

BSc PHY – Angewandte Statistik

LE3 Schätzung und Zweigruppen-Vergleich

Patric Eichelberger & Aglaja Busch
aF&E Physiotherapie



patric.eichelberger@bfh.ch | aglaja.busch@bfh.ch



Moodlekurs

9. Mai 2025



Intro

Punktschätzung

Intervallschätzung

Zweigruppenver-
gleich

Praxis mit R

Populationsmittelwerte

Abhängige Stichproben

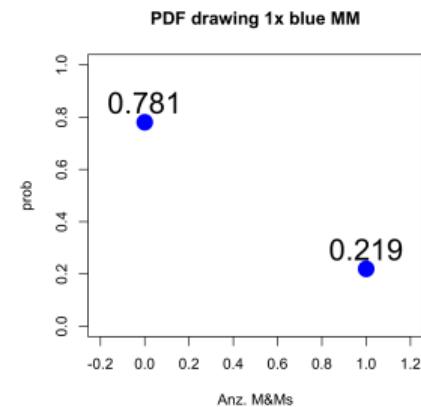
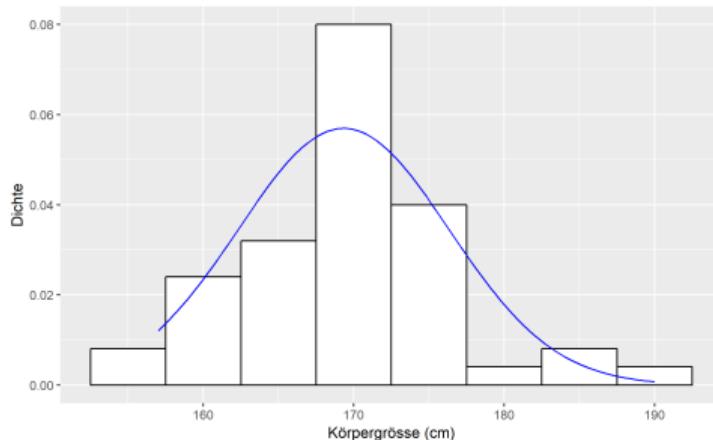
Unabhängige Stichproben

Zusammenfassung

Intro

Rückblick: Zufallsvariable und Verteilung

- ▶ Ein einfaches Zufallsexperiment ist einen (fairen) Würfel werfen, dessen Ergebnis gleichverteilt ist.
- ▶ Merkmale sind **oft nicht gleichverteilt**. Deren Verteilung kann mittels Histogramm geschätzt werden.



Color	N	Prop
blue	79	0.22
brown	44	0.12
green	46	0.13
orange	69	0.19
red	47	0.13
yellow	75	0.21

Intro

Punktschätzung

Intervallschätzung

Zweigruppenvergleich

Praxis mit R

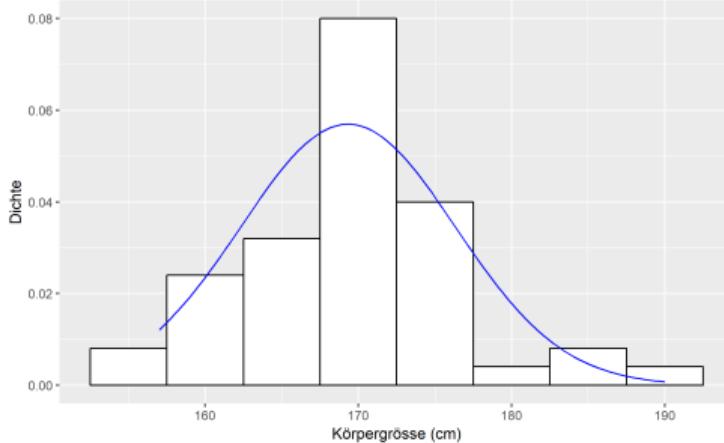
Populationsmittelwerte

Abhängige Stichproben

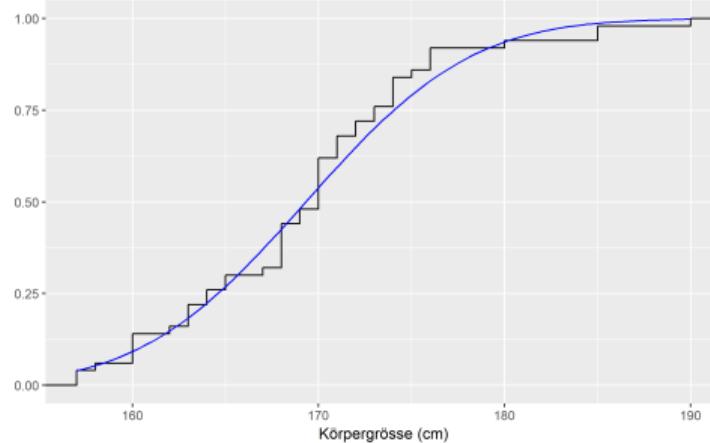
Unabhängige Stichproben

Zusammenfassung

Rückblick: Dichte- und Verteilungsfunktion



Ein Histogramm schätzt die sogenannte Dichtefunktion (auch Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion/Eng. probability density function PDF) f (blaue Kurve) ab.



Die empirische Verteilungsfunktion F_n schätzt die wahre Verteilungsfunktion (auch kumulative Verteilungsfunktion/Eng. cumulative distribution function CDF) F (blaue Kurve) ab.

Intro

Punktschätzung

Intervallschätzung

Zweigruppenvergleich

Praxis mit R

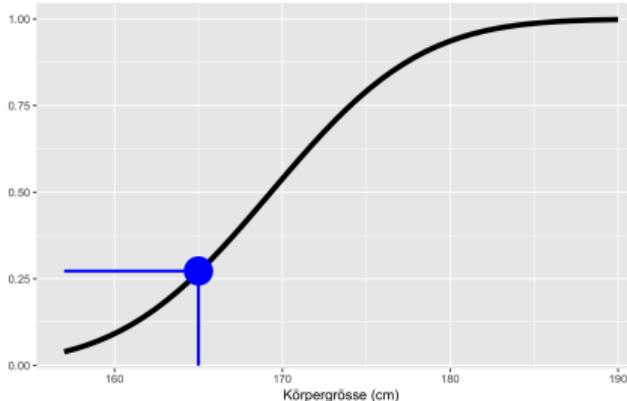
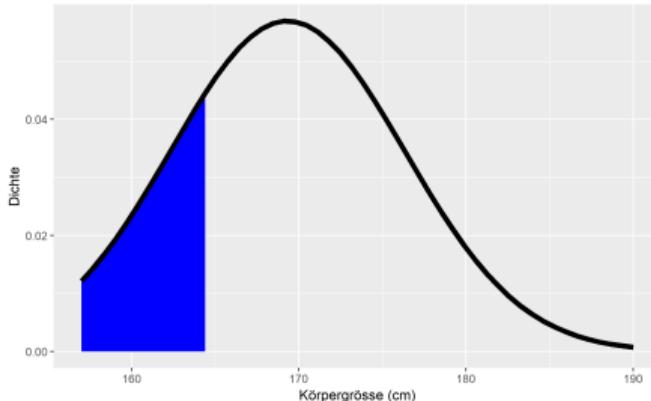
Populationsmittelwerte

Abhängige Stichproben

Unabhängige Stichproben

Zusammenfassung

Rückblick: Interpretation Verteilungsfunktion



`pnorm(160, mean=169, sd=7)`

`qnorm(0.2, mean=169, sd=7)`

- Bedeutung der Verteilungsfunktion der Variable X :

$$F(x) = P(X \leq x)$$

- Wenn z.B. X die Körpergrösse ist, ist $F(165)$ die Wahrscheinlichkeit, dass eine zufällig ausgewählte Person kleiner oder gleich 165 cm gross ist.
- Die Verteilungsfunktion an der Stelle x ist die Fläche unter der Dichtefunktion bis zu Stelle x .

