4

તરંગ-પ્રકાશશાસ્ત્ર

4.1 પ્રસ્તાવના (Introduction)

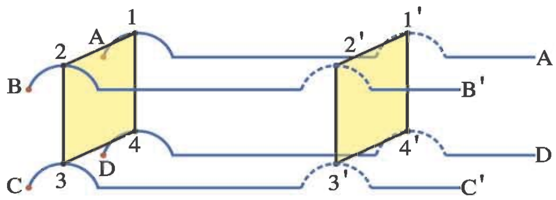
આપણે અગાઉના સિમેસ્ટરમાં નોંધ્યું કે પ્રકાશના સ્વભાવ (લાક્ષણિકતા) સમજવા માટે જુદા-જુદા ઘણા વાદ રજૂ કરવામાં આવ્યા. કિરણ-પ્રકાશશાસ્ત્ર અથવા ભૌમિતિક પ્રકાશશાસ્ત્ર દ્વારા વ્યતિકરણ (Interference), વિવર્તન (Diffraction), ધ્રુવીભવન (Polarization), પારગમન (Transmission), હોલોગ્રાફી (Holography), વગેરે જેવી ઘણી પ્રકાશીય ઘટનાઓનું વર્ણન કરવામાં મુશ્કેલીઓ પડે છે. ઈ.સ. 1678માં હાઈગેન્સે પ્રકાશનો તરંગવાદ રજૂ કર્યો. આ વાદ અનુસાર, પ્રકાશીય ઊર્જા એક બિંદુથી બીજા બિંદુ સુધી તરંગના સ્વરૂપમાં પ્રસરે છે. તેણે, પોતાના તરંગવાદને આધારે, પરાવર્તન અને વક્રીભવનની ઘટનાઓ સમજાવી. પાછળથી ઈ.સ. 1801માં, થોમસ યંગે (Thomas Young) પ્રકાશની વ્યતિકરણની ઘટના સમજાવી.અગસ્તીન ફ્રેનલે (Augustin Fresnel) 1815ની સાલમાં પ્રકાશના રેખીય પ્રસરણ (Rectilinear Propagation) સમજાવતો તરંગવાદ વિકસાવ્યો. ઈ.સ. 1808માં માલ્સે (Malus) શોધેલ ધ્રુવીભવનની ઘટના, હાઈગેન્સના સિદ્ધાંત થકી સમજાવી શકાતી ન હતી. હાઈગેન્સનો તરંગવાદ પ્રકાશ-તરંગને સંગત (Longitudinal) ધારે છે, જ્યારે ધ્રુવીભવનની ઘટના ફક્ત લંબગત (Transverse) તરંગો માટે જ જોવા મળે છે. સંગત તરંગોના પ્રસરણ માટે હંમેશાં માધ્યમની જરૂર હોવાથી યંગ અને ફ્રેનલે સમગ્ર વિશ્વમાં ચળકતા (તેજસ્વી) ઈથર (Luminiferous Ether)ની કલ્પના કરી.

ત્યાર બાદ યંગે પ્રકાશ લંબગત તરંગો છે, તેવું ભાન થયું પણ હજુ પણ તે સર્વવ્યાપી ઈથરની કલ્પનાને સાચું માનતો હતો. ફેરેડે (Faraday) એ પછીથી દર્શાવ્યું કે પ્રકાશના ધ્રુવીભવનની ઘટના પ્રબળ ચુંબકીય ક્ષેત્રથી અસર અનુભવે છે. આ અવલોકન ઐતિહાસિક રીતે પ્રકાશ વિદ્યુતચુંબકીય ગુણધર્મ ધરાવે છે, તેની પહેલી સાબિતી હતી. ક્લર્ક મેક્સવેલે (Clerk Maxwell) પ્રાયોગિક રીતે તારવેલ (Empirical) વિદ્યુત અને ચુંબકીય નિયમોને એકત્ર કરી સુસંબદ્ધ વિદ્યુતચુંબકીય વાદ તરીકે રજૂ કર્યા. અગાઉના પ્રકરણમાં ભણી ગયા તે મુજબ મેક્સવેલે પ્રકાશ એ ઊંચી આવૃત્તિ ધરાવતા વિદ્યુતચુંબકીય તરંગો છે, તેવું અનુમાન કર્યું. મેક્સવેલના આ સૈદ્ધાંતિક અનુમાનની પુષ્ટિ હર્ટ્ઝે (Hertz) પ્રયોગશાળામાં વિદ્યુતચુંબકીય તરંગોને ઉત્પન્ન અને નોંધીને કરી. ઈ.સ. 1887માં માઈકલસન-મોર્લે (Michelson-Morely) એ તેમનો વિખ્યાત Ether-Drift પ્રયોગ કર્યો, અને દર્શાવ્યું કે ઈથરનું અસ્તિત્વ નથી અને તેથી, પ્રકાશ એ ઊંચી આવૃત્તિ ધરાવતા બિન-યાંત્રિક (Non-mechanical) લંબગત વિદ્યુતચુંબકીય તરંગો છે કે જે દોલન કરતાં વિદ્યુત અને ચુંબકીય ક્ષેત્રોના સદિશોના બનેલા છે.

અલબત્ત, પરાવર્તન, વક્રીભવન, વ્યતિકરણ, વિવર્તન વગેરેને સમજાવી શકે તેવા સરળ તરંગવાદ ફક્ત એક જ સદિશવિધેય વડે રજૂ કરી શકાય છે, જેને તરંગ-પ્રકાશશાસ્ત્ર (Wave Optics) અથવા વધારે ચોકસાઈથી અદિશ તરંગ-પ્રકાશશાસ્ત્ર (Scalar Wave Optics) કહે છે.

આ પ્રકરણમાં આપણે પ્રકાશના પ્રસરણ અને તેની સાથે સંકળાયેલ પ્રકાશીય ઘટનાઓનો અભ્યાસ તરંગ-પ્રકાશશાસ્ત્રની મદદથી કરીશું.

4.2 તરંગ-અગ્ર અને હાઈગેન્સનો સિદ્ધાંત (Wavefront and Huygen's Principle)

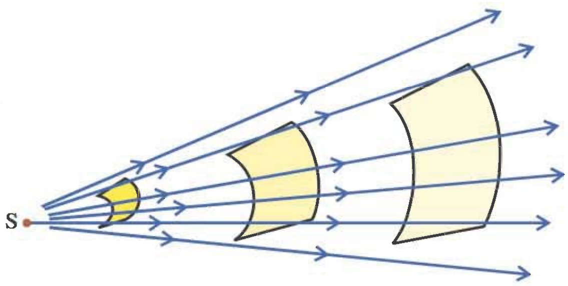


આકૃતિ 4.1 તરંગ-અગ્રની રચના

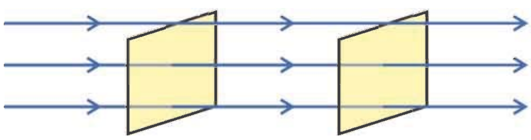
માધ્યમ (અવકાશ)માં વિક્ષોભ (Disturbance)ની ગતિને તરંગ કહે છે. આમ, તરંગ ઉદ્‌ગમ (સ્રોત)થી શરૂ કરી માધ્યમ (અવકાશ)ના નવા વિસ્તારમાં પ્રસરે છે. આ તરંગ-પ્રસરણ સમજવા માટે, તરંગ-અગ્ર (Wavefront) ની વિભાવનાનો ઉપયોગ થાય છે. આકૃતિ 4.1માં દર્શાવ્યા અનુસાર, ચાર સમાન પ્રકારની પરસ્પર સમાંતર દોરીઓ AA', BB', CC' અને DD' પર સમાન આકારના શૃંગ અનુક્રમે બિંદુઓ 1, 2, 3 અને 4 આગળ રચવામાં આવે છે. આ ચારેય કણો પાસે રચાયેલા શૃંગો તેમનાં દોલનોની સમાન સ્થિતિમાં હોવાથી તેઓની કળા (Phase) પણ સમાન હશે. આવા સમાન કળામાં દોલન કરતા કણો (આકૃતિ 4.1માં દર્શાવેલ લંબચોરસ-સમતલ 1234)માંથી પસાર થતા કાલ્પનિક પૃષ્ઠ (Surface)ને તરંગ-અગ્ર કહે છે.

અત્રે તરંગ-અગ્ર 1234નો આકાર સમતલ હોવાથી તેને સમતલ તરંગ-અગ્ર કહે છે. તરંગ-અગ્રો જુદા-જુદા આકારના પણ હોઈ શકે છે.

બિંદુવત્ ઉદ્‌ગમમાંથી ઉદ્‌ભવતા અને સમાંગ (Homogenous) તથા સમદિગ્ધર્મી (Isotropic) માધ્યમમાં ત્રિપરિમાણમાં પ્રસરતા તરંગો માટે ગોળાકાર તરંગ-અગ્રો રચશે, જ્યારે પાણી-તરંગો (Water Ripples) અને સુરેખ ઉદ્‌ગમથી રચાતા તરંગો માટે તે અનુક્રમે વર્તુળાકાર અને નળાકારીય હશે. અલબત્ત, ખૂબ જ મોટા અંતરે (સૈદ્ધાંતિક રીતે અનંત) આ તરંગ-અગ્રો સ્થાયી રૂપે સમતલ હોય છે. (આકૃતિ 4.2. જુઓ)



(*a*) ગોળાકાર તરંગ-અગ્ર



(*b*) સમતલ તરંગ-અગ્ર

આકૃતિ 4.2 તરંગ-અગ્રોના જુદા-જુદા આકારો

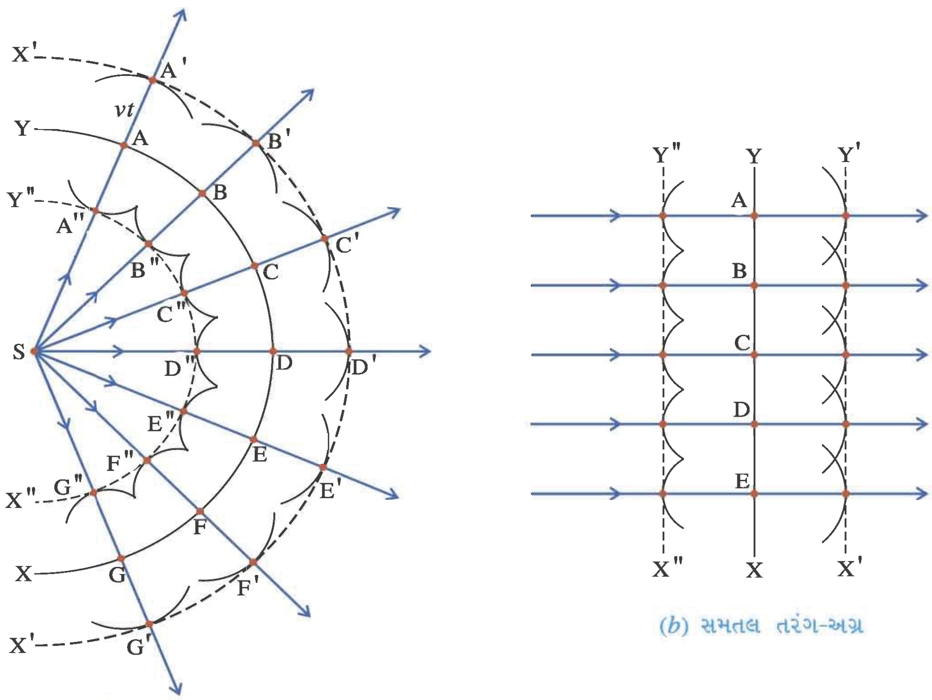
આકૃતિ 4.1માં દર્શાવ્યા અનુસાર, આપણે જો દોરીઓનું અમુક સમય બાદ અવલોકન કરીએ; તો તેના પર ઉત્પન્ન કરેલા શૃંગ દોરીના કણો 1' 2' 3' અને 4' આગળ પહોંચી ગયા હશે, પરંતુ હજુ પણ તેમનાં દોલનોની કળા સમાન જ હશે. અહીં, પણ આપણે સમતલ તરંગ-અગ્ર 1'2'3'4' વિચારી શકીએ. આમ, જેમ તરંગ માધ્યમ (અવકાશ)માં આગળ વધશે તેમ તરંગ-અગ્રો પણ તરંગની સાથે આગળ વધશે. તેથી જ તરંગ-પ્રસરણને આગળ વધતા તરંગ-અગ્રો સ્વરૂપે સમજી શકાય છે.

તરંગ-અગ્રને લંબ અને તરંગના પ્રસરણની દિશા દર્શાવતી રેખાને કિરણો (Rays) કહે છે. પણ યાદ રાખો કે કિરણ એ ફક્ત ભૌમિતિક ખ્યાલ છે.

