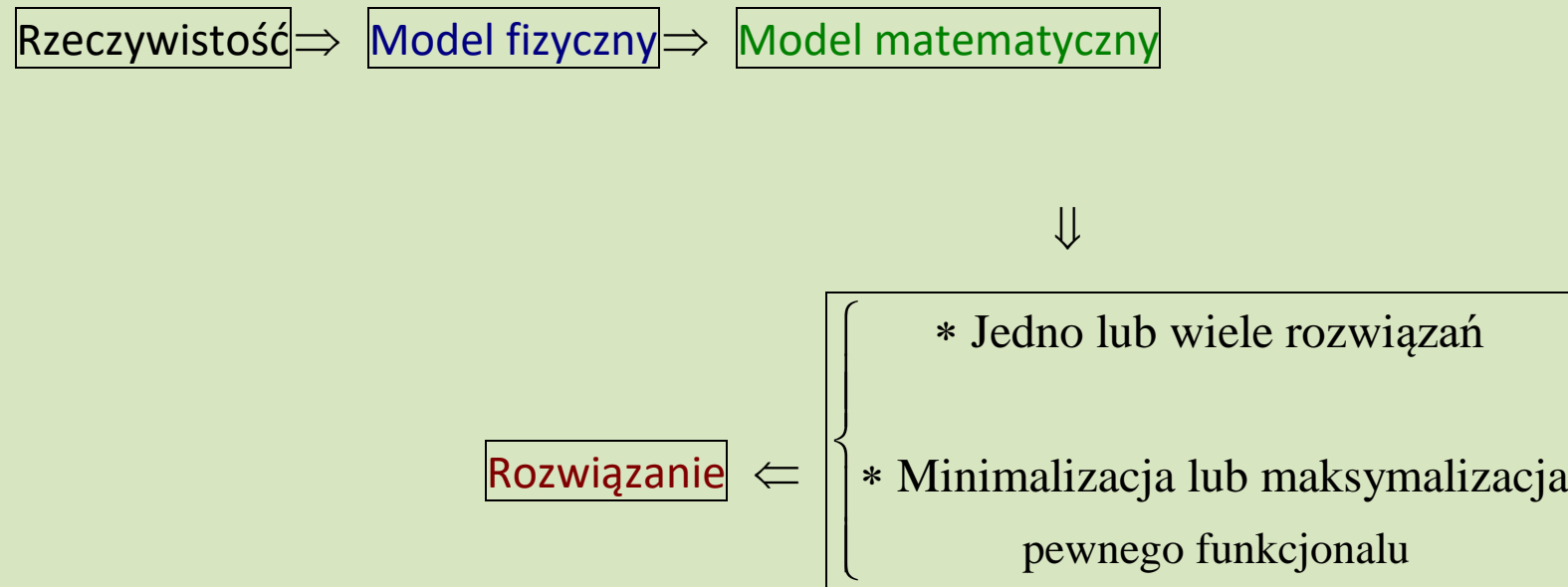


Metody rozwiązania problemów matematycznych i informatycznych



Rozwiązanie układu równań można zastąpić minimalizacją pewnego funkcjonalu zbudowanego z danego układu równań do rozwiązania

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow [f(x)]^2 \rightarrow \min.$$

lub

$$\underset{i=1,2,\dots,n}{f_i(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0} \Leftrightarrow \sum_{i=1}^n [f_i(x_1, x_2, \dots, x_n)]^2 \rightarrow \min.$$

