ØVINGSOPPGAVER

Kapittel 2 og 3:

(1) Hvilke av de følgende symbolsekvensene er formler i det setningslogiske språket (gitt konvensjonen nevnt i læreboken på s. 32 om at vi ikke trenger parenteser rundt hele formelen), og hvilke er det ikke? Begrunn svaret for symbolsekvensene som ikke er det.

(a) $q \wedge r$
(b) $p \neg q$
(c) $\alpha \vee \beta$
(d) $p \wedge r \wedge \neg s$
(e) $r \rightarrow (\neg p \vee q) \wedge t)$

(2) Avgjør for hver av de følgende formlene om de er en negasjon, konjunksjon, disjunksjon, kondisjonal eller bikondisjonal:

(a) $p \vee q$
(b) $\neg(p \rightarrow q)$
(c) $(s \leftrightarrow \neg p) \leftrightarrow q$
(d) $\neg\neg q$
(e) $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$
(f) $p \rightarrow q$
(g) $(p \vee \neg q) \vee \neg(r \wedge \neg s)$

(3) Oversett følgende setninger til det setningslogiske språket:

(a) Det er sommer, og det er kaldt.
(b) Hvis det er sommer, så er det ikke kaldt.
(c) Det er kaldt bare når det er vinter.
(d) Lise trener i dag eller Lise trener i morgen.
(e) Lise trener ikke i morgen.
(f) Lise trener i dag hvis hun føler seg bra.
(g) Lise trener i dag bare hvis hun føler seg bra.
(h) Lise trener i dag eller i morgen.

(4) Vis ved hjelp av sannhetstabellmetoden at følgende formler er setningslogisk sanne:

(a) $(p \vee q) \leftrightarrow (\neg p \to q)$
(b) $(p \to q) \leftrightarrow (\neg p \vee q)$
(c) $\neg(p \vee q) \leftrightarrow (\neg p \wedge \neg q)$
(d) $(p \leftrightarrow q) \leftrightarrow ((p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q))$
(e) $\neg(p \leftrightarrow q) \leftrightarrow ((p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q))$
(f) $(p \wedge (q \vee r)) \to p$

(5) Bruk sannhetstabellmetoden til å avgjøre om formlene i følgende setningspar er setningslogisk ekvivalente:

(a) $p \vee q$
$\neg(p \to q)$

(b) $\neg p \vee \neg\neg q$
$p \to q$

(6) Avgjør ved hjelp av sannhetstabellmetoden om følgende formler er setningslogisk sanne, setningslogisk usanne eller setningslogisk kontingente:

(a) $p \vee \neg p$
(b) $((p \to q) \wedge (q \to r)) \to (p \to r)$
(c) $(p \vee \neg p) \to q$
(d) $(p \wedge q) \to \neg(\neg p \vee \neg q)$
(e) $((p \to q) \wedge p) \to q$
(f) $(p \to q) \to r$
(g) $(p \vee (q \wedge r)) \leftrightarrow ((p \vee q) \wedge (p \vee r))$
(h) $(p \vee \neg p) \to (q \vee \neg q)$
(i) $(p \wedge \neg p) \to (q \wedge \neg q)$
(j) $\neg(p \vee q) \leftrightarrow \neg(\neg p \wedge \neg q)$
(k) $\neg(p \to q) \wedge \neg(p \vee q)$

(7) Oversett følgende setning til det setningslogiske språket, og avgjør ved hjelp av sannhetstabellmetoden om den setningslogiske oversettelsen er setningslogisk sann, setningslogisk usann eller setningslogisk kontingent:

> Hvis det er slik at jeg vinner både i lotto og tipping, eller får penger igjen på skatten, så er det slik at jeg vinner i tipping eller får penger igjen på skatten.

(8) Oversett følgende resonnement til det setningslogiske språket:

> Hvis det ikke blir fint vær, så kjøper jeg billett til Syden eller blir deprimert. Det blir fint vær bare hvis det kommer et skikkelig høytrykk over Skandinavia. Det kommer ikke et skikkelig høytrykk over Skandinavia. Hvis jeg blir deprimert, så kjøper jeg billett til Syden. Følgelig kjøper jeg billett til Syden.

Kapittel 4:

(9) Undersøk ved hjelp av tremetoden om de følgende settene av setninger er setningslogisk konsistente:

(a) $p \wedge q$
$p \vee q$

(b) $p \wedge q$
$p \vee q$
$\neg q$

(c) $p \vee (q \wedge \neg q)$
$r \wedge \neg s$
$\neg p$

(d) $(p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
$\neg(p \wedge q)$

(e) $p \rightarrow \neg(p \leftrightarrow q)$
$\neg(p \rightarrow q)$

(10) Undersøk ved hjelp av tremetoden om følgende resonnementer er setningslogisk gyldige:

(a) $(p \vee q) \rightarrow r$
$\neg r$
$\overline{}$
$\neg q$

(b) $p \rightarrow \neg(r \vee q)$
q
$\overline{}$
$\neg p$

(c) $(\neg p \vee q) \rightarrow (r \wedge s)$
$\neg(\neg p \vee q)$
$\overline{}$
$\neg(r \wedge s)$

(d) $(r \leftrightarrow \neg q) \wedge q$
$(q \vee ((p \rightarrow r) \wedge p)) \rightarrow \neg r$
$\overline{}$
$q \rightarrow \neg r$

(e) $p \vee \neg(q \wedge r)$
$\neg q$
$\neg(p \vee r)$
$\overline{}$
p

(f) $(p \leftrightarrow q) \vee (p \rightarrow r)$
$\neg(q \leftrightarrow r)$
$\neg((p \vee r) \wedge (p \rightarrow q))$
$\overline{}$
$\neg(p \wedge r)$

(11) Undersøk ved hjelp av tremetoden om oversettelsen av resonnementet i oppgave (8) er setningslogisk gyldig.

