

Brute Force & Divide Conquer (DC)

Teaching Team

Algorithm and Data Structure

2023/2024

Capaian Pembelajaran

- Mahasiswa mampu memahami konsep dasar *brute force* and *divide conquer* (DC)
- Mahasiswa mampu membuat sebuah flowchart berdasarkan algoritma *brute force* and *divide conquer*



Brute Force



Divide Conquer



Big O Notation

Pengantar

- Untuk memnentukan algoritma yang tepat untuk menyelesaikan suatu masalah, biasanya terkait dengan suatu jumlah dari sebuah data atau obyek
- Struktur data yang benar menentukan kompleksitas yang lebih rendah dan biaya komputasi yang lebih rendah pula
- 2 pendekatan utama sebagai pemecahan masalah:
 - *Brute Force*
 - *Divide Conquer*

Brute Force

.... satu per satu

Definisi Brute Force #1

- **Brute force** adalah pendekatan yang lempang (*straightforward* → *maju terus*)
- Dasar pemecahan dengan algoritma brute force didapatkan dari pernyataan pada persoalan (*problem statement*) dan definisi konsep yang dilibatkan.
- Algoritma **brute force** lebih cocok untuk persoalan yang berukuran kecil karena mudah diimplementasikan dan tata cara yang sederhana.

Definisi Brute Force #2

- Biasanya didasarkan pada:
 - pernyataan pada persoalan (*problem statement*)
 - definisi konsep yang dilibatkan.
- Algoritma *brute force* memecahkan persoalan dengan
 - sangat sederhana,
 - langsung,
 - jelas (*obvious way*).
- *Just do it!* atau *Just Solve it!*

Ilustrasi Penerapan Pendekatan Brute Force



Searching

Value to Search = 10

↓

5	8	1	2	13	7	9	10	11	6
---	---	---	---	----	---	---	----	----	---

i = 0

arr[i] == 10
FALSE

Highest Sum

Maximum sum: 0

A =

4	3	9	5	1	2
---	---	---	---	---	---

Current subarray sum: 0

Contoh #2 - Pencocokan String (*String Matching*)



Persoalan:

Diberikan

a) teks (*text*), yaitu (*long*) *string* dengan panjang n karakter

b) *pattern*, yaitu *string* dengan panjang m karakter (asumsi: $m < n$)

Carilah lokasi pertama di dalam teks yang bersesuaian dengan *pattern*.

Penyelesaian dengan Algoritma *brute force*:

- 1) Mula-mula *pattern* dicocokkan pada awal teks.
- 2) Dengan bergerak dari kiri ke kanan, bandingkan setiap karakter di dalam *pattern* dengan karakter yang bersesuaian di dalam teks sampai:
 - semua karakter yang dibandingkan cocok atau sama (pencarian berhasil), atau
 - dijumpai sebuah ketidakcocokan karakter (pencarian belum berhasil)
- 3) Bila *pattern* belum ditemukan kecocokannya dan teks belum habis, geser *pattern* satu karakter ke kanan dan ulangi langkah 2.

Ilustrasi Contoh #2



Pattern: NOT

Teks: NOBODY NOTICED HIM

NOBODY **NOT**ICED HIM

1 NOT
2 NOT
3 NOT
4 NOT
5 NOT
6 NOT
7 NOT
8 **NOT**

Pattern: 001011

Teks: 10010101**001011**1110101010001

10010101**001011**1110101010001
1 001011
2 001011
3 001011
4 001011
5 001011
6 001011
7 001011
8 001011
9 **001011**

Case Brute Force

Worst Case

- Pada setiap pergeseran pattern, semua karakter di *pattern* dibandingkan.
- Contoh:
 - T: "aaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaab"
 - P: "aaab"

"aaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaa**ab**"

Best Case

- Terjadi bila karakter pertama *pattern P* sama dengan karakter teks *T*
- Atau terjadi bila karakter pertama *pattern P* tidak pernah sama dengan karakter teks *T* yang dicocokkan
- Jumlah perbandingan maksimal n kali:
- Contoh:

T: String ini berakhir dengan zzz

P: Str

String ini berakhir dengan zzz

Kelebihan dan Kelemahan Brute Force

Kelebihan

1. Metode *brute force* dapat digunakan untuk memecahkan hampir sebagian besar masalah (*wide applicability*).
2. Metode *brute force* sederhana dan mudah dimengerti.
3. Metode *brute force* menghasilkan algoritma yang layak untuk beberapa masalah penting seperti pencarian, pengurutan, pencocokan *string*, perkalian matriks.
4. Metode *brute force* menghasilkan algoritma baku (standard) untuk tugas-tugas komputasi seperti penjumlahan/perkalian n buah bilangan, menentukan elemen minimum atau maksimum di dalam tabel (*list*).

