Pembahasan :**

$a$  harus diikuti langsung oleh  $b$  sehingga huruf  $a$  dan  $b$  dapat dianggap sebagai satu buah huruf  $ab$ . Jadi jumlah huruf seluruhnya ada 4 buah, yaitu  $ab, c, d$ , dan  $e$ . Jumlah *string* berbeda yang dapat dibentuk oleh huruf-huruf tersebut adalah permutasi 4 huruf dari 4 huruf yang tersedia, yaitu:

$$P(4, 4) = \frac{4!}{(4-4)!} = \frac{4!}{0!} = \frac{4!}{1} = 4! = 4.3.2.1 = \mathbf{24 \text{ macam}}$$

5. Ada 10 soal di dalam ujian akhir *Matematika Diskrit*. Berapa banyak cara pemberian nilai (bilangan bulat) pada setiap soal jika jumlah nilai keseluruhan soal adalah 100 dan setiap soal mempunyai nilai paling sedikit 5. (Khusus untuk soal ini, nyatakan jawaban akhir anda dalam  $C(a, b)$  saja, tidak perlu dihitung nilainya)

**Pembahasan :**

Andaikan kita tidak menghitung lagi nilai minimal masing-masing soal

$$5 \times 10 = 50$$

$$100 - 50 = 50$$

Jadi sekarang ada nilai sejumlah 50 yang harus didistribusikan ke 10 soal

$n = 10, r = 50$ , maka banyak cara pemberian nilai adalah:

$$C(10+50-1, 50) = \mathbf{C(59, 50)}$$

6. Berapa banyak *string* yang dapat dibentuk dari huruf-huruf kata "CONGRESS" sedemikian sehingga dua buah huruf "S" tidak terletak berdampingan.

**Pembahasan :**

*String* tersebut tersusun atas 8 buah huruf, dan terjadi pengulangan dua kali untuk salah satu hurufnya (huruf "S")

Jika kedua huruf "S" boleh sembarang letaknya (tidak ada aturan khusus untuk huruf "S"), maka jumlah *string* berbeda yang dapat dibentuk adalah:

$$\frac{8!}{2!} = \frac{8.7.6.5.4.3.2!}{2!} = 8.7.6.5.4.3 = 20160$$

Jika kedua huruf "S" harus berdampingan, maka jumlah *string* berbeda yang terjadi adalah sama dengan permutasi dari 7 huruf dari 7 huruf yang tersedia, dimana tidak ada karakter yang berulang yaitu:

$$P(7, 7) = \frac{7!}{(7-7)!} = \frac{7!}{0!} = \frac{7!}{1} = 7.6.5.4.3.2 = 5040$$

Jadi jumlah *string* berbeda yang dapat dibentuk dari huruf-huruf tersebut apabila dua huruf "S" tidak boleh berdampingan adalah:

$$20160 - 5040 = \mathbf{15120 \text{ macam}}$$

7. Ada 3 rute dari Jakarta ke Bandung, dan 4 rute dari Bandung ke Yogya. Tentukan banyaknya cara bepergian dari Jakarta ke Yogyakarta via Bandung pulang-pergi (pp).

**Pembahasan :**

Cara bepergian dari Jakarta ke Yogyakarta via Bandung pp adalah banyaknya cara dari Jakarta-Bandung-Yogyakarta dan Yogyakarta-Bandung-Jakarta. Seseorang dapat menempuh jalur yang sama untuk pulang pergi.

Jadi cara bepergian dari Jakarta ke Yogyakarta via Bandung pp:

$$\begin{aligned} & \sum \text{Rute Jakarta Bandung} \times \sum \text{Bandung-Yogyakarta} \times \sum \text{Yogyakarta-Bandung} \times \sum \text{Bandung-Jakarta} \\ &= 3 \times 4 \times 4 \times 3 \\ &= \mathbf{144 \text{ cara}} \end{aligned}$$

8. Berapa banyak cara membagikan 30 buah apel dan 25 buah jeruk kepada 5 orang anak jika setiap anak memperoleh paling sedikit 3 buah apel dan 2 buah jeruk?

**Pembahasan :**

Pertama, bagikan dahulu apel dan jeruk ke setiap anak dengan jumlah minimal ( 3 apel dan 2 jeruk tiap anak). Didapat apel dan jeruk sisa sejumlah 15 apel dan 15 jeruk.

