Алгоритмы Евклида для нахождения НОД.

Кейела Патачона

02 декабря, 2021, Москва, Россия

Российский Университет Дружбы Народов

Цели и задачи

Цель лабораторной работы

Изучить алгоритмы для вычисления наибольшего общего делителя.

Выполнение лабораторной работы

Алгоритм Евклида

Для вычисления наибольшего общего делителя двух целых чисел применяется способ повторного деления с остатком, называемый алгоритмом Евклида.

Вход. Целые числа a, b; $0 < b < a$. Выход. d = НОД(a,b).

1. Положить $r_0 = a, r_1 = b, i = 1$
2. Найти остаток r_{i+1} от деления r_{i-1} на r_i
3. Если $r_{i+1} = 0$, то положить $d = r_i$. В противном случае положить $i = i+1$ и вернуться на шаг 2
4. Результат: d

Бинарный алгоритм Евклида

Бинарный алгоритм Евклида является более быстрым при реализации на компьютере, поскольку использует двоичное представление чисел a и b. Бинарный алгоритм Евклида основан на следующих свойствах наибольшего общего делителя (считаем, что 0 <Ь < a):

1. если оба числа a и b четные, то НОД(a,b) = 2 НОД(a/2,b/2)
2. если число a - нечетное, число b — четное, то НОД(a,Ь) = НОД(a, b/2)
3. если оба числа a и b нечетные, a > b, то НОД(a,b) = НОД(a - b,b)
4. если a = b , то НОД(a,b) = a

Расширенный алгоритм Евклида и Бинарный алгоритм Евклида

Данные алгоритмы Евклида находят, помимо g = НОД(a, b) такие целые коэффициенты x и y, что:

$$ax + by = d$$

Заметим, что решений бесконечно много: имея решение (x, y), можно x увеличить на b, а y уменьшить на a, и равенство при этом не изменится.