Kelemahan

1. Metode *brute force* jarang menghasilkan algoritma yang mangkus.
2. Beberapa algoritma *brute force* lambat sehingga tidak dapat diterima.
3. Tidak sekonstruktif/sekreatif teknik pemecahan masalah lainnya.



Sequential Search / Linear Search



Bubble Sort



Selection Sort

Divide Conquer

Pengenalan *Divide and Conquer*



- *Divide and Conquer* dulunya adalah strategi militer yang dikenal dengan nama *divide ut imperes*.
- Sekarang strategi tersebut menjadi strategi fundamental di dalam ilmu komputer dengan nama *Divide and Conquer*.

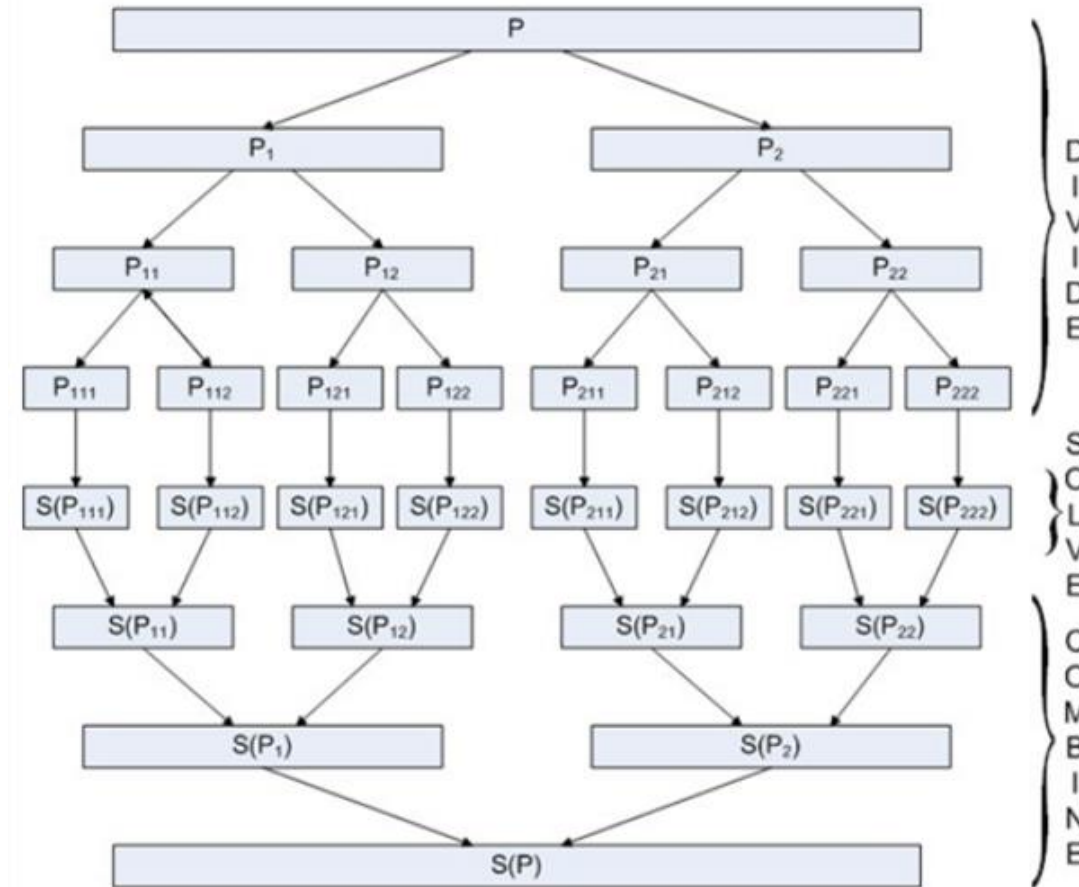
Task pada Divide Conquer

- **Divide**: membagi masalah menjadi beberapa bagian masalah yang memiliki kemiripan dengan masalah semula namun berukuran lebih kecil (idealnya berukuran hampir sama),
- **Conquer**: memecahkan (menyelesaikan) masing-masing bagian masalah (secara rekursif), dan
- **Combine**: menggabungkan solusi masing-masing bagian masalah sehingga membentuk solusi masalah semula.

Definisi Divide Conquer #2

- Obyek persoalan yang dibagi : masukan (input) atau instances persoalan yang berukuran n seperti:
 - Tabel (larik),
 - Matriks,
 - Eksponen,
 - Dll, bergantung persoalannya.
- Tiap-tiap bagian masalah mempunyai karakteristik yang sama (*the same type*) dengan karakteristik masalah asal
- Sehingga metode *Divide and Conquer* lebih natural diungkapkan dengan skema rekursif.