આપણે નોંધ્યું કે તરંગની સાથે તરંગ-અગ્ર પણ પ્રસરણ પામે છે, તો હવે આપણને સ્વાભાવિક રીતે જ સવાલ થાય કે, કેવી રીતે ખૂબ જ નાના સમયગાળા બાદ નવું તરંગઅગ્ર રચાતું હશે? આ સવાલનો જવાબ હાઈગેન્સના સિદ્ધાંતની મદદથી આપી શકાય.

હાઈગેન્સનો સિદ્ધાંત : કોઈ પણ તરંગ-અગ્ર પરનો દરેક કણ કે બિંદુ સ્વયં સ્વતંત્ર એવા ગૌણ ઉદ્‌ગમ તરીકે વર્તે છે અને પોતાનામાંથી ગોળાકાર ગૌણ તરંગો ઉત્સર્જે છે. સૂક્ષ્મ સમયને અંતે આ ગોળાકાર ગૌણ તરંગોને પરિસ્પર્શતું કાલ્પનિક પૃષ્ઠ તે સમયે નવા તરંગ-અગ્રનું સ્થાન અને સ્વરૂપ આપે છે.

આકૃતિ (a)માં દર્શાવ્યા અનુસાર, કોઈ એક ક્ષણે (t) ગોળાકાર કે નળાકાર તરંગ-અગ્રનો આડછેદ XY દર્શાવેલ છે. હાઇગેન્સના સિદ્ધાંત અનુસાર, આ તરંગ-અગ્ર પરના બધા જ કણો (અર્થાત્, A, B, C, ... , વગેરે) ગૌણ ઉદ્‌ગમ તરીકે વર્તે છે અને પોતાનામાંથી ગોળાકાર તરંગો ઉત્પન્ન કરે છે. જો તરંગની ઝડપ v હોય, તો આ કણોને કેન્દ્ર તરીકે લઈ $v\Delta t$ ત્રિજ્યાના ગોળા દોરી શકાય. હવે, આપણે આ ગોળાઓને સ્પર્શતી એક કાલ્પનિક સપાટી વિચારી શકીએ કે જે $t + \Delta t$ સમયે નવું તરંગ-અગ્ર રચે. આકૃતિ 4.3માં આવી સપાટીઓ X'Y' અને X"Y" દર્શાવેલ છે. આનો મતલબ એ થાય કે તરંગ-અગ્ર XYમાંથી પ્રકાશ આગળ અને પાછળ એમ બંને દિશામાં પ્રસરણ પામે છે ! અલબત્ત રોજિંદા જીવનમાં આવું કદાપિ શક્ય નથી. આ દેખીતા વિરોધાભાસ (Paradox)ની સમજૂતી Voigt અને Kirchhoff નામના વિજ્ઞાનીઓએ આપી. તેમણે દર્શાવ્યું કે ગૌણ તરંગોની તીવ્રતા $\cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right)$ પદના સમપ્રમાણમાં હોય છે, જ્યાં θ એ પ્રસરણ-દિશા સાથે બનાવેલ કોણ છે. તરંગ-પ્રસરણની દિશા (અર્થાત્ આગળની દિશા) માટે $\theta = 0$ થશે, અને તેથી પ્રકાશની તીવ્રતા મહત્તમ થશે. જ્યારે પાછળની દિશામાં ($\theta = \pi$) પ્રસરણ માટે તીવ્રતા શૂન્ય બનશે. તેથી, ગૌણ તરંગોની X"Y" આગળ અસર શૂન્ય થશે અથવા બીજા શબ્દોમાં પાછળની દિશામાં ઊર્જા-વિકિરણ મળશે નહીં. આકૃતિ 4.3(b) સમતલ તરંગ માટે તરંગ-અગ્રની રચના સમજાવે છે.



(a) ગોળાકાર તરંગ-અગ્ર

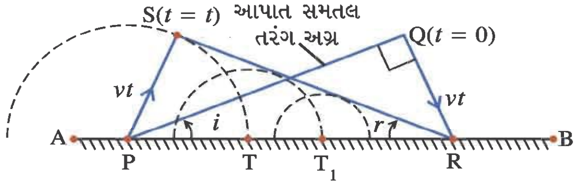
(b) સમતલ તરંગ-અગ્ર

આકૃતિ 4.3 તરંગ-અગ્રનું પ્રસરણ

સમદિક્‌ધર્મી માધ્યમ માટે નવું તરંગ-અગ્ર પોતાનો મૂળ આકાર જાળવી રાખે છે.

4.3 હાઇગેન્સના સિદ્ધાંતની મદદથી પ્રકાશનું પરાવર્તન (Reflection of Light Through the Concept of Wavefront)

તરંગ-અગ્રની વિભાવનાથી પ્રકાશનું પરાવર્તન સમજવા માટે આકૃતિ 4.4માં દર્શાવ્યા મુજબ એક સમતલ તરંગ-અગ્ર PQ ધ્યાનમાં લો. તે પરાવર્તક સપાટી AB પર એવી રીતે આપાત થાય છે કે જેથી $t = 0$ સમયે તરંગ-અગ્ર પરનું બિંદુ P પરાવર્તક સપાટી ABને સ્પર્શે. એટલે, $t = 0$ સમયે બિંદુ P ગૌણ ગોળાકાર તરંગો ઉત્પન્ન કરવાનું શરૂ કરશે. જેમજેમ સમય પસાર થતો જશે, તેમતેમ P અને Qની વચ્ચેનાં તમામ બિંદુઓ વારાફરતી સપાટી ABને સ્પર્શશે અને ગૌણ તરંગો ઉત્પન્ન કરવાનું ચાલુ કરશે.



આકૃતિ 4.4 તરંગ-અગ્રનું પરાવર્તન

ધારો કે બિંદુ Q પછી t સમયે સપાટી AB ને સ્પર્શે છે. અર્થાત્ t સમયે, બિંદુ R ગૌણ તરંગોનું ઉત્સર્જન શરૂ કરશે. આ સમયગાળા દરમિયાન, $t = 0$ સમયે બિંદુ Pએ ઉત્સર્જેલ ગૌણ તરંગ-અગ્ર vt જેટલું અંતર કાપી ચૂક્યું હશે, જ્યાં v એ માધ્યમમાં પ્રકાશની ઝડપ છે. આને અનુરૂપ તરંગ-અગ્રને આકૃતિમાં ત્રૂટક રેખા વડે દર્શાવેલ છે. આવા બીજા બિંદુ Tમાંથી ઉત્પન્ન એક તરંગ-અગ્ર પણ આકૃતિમાં દર્શાવેલ છે. હાઇગેન્સના સિદ્ધાંત અનુસાર, આવાં ગોળાકાર તરંગ-અગ્રોને સ્પર્શતો એક સામાન્ય સ્પર્શક (Tangent) (આકૃતિ મુજબ SR) એ $t = t$ સમયે નવું તરંગ-અગ્ર આપે છે.

ધારો કે આપાત અને પરાવર્તિત તરંગ-અગ્રો પરાવર્તક સપાટી AB સાથે અનુક્રમે i અને r કોણ બનાવે છે. આકૃતિ પરથી ΔPSR અને ΔPQRમાં, PR એ સામાન્ય બાજુ છે.

$$\angle PSR = \angle PQR = \frac{\pi}{2}$$

વળી, PS $= vt =$ QR ($\because$ આપાત અને પરાવર્તિત તરંગો એક જ માધ્યમમાં v જેટલી ઝડપથી ગતિ કરે છે.)

આ હકિકત દર્શાવે છે કે ΔPSR અને ΔPQR સમરૂપ (Congruent) છે.

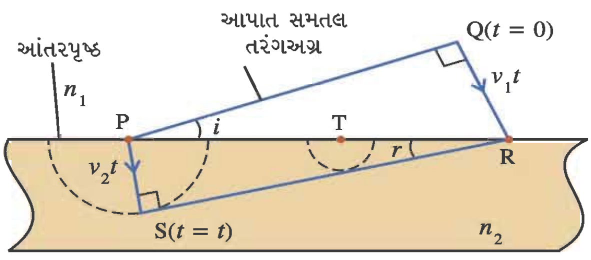
$\therefore \angle QPR = \angle SRP$

અર્થાત્, $i = r$

આમ, પરાવર્તનનો નિયમ (આપાતકોણ = પરાવર્તનકોણ) હાઇગેન્સના સિદ્ધાંતની મદદથી પણ સાબિત કરી શકાય છે.

4.4 હાઈગેન્સના સિદ્ધાંતની મદદથી પ્રકાશનું વક્રીભવન (Refraction of Light Through the Concept of Wavefront)

n_1 જેટલા વક્રીભવનાંક ધરાવતા માધ્યમમાંથી n_2 જેટલા પારદર્શક માધ્યમ પર આપાત થતા સમતલ તરંગ-અગ્ર PQને ધ્યાનમાં લો (આકૃતિ 4.5 જુઓ). પ્રસ્તુત ચર્ચામાં, આપણે માધ્યમ-2માં પારગમન પામતાં તરંગ-અગ્રોને જ ધ્યાનમાં લઈશું. ધારો કે $t = 0$ સમયે બિંદુ P બે માધ્યમોને છૂટી પાડતી સપાટી, (આંતરપૃષ્ઠ, Interface)ને સ્પર્શે છે. તે $t = 0$ સમયે માધ્યમ 2માં ગૌણ તરંગોનું ઉત્સર્જન શરૂ કરે છે.



આકૃતિ 4.5 તરંગ-અગ્રનું વક્રીભવન

હવે, ધારો કે માધ્યમ-2માં પ્રકાશ તરંગની ઝડપ v_2 હોય તો બિંદુ Pમાંથી ઉત્સર્જિત ગૌણ તરંગ, માધ્યમ 2માંથી $t = t$ સમયે v_2t જેટલું અંતર કાપશે. આકૃતિમાં તેને અનુરૂપ તરંગ-અગ્ર ત્રૂટક રેખા વડે દર્શાવેલ છે. વળી, આપણે ધારી શકીએ કે $t = t$ જેટલા સમયગાળામાં Q બિંદુમાંથી ઉત્પન્ન તરંગ-અગ્ર v_1t જેટલું અંતર કાપીને આંતરપૃષ્ઠને બિંદુ R આગળ સ્પર્શે છે. અહીં, v_1 એ માધ્યમ-1માં પ્રકાશની ઝડપ છે. હાઇગેન્સના સિદ્ધાંત અનુસાર, $t = t$ સમયે માધ્યમ-2માં નવું તરંગ-અગ્ર આવાં ગોળાકાર તરંગ-અગ્રો (આકૃતિ મુજબ SR)ને સ્પર્શતા સામાન્ય સ્પર્શકની મદદથી રચી શકાય છે.

આકૃતિની ભૂમિતિ પરથી, આપાતકોણ (એટલે કે, આપાત તરંગ-અગ્રે આંતરપૃષ્ઠ સાથે બનાવેલ કોણ) i અને વક્રીભૂતકોણ r છે.

વળી, PS $= v_2t$, QR $= v_1t$

ΔPQRમાં, $\sin i = \frac{QR}{PR} = \frac{v_1t}{PR}$

અને ΔPSRમાં $\sin r = \frac{PS}{PR} = \frac{v_2 t}{PR}$

$$\therefore \frac{\sin i}{\sin r} = \frac{v_1 t}{v_2 t} = \frac{v_1}{v_2} \quad (4.4.1)$$

પણ, $\frac{v_1}{v_2} = n_{21} = \frac{n_2}{n_1}$ હોવાથી,

$$\therefore \frac{\sin i}{\sin r} = \frac{n_2}{n_1} \quad (4.4.2)$$

અથવા

$$n_1 \sin i = n_2 \sin r \quad (4.4.3)$$

સમીકરણ (4.4.2) અથવા (4.4.3) એ વક્રીભવન માટે સ્નેલનો નિયમ છે.

4.5 વ્યતિકરણ (Interference)

માધ્યમ (બિનયાંત્રિક તરંગોના કિસ્સામાં, અવકાશ)ના કોઈ એક બિંદુ આગળ ઉત્પન્ન કરેલ વિક્ષોભ જેમ પ્રસરણ પામે તેમ તેની અસર હેઠળ આવતા કણો (બિનયાંત્રિક તરંગોના કિસ્સામાં, બિંદુઓ) વિક્ષોભના પ્રકારને આધારે દોલન કરે છે. હવે, જો કણ એ એક કરતાં વધારે તરંગોની અસર હેઠળ આવે તો તેનું સ્થાનાંતર કેટલું થશે? કેવા પ્રકારની સ્થિતિનું નિર્માણ થશે? આવા પ્રશ્નોના જવાબ આપવા માટે આપણે સૌપ્રથમ સંપાતીકરણના સિદ્ધાંતનો અભ્યાસ કરીશું.