Intro

Punktschätzung

Intervallschätzung

Zweigruppenvergleich

Praxis mit R

Populationsmittelwerte

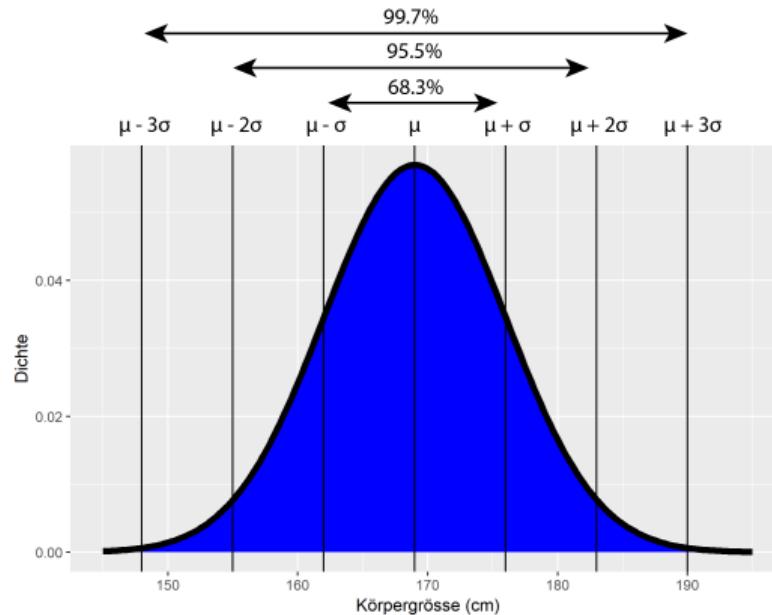
Abhängige Stichproben

Unabhängige Stichproben

Zusammenfassung

Rückblick: Normalverteilung

Die Normalverteilung spielt eine zentrale Rolle da viele Merkmale **oft normalverteilt** sind.

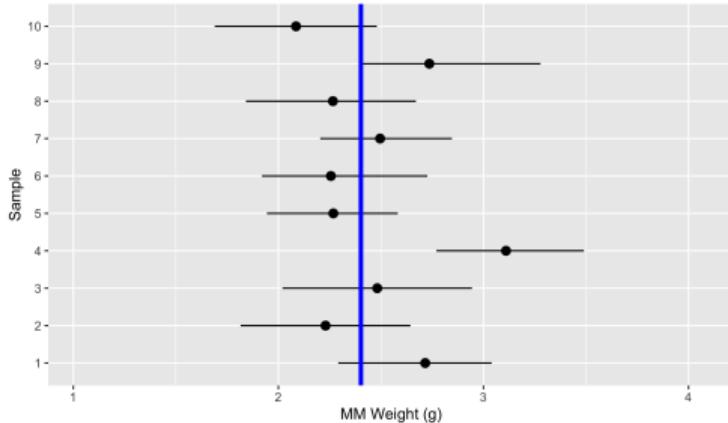


Annahme: Körpergrösse in der Population ist normalverteilt mit Mittelwert $\mu = 169$ cm und Standardabweichung $\sigma = 7$ cm.

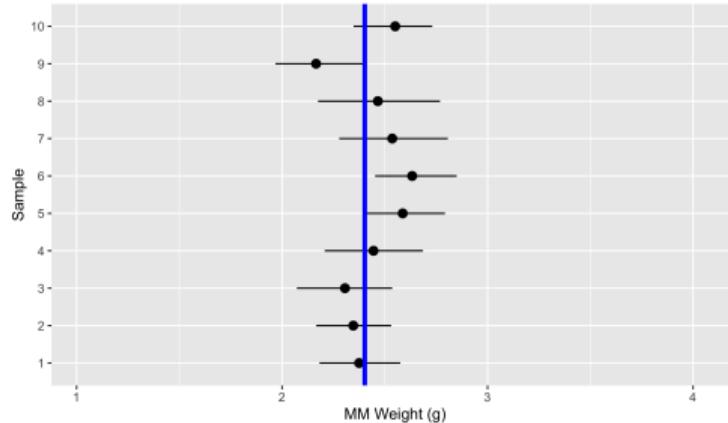
Rückblick: Stichprobengrösse und Streuung - Gewicht

Übung M&Ms ziehen: Gewicht

N = 5; Mean and 95% CI



N = 20; Mean and 95% CI



Beobachtung

Die Streuung der Stichprobenmittelwerte wird kleiner wenn die Stichproben grösseren Umfang haben.

Intro

Punktschätzung

Intervallschätzung

Zweigruppenvergleich

Praxis mit R

Populationsmittelwerte

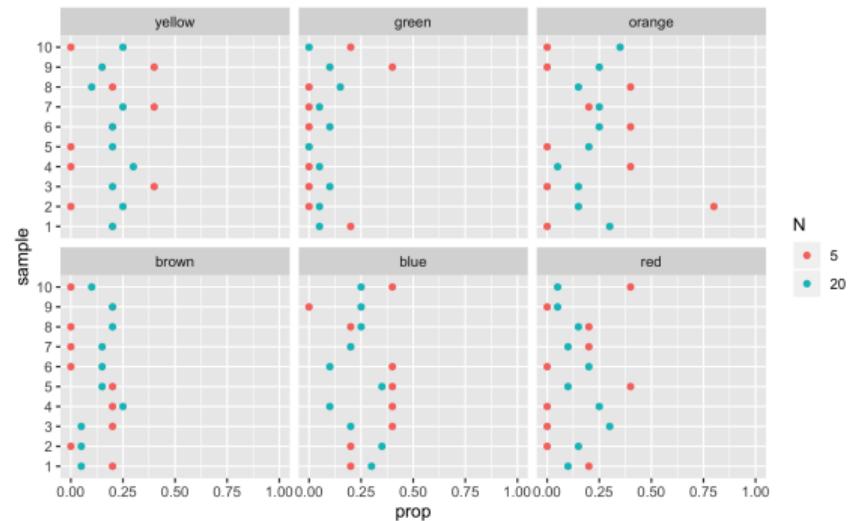
Abhängige Stichproben

Unabhängige Stichproben

Zusammenfassung

Rückblick: Stichprobengrösse und Streuung - Farbanteile

Übung M&Ms ziehen: Farben



Color	N	Prop
blue	79	0.22
brown	44	0.12
green	46	0.13
orange	69	0.19
red	47	0.13
yellow	75	0.21

Beobachtung

Die Streuung der Stichprobenmittelwerte wird kleiner wenn die Stichproben grösseren Umfang haben.

Intro

Punktschätzung

Intervallschätzung

Zweigruppenvergleich

Praxis mit R

Populationsmittelwerte

Abhängige Stichproben

Unabhängige Stichproben

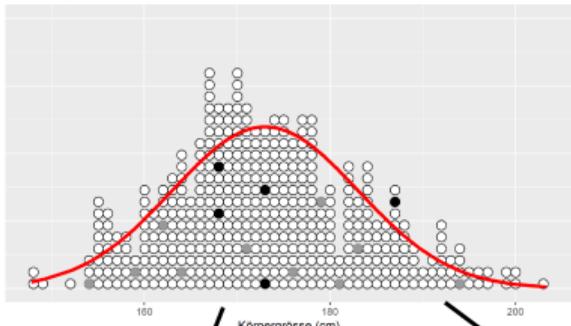
Zusammenfassung



Bern University
of Applied Sciences

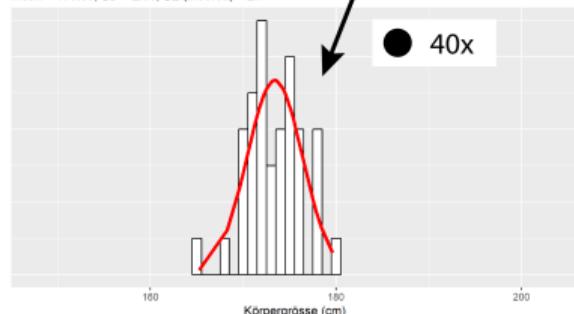
Rückblick: Zentraler Grenzwertsatz

$n = 400, \mu = 173.2, \sigma = 10.4$

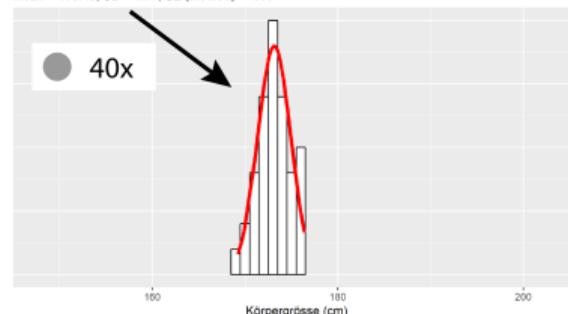


Der Mittelwert einer genügend grossen Anzahl Zufallsexperimente ist näherungsweise normalverteilt.