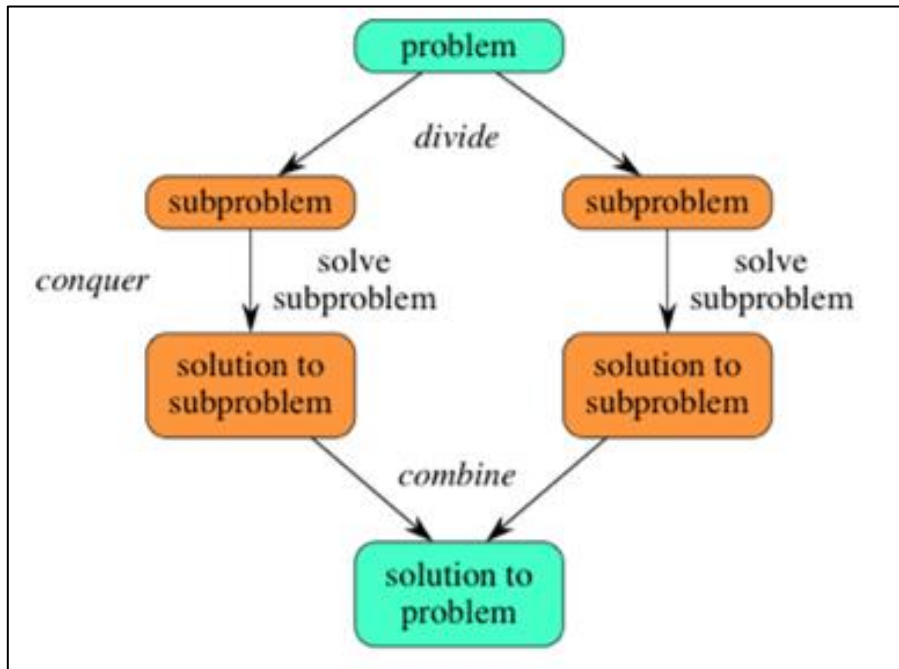
Ilustrasi *Divide Conquer*



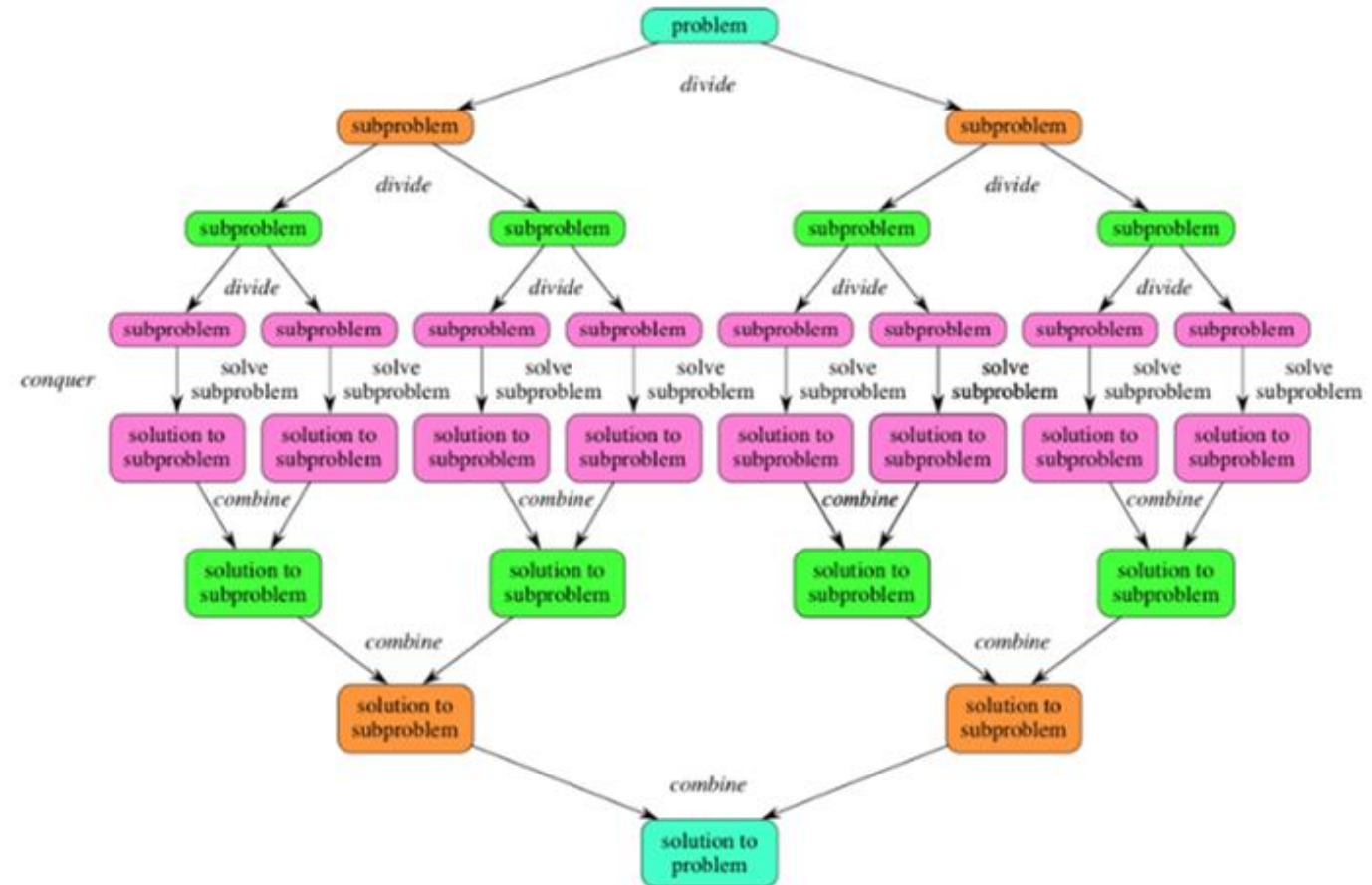
Keterangan:
 P = persoalan