સંપાતપણાનો સિદ્ધાંત (Principle of Superposition) : “જ્યારે માધ્યમનો કોઈ એક કણ એકીસાથે બે કે બેથી વધારે તરંગોની અસર હેઠળ આવે છે, એટલે કે કોઈ કણ પાસે બે કે બે કરતાં વધારે તરંગો સંપાત થાય છે, ત્યારે સંપાતપણાના સિદ્ધાંત અનુસાર તે કણનું સ્થાનાંતર તે દરેક તરંગ વડે ઉદ્ભવતાં સ્વતંત્ર સ્થાનાંતરોના સદિશ સરવાળા જેટલું હોય છે.”

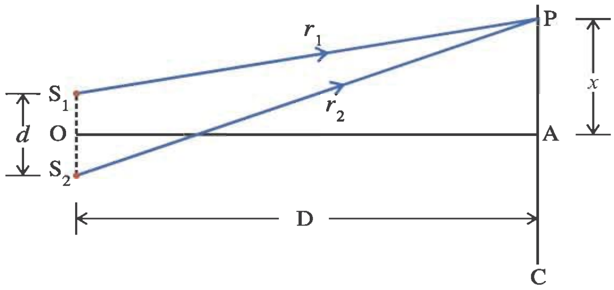
ઉદાહરણ તરીકે, જો સંપાત થતાં બે તરંગો પૈકી એકને લીધે કોઈ ક્ષણે ઊર્ધ્વ દિશામાં કણનું સ્થાનાંતર 1 cm અને બીજાને લીધે તે જ દિશામાં સ્થાનાંતર 3 cm હોય, તો પરિણામી સ્થાનાંતર 1 + 3 = 4 cm થાય, પરંતુ બીજા તરંગને લીધે થતું સ્થાનાંતર અધોદિશામાં 2 cm હોય, તો તે બિંદુએ પરિણામી સ્થાનાંતર 1 + (–2) = –1 cm જેટલું અધોદિશામાં થાય.

આમ, સંપાતીકરણનો સિદ્ધાંત એક કરતાં વધારે તરંગોના સંપાતીકરણને કારણે ઉત્પન્ન થતી પરિસ્થિતિને વર્ણવે છે.

“બે કે બે કરતાં વધારે તરંગોના સંપાતીકરણને લીધે ઉદ્ભવતી ભૌતિક અસરને વ્યતિકરણ કહે છે.”

4.5 (a) બે તરંગોના કારણે ઉદ્ભવતું વ્યતિકરણ (Interference Due to two Waves) : ધારો કે બે બિંદુવત્ ઉદ્ગમો S_1 અને S_2 જેમની પ્રારંભિક કળા ϕ_1 અને ϕ_2 હોય તેવા બે હાર્મોનિક તરંગોનું ઉત્સર્જન કરે છે. આકૃતિ 4.6માં દર્શાવ્યા મુજબ તેઓ એકસાથે (અર્થાત્ એક જ સમયે) બિંદુ P પર સંપાત થાય છે.

આપણે અગાઉના પ્રકરણમાં ભણી ગયા છીએ કે વિદ્યુતચુંબકીય તરંગને વિદ્યુત અને ચુંબકીય ક્ષેત્ર સદિશોનાં દોલનોની મદદથી રજૂ કરવામાં આવે છે, પરંતુ પ્રકાશની અસર (અર્થાત્, દૃષ્ટિ) ફક્ત વિદ્યુતક્ષેત્ર દ્વારા જ ઉદ્ભવતી હોવાથી, પ્રસ્તુત કિસ્સામાં S_1 અને S_2 ઉદ્ગમો દ્વારા ઉદ્ભવતા પ્રકાશતરંગોને વિદ્યુતક્ષેત્ર ($\vec{e}$)ના પદમાં જ લખીશું.



આકૃતિ 4.6 તરંગોનું સંપાતીકરણ

ઉદ્ગમ S_1 દ્વારા,

$$\vec{e_1} = \vec{E_1}\sin(\omega_1 t - k_1 r_1 + \phi_1) \quad (4.5.1)$$

અને ઉદ્‌ગમ S_2 દ્વારા,

$$\vec{e_2} = \vec{E_2}\sin(\omega_2 t - k_2 r_2 + \phi_2) \quad (4.5.2)$$

અહીં, $\vec{E_1}$ અને $\vec{E_2}$ વિદ્યુતક્ષેત્રોના કંપવિસ્તાર, ω_1 અને ω_2 એ તરંગોની કોણીય આવૃત્તિઓ અને k_1 અને k_2 તરંગ-સદિશો રજૂ કરે છે. sine વિધેયની અંદર આવેલાં પદો બે તરંગોની કળા દર્શાવે છે.

ધારો કે, $\omega_1 t - k_1 r_1 + \phi_1 = \delta_1 \quad (4.5.3)$

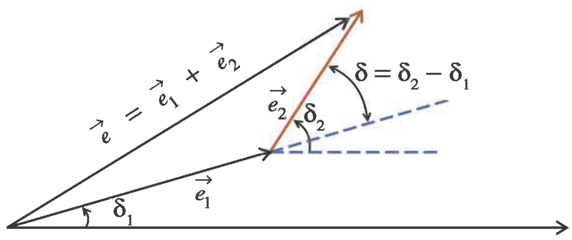
અને, $\omega_2 t - k_2 r_2 + \phi_2 = \delta_2 \quad (4.5.4)$

તેથી, $\vec{e_1} = \vec{E_1}\sin\delta_1 \quad (4.5.5)$

અને $\vec{e_2} = \vec{E_2}\sin\delta_2 \quad (4.5.6)$

હવે, સંપાતીકરણના સિદ્ધાંત અનુસાર, બિંદુ P આગળ પરિણામી સ્થાનાંતર,

$$\vec{e} = \vec{e_1} + \vec{e_2} \quad (4.5.7)$$



આકૃતિ 4.7 ફેઝર ડાયાગ્રામ

સમીકરણ (4.5.7)માં દર્શાવેલ સરવાળો મેળવવા, આપણે ફેઝર (Phasor)નો ઉપયોગ કરીશું (જુઓ આકૃતિ 4.7).

$$\therefore e^2 = e_1^2 + e_2^2 + 2\vec{e_1}\,\vec{e_2}$$

$$\therefore E^2 = E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2\cos(\delta_2 - \delta_1) \quad (4.5.8)$$

જ્યાં, $\delta_2 - \delta_1 = \delta$ = બે સદિશો $\vec{e_1}$ અને $\vec{e_2}$ વચ્ચેનો કોણ, અને E એ પરિણામી કંપવિસ્તાર છે.

પરંતુ, પ્રકાશની સરેરાશ તીવ્રતા કંપવિસ્તારના વર્ગના સમપ્રમાણમાં, અર્થાત્ તીવ્રતા $I \propto E^2$ હોય છે.

આમ, સમીકરણ (4.5.8) પરથી,

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\,\langle\cos(\delta_2 - \delta_1)\rangle \quad (4.5.9)$$

સમીકરણ (4.5.9) માં, I_1 અને I_2 દરેક તરંગની સરેરાશ તીવ્રતા છે. જે સમયથી સ્વતંત્ર છે. ઉપર્યુક્ત સમીકરણમાં છેલ્લા પદને વ્યતિકરણ પદ (Inferference Term) કહે છે કે જે સમય પર આધારિત છે.

હવે, $\langle\cos(\delta_2 - \delta_1)\rangle = \frac{1}{T}\int_{t=0}^{t=T}\cos(\delta_2 - \delta_1)dt$

$$= \frac{1}{T}\int_0^T \cos\{(\omega_2 t - \omega_1 t) + (k_1 r_1 - k_2 r_2) + (\phi_2 - \phi_1)\}dt \quad (4.5.10)$$

અહીં, T વિદ્યુતક્ષેત્રનાં દોલનોનો આવર્તકાળ છે.

કિસ્સો : I અસુસંબદ્ધ ઉદ્‌ગમો (Non-Coherent Sources) : ધારો કે, બંને તરંગોની કોણીય આવૃત્તિઓ જુદી-જુદી છે. એટલે કે, $\omega_1 \neq \omega_2$. આ કિસ્સામાં, બંને તરંગો વચ્ચેનો કળા-તફાવત $\delta = (\delta_2 - \delta_1)$ એ સમયનું વિધેય, અર્થાત્ $\delta(t)$ હશે. હવે, સમીકરણ (4.5.10) નીચે મુજબ લખાશે.

$$\langle\cos(\delta_2 - \delta_1)\rangle = \frac{1}{T}\int_0^T \cos(\delta(t))\,dt \tag{4.5.11}$$

પરંતુ, એક પૂર્ણ આવર્તકાળ જેટલા સમય માટે sine અને cosine વિધેયનું સંકલન શૂન્ય થાય છે. આમ, આ સંજોગોમાં સમીકરણ (4.5.9)નું છેલ્લું પદ શૂન્ય થશે, અને એકબીજા પર સંપાત થતા બંને તરંગોને કારણે બિંદુ P આગળ $I_1 + I_2$ જેટલી સરેરાશ તીવ્રતા મળશે.

જુદી-જુદી આવૃત્તિઓ (એટલે કે, $\omega_1 \neq \omega_2$)વાળાં પ્રકાશ-તરંગો ઉત્પન્ન કરતા ઉદ્‌ગમોને **અસુસમ્બદ્ધ ઉદ્‌ગમો** કહે છે.

કિસ્સો : 2 સુસમ્બદ્ધ ઉદ્‌ગમો (Coherent Sources) : ધારો કે બંને તરંગોની કોણીય આવૃત્તિઓ સમાન છે, એટલે કે $\omega_1 = \omega_2$.

હવે બંને તરંગોની આવૃત્તિઓ સમાન હોવાથી તેઓ એવી જ રીતે દોલન કરશે કે જેથી તેમની પ્રારંભિક કળાનો તફાવત $\phi_2 - \phi_1$ અચળ રહે (અથવા તેનું મૂલ્ય શૂન્ય ગોઠવી શકાય). પ્રકાશના એવા ઉદ્‌ગમો કે જેમની કોણીય આવૃત્તિઓ સમાન હોય, અને પ્રારંભિક કળા તફાવત અચળ રહેતો હોય તો તેવા ઉદ્‌ગમોને **સુસમ્બદ્ધ ઉદ્‌ગમો** કહે છે. અત્રે આપણે $\phi_2 = \phi_1$ લઈશું. વળી, બંને તરંગો એક જ માધ્યમમાં ગતિ કરતાં હોવાથી, તેમની ઝડપો પણ સમાન રહેશે. તેથી સમીકરણ, $v = f\lambda = \frac{\omega}{k}$ની મદદથી $k_1 = k_2 = k$ થશે. ($\because \omega_1 = \omega_2$) આમ, સમીકરણ (4.5.10),

$$\langle\cos(\delta_2 - \delta_1)\rangle = \frac{1}{T}\int_0^T \cos\{k(r_1 - r_2)\}\,dt$$

$$= \frac{1}{T}\cos\{k(r_2 - r_1)\}\int_0^T dt \qquad (\because \cos(-\theta) = \cos\theta)$$

$$= \cos\{k(r_2 - r_1)\} \tag{4.5.12}$$

સમીકરણ (4.5.12)ની કિંમત સમીકરણ (4.5.9)માં મૂકતાં, અને બંને તરંગોની તીવ્રતા સમાન, એટલે કે $I_1 = I_2 = I'$ ધારતાં,

$$I = I' + I' + 2\sqrt{I'I'}\cos k(r_2 - r_1)$$

$$= 2I'\{1 + \cos k(r_2 - r_1)\}$$

$$= 4I'\cos^2\left\{\frac{k(r_2 - r_1)}{2}\right\} \qquad \left[\because (1 + \cos\theta) = 2\cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right)\right]$$

$$I = I_0\cos^2\left\{\frac{k(r_2 - r_1)}{2}\right\} \tag{4.5.13}$$

અત્રે, $k(r_2 - r_1)$ને સંપાતીકરણ અનુભવતા તરંગોનો કળા-તફાવત કહે છે.

ખાસ કિસ્સાઓ :

કિસ્સો : I જ્યારે, $\frac{k(r_2 - r_1)}{2} = n\pi$ અથવા $k(r_2 - r_1) = 2n\pi$ (4.5.14)

જ્યાં $= n = 0, 1, 2, \ldots\ldots$ ત્યારે તીવ્રતા,

$I = I_0 =$ મહત્તમ ($\because \cos^2 n\pi = 1$) થશે.

"જો સંપાતીકરણ અનુભવતા તરંગોનો કળા-તફાવત $2n\pi$ ($n = 0, 1, 2, ...$) હોય તો, સંપાતીકરણબિંદુ આગળ તીવ્રતા મહત્તમ મળે છે. આ પ્રકારના વ્યતિકરણને સહાયક વ્યતિકરણ (Constructive Interference) કહે છે."