40 Mittelwerte von Stichproben mit Umfang $n = 15$
Mean = 173.39, SD = 2.98, SE (theoret.) = 2.7



40 Mittelwerte von Stichproben mit Umfang $n = 40$
Mean = 173.13, SD = 1.77, SE (theoret.) = 1.65



Stichprobenumfang → Grösser

Verteilung der Mittelwerte → Normaler und schmäler

Intro

Punktschätzung

Intervallsschätzung

Zweigruppenvergleich

Praxis mit R

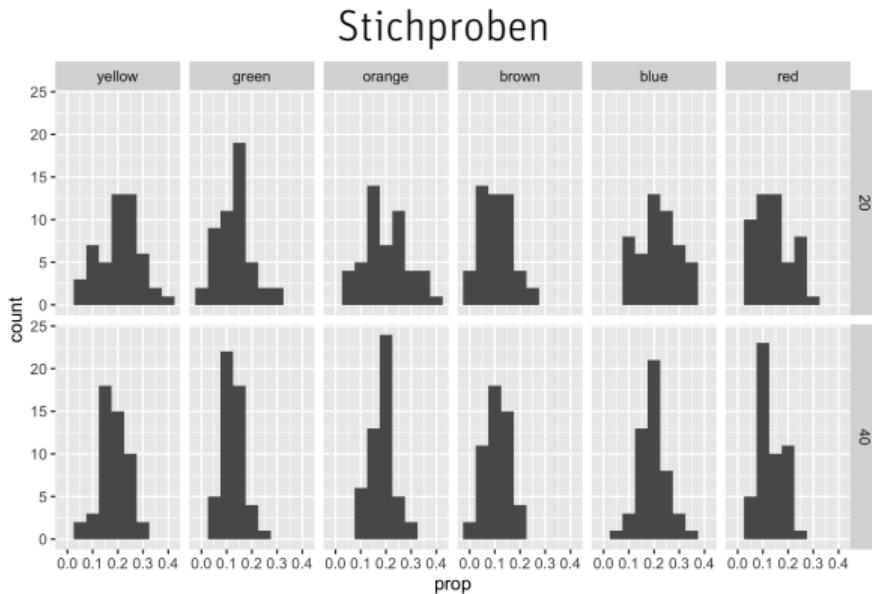
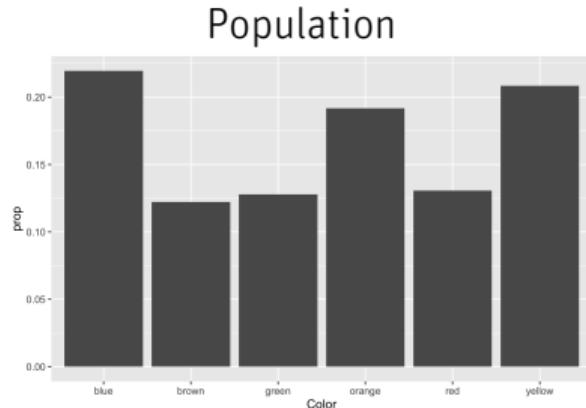
Populationsmittelwerte

Abhängige Stichproben

Unabhängige Stichproben

Zusammenfassung

Farben M&M's: 50 Stichproben



- Farbproportionen in Population offensichtlich **nicht normalverteilt**
- Stichprobenmittelwerte hingegen schon bei genügend grossen Stichproben

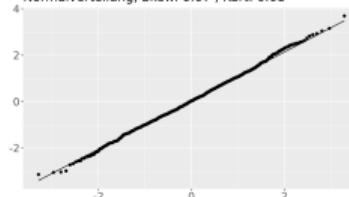
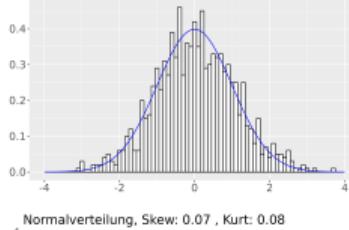
Intro
Punktschätzung
Intervallschätzung
Zweigruppenvergleich
Praxis mit R
Populationsmittelwerte
Abhängige Stichproben
Unabhängige Stichproben
Zusammenfassung

Rückblick: Beurteilung Normalverteilung - QQ Plot

Die Normalverteilung ist eine Grundvoraussetzung für viele statistische Tests und Schätzer, welche über einen QQ-Plot beurteilt werden kann.

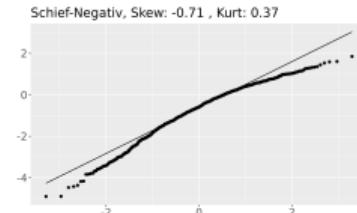
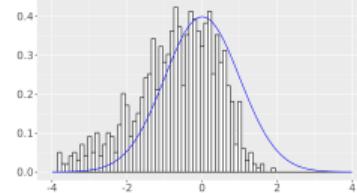
Normalverteilung

Normalverteilung, Skew: 0.07 , Kurt: 0.08



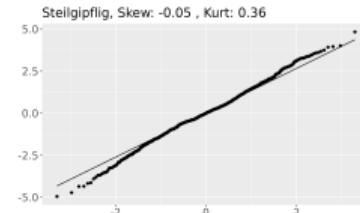
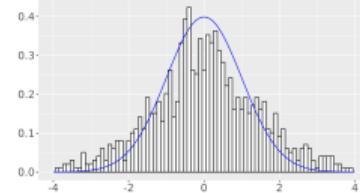
Schief negativ

Schief-Negativ, Skew: -0.71 , Kurt: 0.37



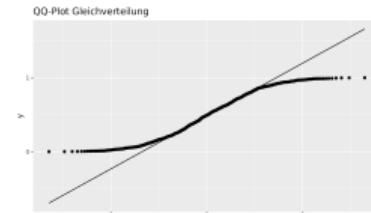
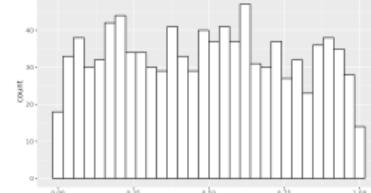
Steilgipflig

Steilgipflig, Skew: -0.05 , Kurt: 0.36



Gleichverteilung

Gleichverteilung



Intro

Punktschätzung

Intervallschätzung

Zweigruppenvergleich

Praxis mit R

Populationsmittelwerte

Abhängige Stichproben

Unabhängige Stichproben

Zusammenfassung

ACHTUNG

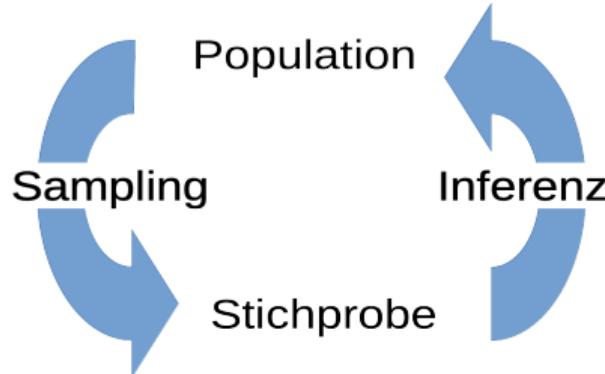
Mindeststichprobengröße von $n = 30$



Bern University
of Applied Sciences

Lernziele Schätzung

- ▶ Die Studierenden kennen einige Methoden zur Berechnung von Vertrauensintervallen für Populationsmittelwerte und zum Vergleich zweier Populationsmittelwerte.
- ▶ Die Studierenden können für einen gegebenen Datensatz und eine gegebene Fragestellung beurteilen, welche Methode zur Berechnung von Vertrauensintervallen angewendet werden soll.
- ▶ Die Studierenden können Vertrauensintervalle für Populationsmittelwerte und zum Vergleich zweier Populationsmittelwerte berechnen und interpretieren.



Intro
Punktschätzung
Intervallschätzung
Zweigruppenvergleich
Praxis mit R
Populationsmittelwerte
Abhängige Stichproben
Unabhängige Stichproben
Zusammenfassung

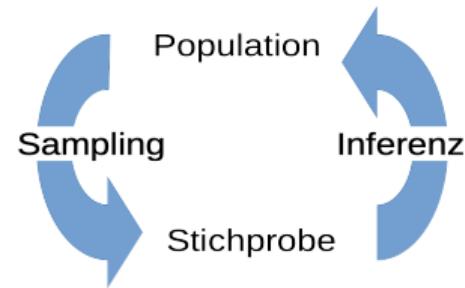
Schliessende Statistik

In der schliessenden Statistik werden aufgrund von Modellvorstellungen:

- ▶ Entscheidungen getroffen (mit statistischen Tests)
- ▶ Schätzungen gemacht (mit Punkt- und Intervallschätzern)
- ▶ Vorhersagen möglich (mit Zeitreihenmodellen, Regressionen, ...)