Banyak cara untuk membagikan jeruk sisanya adalah  $C(15+5-1,15) = C(19,15) = 3876$

Banyak cara untuk membagikan apel sisanya adalah  $C(15+5-1,15) = C(19,15) = 3876$

Jadi banyak cara untuk membagikan 30 apel dan 25 jeruk kepada 5 anak dengan tiap anak memperoleh paling sedikit 3 apel dan 2 jeruk adalah  $C(19,15) \times C(19,15) = \mathbf{15.023.376}$

9. Dari 100.000 buah bilangan bulat positif pertama, berapa banyak bilangan yang mengandung tepat 1 buah angka 3, 1 buah angka 4, dan 1 buah angka 5?

**Pembahasan :**

❖ Diketahui

- 1) Bilangan 5 digit (0-99.999) karena bilangan 100.000 dapat kita abaikan.
- 2) Mengandung tepat 1 buah angka 3, 4, dan 5.

❖ Maka:

- Jumlah posisi yang mungkin ditempati angka 3, 4, dan 5 adalah:

$$P(5,3) = \frac{5!}{2!} = 5 \times 4 \times 3 = 60 \text{ kombinasi posisi 3, 4, dan 5}$$

(di antaranya: 345\_, 435\_, \_345, \_3\_45, ...dst.)

- Untuk setiap **satu kemungkinan** posisi (dari 60 kemungkinan di atas), banyaknya kombinasi angka di dua digit sisa (selain 3, 4, dan 5) adalah:

$$7 \times 7 \times 1 \times 1 \times 1 = 49 \text{ kombinasi angka}$$

$\overline{\overline{77}}\overline{\overline{11}}\overline{\overline{11}}$  (di mana pun letak angka 3, 4, dan 5, banyaknya kombinasi angka dua digit yang dapat dibentuk adalah 49)

- Karena ada **60 kemungkinan** posisi angka 3, 4, dan 5, maka banyaknya kombinasi bilangan 5 digit yang mengandung tepat 1 buah 3, 4, dan 5 adalah:

$$P(5,3) \times 7 \times 7 = 60 \times 49 = 2940$$

10. Tersedia 6 huruf:  $a, b, c, d, e, f$ . Berapa jumlah pengurutan 3 huruf jika:

- (a) tidak ada huruf yang diulang;
- (b) boleh ada huruf yang berulang;
- (c) tidak boleh ada huruf yang diulang, tetapi huruf  $e$  harus ada;

**Pembahasan :**

- (a) Jika tidak boleh ada pengulangan huruf, maka jumlah kombinasi huruf yang mungkin dibentuk adalah  $6 \times 5 \times 4 = 120$  kombinasi huruf.
- (b) Jika boleh ada pengulangan huruf, maka jumlah kombinasi huruf adalah  $6 \times 6 \times 6 = 6^3 = 216$  kombinasi huruf
- (c) Karena yang diminta adalah 3 digit huruf, maka huruf 'e' dapat ditempatkan di digit pertama, atau digit tengah, atau digit ketiga.
  - Jadi jumlah letak/posisi huruf 'e' yang mungkin ditempati = 3
  - Untuk **satu posisi yang mungkin ditempati** huruf 'e', banyaknya kombinasi huruf yang dapat dibentuk adalah  $5 \times 4 = 20$  kombinasi huruf
  - Karena ada **3 posisi yang mungkin ditempati** oleh huruf 'e', maka total jumlah kombinasi huruf yang mungkin dibentuk (tidak ada pengulangan huruf) adalah:  
 $3 \times 5 \times 4 = 3 \times 20 = 60$  kombinasi huruf

11. Sebuah mobil mempunyai 4 tempat duduk. Berapa banyak cara 3 orang didudukkan jika diandaikan satu orang harus duduk di kursi sopir?

**Pembahasan :**

❖ Diketahui:

- 1) Jumlah tempat duduk = 4 (salah satunya kursi supir)
- 2) Jumlah orang = 3 orang
- 3) Salah satu orang harus duduk di kursi supir

❖ Sehingga:

- Karena ada 3 orang dan ketiganya berpeluang menjadi supir, berarti ada 3 kemungkinan supir.
- Untuk setiap **satu kemungkinan supir**, ada 2 orang yang harus diatur posisi duduknya pada 3 buah kursi ( karena 1 orang sudah duduk di kursi supir sehingga orang yang tersisa ada 2 orang dan kursi yang tersisa ada 3 kursi).  
Maka jumlah pengaturan duduk yang mungkin adalah:



$$P(3,2) = \frac{3!}{(3-2)!} = \frac{3!}{1!} = 3 \times 2 = 6 \text{ pengaturan (ini untuk satu kemungkinan supir)}$$

- Karena ada **3 kemungkinan supir**, maka total pengaturan duduk yang mungkin dilakukan adalah  $3 \times P(3,2) = 3 \times 6 = 18$  pengaturan.