સમીકરણ (4.5.14)માં $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ મૂકતાં,

$$\frac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1) = 2n\pi$$

$\therefore$ પથતફાવત, $(r_2 - r_1) = n\lambda$. જ્યાં, $n = 0, 1, 2, 3, ...$ (4.5.15)

"જો સંપાતીકરણ અનુભવતાં તરંગો વચ્ચે પથ-તફાવત $n\lambda$ ($n = 0, 1, 2, ...$) હોય તો, સંપાતીકરણબિંદુ આગળ તીવ્રતા મહત્તમ થશે. આ પ્રકારના વ્યતિકરણને સહાયક વ્યતિકરણ કહે છે."

કિસ્સો : II જ્યારે $\frac{k(r_2 - r_1)}{2} = (2n - 1)\frac{\pi}{2}$ અથવા $k(r_1 - r_2) = (2n - 1)\pi$ (4.5.16)

જ્યાં, $n = 1, 2, 3, ...$

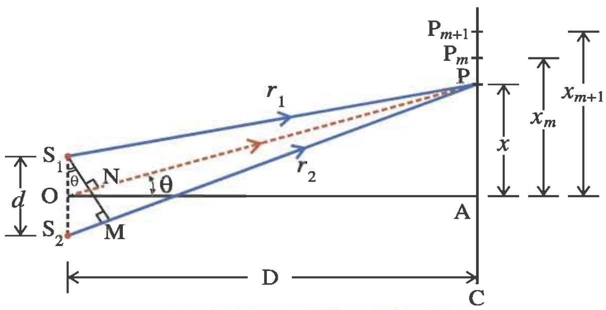
ત્યારે તીવ્રતા, $I = 0 =$ લઘુતમ થશે. $\left(\because \cos\left(\frac{(2n-1)\pi}{2}\right) = 0\right)$

"જો સંપાતીકરણ અનુભવતા તરંગો વચ્ચે કળા-તફાવત $(2n - 1)\pi$, ($n = 1, 2, 3, ...$) હોય તો, સંપાતીકરણ બિંદુ આગળ તીવ્રતા ન્યૂનતમ થશે. આ પ્રકારના વ્યતિકરણને વિનાશક વ્યતિકરણ (Destructive Interference) કહે છે. તેને અનુરૂપ પથ તફાવત $(r_2 - r_1) = (2n - 1)\frac{\lambda}{2}$ થશે." (4.5.17)

જ્યાં, $n = 1, 2, ...$

"જો સંપાતીકરણ અનુભવતા તરંગો વચ્ચે પથ-તફાવત $(2n - 1)\frac{\lambda}{2}$ (કે જ્યાં $n = 1, 2, ...$) હોય તો સંપાતીકરણ બિંદુ આગળ તીવ્રતા ન્યૂનતમ થશે. આ પ્રકારના વ્યતિકરણને વિનાશક વ્યતિકરણ કહે છે."

4.5 (b) તીવ્રતાની વહેંચણી (Intensity Distribution) : સૈદ્ધાંતિક રીતે, સમીકરણ (4.5.13)નો ઉપયોગ કરીને જુદાં-જુદાં બિંદુઓ P, P_m, P_{m+1} વગેરે આગળ તીવ્રતાની વહેંચણી શોધી શકાય (જુઓ આકૃતિ 4.8).



આકૃતિ 4.8 તરંગોનું વ્યતિકરણ

પરંતુ, વાસ્તવમાં સીધે સીધો પથ-તફાવત $(r_2 - r_1)$ શોધવો ખૂબ જ મુશ્કેલ છે. તેથી, સમીકરણ (4.5.13) ને સૌપ્રથમ આપણે એવા સ્વરૂપમાં ફેરવવું પડશે કે જેથી પ્રાયોગિક રીતે પથ-તફાવત શોધી શકાય. આકૃતિ 4.8માં દર્શાવ્યા પ્રમાણે ધારો કે પડદા પરનું બિંદુ A એ S_1S_2નાં લંબદ્વિભાજક પર આવેલું છે.

વળી, ધારો કે $S_1S_2 = d$, OA = D, બિંદુ Pનું Aથી સ્થાન, AP = x અને $\angle AOP = \theta$. પથ-તફાવત માપવા માટે, S_1માંથી S_2P પર S_1M લંબ દોરો. આકૃતિની ભૂમિતિ પરથી, પથ-તફાવત,

$r_2 - r_1 = S_2P - S_1P = S_2M$ (4.5.18)

વાસ્તવિક પ્રયોગમાં, S_1S_2 એ 0.1 mmના ક્રમનું અને અંતર D મીટરના ક્રમનું હોય છે. તેથી, S_1S_2ની નજીક S_2M ખંડને ONને સમાંતર ગણી શકાય. વળી, $\angle S_1NO = 90°$ છે.

$\therefore\ \angle POA = \angle S_2S_1M = \theta$ અને $\sin\theta = \dfrac{S_2M}{S_1S_2}$

$\therefore\ S_2M = S_1S_2\sin\theta = d\sin\theta$

સમીકરણ (4.5.18)ની મદદથી,

પથ-તફાવત $r_2 - r_1 = d\sin\theta$ (4.5.19)

S_1 અને S_2 એકબીજાથી ખૂબ નજીક હોવાથી, θ (rad માં) ખૂબ જ નાનો થશે.

$\therefore\ \sin\theta \approx \theta \approx \tan\theta$

$\therefore\ (r_2 - r_1) = d\tan\theta$ (4.5.20)

ΔPOA પરથી, $\tan\theta = \dfrac{PA}{OA} = \dfrac{x}{D}$

$\therefore\ (r_2 - r_1) = \dfrac{xd}{D}$ (4.5.21)

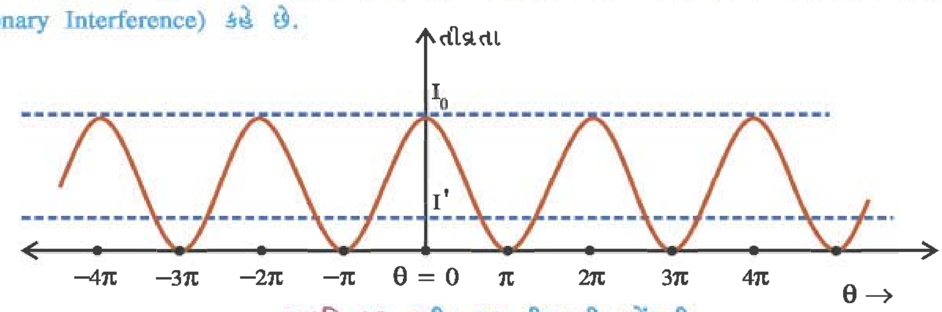
સમીકરણો (4.5.20)માં મૂકતાં, આપણને બિંદુ P આગળની તીવ્રતા માટેનું સૂત્ર મેળવી શકાય.

$$I_P = I_0\cos^2\left\{\frac{kd\tan\theta}{2}\right\} \quad (4.5.22)$$

અને

$$I_P = I_0\cos^2\left\{\frac{kxd}{2D}\right\} \quad (4.5.23)$$

આ સમીકરણની મદદથી θ કોણ ધરાવતા અથવા બિંદુ A થી x અંતરે આવેલા અથવા કોઈ પણ બિંદુ આગળ તીવ્રતા શોધી શકાય, કે જે આકૃતિ 4.9માં દર્શાવેલ છે. સમીકરણ (4.5.22) અથવા (4.5.23) પરથી કહી શકાય કે કોઈ પણ બિંદુ આગળ તીવ્રતા સમય પર આધારિત નથી. આ પ્રકારના વ્યતિકરણને સ્થિત-વ્યતિકરણ (Stationary Interference) કહે છે.



આકૃતિ 4.9 સ્ક્રીન પર તીવ્રતાની વહેંચણી

$\omega_1 \neq \omega_2$ના કિસ્સા માટે, તરંગો જુદી-જુદી આવૃત્તિઓ સાથે દોલન કરતાં હશે. તેથી, તેમની વચ્ચે કળા-તફાવત સતત રીતે બદલાતો રહે છે. આમ, આપેલ બિંદુ આગળ વ્યતિકરણ તીવ્રતા અચળ રહેશે નહીં, અને તે બંને તરંગોની સરેરાશ તીવ્રતાના સરવાળા બરાબર હોય છે. ઉદાહરણ તરીકે, સાદા ઇલેક્ટ્રિક બલ્બના કિસ્સામાં ઇલેક્ટ્રૉન્સ ફિલામેન્ટમાં અસ્તવ્યસ્ત સંક્રાંતિઓ થકી જુદી-જુદી આવૃત્તિઓવાળાં તરંગો ઉત્પન્ન કરે છે અને તેથી, સાદા ઇલેક્ટ્રિક બલ્બની મદદથી સ્થિત વ્યતિકરણ મેળવી શકાય નહીં. આમ, સ્થિત વ્યતિકરણ માટે જરૂરી સુસમ્બદ્ધ ઉદ્‌ગમો મેળવવા ખાસ પદ્ધતિઓની જરૂર પડશે. આ પદ્ધતિઓને બે સમૂહમાં વહેંચણી શકાય : (i) તરંગ-અગ્રના વિભાજનથી અને (ii) કંપવિસ્તારના વિભાજનથી. પ્રથમ પ્રકારની પદ્ધતિઓમાં ફક્ત પાતળા ઉદ્‌ગમની જરૂર પડે છે, જ્યારે બીજા પ્રકારની પદ્ધતિમાં વિસ્તૃત ઉદ્‌ગમની જરૂર પડે છે. આપણે તરંગ-અગ્રના વિભાજનની મદદથી મેળવેલ સુસમ્બદ્ધ ઉદ્‌ગમ મેળવવાની યંગે સૂચવેલ એક રીતનો જ અભ્યાસ કરીશું.

સહાયક વ્યતિકરણ માટે, બે તરંગોના સંપાતીકરણને કારણે મળતી મહત્તમ તીવ્રતા નીચે મુજબ લખી શકાય.

$$I = I_0 = 4I'$$

$$= 2^2I'$$

જ્યાં $I' = I_1 = I_2$ એ સ્વતંત્ર તરંગોની તીવ્રતા છે. આ સમીકરણ N ઉદ્‌ગમો (તરંગો)ના પ્રયોગના કિસ્સામાં મળતા સમીકરણ $I = N^2I$ના ખાસ કિસ્સા તરીકે ગણી શકાય.

બે ક્રમિક પ્રકાશિત શલાકાઓ વચ્ચેનું અંતર : આકૃતિ 4.8માં દર્શાવ્યા અનુસાર, બિંદુઓ P_m અને P_{m+1} આગળ અનુક્રમે mમી અને (m + 1)મી પ્રકાશિત શલાકા રચાય છે. પથ-તફાવતના સમીકરણ, $r_2 - r_1 = \frac{xd}{D}$ પરથી, બિંદુ P_m આગળ પથ-તફાવત,

$$\frac{x_m d}{D} = m\lambda \tag{4.5.24}$$

તે જ રીતે, P_{m+1} આગળ પથ-તફાવત,

$$\frac{x_{m+1} d}{D} = (m + 1)\lambda \tag{4.5.25}$$

$\therefore$ આ બે ક્રમિક પ્રકાશિત શલાકાઓ વચ્ચેનું અંતર,

$$(x_{m+1} - x_m)\frac{d}{D} = \{(m + 1) - m\}\lambda = \lambda \tag{4.5.26}$$

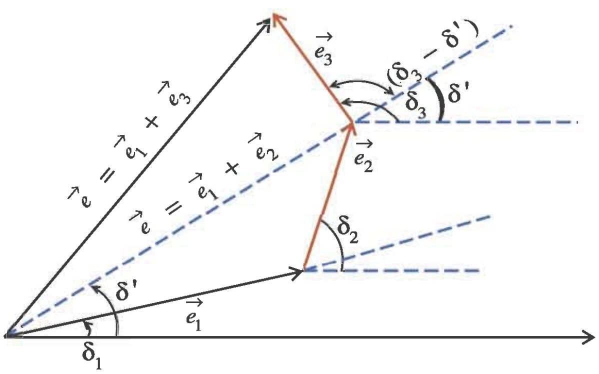
$x_{m+1} - x_m = \bar{x}$ તરીકે લખતાં,

$$\bar{x} = \frac{\lambda D}{d} \tag{4.5.27}$$

આ જ રીતે આપણે એવું સાબિત કરી શકીએ કે બે ક્રમિક અપ્રકાશિત શલાકાઓ વચ્ચેનું અંતર પણ આટલું જ, એટલે કે $\bar{x}$ રહેશે.

વળી, સમીકરણ (4.5.27) પરથી જોઈ શકાય છે કે બે ક્રમિક પ્રકાશિત કે અપ્રકાશિત શલાકા વચ્ચેનું અંતર શલાકાના ક્રમ પર આધારિત નથી. એટલે કે, બધી જ શલાકાઓ સરખી પહોળાઈની હશે. સમીકરણ (4.5.22) અને (4.5.23) પરથી એ પણ સ્પષ્ટ છે કે બધી જ પ્રકાશિત શલાકાઓની તેજસ્વીતા પણ સમાન હશે.