Vorgehen:

1. Population > statistisches Modell festlegen
2. Stichprobe (Daten)
3. Statistischer Schluss

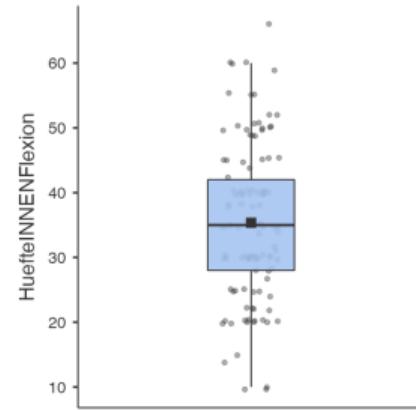


Intro
Punktschätzung
Intervallschätzung
Zweigruppenver-
gleich
Praxis mit R
Populationsmittelwerte
Abhängige Stichproben
Unabhängige Stichproben
Zusammenfassung

Punktschätzung

Punktschätzung

- Wir interessieren uns zum Beispiel die Hüfte Innenrotation in Flexion von Studierenden an der BFH Gesundheit und möchten gerne wissen, wie gross der Populationsmittelwert dieses Merkmals ist (Daten: [HipData.csv](#)).
- Der unbekannte Populationsmittelwert μ kann z.B. auf einfache Weise mit dem empirischen Mittelwert \bar{x} geschätzt werden. Da nur ein Wert als Schätzung verwendet wird, nennt man diese Art von Schätzung Punktschätzung.
- In unserem Beispiel würden wir also den Populationsmittelwert mit dem empirischen Mittelwert $\bar{x} = 35.36$ Grad abschätzen.



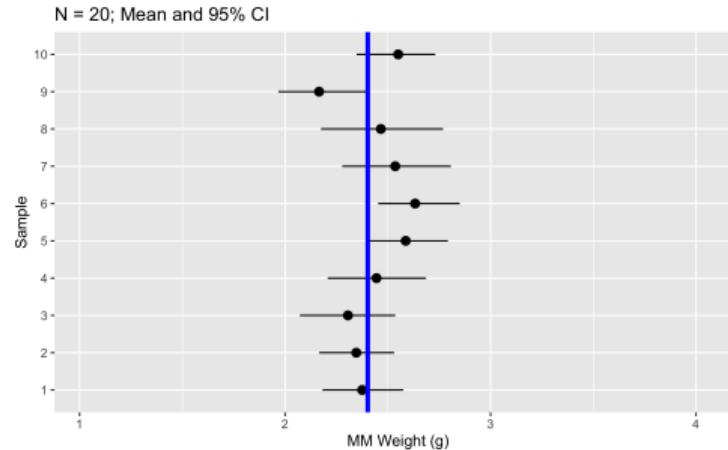
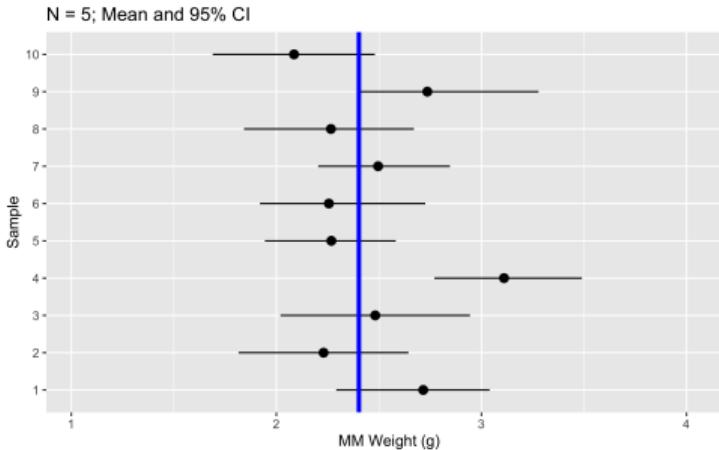
Intro
Punktschätzung
Intervallschätzung
Zweigruppenvergleich
Praxis mit R
Populationsmittelwerte
Abhängige Stichproben
Unabhängige Stichproben
Zusammenfassung

Intro
Punktschätzung
Intervallschätzung
Zweigruppenver-
gleich
Praxis mit R
Populationsmittelwerte
Abhängige Stichproben
Unabhängige Stichproben
Zusammenfassung

Intervallschätzung

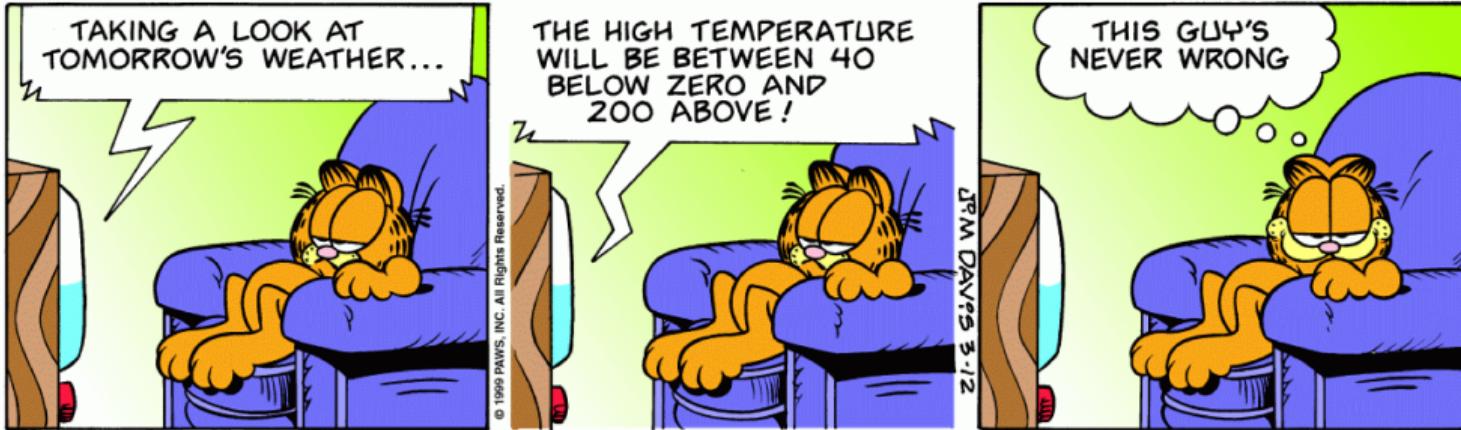
Intervallschätzung

- Wegen des Zufalls wird bei einer anderen zufälligen Wahl der Stichprobe auch ein anderer Wert als Schätzwert vorkommen.
- Der Punktschätzer ist sehr selten gleich dem wahren Wert.
- Eine bessere, zuverlässigere Art der Schätzung ist die Intervallschätzung.
- Dabei wird anstelle einer einzelnen Zahl ein Bereich angegeben, in dem der wahre Wert mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit (meistens 95%) liegt.



Intervallschätzung (cont.)

Intro
Punktschätzung
Intervallschätzung
Zweigruppenvergleich
Praxis mit R
Populationsmittelwerte
Abhängige Stichproben
Unabhängige Stichproben
Zusammenfassung

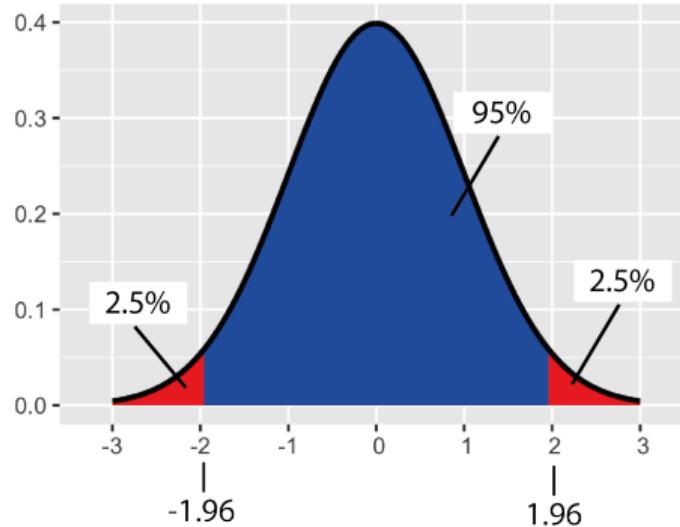


Vertrauensintervall

Bei einem **Vertrauensintervall** wird eine **untere** und eine **obere Grenze** angegeben, zwischen denen der wahre Wert mit einer Vertrauenswahrscheinlichkeit von $(1 - \alpha)\%$ liegt. Man nennt dieses Intervall dann $(1 - \alpha)\%$ -Vertrauensintervall. Meistens wird $\alpha = 0.05$ gewählt, was zu einem 95%-Vertrauensintervall führt.