(12) Vis ved hjelp av tremetoden at følgende formler er setningslogisk sanne:

(a) $(p \vee p) \rightarrow p$
(b) $r \rightarrow (p \vee r)$
(c) $(p \vee r) \rightarrow (r \vee p)$
(d) $(p \vee (r \vee q)) \rightarrow (q \vee (p \vee r))$
(e) $(q \rightarrow r) \rightarrow ((p \vee q) \rightarrow (p \vee r))$
(f) $(p \wedge q) \rightarrow p$
(g) $p \rightarrow (q \rightarrow (p \wedge q))$

Kapittel 7:

(13) Angi rekkevidden til de ulike kvantorene i de følgende formlene:

(a) $\forall x \forall y \mathrm{Rxy} \rightarrow Rxy$
(b) $\forall x \forall y (Rxy \rightarrow Rxy)$
(c) $\forall y \forall x (Rxy \rightarrow Rxy)$
(d) $\exists x((Fx \rightarrow Ga) \rightarrow (\forall y Fy \rightarrow Ga))$
(e) $\exists x(Fx \rightarrow Ga) \rightarrow (\forall x Fx \rightarrow Ga)$

(14) Oversett følgende setninger til det predikatlogiske språket:

(a) Felix er en katt.
(b) Alle katter er late.
(c) Noen katter er lure og late.
(d) Ingen katter kan fly.
(e) Noen fugler flyr ikke.
(f) Ikke alle fugler flyr.
(g) Noen katter, men ingen fugler, flyr.

(15) Oversett følgende setninger til det predikatlogiske språket:

(a) Benedikte er masterstudent.
(b) Noen masterstudenter har sommerjobb.
(c) Alle de tilstedeværende er bachelorstudent eller masterstudent.
(d) Alle masterstudenter har ikke sommerjobb.
(e) Noen bachelorstudenter er eldre enn enkelte masterstudenter.

(f) Med unntak av Benedikte er ingen av de tilstedeværende masterstudenter.

(16) Oversett følgende setninger til det predikatlogiske språket:

(a) Platon er greker.
(b) Alle grekere frykter en gud.
(c) Noen mennesker frykter alle guder.
(d) Ingen guder frykter noen.
(e) Noen romere frykter seg selv.
(f) Grekere som frykter romere, frykter bare romere.

(17) Oversett følgende setninger til det predikatlogiske språket:

(a) Knut er koronasyk.
(b) Noen koronasyke har koronasymptomer.
(c) Alle som får positiv koronatest, har koronasymptomer.
(d) Knut smitter noen han møter.
(e) Alle koronasyke har ikke koronasymptomer.
(f) Ingen utenom Knut er koronasyke.
(g) Det finnes noen som får negativ koronatest, men ikke er friske.
(h) Ikke alle som er koronasyke, smitter andre.

(18) Oversett følgende resonnement til det predikatlogiske språket, og lag et mulig scenario som viser at oversettelsen er predikatlogisk ugyldig:

> Noen mennesker lever usunt. Følgelig får noen mennesker livsstilssykdommer.

(19) Bruk begrepet om mulige scenarioer til å vise at følgende formel er predikatlogisk kontingent:

$$\forall x(Fx \rightarrow Gx)$$

Kapittel 9:

(20) Bruk tremetoden for å avgjøre om følgende resonnementer er predikatlogisk gyldige:

(a)
$$\begin{array}{l} \forall x(Fx \to Gx) \\ Fa \\ \neg Gb \\ \hline \neg Fb \wedge Ga \end{array}$$

(b)
$$\begin{array}{l} \forall xFx \\ \hline \neg\exists x\neg Fx \end{array}$$

(c)
$$\begin{array}{l} \forall x(Fxb \to Fab) \\ \neg Fab \\ \hline \neg\exists xFxb \end{array}$$

(d)
$$\begin{array}{l} Fcb \to \forall xFxb \\ \neg Fab \\ \hline \neg Fcb \end{array}$$

(e)
$$\begin{array}{l} \forall x(Fx \to Gx) \\ \forall x(Gx \vee Hx) \\ Ga \\ \exists xFx \\ \hline \exists xHx \end{array}$$

(21) Oversett følgende resonnement til det predikatlogiske språket:

Alle insekter har seks bein. Edderkopper ikke har seks bein.
Følgelig er edderkopper ikke insekter.

Bruk tremetoden til å avgjøre om resonnementet er predikatlogisk gyldig.

(22) Bruk tremetoden til å avgjøre om følgende formler er predikatlogiske sannheter:

(a) $\forall x(Fx \wedge Gx) \leftrightarrow (\forall xFx \wedge \forall xGx)$

(b) $\forall x(Fx \rightarrow Ga) \leftrightarrow (\exists xFx \rightarrow Ga)$

(23) Oversett følgende resonnement til det predikatlogiske språket:

> Noen mennesker er elsket av alle. Følgelig elsker alle mennesker noen.

Bruk tremetoden til å avgjøre om resonnementet er predikatlogisk gyldig.

(24) Oversett følgende resonnement til det predikatlogiske språket:

> Alle elsker mennesker elsker noen. Følgelig er noen mennesker elsket av alle.

Vil vi få et avsluttet tre for dette resonnementet?