Контрольные примеры

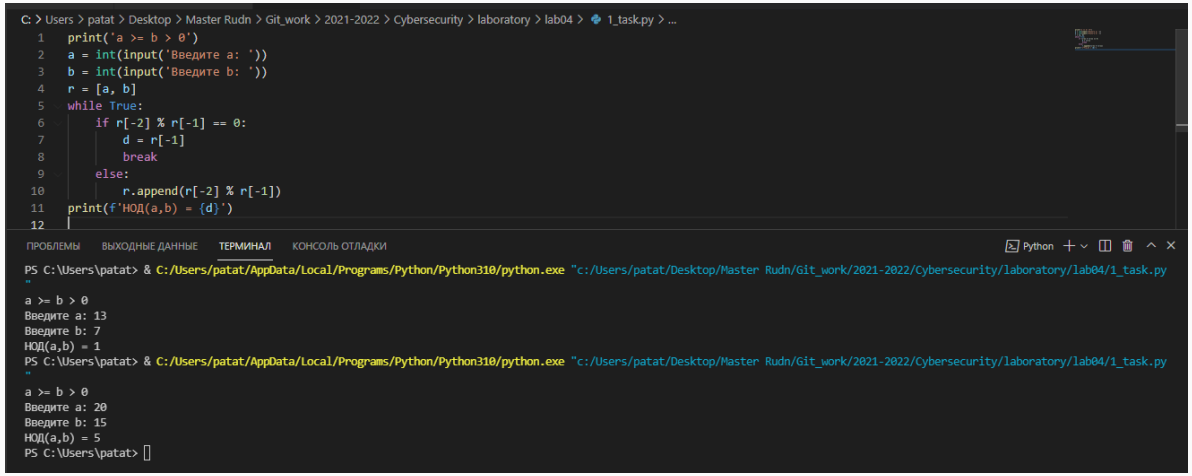


Figure 1: Алгоритм Евклида

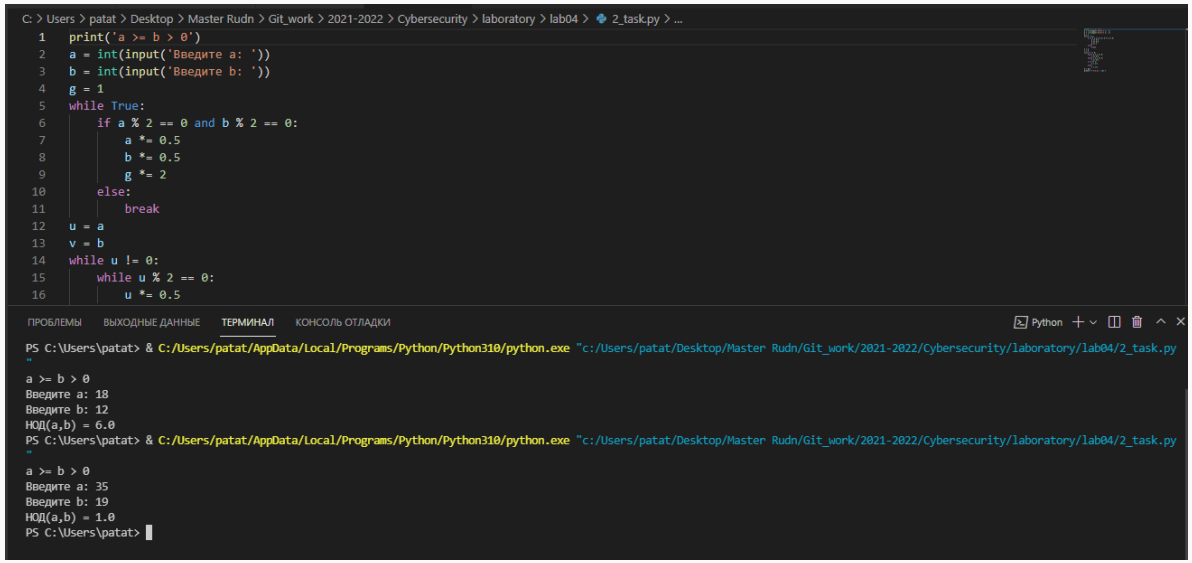


Figure 2: Бинарный алгоритм Евклида

Контрольные примеры

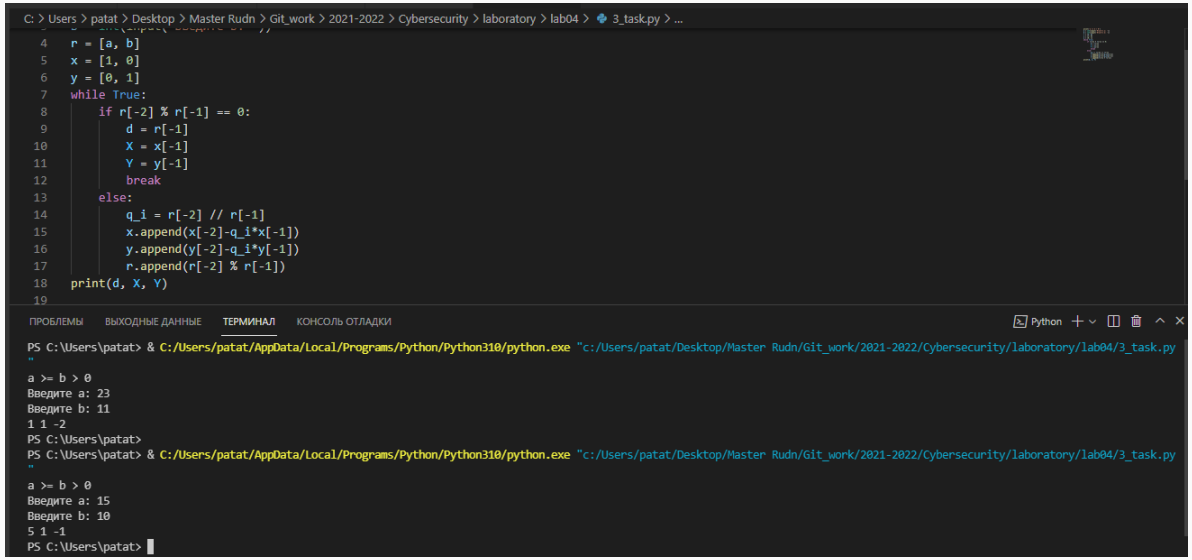
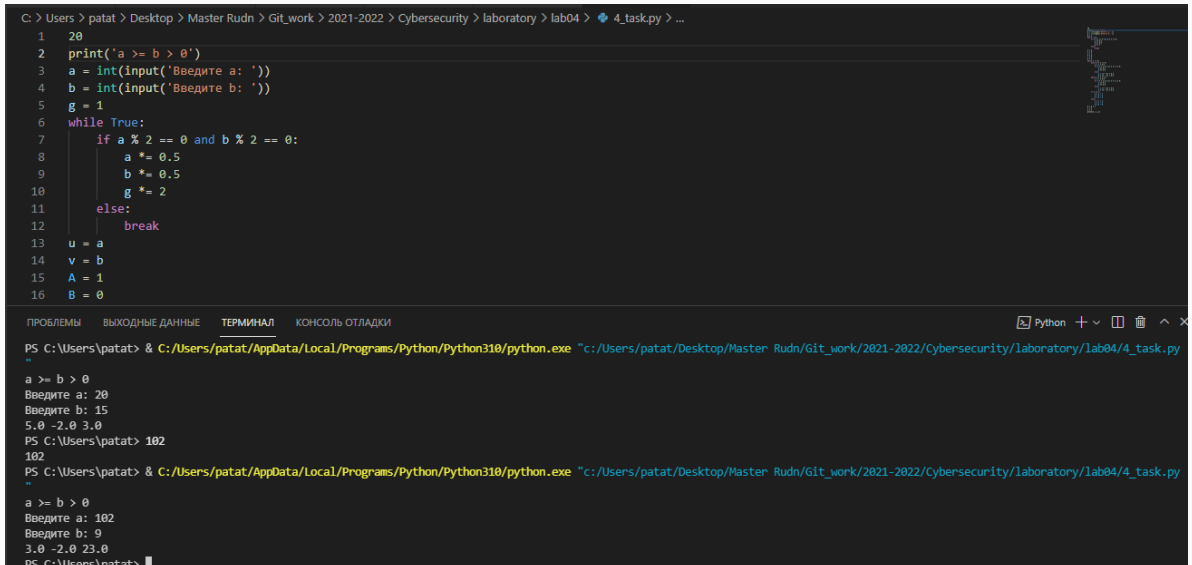


Figure 3: Расширенный алгоритм Евклида



Выводы

Результаты выполнения лабораторной работы

Мной были узчены алгоритмы для вычисления наибольшего общего делителя Евклида.