ઉદાહરણ 1 : ફેઝરની રીતની મદદથી સાબિત કરો કે સુસમ્બદ્ધ, ઉદ્‌ગમોથી ઉત્પન્ન ત્રણ સમાન તીવ્રતા ધરાવતાં તરંગોથી મળતા સહાયક વ્યતિકરણની મહત્તમ તીવ્રતા નીચેના સૂત્ર વડે આપવામાં આવે છે. $I = 3^2I'$ અહીં, I' એ સ્વતંત્ર તરંગોની તીવ્રતા છે.



ઉકેલ : આકૃતિમાં દર્શાવ્યા અનુસાર, પ્રથમ આપણે બે સદિશો $\vec{e_1}$ અને $\vec{e_2}$નો સરવાળો કરીશું, અને ત્યાર બાદ તેમના સરવાળામાં $\vec{e_3}$ ઉમેરીશું. સુસમ્બદ્ધ ઉદ્‌ગમો માટે સમીકરણ (4.5.12)ની મદદથી, $\vec{e_1}$ અને $\vec{e_2}$ની પરિણામી તીવ્રતા,

$$I_1' = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos(\delta_1 - \delta_2) \quad (1)$$

$$I = I_1' + I_3 + 2\sqrt{I'I_3}\cos(\delta' - \delta_3) \qquad (2)$$

પણ સહાયક વ્યતિકરણ માટે, કળા-તફાવત હંમેશાં $2n\pi$ના પૂર્ણગુણાંકમાં જ હોય. તેથી, બધા જ $\cos\delta$ જેવાં પદોનું મૂલ્ય 1 થશે.

$$I = I_1 + I_2 + I_3 + 2\sqrt{I_1 I_2} + 2\sqrt{(I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2})I_3}$$

પણ, $I_1 = I_2 = I_3 = I'$ (આપેલ છે.)

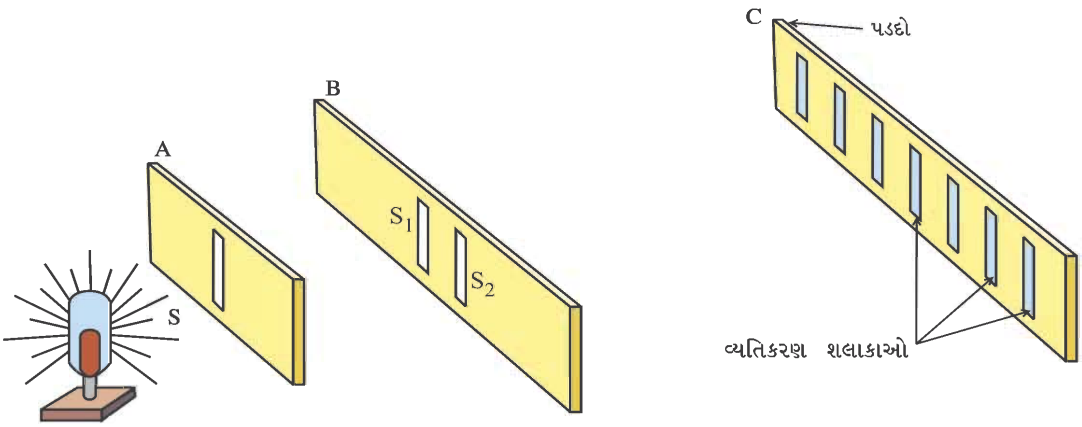
$$\therefore\ I = I' + I' + I' + 2\sqrt{I'I'} + 2\sqrt{I'I' + I'I' + (2\sqrt{I'I'})\,I'}$$

$$= 5\,I' + 2 \times 2\,I' = 9\,I'$$

$$\therefore\ I = 3^2\,I'$$

4.5 (c) યંગનો બે સ્લિટનો પ્રયોગ (Young's Double Slit Experiment) : 1665માં ગ્રીમાલ્ડી (Grimaldi)એ સૂર્યપ્રકાશ અને નાનાં છિદ્રોની મદદથી પડદા પર અંધારા રૂમમાં વ્યતિકરણ મેળવવાનો પ્રયોગ કર્યો હતો. કમનસીબે, તે ફક્ત સરેરાશ તીવ્રતા જ જોઈ શક્યો. ઉપર જણાવ્યું તેમ હવે તેનું કારણ સ્પષ્ટ છે.

પાછળથી, 1801માં બ્રિટિશ તબીબ થોમસ યંગે તરંગ-અગ્રોના વિભાજનથી સુસમ્બદ્ધ ઉદ્‌ગમો મેળવવાની ચોક્કસ ગોઠવણ કરી. તેના પ્રયોગની ગોઠવણી આકૃતિ 4.10માં દર્શાવેલ છે.



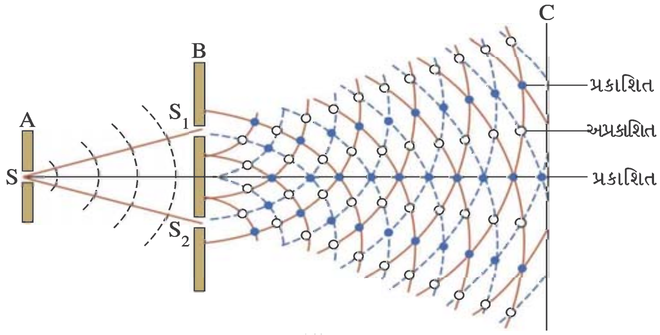
આકૃતિ 4.10 યંગનો બે સ્લિટનો પ્રયોગ

એક રંગી પ્રકાશ-ઉદ્‌ગમ નળાકારીય તરંગો ઉત્પન્ન કરે છે, જેને નજીક રાખેલી પડદા A પરની સ્લિટ S દ્વારા કેન્દ્રિત કરવામાં આવે છે. આમ, આ સ્લિટ પ્રકાશના ગૌણ ઉદ્‌ગમ તરીકે વર્તશે અને સ્ક્રીન B તરફ નળાકારીય તરંગોનું ઉત્સર્જન કરશે. બે સ્લિટ S_1 અને S_2 સ્ક્રીન B પર એવી રીતે રાખવામાં આવે છે કે જેથી $SS_1 = SS_2$ થાય. વળી, S_1 અને S_2 વચ્ચેનું અંતર ખૂબ જ ઓછું, લગભગ મિલિમીટરના ક્રમનું રાખવામાં આવે છે. હવે, S_1 અને S_2, સ્લિટ Sથી સમાન અંતરે આવેલી હોવાથી તેમના પર આપેલ સમયે ફક્ત એક જ તરંગ-અગ્ર સંપાત થશે.

હાઇગેન્સના સિદ્ધાંત મુજબ, તરંગ-અગ્ર પર આવેલાં તમામ બિંદુઓ સમાન કળામાં દોલન કરશે. આમ, S_1 અને S_2 સુસમ્બદ્ધ ઉદ્‌ગમો તરીકે વર્તશે.

S_1 અને S_2માંથી ઉત્પન્ન આવાં નળાકારીય તરંગો સ્ક્રિન C પર સંપાત થઈને સ્થિત-વ્યતિકરણ રચશે.

આકૃતિ 4.11માં સ્લિટ અને નળાકાર તરંગ-અગ્રોના પુસ્તકના પાન સાથેના આડછેદ દર્શાવ્યા છે.



આકૃતિ 4.11 નળાકારીય તરંગ-અગ્રોને કારણે મળતી વ્યતિકરણભાત (ફક્ત જાણકારી માટે)

અત્રે જે બિંદુઓએ સહાયક વ્યતિકરણ રચાય છે, તેને ઘાટાં ટપકાં વડે અને વિનાશક વ્યતિકરણવાળાં બિંદુઓને નાનાં વર્તુળો વડે દર્શાવવામાં આવેલ છે.

આકૃતિ 4.10માં, ગૌણ ઉદ્‌ગમો S_1 અને S_2 રેખીય હોવાને કારણે, પડદા C પર પ્રકાશિત અને અપ્રકાશિત શલાકા (Fringes) ઓ જોવા મળે છે.

એ નોંધવું જોઈએ કે યંગે તેના ઐતિહાસિક પ્રયોગમાં સ્લિટને બદલે છિદ્રનો અને એકરંગી પ્રકાશને બદલે શ્વેત પ્રકાશનો ઉપયોગ કર્યો હતો.

ઉદાહરણ 2 : બે સુસંબદ્ધ ઉદ્‌ગમોમાંથી ઉત્સર્જાતા પ્રકાશની તીવ્રતાનો ગુણોત્તર α છે. તેમના વડે રચાતી વ્યતિકરણભાત માટે સાબિત કરો કે,

$$\frac{I_{max}+I_{min}}{I_{max}-I_{min}} = \frac{1 + \alpha}{2\sqrt{\alpha}}$$ થાય. જ્યાં,

I_{max} = પ્રકાશિત શલાકાની તીવ્રતા અને

I_{min} = અપ્રકાશિત શલાકાની તીવ્રતા છે.

ઉકેલ : બે તરંગો માટે તેમની તીવ્રતાનો ગુણોત્તર

$$\frac{I_1}{I_2} = \alpha$$ (આપેલ છે.)

પણ, આપણે જાણીએ છીએ કે $I \propto A^2$ (જ્યાં, A એ કંપવિસ્તાર)

$$\therefore \frac{I_1}{I_2} = \frac{A_1^2}{A_2^2} = \alpha$$

$$\therefore \frac{A_1}{A_2} = \frac{\sqrt{\alpha}}{1}$$

$$\therefore \frac{A_1+A_2}{A_1-A_2} = \frac{A_{max}}{A_{min}} = \frac{\sqrt{\alpha}+1}{\sqrt{\alpha}-1}$$

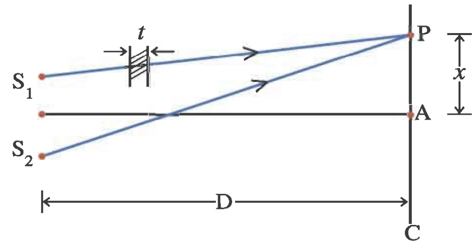
$$\therefore \frac{I_{max}}{I_{min}} = \frac{A_{max}^2}{A_{min}^2} = \frac{(1+\sqrt{\alpha})^2}{(\sqrt{\alpha}-1)^2} = \frac{(1+2\sqrt{\alpha}+\alpha)}{(1-2\sqrt{\alpha}+\alpha)}$$

$$\therefore \frac{I_{max}+I_{min}}{I_{max}-I_{min}} = \frac{(1+2\sqrt{\alpha}+\alpha)+(1-2\sqrt{\alpha}+\alpha)}{(1+2\sqrt{\alpha}+\alpha)-(1-2\sqrt{\alpha}+\alpha)}$$

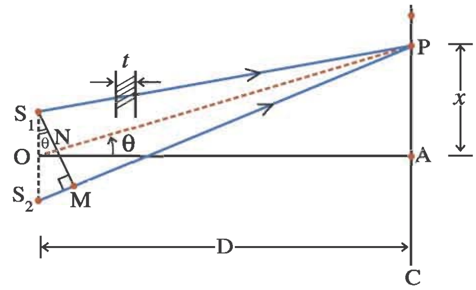
$$= \frac{\alpha+1}{2\sqrt{\alpha}}$$

આપેલા પદના વ્યસ્તને એટલે કે $\frac{I_{max}-I_{min}}{I_{max}+I_{min}}$ ને **શલાકાની દૃશ્યતા (Visibility)** કહે છે.

ઉદાહરણ 3 : યંગના બે સ્લિટના પ્રયોગની મદદથી પાતળી પારદર્શક પતરી (Sheet)ની જાડાઈ નક્કી કરી શકાય છે. n વક્રીભવનાંક ધરાવતી અને t જેટલી જાડાઈ ધરાવતી પાતળી પારદર્શક Sheetની જાડાઈ શોધવા માટેની પ્રાયોગિક ગોઠવણ આકૃતિમાં દર્શાવેલ છે. ધારો કે, મધ્યસ્થ પ્રકાશિત શલાકા, કે જે Sheetની ગેરહાજરીમાં પડદા પરના A બિંદુ આગળ મળતી હતી, તે ખસીને બિંદુ P આગળ જોવા મળે છે, તો Sheetની જાડાઈ માટેનું સૂત્ર તારવો.



ઉકેલ : પાતળી sheetની ગેરહાજરીમાં S_1A અને S_2A વચ્ચેનો પથ-તફાવત શૂન્ય થશે. તેથી બિંદુ A આગળ મધ્યસ્થ પ્રકાશિત શલાકા મળે છે. હવે, S_1માંથી નીકળતા પ્રકાશ-તરંગના પથમાં પારદર્શક sheet દાખલ થતાં, આ પ્રકાશ-તરંગ તરફ શલાકાઓ સ્થાનાંતરીત થાય છે, જેને લેટરલ શિફ્ટ (Lateral Shift) x કહે છે.