12. Tentukan banyak cara pengaturan agar 3 orang mahasiswa Jurusan Teknik Informatika (IF), 4 orang mahasiswa Teknik Kimia (TK), 4 orang mahasiswa Teknik Geologi (GL), dan 2 orang mahasiswa Farmasi (FA) dapat duduk dalam satu baris sehingga mereka dari departemen yang sama duduk berdampingan?

**Pembahasan :**

❖ Diketahui:

- 1) Jumlah kursi = 13 (  $3 + 4 + 4 + 2 = 13$  )
- 2) Jumlah blok departemen = 4 (IF, TK, GL, FA)
- 3) Setiap orang duduk dalam blok departemennya.

❖ Sehingga:

- **Jika urutan orang di dalam satu blok tidak dipentingkan**, maka yang harus dihitung hanya jumlah pengaturan susunan keempat blok saja. Jadi walaupun jumlah kursi ada 13, tapi yang kita lihat hanya susunan 4 blok saja (13 kursi dapat diabaikan) sehingga banyaknya pengaturan yang dapat dilakukan adalah:

$$4 \times 3 \times 2 \times 1 = 4! = 24 \text{ pengaturan.}$$

Ilustrasinya:

Ada 4 buah blok yang harus diisi:

4	3	2	1
---	---	---	---

Ada 4 departemen yang mungkin mengisi blok pertama (IF/TK/GL/FA)

Tinggal 3 departemen yang mungkin mengisi blok kedua (karena 1 dept. sudah masuk di blok pertama)

Tinggal 2 departemen yang mungkin mengisi blok kedua (karena 2 dept. sudah masuk di blok pertama dan kedua)

Tinggal 1 departemen yang mungkin mengisi blok kedua (karena 3 dept. sudah masuk di blok pertama, kedua, dan ketiga)

Jadi **jika urutan orang di dalam satu blok tidak dipentingkan**, maka jumlah pengaturan duduk yang mungkin dilakukan adalah  **$4! = 24$  buah**.

- **Jika urutan orang di dalam satu blok dipentingkan**, maka selain menghitung jumlah pengaturan susunan blok departemen (yang hasilnya  **$4!$**  berdasarkan hitungan di atas), kita juga harus menghitung jumlah pengaturan orang di dalam masing-masing blok.
  - Untuk blok departemen IF (ada 3 orang)  
Jumlah susunan orang yang mungkin =  $3 \times 2 \times 1 = 3! = 6$  susunan
  - Untuk blok departemen TK (ada 4 orang)  
Jumlah susunan orang yang mungkin =  $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 4! = 24$  susunan
  - Untuk blok departemen GL (ada 4 orang)

Jumlah susunan orang yang mungkin =  $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 4! = 24$  susunan

- Untuk blok departemen FA (ada 2 orang)

Jumlah susunan orang yang mungkin =  $2 \times 1 = 2! = 2$  susunan

Untuk setiap **satu pengaturan susunan blok**, jumlah pengaturan orang yang dapat dilakukan adalah:

**$(3! \times 4! \times 4! \times 2!)$  pengaturan orang**

Karena ada  **$4! = 24$  pengaturan susunan blok**, jadi jika urutan orang di dalam satu blok dipentingkan, maka jumlah pengaturan duduk yang mungkin dilakukan adalah  **$(4! \times 3! \times 4! \times 4! \times 2!)$  buah.**

13. Berapa banyak solusi bilangan bulat dari  $x_1 + x_2 + x_3 = 11$  jika  $x_1 > 1$ ,  $x_2 \leq 4$ , dan  $x_3 = 1$  **(20)**

**Pembahasan :**

Nilai  $x_3 = 1$ , maka  $x_1 + x_2 = 10$

Nilai  $x_1$  minimum 2, sisa yang belum dibagikan =  $10 - 2 = 8$

Nilai  $x_2$  maksimum 4

- Jika nilai  $x_2 \geq 0$  ( $x_2$  minimum 0), maka ada 8 nilai lagi yang harus didistribusikan ke  $x_1$  dan  $x_2$   
 $n = 2, r = 8$   
 $C(2 + 8 - 1, 8) = C(9, 8) = 9$
- Jika nilai  $x_2 \geq 5$  ( $x_2$  minimum 5), maka ada  $8 - 5 = 3$  nilai lagi yang harus didistribusikan ke  $x_1$  dan  $x_2$   
 $n = 2, r = 3$   
 $C(2 + 3 - 1, 3) = C(4, 3) = 4$

Jadi jika  $x_2 \leq 4$ , jumlah solusi bilangan bulat yang mungkin adalah  $9 - 4 = 5$  **kemungkinan**

**Sumber :**

- Munir, Rinaldi, *Matematika Diskrit*, Penerbit Informatika Bandung
- Soal UTS Matematika Diskrit Institut Teknologi Telkom