 S = solusi

Ilustrasi Divide Conquer

1 Tahap Rekursif

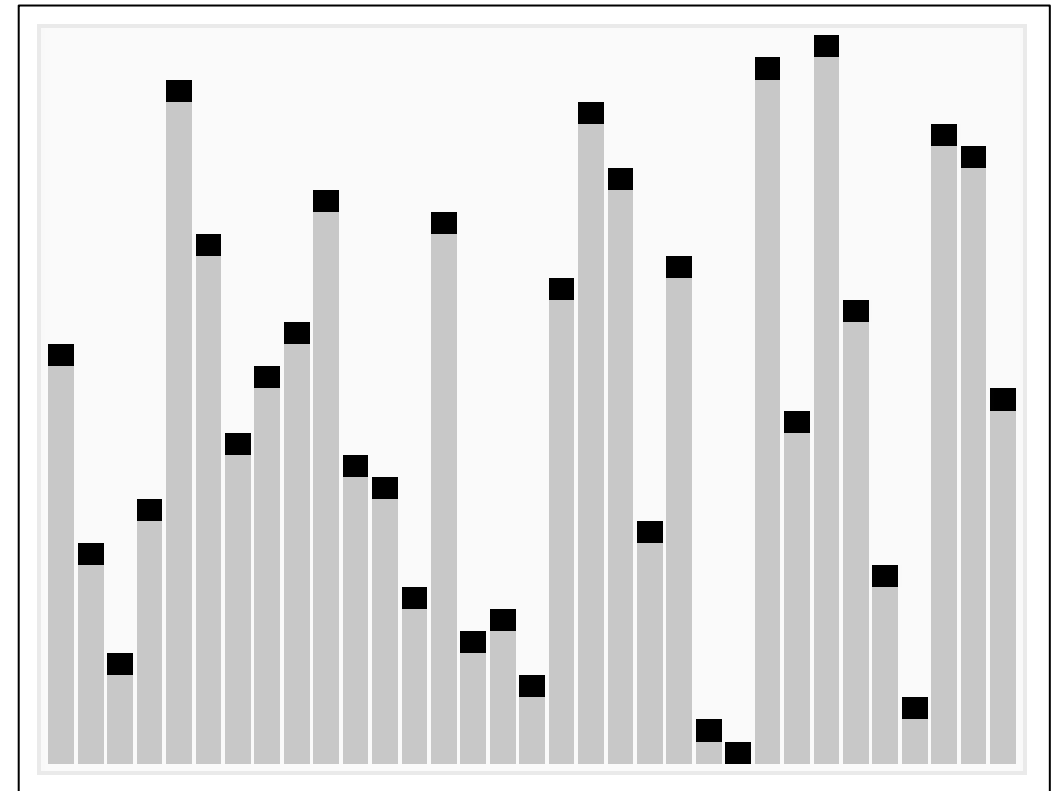
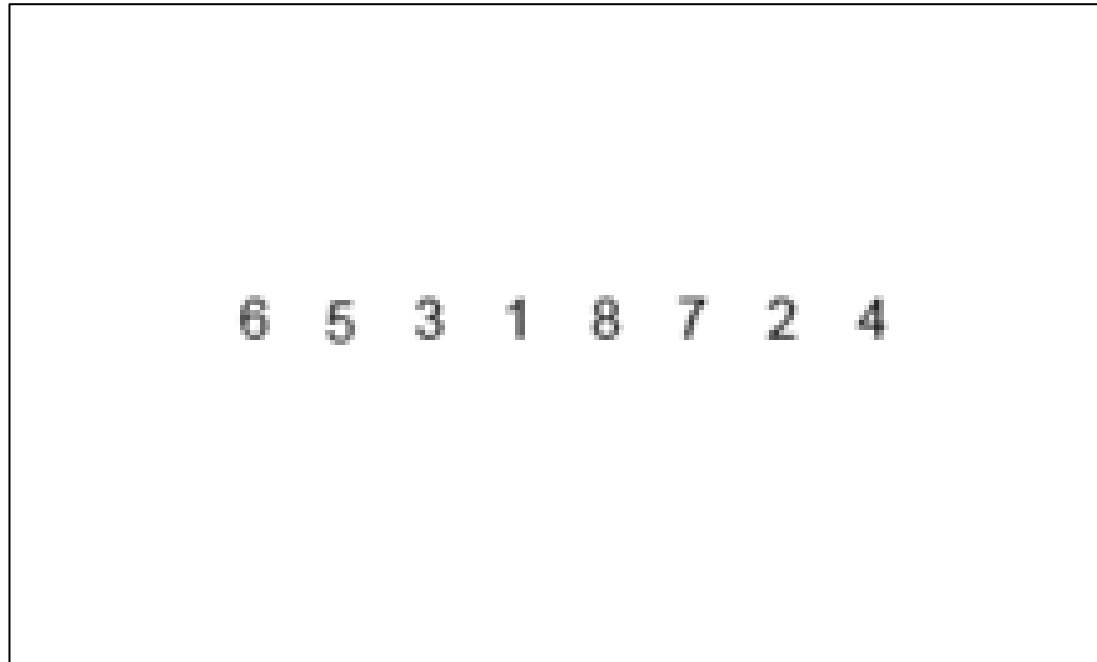