Przykład:

$$x^2 - 4x + 3 = 0$$
$$(x_1 = 1, \quad x_2 = 3)$$

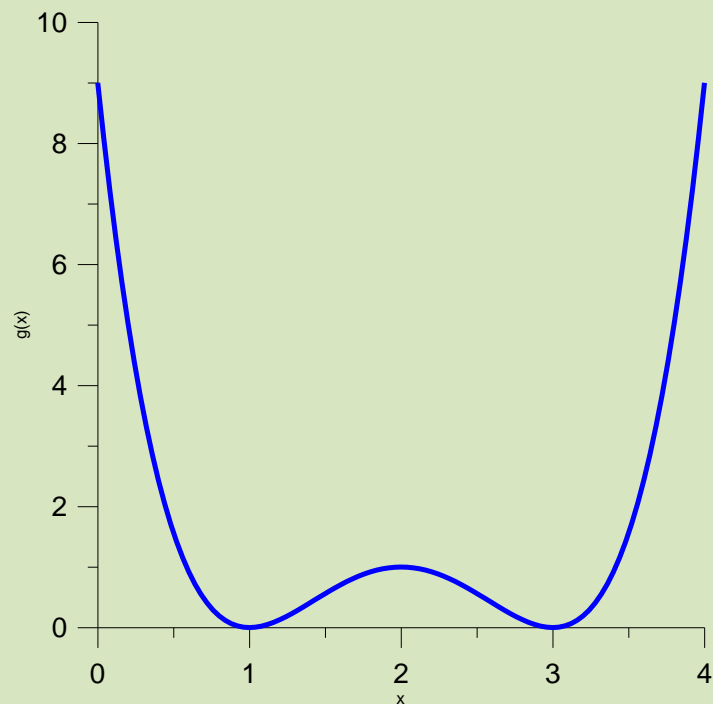


$$g(x) = (x^2 - 4x + 3)^2 \rightarrow \min.$$

Minimum $g(x)$ zachodzi

dla:

$$x_1 = 1 \quad \text{i} \quad x_2 = 3$$



Metody rozwiązania:

- Metody analityczne
- Metody enumeracyjne (przeliczalne)
- Metody losowe
- *Metody sztucznej inteligencji (sztuczne sieci neuronowe)*

Metody analityczne: nieskończona przestrzeń poszukiwania rozwiązań:

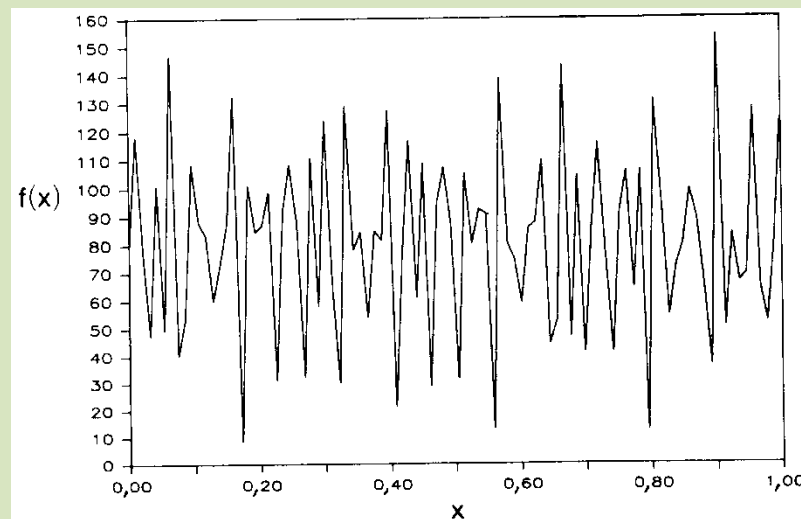
- (1) metody pośrednie
- (2) metody bezpośrednie

Ad. (1): szuka się minimów lokalnych, rozwiązując układ równań wynikających z warunków dla minimów lub maksimów funkcji.

