TUGAS 3
RESPONSI MATEMATIKA DISKRIT

Oleh:

1717051022
PUTRI FEBRIANA

JURUSAN ILMU KOMPUTER
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERISTAS LAMPUNG
2020

No.

Date

PUTRI FEBRIANA - 1717051022.

Induksi Matematik.

→ Metode pembuktian u/ perihal bulangan bulat.
→ Teknik pembuktian yang baku dlm matematika.
→ Dapat mengurangi langkah-langkah pembuktian bahwa semua bilangan bulat termasuk dlm suatu himpunan kebenaran dgn hanya sejumlah langkah terbatas.

Prinsip Induksi Sederhana.

→ misal $p(n)$ = bil. bulat positif
bukhkan. $p(n)$ benar u/ semua bil positif n.
→ Pembuktian $\Rightarrow$ $p(1)$ = benar
jika $P(n)$ benar, maka $p(n+1)$ benar, u/ setiap $n \geq 1$
1. Langkah 1 = basis Induksi
2. Langkah 2 = Langkah induksi $\Rightarrow$ Asumsi yg menyatakan $p(n)$ = benar.
3. Langkah 3 = hipotesis induksi

Prinsip Induksi yg dirampatkan.

→ Misalkan $p(n)$ adalah pernyataan bilangan bulat
buktikan $p(n)$ benar u/ semua bil bulat $n \geq n_0$.

langkah:
1. $p(n_0)$ benar
2. jika $p(n)$ benar maka $p(n+1)$ juga benar u/ semua bil bulat $n \geq n_0$,

Prinsip Induksi Kuat.

→ misal $p(n)$ = bilangan bulat.
buktikan $p(n)$ benar u/ semua bil bulat $n \geq n_0$

Langkah.
1. $p(n_0)$ benar
2. jika $p(n_0)$, $p(n_0+1)$, ..., $p(n)$ benar maka $p(n+1)$ benar

untuk semua $n \geq n_0$

Contoh Induksi Sederhana

Tunjukan bahwa untuk $n \geq 1$, $1+2+3+\ldots+n = n(n+1)/2$

Penyelesaian:

Andaikan bahwa $p(n)$ menyatakan proposisi bahwa u/ $n \geq 1$, jumlah n bilangan bulat positif pertama adalah $n(n+1)/2$, yaitu $1+2+3+\ldots+n = n(n+1)/2$.

(i.) Basis induksi : $p(1)$ benar, untuk $n=1$.

$$\begin{aligned} 1 &= 1(1+1)/2 \\ &= 1(2)/2 \\ &= 2/2 \\ &= 1. \quad \text{(benar)} \end{aligned}$$

(ii) langkah induksi : misalkan $p(n)$ benar, asumsi bahwa

$$1+2+3+\ldots+n = n(n+1)/2.$$

adalah benar (hipotesis induksi). perhatikan bahwa $p(n+1)$ juga benar;

$1+2+3+\ldots+n+(n+1) = (n+1)[(n+1)+1]/2.$

u/ pembuktian ini tujukan bahwa:

$$\begin{aligned} 1+2+3+\ldots+n+(n+1) &= (1+2+3+\ldots+n)+(n+1) \\ &= [n(n+1)/2]+[n+1] \\ &= [(n^2+n)/2]+(n+1) \\ &= [(n^2+n)/2]+[(2n+2)/2] \\ &= (n^2+3n+2)/2 \\ &= (n+1)(n+2)/2 \\ &= (n+1)[(n+1)+1]/2. \end{aligned}$$

langkah (1) & (11) benar, maka u/ semua bilangan bulat positif n, terbukti bahwa u/ semua $n \geq 1$, $1+2,+3+\ldots+n = n(n+1)/2$ adlh benar

Date

Contoh induksi yg dirapatkan.

Buktikan bahwa $3^n < n!$ untuk n bilangan bulat positif yg lebih besar dari 6.

Penyelesaian :

Misalkan $p(n)$ adalah proposisi bahwa $3^n < n!$ ∀ n bil bulat positif yg lebih besar dari 6.

(i). basis induksi

↳ $p(7)$ benar, karena $3^7 < 7!$ sebab $3^7 = 2187$ dan $7! = 5040$

(ii). langkah induksi

↳ Misalkan bahwa $p(n)$ benar, asumsikan $3^n < n! =$ benar

Tunjukan bahwa $p(n+1)$ juga benar, $3^{n+1} < (n+1)!$

$3^{n+1} < (n+1)!$

$3 . 3^n < (n+1) . n!$

$3^n . 3/n+1) < n!$

Menurut hipotesis induksi $3^n < n!$ sedangkan ∀ $n > 6$, nilai $3/(n+1) < 1$ sehingga $3/(n+1)$ akan memperkecil nilai di ruas kiri persamaan.

Efek ketonya, $3^n . 3(n+1) < n!$ jelas benar.

Karena langkah (i) dan (ii) sudah ditujukan benar, maka terbukti bahwa $3^n < n!$ ∀ n bil. bulat positif lebih besar dri 6. adalah benar //