2 Tahap Rekursif



Ilustrasi Penerapan *Divide Conquer* Pada Kasus *Sorting*

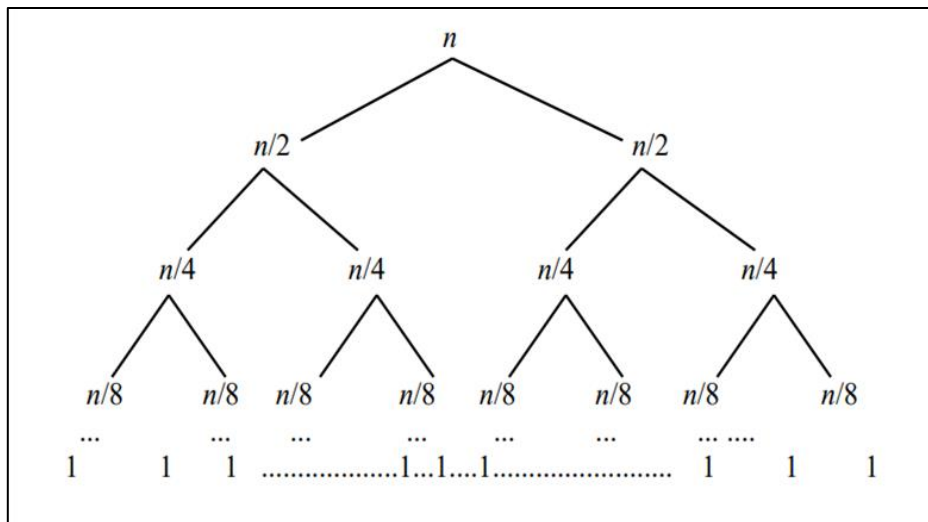
MERGE SORT



Case Divide Conquer

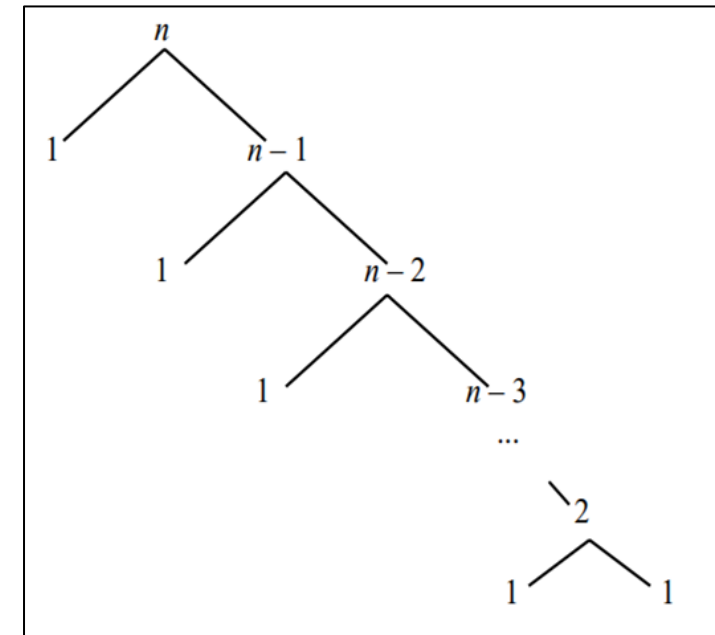
? Best Case

Best case ditemukan saat elemen median bagian-tabel berukuran relatif sama setiap partisi



? Worst Case

Worst Case ditemukan saat upa tabel selalu minimum atau maksimum (tidak berukuran sama) setiap partisi.



Kelebihan dan Kelemahan Divide Conquer

Kelebihan

- Dapat memecahkan masalah yang sulit (Efektif untuk masalah yang cukup rumit)
- Memiliki efisiensi algoritma yang tinggi. (Efisien menyelesaikan algoritma sorting)
