Задача на собственные значения

Кейела Патачона

26 декабря, 2021, Москва, Россия

Российский Университет Дружбы Народов

Цели и задачи

Цель лабораторной работы

Цель этой работы-посмотреть, как мы определяем собственные значения и собственные векторы с Octave, и увидеть их использование в Марковских процессах и случайных блужданиях в Octave.

Задание

Найти собственные значения и собственные векторы на Octave.

Выполнение лабораторной работы

Собственные значения и собственные векторы 1

Сначала мы определяем собственные значения и собственные векторы с помощью этими операциями.

```
>> diary on
>> A=[1 2 -3; 2 4 0; 1 1 1]
A =

   1   2  -3
   2   4   0
   1   1   1

>> [v lambda] = eig(A)
v =

  -0.2400 +      0i  -0.7920 +      0i  -0.7920 -      0i
  -0.9139 +      0i   0.4523 + 0.1226i   0.4523 - 0.1226i
  -0.3273 +      0i   0.2322 + 0.3152i   0.2322 - 0.3152i

lambda =

Diagonal Matrix

   4.5251 +      0i                  0                  0
                  0   0.7374 + 0.8844i                  0
                  0                  0   0.7374 - 0.8844i
```

Figure 1: eigenvalues-eigenvectors

Для того, чтобы получить матрицу с действительными собственными значениями, мы можем создать симметричную матрицу (имеющую действительные собственные значения) путём умножения матрицы и на транспонированную матрицу:

```
>> C = A' * A
C =

    6   11   -2
   11   21   -5
   -2   -5   10

>> [v lambda] = eig(C)
v =

   0.876137   0.188733  -0.443581
  -0.477715   0.216620  -0.851390
  -0.064597   0.957839   0.279949

lambda =

Diagonal Matrix

    0.1497         0         0
         0    8.4751         0
         0         0   28.3752
```

Марковские цепи и Случайное блуждание

Марковские цепи и Случайное блуждание

```
>> T = [1 0.5 0 0 0; 0 0 0.5 0 0; 0 0.5 0 0.5 0; 0 0 0.5 0 0; 0 0 0 0.5 1]
;
>> a = [0.2 0.2 0.2 0.2 0.2];
>> a = [0.2; 0.2; 0.2; 0.2; 0.2];
>> b = [0.5; 0; 0; 0; 0.5];
>> c = [0; 1; 0; 0; 0];
>> d = [0; 0; 1; 0; 0];
>> T^5 * a
ans =

   0.450000
   0.025000
   0.050000
   0.025000
   0.450000

>> T^5 * b
ans =

   0.5000
        0
        0
        0
   0.5000

>> T^5 * c
ans =

   0.6875
        0
   0.1250
        0
   0.1875

>> T^5 * d
```

Figure 3: вектор-буд-сос

Марковские цепи и Случайное блуждание

```
>> T = [0.48 0.51 0.14; 0.29 0.04 0.52; 0.23 0.45 0.35]
T =

   0.480000   0.510000   0.140000
   0.290000   0.040000   0.520000
   0.230000   0.450000   0.350000

>> [v lambda] = eig(T)
v =

  -0.6450  -0.8026   0.4349
  -0.5042   0.2577  -0.8168
  -0.5743   0.5380   0.3791

lambda =

Diagonal Matrix

   1.0033        0        0
        0   0.2224        0
        0        0  -0.3557

>> x = v(:,1)/sum(v(:,1))
x =

   0.3742
   0.2925
   0.3332
```

Figure 4: стац-вектор

Марковские цепи и Случайное блуждание

Марковские цепи и Случайное блуждание

Таким образом, $x = (0.37631\ \ 0.29287\ \ 0.33082)$ является вектором равновесного состояния. Проверим это.

```
>> T^10 * x
ans =

   0.3869
   0.3024
   0.3445

>> T^50 * x
ans =

   0.4420
   0.3455
   0.3935

>> T^50 * x - T^10 * x
ans =

   0.055067
   0.043046
   0.049035

>> diary off
```

Figure 5: вектор-равн-сос

Вывод

Вывод

В конце этой работы я узнала, как определять собственные векторы и собственные значения с помощью операций с Octave, а также как использовать их для определения стационарных или граничных точек на марковских процессах и случайном блуждании.