Лабораторная работа №6.

Кейела Патачона, НПМмд-02-21

17 декабря 2021

РУДН, Москва, Россия

Цель работы

Цель работы

Цель работы: Построить алгоритм, реализующий разложение чисел на множетели.

Разложение чисел на множители

Разложение чисел на множители

Задача разложения на множители - одна из первых задач, использованных для построения криптосистем с открытым ключом. *Задача разложения составного числа на множители* формулируется следующим образом: для данного положительного целого числа n найти его каноническое разложение $n = {p_1}^{\alpha_1}{p_2}^{\alpha_2}...{p_s}^{\alpha_s}$, где p_i — попарно различные простые числа, $\alpha_i \geq 1$. На практике не обязательно находить каноническое разложение числа n. Достаточно найти его разложение на *два нетривиальных сомложителя*: $n = pq, 1 \leq p \leq q < n$. Далее будем понимать задачу разложения именно в этом смысле.

p—Метод Полларда

Пусть n — нечетное составное число, $S = \{0, 1, ..., n–1\}$ и $f : S \to S$— случайное отображение, обладающее сжимающими свойствами, например $f(x) = x^2 + 1(mod \quad n)$. Основная идея метода состоит в следующем. Выбираем случайный элемент $x_0 \in S$ и строим последовательность $x_0, x_1, x_2, ...,$ определяемую рекуррентным соотношением $x_{i+1} = f(x_i)$ где $i > 0$, до тех пор, пока не найдем такие числа i, j, что $i < j$ и $x_i = x_j$. Поскольку множество S конечно, такие индексы i, j существуют (последовательность «зацикливается»). Последовательность x_i будет состоять из «хвоста» $x_0, x_1, ..., x_{i-1}$ длины $O\left(\sqrt{\frac{\pi n}{8}}\right)$ и цикла $x_i = x_j, x_{i+1}, ..., x_{j-1}$ той же длины.

Алгоритм, реализующий $p-$метод Полларда

Вход. Число n, начальное значение c, функция f, обладающая сжимающими свойствами.

Выход. Нетривиальный делитель числа n.

1. Положить $a \leftarrow c, b \leftarrow c$.
2. Вычислить $a \leftarrow f(a)(mod \quad n), b \leftarrow f(f(b))(mod \quad n)$
3. Найти $d \leftarrow$ НОД $(a-b, n)$.
4. Если $1 < d < n$, то положить $p \leftarrow d$ и результат p. При $d = n$ результат: “Делитель не найден”; при $d = 1$ ввернуться на шаг 2.

Алгоритм, реализующий $p-$метод Полларда

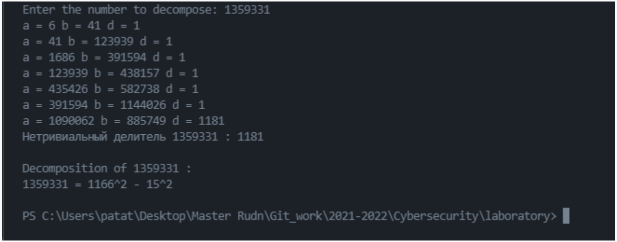
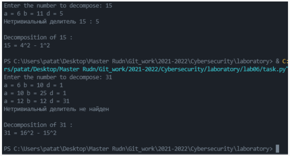


Figure 1: $p-$метод Полларда

Метод квадратов. (Теорема Ферма о разложении)

Для любого положительного нечетного числа n, существует взаимно однозначное соответствие между множеством делителей числа n, не меньших, чем $\sqrt{n}$, и множеством пар s, t таких неотрицательных целых чисел, что $n = s^2 - t^2$.



Выводы

Выводы

В ходе этой лабораторной работы, я изучил и построил алгоритм p—метода Полларда и научился разложение чисел на множетели и в виде разности квадратов.