Zweiseitig

Bei einem zweiseitigen Vertrauensintervall werden eine **untere** und eine **obere Grenze geschätzt**.



Intro

Punktschätzung

Intervallschätzung

Zweigruppenvergleich

Praxis mit R

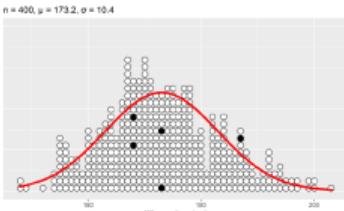
Populationsmittelwerte

Abhängige Stichproben

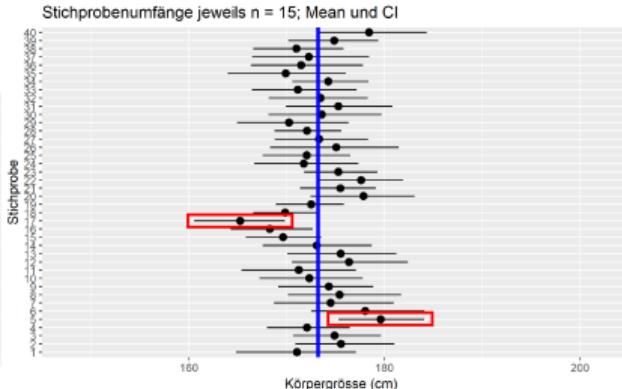
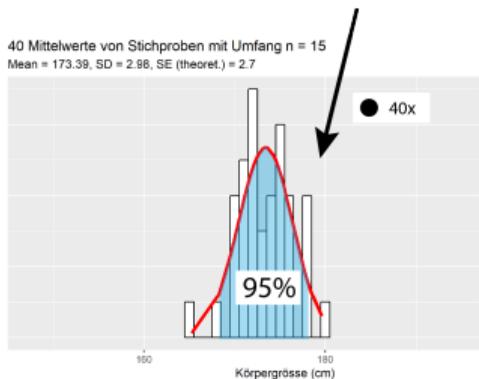
Unabhängige Stichproben

Zusammenfassung

Interpretation - Vertrauenswahrscheinlichkeit 95%



Der Mittelwert einer genügend grossen Anzahl Zufallsexperimente ist näherungsweise normalverteilt.



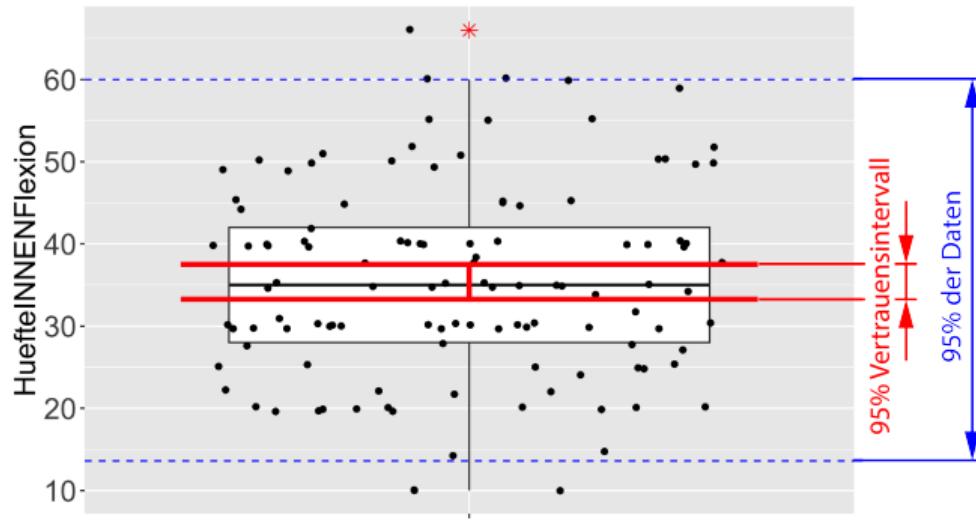
$$(1 - \alpha) \cdot 40 = 0.95 \cdot 40 = 38$$

Wenn wir das Experiment (Stichprobenmittelwert schätzen) 40x wiederholen, dann liegt der wahre Wert 38 Mal im Vertrauensintervall drin.

Intro
Punktschätzung
Intervallschätzung
Zweigruppenvergleich
Praxis mit R
Populationsmittelwerte
Abhängige Stichproben
Unabhängige Stichproben
Zusammenfassung

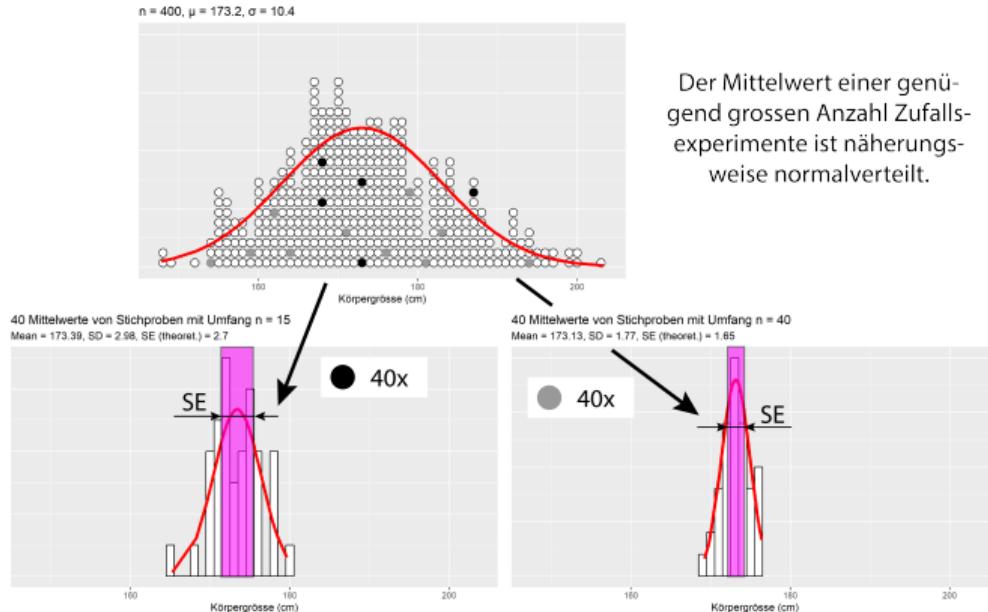
Interpretation: Achtung!

- ▶ Das Vertrauensintervall ist für den Populationsmittelwert!
- ▶ D.h. der Populationsmittelwert ist mit einer Vertrauenswahrscheinlichkeit von 95% im Vertrauensintervall drin.
- ▶ Es bedeutet **nicht**, dass 95% aller Daten der Stichprobe darin liegen!



Intro
Punktschätzung
Intervallschätzung
Zweigruppenvergleich
Praxis mit R
Populationsmittelwerte
Abhängige Stichproben
Unabhängige Stichproben
Zusammenfassung

Standardfehler und 95%-Vertrauensintervall



Definition

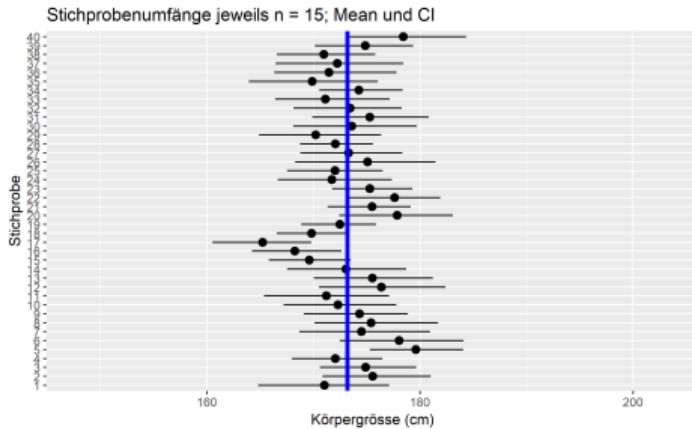
$$SE = \frac{SD}{\sqrt{n}}$$

$$CI = \bar{x} \pm 1.96 \cdot SE = \bar{x} \pm 1.96 \cdot \frac{SD}{\sqrt{n}}$$

Einflüsse auf das Vertrauensintervall

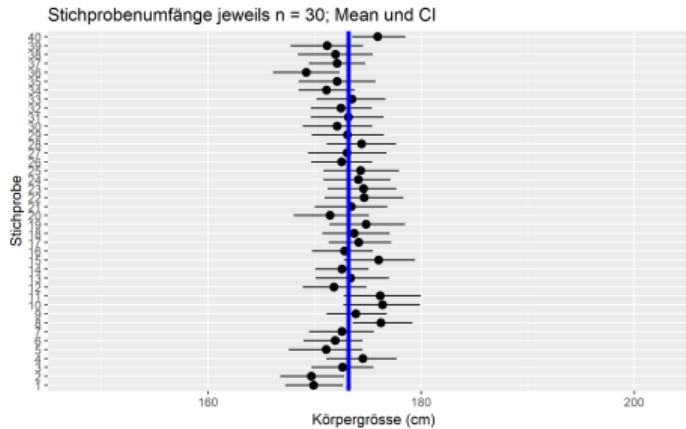
Das Vertrauensintervall wird schmäler falls:

- ▶ der Stichprobenumfang grösser wird
- ▶ die Streuung der Daten kleiner wird
- ▶ die Vertrauenswahrscheinlichkeit kleiner wird



95% Vertrauensintervall

$$CI = \bar{x} \pm 1.96 \cdot SE$$
$$= \bar{x} \pm 1.96 \cdot \frac{SD}{\sqrt{n}}$$



Intro

Punktschätzung

Intervallschätzung

Zweigruppenvergleich

Praxis mit R

Populationsmittelwerte

Abhängige Stichproben

Unabhängige Stichproben

Zusammenfassung

Andere Vertrauensintervalle

Intro
Punktschätzung
Intervallschätzung
Zweigruppenvergleich
Praxis mit R
Populationsmittelwerte
Abhängige Stichproben
Unabhängige Stichproben
Zusammenfassung

- ▶ Wir haben das Vertrauensintervall für den Populationsmittelwert betrachtet.
- ▶ Vertrauensintervalle von anderen Größen können ebenfalls berechnet werden:
 - ▶ einer Varianz
 - ▶ einer Proportion
 - ▶ eines Medians
 - ▶ ...
- ▶ Diese werden hier nicht beschrieben, können aber mit den meisten Statistiksoftwares berechnet werden.

Intro
Punktschätzung
Intervallschätzung
Zweigruppenvergleich
Praxis mit R
Populationsmittelwerte
Abhängige Stichproben
Unabhängige Stichproben
Zusammenfassung

Zweigruppenvergleich

Zweigruppenvergleich

Ziel

Man will statistisch die Frage nach dem Unterschied zwischen zwei Mittelwerten in der Population beantworten.

Lösungsansatz

1. Man bestimmt ein Vertrauensintervall für die Differenz zwischen den Populationsmittelwerten.
2. Vertrauensintervall **enthält den Wert Null**: Der Unterschied kann auch null betragen und die Populationsmittelwerte **unterscheiden sich nicht**.
3. Vertrauensintervall **enthält den Wert Null nicht**: Die Populationsmittelwerte **unterscheiden sich** mit der vorgegebenen Vertrauenswahrscheinlichkeit (meistens 95%).

Intro

Punktschätzung

Intervallschätzung

Zweigruppenvergleich

Praxis mit R

Populationsmittelwerte

Ahängige Stichproben

Unabhängige Stichproben

Zusammenfassung



Bern University
of Applied Sciences

Abhängigkeit von Daten

- Intro
- Punktschätzung
- Intervallschätzung
- Zweigruppenvergleich
- Praxis mit R
 - Populationsmittelwerte
 - Abhängige Stichproben
 - Unabhängige Stichproben
- Zusammenfassung

Abhängige (verbundene/gepaarte) Stichprobe

Erhält man wenn man zum Beispiel wiederholte Messungen zu unterschiedlichen Zeitpunkten an den selben Personen durchführt.

Unabhängige (unverbundene,ungepaarte) Stichprobe

Wenn man zum Beispiel ein Merkmal zwischen Frauen und Männern vergleichen will sind die Gruppen unabhängig.

Ob die Gruppen abhängig oder unabhängig sind muss bei der statistischen Analyse berücksichtigt werden.

Intro
Punktschätzung
Intervallschätzung
Zweigruppenver-
gleich
Praxis mit R
Populationsmittelwerte
Abhängige Stichproben
Unabhängige Stichproben
Zusammenfassung

Praxis mit R

Praxis mit R

Populationsmittelwerte

Intro
Punktschätzung
Intervallschätzung
Zweigruppenvergleich
Praxis mit R
Populationsmittelwerte
Abhängige Stichproben
Unabhängige Stichproben
Zusammenfassung

Vertrauensintervall für einen Populationsmittelwert basierend auf dem t-Test

Intro

Punktschätzung

Intervallschätzung

Zweigruppenver-
gleich

Praxis mit R

Populationsmittelwerte

Abhängige Stichproben

Unabhängige Stichproben

Zusammenfassung

Falls entweder

- der Stichprobenumfang gross ist (>100) ¹

oder

- die Daten normalverteilt sind

können wir ein Vertrauensintervall für einen Populationsmittelwert basierend auf dem t-Test benutzen.

¹Hüsler, J. und Zimmermann, H. (2006) Statistische Prinzipien für medizinische Projekte



Bern University
of Applied Sciences

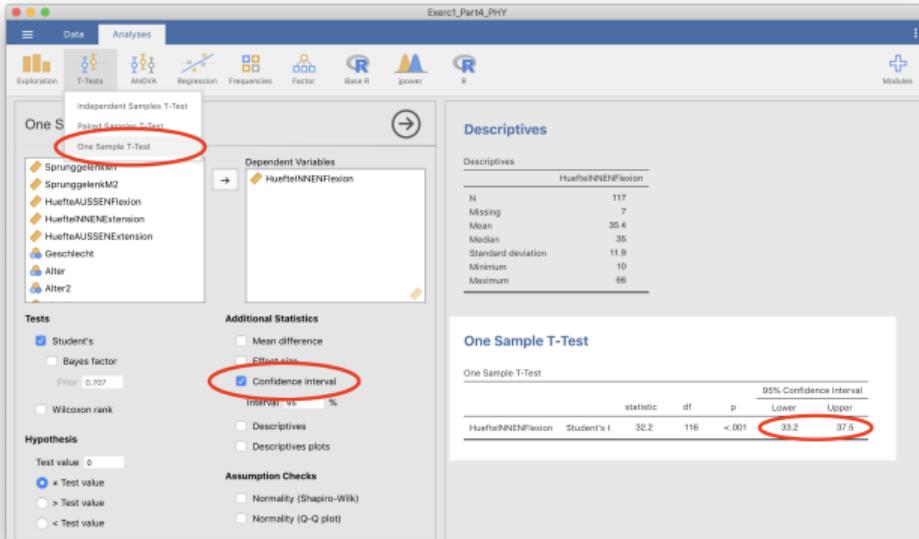
Beispiel 1

- ▶ Datengrundlage: HipData.csv
- ▶ Wir interessieren uns für das Merkmal Hüft Innenrotation in Flexion von Studierenden der BFH Gesundheit.
- ▶ In unserer Stichprobe (von der wir annehmen, dass sie zufällig gezogen wurde) von $n = 117$ Studierenden erhielten wir einen empirischen Mittelwert $\bar{x} = 35.38$ Grad.
- ▶ Wir haben somit einen grossen Stichprobenumfang und können ein Vertrauensintervall für einen Populationsmittelwert basierend auf dem t-Test benutzen.

Descriptives	
	HuefteINNENFlexion
N	117
Missing	7
Mean	35.4
Median	35
Standard deviation	11.9
Minimum	10
Maximum	66

Intro
Punktschätzung
Intervallschätzung
Zweigruppenvergleich
Praxis mit R
Populationsmittelwerte
Abhängige Stichproben
Unabhängige Stichproben
Zusammenfassung

Beispiel 1 (cont.)



- Wir erhalten das Vertrauensintervall [33.2, 37.5].
- Mit einer Vertrauenswahrscheinlichkeit von 95% liegt also der Populationsmittelwert zwischen 33.2 und 37.5 Grad.