- Bekerja secara paralel. Divide and Conquer didesain bekerja dalam mesin-mesin yang memiliki banyak prosesor (memiliki sistem pembagian memori)
- Akses memori yang cukup kecil, sehingga meningkatkan efisiensi memori

Kelemahan

- Lambatnya proses perulangan (Beban yang cukup signifikan pada prosesor, jadi lebih lambat prosesnya untuk masalah yang sederhana)
- Lebih rumit untuk masalah yang sederhana (Algoritma sekuensial terbukti lebih mudah dibuat daripada algoritma divide and conquer untuk masalah sederhana)

Penerapan Algoritma Divide Conquer



Merge Sort



Quick Sort



Binary Search

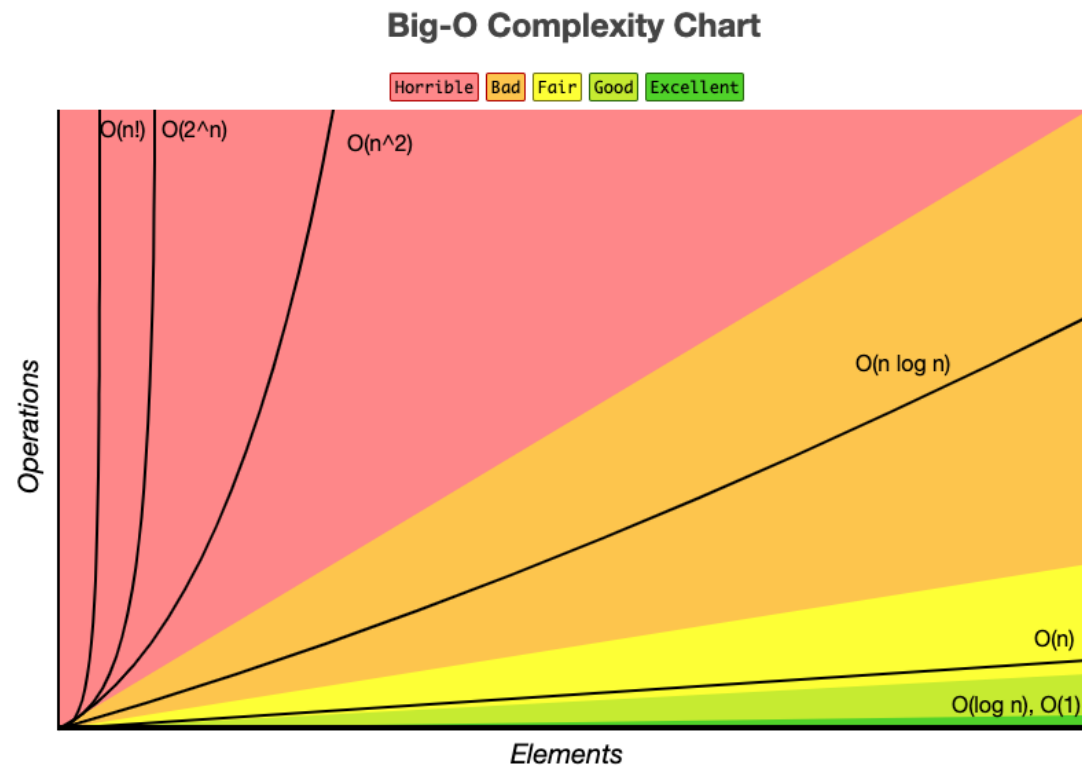
Notasi Big O

Apakah algoritma kita sudah efisien?