હવે, બિંદુ P આગળ મધ્યસ્થ પ્રકાશિત શલાકા મળે છે. અર્થાત્, પથ-તફાવત $S_2P - S_1P = 0$ થશે.

$\therefore \{(S_2P - t) + t_{\text{માધ્યમ}}\} - S_1P = 0$

જ્યાં, $t_{\text{માધ્યમ}}$ = માધ્યમમાં પથલંબાઈ (પ્રકાશીય પથ) $= t\, n$

$\therefore S_2P - t + t\, n - S_1P = 0$

$\therefore$ પથ-તફાવત, $S_2P - S_1P = S_2M = (n - 1)t$ (1)

ΔS_1S_2M પરથી, $S_2M = d\sin\theta$ (2)

પણ બંને ઉદ્ગમો S_1 અને S_2 એકબીજાની નજીક ગોઠવેલા હોવાથી, θ (radમાં) ખૂબ જ નાનો થશે.

$\therefore \sin\theta \approx \theta \approx \tan\theta$

ΔOAP પરથી, $\tan\theta = \frac{x}{D}$ (3)

સમીકરણ (3)ને (2)માં મૂકતાં,

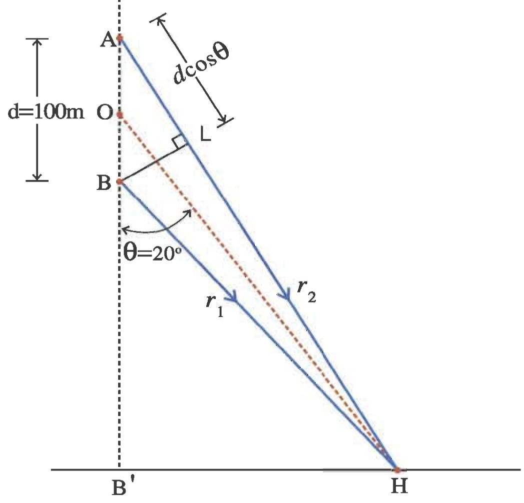
$S_2M = \frac{xd}{D}$

$\therefore$ સમીકરણ (4) અને (1) પરથી, $\frac{xd}{D} = (n - 1)t$

$\therefore$ જાડાઈ, $t = \frac{xd}{D(n - 1)}$

ઉદાહરણ 4 : બે રેડિયો-એન્ટેના A અને B 1100 kHz આવૃત્તિવાળા રેડિયો-તરંગોનું ઉત્સર્જન કરે છે. આ તરંગો આકૃતિમાં દર્શાવ્યા મુજબ H બિંદુ આગળ સંપાત થાય છે. જો બે એન્ટેના વચ્ચેનું અંતર 100 m હોય તેમજ તેમને જોડતી રેખાના મધ્યબિંદુને H સાથે જોડતી રેખા 20°નો કોણ રચતી હોય, તો H પાસે રેડિયો-તરંગોની પરિણામી તીવ્રતા, મહત્તમ તીવ્રતા (I_0)ના પદમાં મેળવો. BH = 20 km, $\cos 20^\circ = 0.9397$, $\cos 62^\circ = 0.4695$ લો.

ઉકેલ : અત્રે, એન્ટેના A અને B 1100×10^3 Hz આવૃત્તિવાળાં તરંગોનાં સુસંબદ્ધ ઉદ્ગમો તરીકે વર્તે છે. તેથી સમીકરણ,



$$I = I_0\cos^2\left\{\frac{k(r_2 - r_1)}{2}\right\} \text{ પરથી, જ્યાં}$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi f}{c}$$

$$= \frac{2\pi \times 1100 \times 10^3}{3 \times 10^8}$$

અને $(r_2 - r_1) = AL = d\cos\theta = 100 \times \cos 20^{\circ}$

$$= 100 \times 0.9397 \text{ m}$$

$$= 93.97 \text{ m}$$

$$\therefore I = I_0\cos^2\left\{\frac{2\pi 1100 \times 10^3 \times 93.77}{2 \times 3 \times 10^8}\right\}$$

$$\therefore I_0\cos^2\{\pi \times 0.3445\} = I_0\{\cos(62^{\circ})\}^2$$

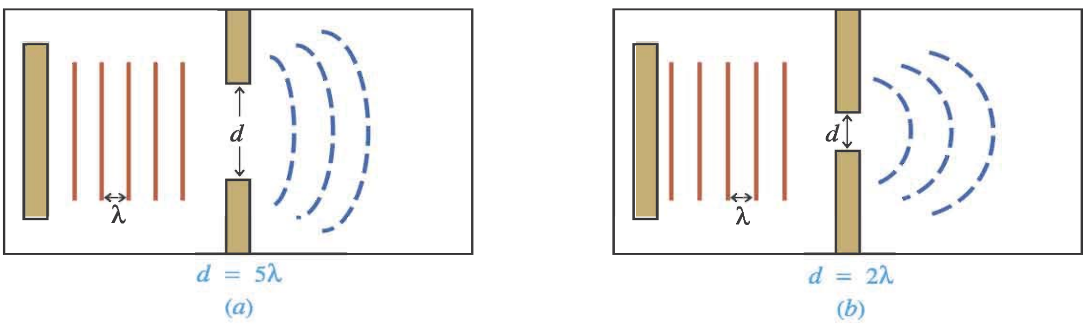
$$= I_0 \times (0.22)$$

$$\therefore \frac{I}{I_0} = 0.22$$

4.6 વિવર્તન (Diffraction)

જ્યારે તરંગોને કોઈ અડચણ નડે અથવા સ્લિટમાંથી પસાર થતી વખતે તેઓ ધાર આગળથી વાંકા વળે છે. તરંગોની આ વાંકા વળવાની ઘટનાને વિવર્તન (Diffraction) કહે છે. તેની શોધ ગ્રીમાલ્ડીએ કરી હતી. આ પ્રકાશકિરણના રેખીય પ્રસરણના વિચારથી તદ્દન વિપરીત હોવાથી આપણે ચોક્કસપણે કહી શકીએ કે કિરણ-પ્રકાશશાસ્ત્ર વિવર્તનની ઘટના સમજાવી શકે નહીં.

વિવર્તનની આ ઘટના સમજવા માટે રોજિંદા જીવનનો અનુભવ ધ્યાનમાં લો. આપણે જાણીએ છીએ કે પ્રકાશ અને ધ્વનિ-ઊર્જા તરંગસ્વરૂપમાં પ્રસરે છે. આપણે અનુભવ્યું છે કે ઓરડામાં ખુલ્લા દરવાજાની નજીક ઊભેલી વ્યક્તિને ઓરડાની દીવાલની બીજી બાજુ ઊભેલી વ્યક્તિનો અવાજ સંભળાય છે, પરંતુ તેને જોઈ શકાતી નથી. આનો મતલબ એ થયો કે ધ્વનિ-તરંગો દરવાજાની ધાર આગળથી વાંકા વળી વિવર્તનની ઘટના આપે છે, પણ પ્રકાશ-તરંગો વિવર્તન નથી અનુભવતા, તો સવાલ એ થાય કે શા માટે પ્રકાશ-તરંગોનું વિવર્તન થતું નથી ? આ દેખીતા વિરોધાભાસને સમજવા માટે આકૃતિ 4.12માં દર્શાવેલ રિપલ ટૅન્કનો પ્રયોગ ધ્યાનમાં લો.



આકૃતિ 4.12 વિવર્તન માટેનો રિપલ ટૅન્કનો પ્રયોગ

આ પ્રયોગમાં સીધા લાકડાની પટ્ટીને પાણીની સપાટી પર આવર્ત રીતે ટેપ (Tapping) કરીને રેખીય તરંગો મેળવી શકાય છે. તેની નજીક, મીણના બે બ્લૉકની મદદથી એક સ્લિટની રચના કરવામાં આવે છે. આ પ્રયોગમાં

સ્લિટની પહોળાઈ અને ઉત્પન્ન કરાતા તરંગોની તરંગલંબાઈને ચલ તરીકે લઈ શકાય છે. ધારો કે આવા નિયંત્રિત દોલનોને કારણે ઉત્પન્ન થતા તરંગોની તરંગલંબાઈ λ છે.

ધારો કે શરૂઆતમાં સ્લિટની પહોળાઈ (d)ને $d = 5\lambda$ જેટલી ગોઠવવામાં આવે છે. આ સંજોગોમાં, સ્લિટમાંથી બહાર નિર્ગમન પામતાં તરંગો લગભગ રેખીય મળે છે, (આકૃતિ 4.12(a) જુઓ). પણ જ્યારે સ્લિટની પહોળાઈ ઘટાડીને $d = 2\lambda$ જેટલી કરવામાં આવે છે, ત્યારે નિર્ગમન પામતાં તરંગોનું મોટા પ્રમાણમાં વિવર્તન થયેલું જોવા મળે છે, આકૃતિ 4.12(b).

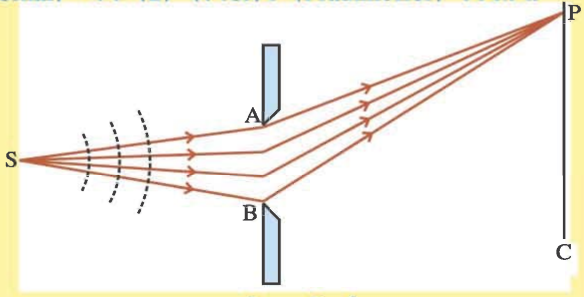
આ અવલોકનો દર્શાવે છે કે આપેલ તરંગલંબાઈ માટે, જેમ સ્લિટની પહોળાઈ ઓછી તેમ વિવર્તન વધારે. એવું પણ જોવા મળ્યું કે જો તરંગલંબાઈ અને સ્લિટની પહોળાઈ એવી રીતે બદલવામાં આવે કે જેથી કરીને $\frac{\lambda}{d}$ ગુણોત્તર અચળ રહે, તો તરંગોના વાંકા વળવાનું પ્રમાણ (= વિવર્તન) બદલાતું નથી. આમ, આપણે કહી શકીએ કે સ્લિટમાંથી થતું વિવર્તન $\frac{\lambda}{d}$ ગુણોત્તર પર આધાર રાખે છે. વળી, જેમ $\frac{\lambda}{d}$ ગુણોત્તર મોટો તેમ વિવર્તન વધારે.

રોજબરોજ જોવા મળતા કિસ્સામાં, ધ્વનિ-તરંગોની તરંગલંબાઈ લગભગ 1 mના ક્રમની હોય છે. દરવાજાની પહોળાઈ પણ લગભગ 1 m જેટલી હોવાથી $\frac{\lambda}{d}$ ગુણોત્તર લગભગ 1 જેટલો થાય છે, પરંતુ વિદ્યુતચુંબકીય વર્ણપટના દૃશ્યપ્રકાશની સરેરાશ તરંગલંબાઈ 6000 $\mathring{A}$, અર્થાત્ 6×10^{-7}m લેતાં, $\frac{\lambda}{d}$ ગુણોત્તર 10^{-7} ક્રમનો બનશે. આ ગુણોત્તર એટલો નાનો છે કે તેનાથી જોઈ શકાય તેવું વિવર્તન ઉત્પન્ન થશે નહીં. આમ, રોજિંદા જીવનમાં પ્રકાશ-તરંગોનું વિવર્તન અનુભવાતું નથી. પણ જો ખૂબ જ પાતળી સ્લિટનો ઉપયોગ કરવામાં આવે કે જે $\frac{\lambda}{d}$ ગુણોત્તર વધારે, તો પ્રકાશનું પણ વિવર્તન અવલોકી શકાય છે.

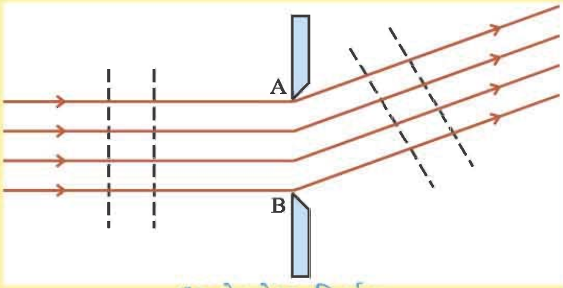
ઉપર્યુક્ત ચર્ચાને આધારે આપણે એ જાણી શક્યા કે આપેલ તરંગલંબાઈ માટે $\frac{\lambda}{d}$ ગુણોત્તર મોટો રાખવા માટે સ્લિટની પહોળાઈ નાની લેવી પડે. આ જરૂરિયાત સૂચવે છે કે હવે સ્લિટમાંથી સંપૂર્ણ તરંગ-અગ્ર પસાર થઈ શકશે નહીં. સ્લિટ તરંગ-અગ્રના ફક્ત મર્યાદિત ભાગને જ પસાર થવા દેશે. આમ, આપણે કહી શકીએ કે "વિવર્તન એટલે તરંગ-અગ્રના મર્યાદિત ભાગથી નીપજતી અસર."