Intro

Punktschätzung

Intervallschätzung

Zweigruppenvergleich

Praxis mit R

Populationsmittelwerte

Abhängige Stichproben

Unabhängige Stichproben

Zusammenfassung

Beispiel 2

- Wir interessieren uns nun für das Merkmal Hüfte INNEN Rotation passiv in Flexion **von weiblichen** Studierenden an der BFH Gesundheit.
- Es liegen die Daten von 68 Frauen und 23 Männern vor.
- Wir haben die Messungen von $n = 68$ weiblichen Studierenden und nehmen wiederum an, die Stichprobe sei zufällig gezogen worden.
- Da die **Stichprobengrösse klein** ist, müssen wir nun **überprüfen**, ob die Daten **normalverteilt** sind.

Descriptives		Geschlecht	HuefteINNENFlexion
N		m	23
		f	68
Missing		m	0
		f	3
Mean		m	27.6
		f	37.4
Median		m	28
		f	38.0
Standard deviation		m	11.2
		f	11.7

Intro

Punktschätzung

Intervallschätzung

Zweigruppenver-
gleich

Praxis mit R

Populationsmittelwerte

Abhängige Stichproben

Unabhängige Stichproben

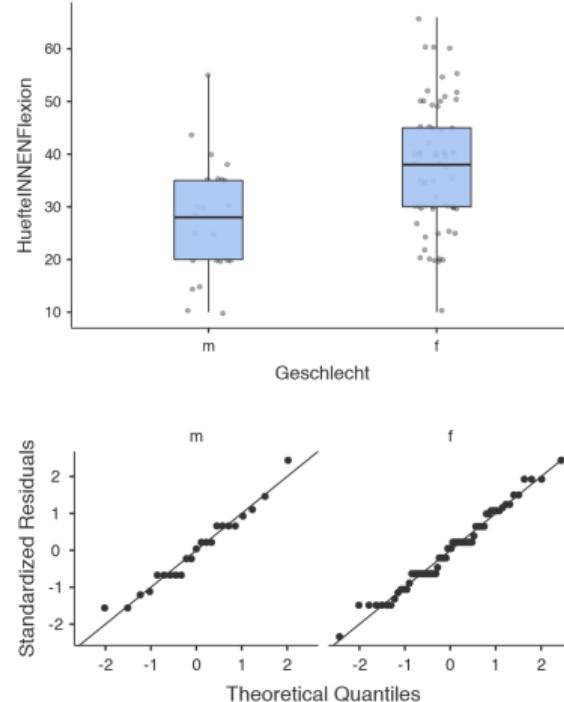
Zusammenfassung



Bern University
of Applied Sciences

Beispiel 2 (cont.)

- Der Mittelwert bei den Frauen ist 37.4 Grad und die Standardabweichung 11.7 Grad. Bei den Männern ist der Mittelwert 27.6 Grad und die Standardabweichung 11.2 Grad.
- Im Boxplot sehen wir, dass die Daten bei den Frauen ziemlich symmetrisch verteilt sind, bei den Männern auch ziemlich, ausser dass der untere Whisker kürzer ist als der obere.
- Die Streuung scheint bei beiden Gruppen etwa gleich gross zu sein.



Intro

Punktschätzung

Intervallschätzung

Zweigruppenver-
gleich

Praxis mit R

Populationsmittelwerte

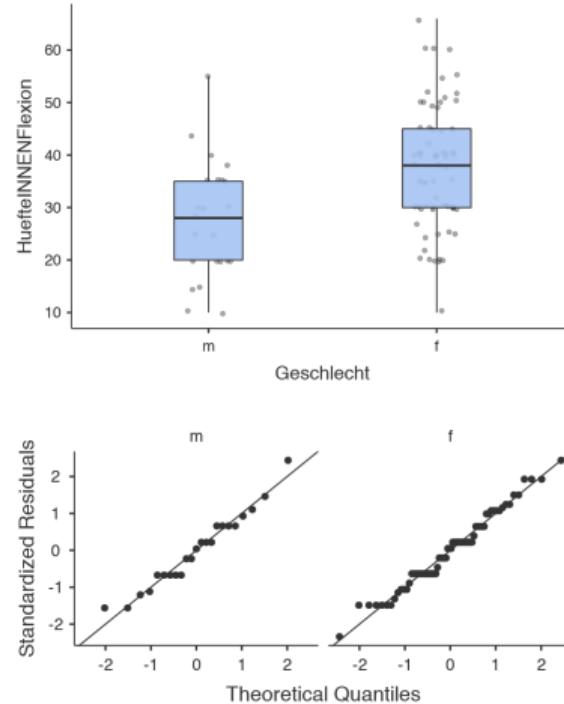
Abhängige Stichproben

Unabhängige Stichproben

Zusammenfassung

Beispiel 2 (cont.)

- ▶ Im QQ-Plot sehen wir, dass es viele gleiche Werte gibt, was es bei einer Normalverteilung eigentlich nicht geben sollte. Dies liegt hier allerdings daran, dass die Messungen nicht genau genug durchgeführt werden konnten.
- ▶ Sonst liegen die Werte aber ziemlich schön auf einer Geraden, also können wir annehmen, dass die Daten (zumindest bei den Frauen) **normalverteilt** sind.
- ▶ Wir können also wieder ein **Vertrauensintervall** für einen Populationsmittelwert **basierend auf dem t-Test benutzen**.



Intro

Punktschätzung

Intervallschätzung

Zweigruppenvergleich

Praxis mit R

Populationsmittelwerte

Abhängige Stichproben

Unabhängige Stichproben

Zusammenfassung

Beispiel 2 (cont.)

Um ein Vertrauensintervall für den Populationsmittelwert nur für die weiblichen Personen zu berechnen müssen wir zuerst eine weibliche Teilmenge bilden. Dafür bietet Jamovi sogenannte Filter.

The screenshot shows the Jamovi interface with the following elements:

- Top Bar:** Shows "Exerc2_Part4_PHY" as the project name. The "Data" tab is selected, indicated by a red circle. Other tabs include "Analyses", "Paste", "Setup", "Compute", "Transform", "Variables", "Delete", "Filters", and "Rows".
- Row Filters Panel:** Displays a single filter named "Filter 1" with the condition "Geschlecht == 'f'". The "active" button is checked, also highlighted with a red circle. A "Delete" button is also visible.
- Data View:** A table titled "Filter 1" showing rows 1 through 19. Rows 1 through 11 have a red circle around them, indicating they were filtered out because "Geschlecht" is not equal to "f". Rows 12 through 19 have a green checkmark in the first column, indicating they were kept because "Geschlecht" is equal to "f". The columns are labeled "code", "Geschlecht", "Alter", "Alter2", and "Alter3".
- Plots View:** A box plot titled "HueftelINNENFlexion" comparing "HueftelINNENFlexion" on the Y-axis (ranging from 10 to 60) against "Geschlecht" on the X-axis. The plot shows two groups: females (f) and males (m). Females have a higher median and a wider distribution compared to males.

Intro

Punktschätzung

Intervallschätzung

Zweigruppenvergleich

Praxis mit R

Populationsmittelwerte

Abhängige Stichproben

Unabhängige Stichproben

Zusammenfassung

Beispiel 2 (cont.)

Intro
Punktschätzung
Intervallschätzung
Zweigruppenvergleich
Praxis mit R
Populationsmittelwerte
Abhängige Stichproben
Unabhängige Stichproben
Zusammenfassung

One Sample T-Test

		95% Confidence Interval				
		statistic	df	p	Lower	Upper
HueftelINNENFlexion	Student's t	26.3	67.0	< .001	34.6	40.3

- Wir erhalten das 95%-Vertrauensintervall [34.6, 40.3].
- Mit einer Vertrauenswahrscheinlichkeit von 95% liegt hier also der Populationsmittelwert zwischen 34.6 und 40.3 Grad.

Praxis mit R

Abhängige Stichproben

Intro
Punktschätzung
Intervallschätzung
Zweigruppenvergleich
Praxis mit R
Populationsmittelwerte
Abhängige Stichproben
Unabhängige Stichproben
Zusammenfassung

Vertrauensintervall für abhängige Differenzen

Intro
Punktschätzung
Intervallschätzung
Zweigruppenvergleich
Praxis mit R
Populationsmittelwerte
Abhängige Stichproben
Unabhängige Stichproben
Zusammenfassung

Falls entweder

- der Stichprobenumfang gross ist (>100) ²

oder

- die **paarweisen Differenzen normalverteilt** sind

können wir ein Vertrauensintervall für die abhängige Differenz in der Population basierend auf dem gepaarten t-Test benutzen.

²Hüsler, J. und Zimmermann, H. (2006) Statistische Prinzipien für medizinische Projekte

Beispiel 3: Vergleich abhängig

- Wir möchten die Merkmale Hüfte INNEN Rotation passiv in Extension und Hüfte INNEN Rotation passiv in Flexion von Studierenden an der BFH Gesundheit vergleichen.
- Wir haben dazu die vollständigen Messungen von $n = 117$ Studierenden und nehmen wiederum an, die Stichprobe sei zufällig gezogen worden.