Notasi Big O

- Analisis algoritma untuk kompleksitas waktu atau ruang memori
- Dapat diukur atau dipandang berdasarkan worst-case, best-case, average-case.
- Dari tercepat hingga terlambat :

1. $O(1)$
2. $O(\log n)$
3. $O(n)$
4. $O(n \log n)$
5. $O(n^p)$
6. $O(k^n)$
7. $O(n!)$



Notasi $O(1)$

Contoh Kode

```
int n = 1000;  
System.out.println("Hey - your input is: " + n);
```

```
int add(int a, int b) {  
    return a + b;  
}
```

time complexity **$O(1)$** dikarenakan hanya menjalankan sekali instruksi return, berapapun input yang dimasukkan kedalam fungsi

Notasi $O(\log n)$

Contoh Kode program

```
for (int i = 1; i < n; i = i * 2)
{
    System.out.println("Hasil: " + i);
}
```

Jika $n = 8$, maka



Output

Hasil : 1
Hasil : 2
Hasil : 4

Algoritma ini berjalan $\log(8) = 3$ kali

Notasi $O(n)$

Kode program

```
double average(double[] numbers) {  
    double sum = 0;  
    for(double number: numbers) {  
        sum += number;  
    }  
    return sum / numbers.length;  
}
```

- Fungsi diatas memiliki time complexity **$O(n)$** dikarenakan ia akan menjalankan looping untuk menjumlahkan bilangan-bilangan yang ada didalam array. Jumlah loopingnya bergantung pada panjang array yang dimasukkan kedalam fungsi.
- Jika numbers memiliki panjang array 3 dengan isi [2,3,4] , maka fungsi akan menjumlahkan secara urut 2, 3, dan 4, kemudian mengembalikan rata-ratanya. Sehingga, array yang memiliki panjang 3, fungsi akan melakukan looping sebanyak 3 untuk menjumlahkan bilangan-bilangannya, dan seterusnya.

Notasi $O(n \log n)$

Contoh kode program

```
for (int i = 1; i <= n; i++){  
    for(int j = 1; j < 8; j = j * 2) {  
        System.out.println("Hasil: " + i + " dan " + j); } }
```

Jika $n = 8$, maka algoritma akan berjalan
 $8 * \log(8) = 8 * 3 = 24$ kali.

Notasi $O(n^p)$



Contoh kode program

```
for (int i = 1; i <= n; i++) {  
    for(int j = 1; j <= n; j++) {  
        System.out.println("Hasil: " + i + " and " + j); } } }
```

Jika $n = 8$, maka $8^2 = 64$ kali

Notasi $O(n^p)$ – Contoh Lain

```
int func(int n) {  
    int count = 0;  
    for (int i = 1 ; i <= n ; i++) {  
        for (int j = 1 ; j <= i ; j++) {  
            count++;  
        }  
    }  
    return count;  
}
```

Berapa kali count++ dijalankan dengan nilai n sembarang?

- Ketika $i = 1$, maka akan dijalankan 1 kali.
- Ketika $i = 2$, maka akan dijalankan 2 kali.
- Ketika $i = 3$, maka akan dijalankan 3 kali.
- dan seterusnya...

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n^2 + n}{2}$$

time
complexitynya $O(n^2)$

Notasi $O(k^n)$

- Contoh kode program

```
for (int i = 1; i <= Math.pow(2, n); i++) {  
    System.out.println("Hasil : " + i);  
}
```

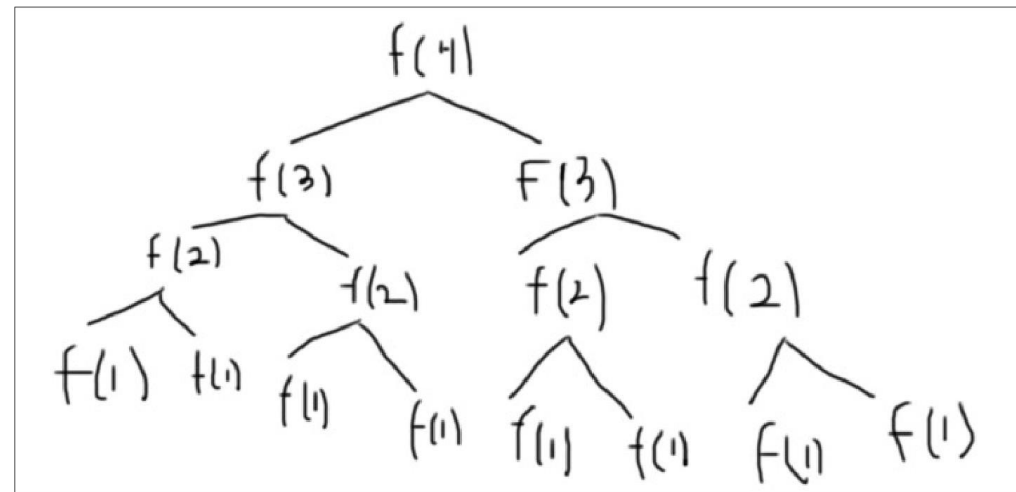
Muncul pada kasus atau factor yang terkspensial dengan ukuran input