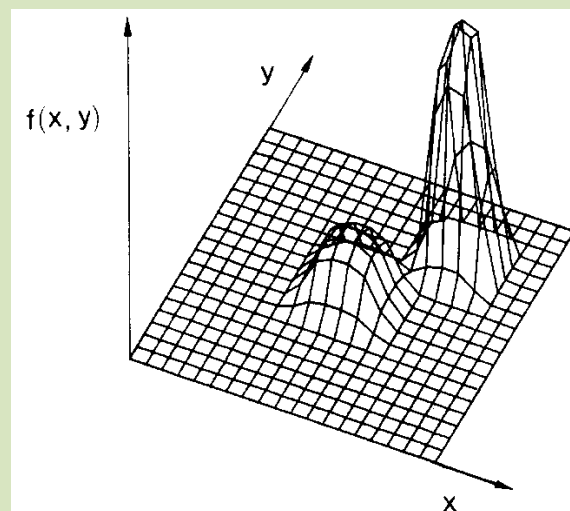
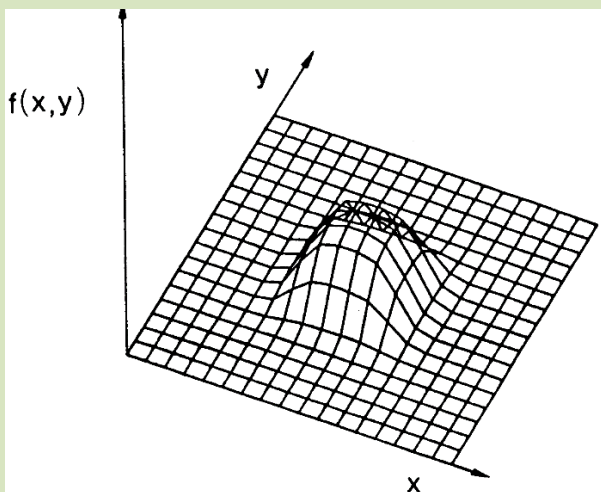
Ad. (2): "Skakanie" po wykresie funkcji w kierunku lokalnym wskazującym na przyrost lub spadek wartości funkcji, w celu osiągnięcia lokalnego maksimum lub minimum.

Wady:

- Konieczność zapewnienia ciągłości i gładkości funkcji .



- Zasięg lokalny.



Metody enumeracyjne: skończona przestrzeń poszukiwania rozwiązań:

Wartość pewnej funkcji jakości rozwiązania jest obliczana dla wszystkich punktów skończonej przestrzeni rozwiązań, a następnie wybierane jest żądane rozwiązanie.

Wady:

1. Nieskuteczna metoda w przypadku zwiększania rozmiaru problemu (zwiększanie liczby możliwych rozwiązań).

Niech będzie danych n niewiadomych, dla których każda z nich może przyjąć m wartości:

Liczba możliwych rozwiązań jest równa:

$$m^n$$

Na przykład.:

1. $n = 5, m = 10 \Rightarrow m^n = 10^5 = 100$ tysięcy rozwiązań.

1000 rozwiązań jest sprawdzanych w ciągu 1 sekundy \Rightarrow czas znalezienia poprawnego rozwiązania wynosi 100 sekund.

Jednak gdy:

2. $n = 20, m = 10 \Rightarrow m^n = 10^{20} = 10^8$ miliardów rozwiązań.

1000 rozwiązań jest sprawdzanych w ciągu 1 sekundy \Rightarrow czas na znalezienie rozwiązania jest równy $3,17 \times 10^9$ lat, tzn. 3170 milionów lat.

Metody losowe: skończona lub prawie skończona (nieskończona) przestrzeń poszukiwań.

Wartość funkcji jakości rozwiązania jest obliczana w losowo wybranych punktach skończonej przestrzeni, a następnie wybierane jest pożądane rozwiązanie, \Rightarrow czas znalezienia rozwiązania jest znacznie skrócony w porównaniu z metodami przeliczalnymi.

Właściwości metod losowych:

- Estymacja największej liczby rozwiązań w różnych częściach dopuszczalnej przestrzeni.
- Dokładne sprawdzanie najbardziej obiecujących podprzestrzeni.

Rodzaje metod losowych:

- Metody czysto losowe – na przykład metoda *Monte Carlo*.

Algorytmy genetyczne i ewolucyjne – losowa selekcja traktowana jest jako "przewodnik" w realizacji wysoko zorientowanych poszukiwań w przestrzeni rozwiązań.

Metody sztucznej inteligencji (sztuczne sieci neuronowe) – tematyka obecnych zajęć