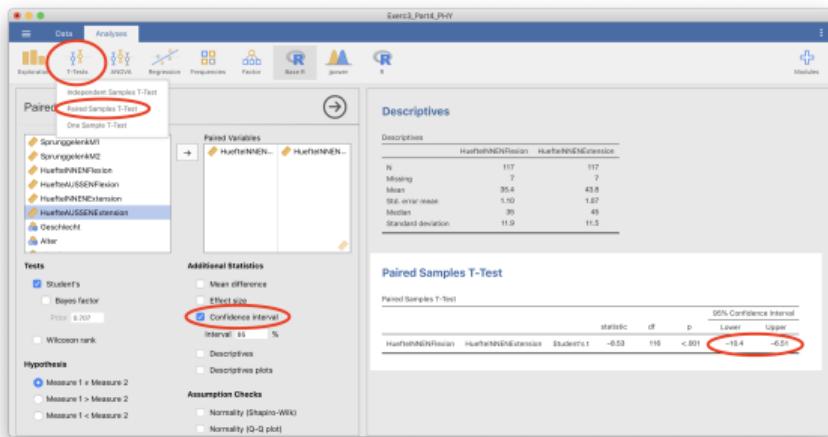
Descriptives

	HueftelINNENFlexion	HueftelINNENExtension
N	117	117
Missing	7	7
Mean	35.4	43.8
Std. error mean	1.10	1.07
Median	35	45
Standard deviation	11.9	11.5

Intro
Punktschätzung
Intervallschätzung
Zweigruppenvergleich
Praxis mit R
Populationsmittelwerte
Abhängige Stichproben
Unabhängige Stichproben
Zusammenfassung



Beispiel 3: Vergleich abhängig (cont.)



- ▶ Für die Differenz Hüfte INNEN Rotation passiv in Flexion - Hüfte INNEN Rotation passiv in Extension erhalten wir das 95%-Vertrauensintervall [-10.4, -6.51].
- ▶ Mit einer Vertrauenswahrscheinlichkeit von 95% liegt der Populationsmittelwert der Differenz zwischen 6.5 und 10.4 Grad. Die beiden Mittelwerte unterscheiden sich also.

Intro

Punktschätzung

Intervallschätzung

Zweigruppenvergleich

Praxis mit R

Populationsmittelwerte

Abhängige Stichproben

Unabhängige Stichproben

Zusammenfassung



Bern University
of Applied Sciences

Praxis mit R

Unabhängige Stichproben

Intro
Punktschätzung
Intervallschätzung
Zweigruppenvergleich
Praxis mit R
Populationsmittelwerte
Abhängige Stichproben
Unabhängige Stichproben
Zusammenfassung

Vergleich unabhängiger Stichproben

Intro
Punktschätzung
Intervallschätzung
Zweigruppenvergleich
Praxis mit R
Populationsmittelwerte
Abhängige Stichproben
Unabhängige Stichproben
Zusammenfassung

- ▶ Falls die Stichprobengröße **in beiden Gruppen >100** ist **oder** die Daten **in beiden Gruppen normalverteilt** sind, kann ein **Vertrauensintervall** für die unabhängige Differenz in der Population basierend auf dem unabhängigen t-Test benutzt werden.
- ▶ Die Normalverteilung muss also mittels eines QQ-Plots überprüft werden.
- ▶ Wir müssen wissen, ob man von gleichen Varianzen ausgehen kann.
- ▶ Falls die **Varianzen** in den Gruppen **nicht gleich** sind benutzt man den **Welch-Test**.

Beispiel 4: Vergleich unabhängig

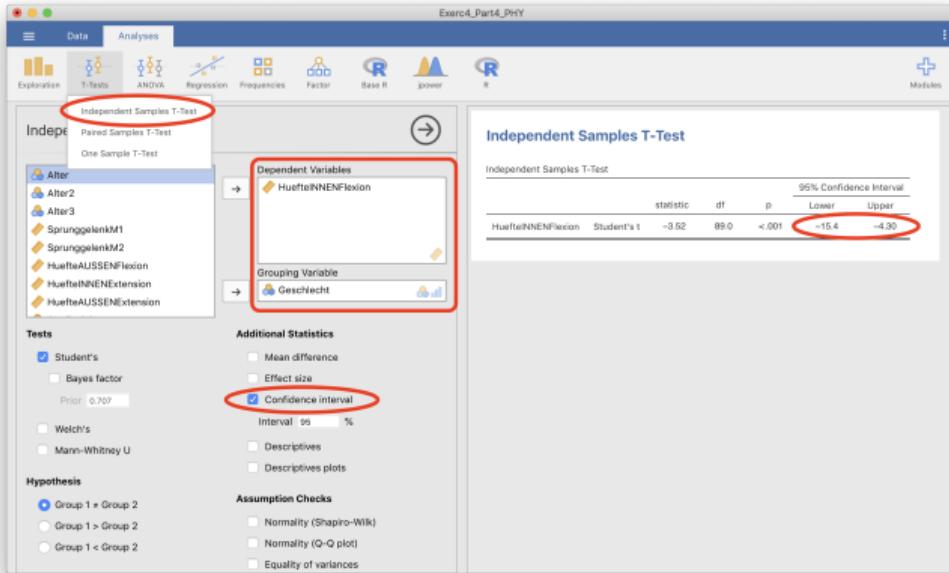
- Wir möchten das Merkmal Hüfte INNEN Rotation passiv in Flexion von weiblichen und männlichen Studierenden an der BFH Gesundheit vergleichen.
- Wir haben die Messungen von $n = 68$ weiblichen und $n = 23$ männlichen Studierenden und nehmen wiederum an, die Stichprobe sei zufällig gezogen worden.
- Da wir bei den männlichen Studierenden zu wenig Daten haben, um die Normalverteilung zu überprüfen, nehmen wir der Übung wegen einfach an, sie seien wie bei den weiblichen Studierenden normalverteilt.
- Die Streuung sah in den Boxplots etwa gleich aus für beide Geschlechter und die Standardabweichungen sind auch etwa gleich. Wir dürfen also von gleichen Varianzen ausgehen.

Intro
Punktschätzung
Intervallschätzung
Zweigruppenvergleich
Praxis mit R
Populationsmittelwerte
Abhängige Stichproben
Unabhängige Stichproben
Zusammenfassung



Bern University
of Applied Sciences

Beispiel 4: Vergleich unabhängig (cont.)



- Wir erhalten somit ein 95%-Vertrauensintervall von [-15.42, -4.30] Grad.
- 0 liegt nicht im Vertrauensintervall, die weiblichen Studierenden scheinen also eine grössere Rotation zu haben als die männlichen Studierenden.

Intro

Punktschätzung

Intervallschätzung

Zweigruppenvergleich

Praxis mit R

Populationsmittelwerte

Abhängige Stichproben

Unabhängige Stichproben

Zusammenfassung

Intro
Punktschätzung
Intervallschätzung
Zweigruppenvergleich
Praxis mit R
Populationsmittelwerte
Abhängige Stichproben
Unabhängige Stichproben
Zusammenfassung

Zusammenfassung

Zusammenfassung

- ▶ Es gibt Punkt- und Intervallschätzer.
- ▶ Die Intervallschätzung liefert einen Bereich in dem der wahre Wert mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit liegt und ist zu bevorzugen.
- ▶ Auswahl der richtigen Schätzmethode ist wichtig:
 - ▶ Populationsmittelwert
 - ▶ $n > 100$ oder Daten normalverteilt: t-Test (one-sample)
 - ▶ Abhängige Daten
 - ▶ $n > 100$ oder Differenzen normalverteilt: t-Test (gepaart)
 - ▶ Unabhängige Daten
 - ▶ $n > 100$ oder Daten normalverteilt in beiden Gruppen: t-Test (ungepaart)
 - ▶ Falls Varianzen ungleich sind: Welch-Test
- ▶ Nicht normalverteilt: Behandlung in der Lerneinheit zu statistischen Tests!
- ▶ Ungleiche Varianzen: Behandlung in der Lerneinheit zu statistischen Tests!

Intro

Punktschätzung

Intervallschätzung

Zweigruppenver-
gleich

Praxis mit R

Populationsmittelwerte

Abhängige Stichproben

Unabhängige Stichproben

Zusammenfassung



Bern University
of Applied Sciences