Jika $n = 8$, maka $2^8 = 256$

Notasi $O(k^n)$ – Contoh Lain

```
int func(int n) {  
    if (n <= 1) {  
        return 1;  
    }  
  
    return func(n-1) + func(n-1);  
}
```

Misalkan dipanggil dengan func(4)



time complexity
sebesar $O(2^n)$

Notasi $O(n!)$



Contoh kode program

```
for (int i = 1; i <= factorial(n); i++) {  
    System.out.println("Hasil: " + i);}
```

Jika $n = 8$ maka $8! = 40320$

Aturan Big O



- Cari notasi yang paling berkontribusi (biasanya yang bagian “+” atau notasi $O(1)$ ditiadakan)
- “If” umumnya bersifat “ + ”
- “for” umumnya bersifat “ * ”
- Konstanta dari notasi Big O dapat ditiadakan (cth: $2 O(n)$ menjadi $O(n)$)

Contoh Kasus

```
public class ContohBigO{  
    public static void contohBigO(int[] angka){  
        System.out.println("Pairs: ");  
        int n = angka.length;  
  
        for(int i =0; i < n; i++){  
            for (int j =0; j < n; j++){  
                System.out.println(angka[i] + "-" + angka[j]);  
            }  
        }  
  
        for(int i =0; i < n; i++){  
            for (int j =0; j < n; j++){  
                System.out.println(angka[i] + "-" + angka[j]);  
            }  
        }  
    }  
}
```

Contoh Kasus

```
public class ContohBigO{  
    public static void contohBigO(int[] angka){  
        System.out.println("Pairs: ");  
        int n = angka.length;  
  
        for(int i =0; i < n; i++){  
            for (int j =0; j < n; j++){  
                System.out.println(angka[i] + "-" + angka[j]);  
            }  
        }  
  
        for(int i =0; i < n; i++){  
            for (int j =0; j < n; j++){  
                System.out.println(angka[i] + "-" + angka[j]);  
            }  
        }  
    }  
}
```

2 instruksi

$n \times n \times 1$ instruksi

$n \times n \times 1$ instruksi

Contoh Kasus - Kesimpulan

$$\boxed{2} + \boxed{n * n * 1} + \boxed{n * n * 1} = 2 + n^2 + n^2 = 2 + 2 * (n^2)$$

Diagram illustrating the instruction count for the expression $2 + n * n * 1 + n * n * 1$:

- The constant 2 is associated with 2 instructions (indicated by a downward arrow).
- The term $n * n * 1$ is associated with $n * n * 1$ instructions (indicated by an upward arrow from the first term and a downward arrow from the second term).

Contoh:

Jika $n = 10$ elemen maka instruksi yang dijalankan adalah $2 + 2 * (10^2) = 202$

Latihan



1. Buatlah flowchart untuk menentukan nilai maksimal dan minimal dari sekumpulan nilai dengan algoritma Brute Force dan Divide Conquer!
2. Buatlah flowchart untuk menghitung hasil penhitungan deret fibonacci dengan algoritma Brute Force dan Divide Conquer!
3. Tentukan notasi Big O yang sesuai dari kode program berikut!

a.

```
function search(array, value) {  
  for (let i = 0; i < array.length; i++) {  
    if (array[i] === value) {  
      return i;  
    }  
  }  
  return -1;  
}  
  
let score = [12, 22, 45, 67, 96];  
console.log(search(score, 100));
```

b.

```
function binarySearch(array, value) {  
  let firstIndex = 0;  
  let lastIndex = array.length - 1;  
  while (firstIndex <= lastIndex) {  
    let middleIndex = Math.floor((firstIndex + lastIndex) / 2);  
    if (array[middleIndex] === value) {  
      return middleIndex;  
    }  
    if (array[middleIndex] > value) {  
      lastIndex = middleIndex - 1;  
    } else {  
      firstIndex = middleIndex + 1;  
    }  
  }  
  return -1;  
}  
  
let score = [1, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59];  
console.log(binarySearch(score, 37));
```