વિવર્તનના પ્રકાર (ફક્ત જાણકારી માટે) : કયા પ્રકારનાં તરંગ-અગ્રો અડચણ વડે કપાય છે, તે હકીકતને આધારે વિવર્તનના બે પ્રકાર છે : (1) ફ્રેનલ (Fresnal) અને (2) ફ્રોનહોફર (Fraunhoffer) વિવર્તન.

જ્યારે પ્રકાશ ઉદ્‌ગમ S અને અડચણ (સ્લિટ) AB વચ્ચેનું અંતર તથા અડચણ AB અને પડદા C વચ્ચેનું અંતર પરિમિત હોય છે ત્યારે ઉદ્ભવતા વિવર્તનને ફ્રેનલ વિવર્તન કહે છે (જુઓ આકૃતિ (a)).



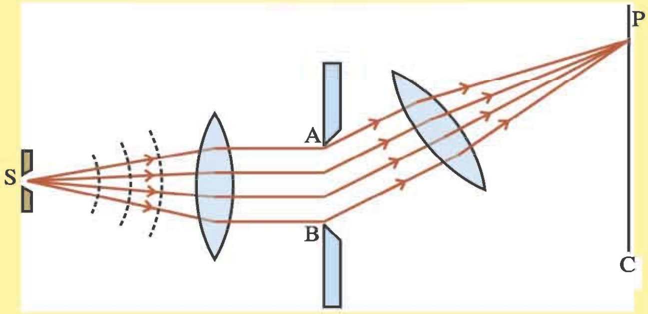
(a) ફ્રેનલ વિવર્તન



(*b*) ફ્રોનહોફર વિવર્તન

ફ્રેનલ વિવર્તનમાં તરંગો ગોળાકાર અથવા નળાકાર હોય છે.

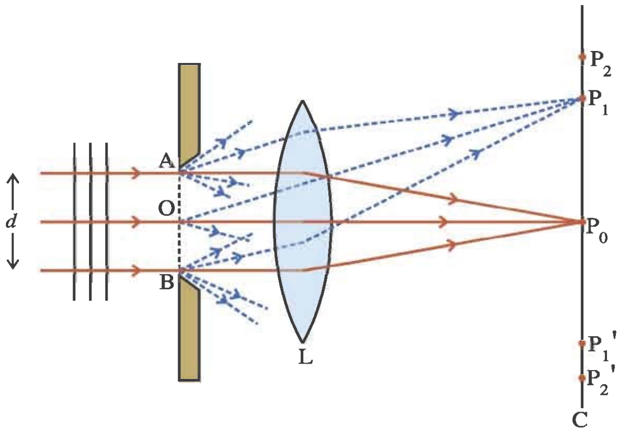
જો સ્લિટ AB પર આપાત થતો પ્રકાશ અનંત અંતરેથી આવતો હોય (અથવા આપાત થતાં તરંગો સમતલ હોય) તથા અડચણ AB અને પડદા C વચ્ચેનું અંતર પણ અનંત હોય, તો તે સંજોગોમાં ઉદ્ભવતા વિવર્તનને ફ્રોનહોફર વિવર્તન કહે છે. (જુઓ આકૃતિ (*b*))



(*c*) ફ્રોનહોફર વિવર્તન માટેની પ્રાયોગિક ગોઠવણ

ફ્રોનહોફર પ્રકારનું વિવર્તન પ્રયોગશાળામાં આકૃતિ (c)માં દર્શાવ્યા પ્રમાણેની ગોઠવણથી મેળવી શકાય છે. પ્રકાશ-ઉદ્‌ગમ સ્લિટની નજીક હોવા છતાં પ્રકાશ-ઉદ્‌ગમ S ને બહિર્ગોળ લેન્સના ફોકલ પ્લેન પર રાખતાં સ્લિટ AB પર આપાત થતાં કિરણો સમાંતર બને છે. વળી, જુદી-જુદી દિશામાં સમાંતરે વિવર્તન પામતાં કિરણોના પથમાં બહિર્ગોળ લેન્સ મૂકતાં વિવર્તન પામતાં કિરણોને લેન્સના ફોકલ પ્લેન પર મૂકેલા પડદા C પર કેન્દ્રિત કરી શકાય છે. આમ, આકૃતિ (*c*)માં ફ્રોનહોફર વિવર્તનની જરૂરિયાતો સંતોષાય છે.

4.6 એક સ્લિટથી થતું વિવર્તન (Diffraction Due to Single Slit)

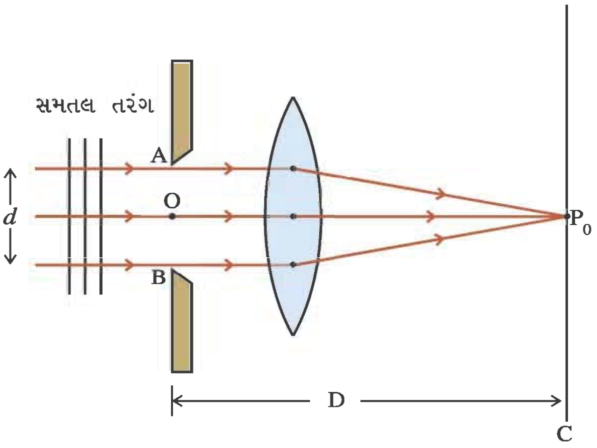


આકૃતિ 4.13 એક સ્લિટથી થતું વિવર્તન

હવે, આપણે d પહોળાઈની અને λ જેટલી તરંગલંબાઈ ધરાવતા સમતલ તરંગોથી રચાતા ફ્રોનહોફર વિવર્તનનો અભ્યાસ કરીશું (આકૃતિ 4.13 જુઓ) જ્યારે આવા સમતલ તરંગ-અગ્રો સ્લિટના સમતલ પર પહોંચશે, ત્યારે હાઇગેન્સના સિદ્ધાંત અનુસાર, સ્લિટના બધાં જ બિંદુઓ (જેવાં કે A, O, B) સમાન કળા ધરાવતાં ગૌણ ઉદ્‌ગમો તરીકે વર્તશે અને ગૌણ તરંગો ઉત્પન્ન કરશે. સ્ક્રીન C પર પ્રકાશિત અને અપ્રકાશિત શલાકાઓની વિવર્તન ભાત (એટલે કે વ્યતિકરણ મહત્તમો અને ન્યૂનતમો) મેળવવા માટે ઘણી વખત બહિર્ગોળ લેન્સ (L)નો ઉપયોગ પણ કરવામાં આવે છે.

આમ, હવે વિવર્તિત તરંગોને પડદા પર કેન્દ્રિત કરી વ્યતિકરણ ભાત રચી શકાય છે. તેથી, આપણે યંગના બે સ્લિટના પ્રયોગમાં શલાકાનું સ્થાન નક્કી કરવા ઉપયોગમાં લીધેલ રીત જેવી જ પદ્ધતિનો ઉપયોગ કરીશું.

(1) મધ્યસ્થ અધિકતમ : આકૃતિ 4.14 (*a*)માં દર્શાવ્યા મુજબ, પડદા C પરનું P_0 બિંદુ સ્લિટ ABના લંબ વિભાજક પર આવેલું છે. તેથી, સ્લિટના દરેક બિંદુમાંથી ઉદ્‌ભવતા તરંગો પૈકી સ્લિટના સમતલને લંબરૂપે (અર્થાત્‌, આપાત તરંગની દિશામાં, $\theta = 0$) વિવર્તિત થશે તે બધાં લેન્સ દ્વારા બિંદુ P_0 આગળ કેન્દ્રિત થશે. આકૃતિ 4.14 (*a*)માં આવા અસંખ્ય કિરણો પૈકી નમૂનાના માત્ર ત્રણ કિરણો જ દર્શાવ્યા છે. અત્રે, પડદો લેન્સના ફોકલ પ્લેન પર મૂકેલ છે. આકૃતિ પરથી સ્પષ્ટ છે કે જે કિરણો હવામાં ઓછું અંતર કાપે છે, તેમને લેન્સમાંથી વધારે અંતર કાપવું પડશે. પરંતુ લેન્સમાં તરંગોનો વેગ હવામાંના વેગ કરતાં ઓછો હોવાથી, બધા જ તરંગોનો પ્રકાશીય પથ સમાન બનશે. (માધ્યમમાં પ્રકાશીય અંતર એટલે માધ્યમના વક્રીભવનાંક અને તેના હવામાંના ભૌમિતિક અંતરનો ગુણાકાર). તેથી બધા જ તરંગો એકી-સાથે બિંદુ P_0 પર પહોંચશે, અને તેઓની કળા સમાન હશે. આમ, P_0 પાસે પહોંચતા બધા જ તરંગો સમાનકળામાં હોવાથી, તેઓ સહાયક વ્યતિકરણ રચશે અને P_0 બિંદુ મહત્તમ તીવ્રતાવાળું બનશે. બિંદુ P_0ને મધ્યસ્થ અધિકતમ (Central Maximum) કહે છે.

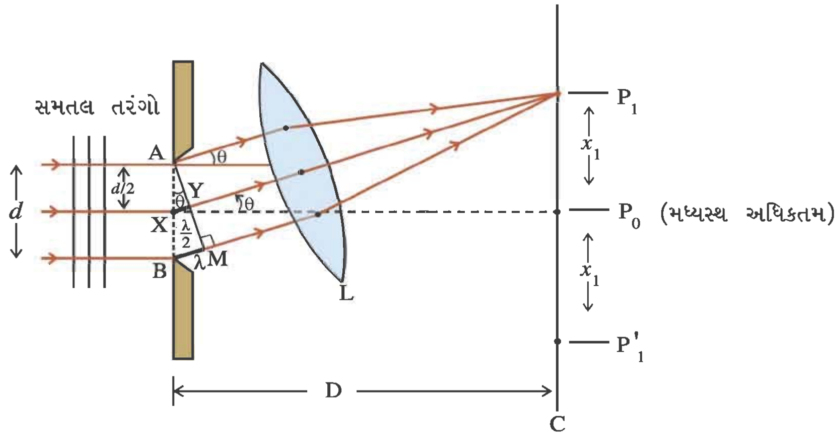


આકૃતિ 4.14 (*a*) મધ્યસ્થ અધિકતમ

માત્ર જાણકારી માટે : વ્યવહારમાં, ફ્રોનહોફર વિવર્તન મેળવવા માટે ઉપયોગમાં લીધેલા લેન્સ (L)ની કેન્દ્ર લંબાઈ મધ્યસ્થ અધિકતમની પહોળાઈ નક્કી કરે છે. પરંતુ લેન્સ વગર અનંત અંતરે ($d << D$) રાખેલા પડદા માટે મધ્યસ્થ અધિકતમની પહોળાઈ લગભગ સ્લિટની પહોળાઈ (d) જેટલી હોય છે.

(2) પ્રથમ ન્યૂનતમ : વિવર્તનભાતના વિશ્લેષણ (એટલે કે તીવ્રતાની વહેંચણી સમજવા માટે અને વ્યતિકરણ શલાકાઓનું સ્થાન નક્કી કરવા) માટેની ગાણિતીય રીત ઘણી જટિલ હોવાથી (જે પ્રકરણના અંતે પરિશિષ્ટમાં ફક્ત જાણકારી માટે દર્શાવેલ છે), આપણે ફક્ત તાર્કિક સમજૂતી આપીશું.

આકૃતિ 4.14 (*b*)માં દર્શાવ્યા મુજબ, સ્લિટના લંબ વિભાજક XP_0 સાથે θ કોણે વિવર્તન પામતા તરંગોને ધ્યાનમાં લો. અત્રે, બિંદુ X એ સ્લિટ ABનું મધ્યબિંદુ છે. તેથી $AX = XB = \frac{d}{2}$ થશે. અત્રે, આપણે સ્લિટ પરના તમામ બિંદુઓ A, X, B માંથી ઉદ્‌ભવતા ગૌણ તરંગોને બે વિભાગમાં વહેંચાયેલા ધાર્યા છે. A થી X વચ્ચેના તરંગો અને X થી B વચ્ચેના તરંગો. આકૃતિ મુજબ આ તમામ તરંગો θ કોણે વિવર્તિત થઈ પડદા પરના P_1.



આકૃતિ 4.14 (*b*) પ્રથમ ન્યૂનતમ

બિંદુ આગળ કેન્દ્રિત થાય છે. બિંદુ P_1 આગળ સહાયક કે વિનાશક વ્યતિકરણ રચાશે તે શોધવા આપણે આ તરંગો વચ્ચેનો કળા તફાવત શોધવો પડશે. તે માટે $AM \perp BL$ દોરો. સ્વભાવિક છે કે AM થી P_1 સુધી પહોંચતા બધાં જ તરંગો માટે પ્રકાશીય પથ સમાન હશે.

પણ, A અને Xમાંથી નીકળીને P_1 પર પહોંચતાં કિરણો વચ્ચે XY જેટલો પથ-તફાવત હશે.

હવે, ધારોકે વિવર્તન કોણ θ એવો છે કે જેથી $XY = \frac{\lambda}{2}$ થાય છે.

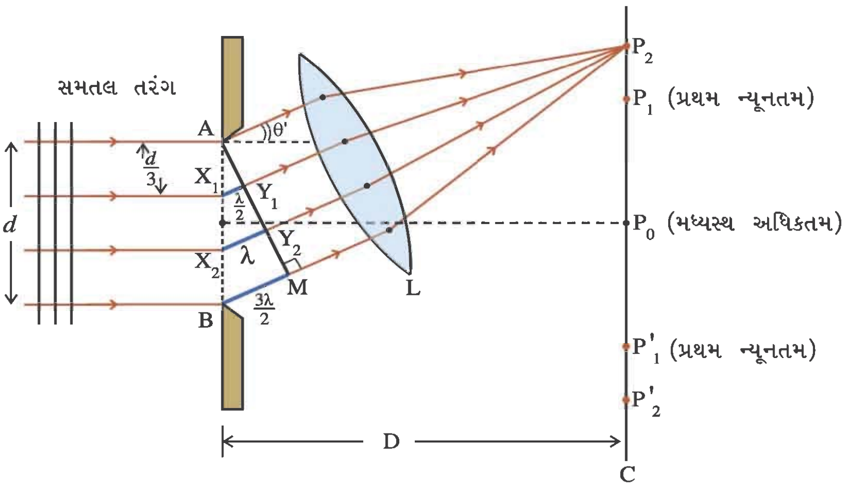
આ સંજોગોમાં A અને Xમાંથી નીકળતા તરંગો વચ્ચે બિંદુ P_1 આગળ વિનાશક વ્યતિકરણની શરત પળાશે અને તેમની પરિણામી તીવ્રતા શૂન્ય બનશે.

વળી, જેમ Aને અનુરૂપ બિંદુ X માટે વિનાશક વ્યતિકરણની શરત પળાય છે તે જ રીતે AX વિભાગના દરેક બિંદુને અનુરૂપ XB વિભાગમાંના ક્રમિક એવાં બિંદુઓ મળે છે કે જેથી આવી દરેક જોડીઓ માટે બિંદુ P_1 આગળ પથતફાવત $\frac{\lambda}{2}$ થાય. અને બિંદુ P_1 આગળ પરિણામી તીવ્રતા શૂન્ય થાય.

આમ, સમગ્રતયા બિંદુ P_1 આગળ વિનાશક વ્યતિકરણ રચાતા તે અપ્રકાશિત બને છે.

બિંદુ P_1 ને પ્રથમ **ન્યૂનતમ (First Minimum)** કહે છે. આકૃતિની સંમિતિ પરથી સ્વયં સ્પષ્ટ છે કે આટલા જ અંતરે P_0ની બીજી બાજુ પણ પ્રથમ ન્યૂનતમ (P_1') મળે.

(3) પ્રથમ અધિકતમ : આકૃતિ 4.14 (*c*)માં દર્શાવ્યા મુજબ ધારો કે સ્લિટ ABને ત્રણ-સમાન (એકી સંખ્યા) વિભાગ AX_1, X_1X_2 અને X_2Bમાં વહેંચેલી ધારી છે.



આકૃતિ 4.14 (*c*) પ્રથમ અધિકતમ

અહીં, $AX_1 = X_1X_2 = X_2B = \frac{d}{3}$ થશે. આકૃતિ મુજબ $AM \perp BL$ દોરો. AM થી P_2 સુધી પહોંચતા તરંગો માટે પ્રકાશીય પથ સમાન હશે.

A અને X_1 માંથી નીકળતા અને P_2 પર સંપાત થતા તરંગો વચ્ચે પથ-તફાવત X_1Y_1 છે.

હવે, ધારો કે θ' કોણ એવો છે કે જેથી $X_1Y_1 = \frac{\lambda}{2}$, $X_2Y_2 = \lambda$ અને $BM = \frac{3\lambda}{2}$ થાય.

A અને X_1માંથી ઉત્સર્જાતા અને P_2 પર સંપાત થતા કિરણો વચ્ચે પથતફાવત $\frac{\lambda}{2}$ હોવાથી, તેમની વચ્ચે વિનાશક વ્યતિકરણ રચાશે અને બિંદુ P_2 આગળ આ તરંગોને કારણે મળતી તીવ્રતા શૂન્ય બનશે.

આ જ રીતે, AX_1 અને X_1X_2 વિભાગની પ્રત્યેક જોડમાંથી નીકળતા તરંગો વચ્ચે પથ-તફાવત $\frac{\lambda}{2}$ થશે. અને ઉપર જણાવ્યા મુજબ બિંદુ P_2 આગળ તેઓની પરિણામી તીવ્રતા શૂન્ય બનશે.

પરંતુ, X_2B વિભાગમાંથી θ' કોણે વિવર્તન પામતા કિરણોની P_2 બિંદુ આગળ અસર નાબૂદ થતી નથી. તેથી આ વિભાગને કારણે બિંદુ P_2 આગળ કંઈક તીવ્રતા મળશે અને બિંદુ P_2 પ્રકાશિત બનશે.

અત્રે, બિંદુ P_2ને પ્રથમ અધિકતમ (First Maximum) કહે છે. સ્વભાવિક છે કે P_2 આગળની તીવ્રતા P_0 કરતાં ઘણી જ ઓછી હશે.

અલબત્ત, મોટા ક્રમના ન્યૂનતમો અને અધિકતમોનાં પડદા પરના સ્થાન અને P_0ને સાપેક્ષ તીવ્રતા સમજવા માટે ઉપર્યુક્ત તાર્કિક રીત ઉપયોગી નથી.

પડદા C પરના કોઈ પણ બિંદુ આગળ વિવર્તન પામતા પ્રકાશની તીવ્રતા નીચેના સૂત્ર વડે આપી શકાય. (જુઓ પરિશિષ્ટમાં દર્શાવેલ માહિતી).

$$I = I_0\left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2 \tag{4.6.1}$$

જ્યાં, I_0 એ P_0 બિંદુ આગળની મહત્તમ તીવ્રતા અને

$$\alpha = \frac{\pi d \sin\theta}{\lambda} \tag{4.6.2}$$

મધ્યસ્થ અધિકતમ માટેની શરત : આકૃતિ 4.13 પરથી સ્પષ્ટ જ છે કે સ્લિટમાંથી ઉત્પન્ન ગૌણ તરંગો કે જેમના માટે $\theta \approx 0$ (અર્થાત્, જેઓનું વિવર્તન થતું નથી) સ્ક્રીન C પરના બિંદુ P_0 આગળ મળશે. સમીકરણ (4.6.2) પરથી જેમ $\theta \to 0$ તેમ $\alpha \to 0$ થશે. તેથી, સમીકરણ (4.6.1) પરથી તીવ્રતા,

$$I = I_0\left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2 = I_0 \qquad \left(\because \lim_{\alpha\to 0} \frac{\sin\alpha}{\alpha} = 1\right)$$

આમ, બિંદુ P_0 એ મહત્તમ તીવ્રતા ધરાવશે, જેને આપણે મધ્યસ્થ અધિકતમ કહીશું. આની બંને બાજુ, સરખા અંતરે અનુક્રમે આવતા મહત્તમો (અધિકતમો) અને ન્યૂનતમો મળે છે.

ન્યૂનતમો માટેની શરતો : હવે જો $\alpha = n\pi$; $n = 1, 2, 3, \ldots..,$ હોય, તો સમીકરણ (4.6.1) પ્રમાણે nની જુદી-જુદી કિંમતો માટે અનુક્રમે આવતાં ન્યૂનતમો મળે છે. સમીકરણ (4.6.2) પરથી,

$$\frac{\pi d \sin\theta}{\lambda} = n\pi$$

$$\therefore\ d\sin\theta = n\lambda \tag{4.6.3}$$

સમીકરણ (4.6.3) એ ન્યૂનતમો માટેની શરત દર્શાવે છે. $n = 1$ માટે આપણને પ્રથમ ન્યૂનતમ (બિંદુ P_1), $n = 2$ માટે આપણને દ્વિતીય ન્યૂનતમ (બિંદુ P_3) વગેરે મળે છે. સંમિતિ (Symmetry)ને કારણે, બિંદુ Pની બીજી બાજુ પણ આને અનુરૂપ ન્યૂનતમો (P_1', P_3',....) જોવા મળે છે.

અધિકતમો માટેની શરત : હવે, જો $\alpha = (2n + 1)\frac{\pi}{2}$, $n = 1, 2, 3, \ldots..,$ હોય તો સમીકરણ (4.6.1) પ્રમાણે, nની જુદી-જુદી કિંમતો માટે અનુક્રમે આવતા અધિકતમો મળે છે. સમીકરણ (4.6.2) પરથી,

$$\frac{\pi d \sin\theta}{\lambda} = (2n + 1)\frac{\pi}{2}$$

$$\therefore\ d\sin\theta = (2n + 1)\frac{\lambda}{2} \tag{4.6.4}$$

ઉપર્યુક્ત સમીકરણ અધિકતમો માટેની શરત આપે છે. $n = 1$ માટે આપણને પ્રથમ ક્રમનું અધિકતમ (બિંદુઓ P_2 અને P'_2) $n = 2$ માટે આપણને દ્વિતીય ક્રમનું અધિકતમ બિંદુઓ P_4 અને P'_4) વગેરે મળે છે.

(1) પ્રથમ ક્રમના અધિકતમ (અર્થાત્ $n = 1$) માટે,

$$\alpha = (2 \times 1 + 1)\frac{\pi}{2} = \frac{3\pi}{2}$$

$$\therefore\ I = I_0\left(\frac{\sin\left(\frac{3\pi}{2}\right)}{\frac{3\pi}{2}}\right)^2 = I_0\left(\frac{-1}{\frac{3\pi}{2}}\right)^2 = \frac{4I_0}{9\pi^2} \approx \frac{I_0}{22}$$

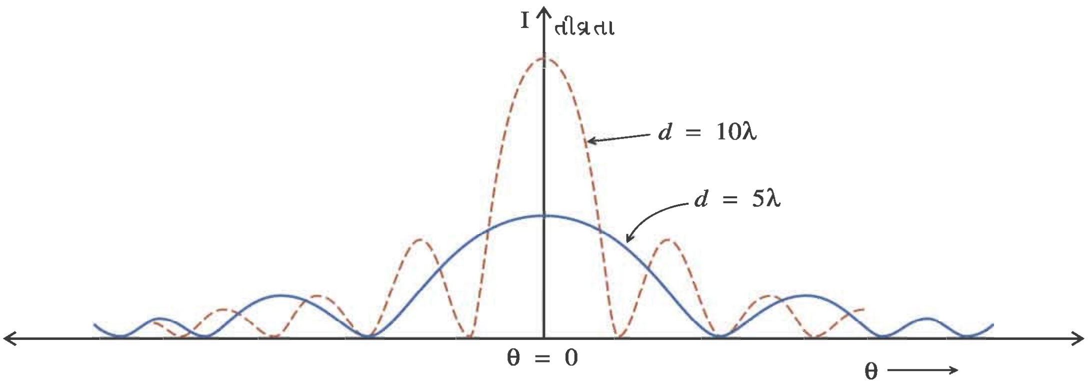
(2) દ્વિતીય ક્રમના મહત્તમ (એટલે કે, $n = 2$) માટે,

$$\alpha = \frac{5\pi}{2} \Rightarrow I = I_0\left(\frac{\sin\left(\frac{5\pi}{2}\right)}{\frac{5\pi}{2}}\right)^2 = \frac{4I_0}{25\pi^2} \approx \frac{I_0}{62}$$

આમ, અધિકતમોના વધતા ક્રમ સાથે તીવ્રતા ઝડપથી ઘટતી જાય છે.

વળી, સમીકરણ (4.6.2) $\frac{\pi d \sin\theta}{\lambda} = \alpha$, પરથી આપેલા ક્રમના અધિકતમ કે ન્યૂનતમ (અર્થાત્ અચળ αની કિંમત માટે) અને આપેલ તરંગલંબાઈ માટે, $\sin\theta \propto \frac{1}{d}$ થશે. જે સૂચવે છે કે જેમ સ્લિટની પહોળાઈ ઓછી તેમ θનું મૂલ્ય વધારે. આ સંજોગોમાં આકૃતિ 4.14 પરથી, બિંદુઓ P_1, P_2, ..., વગેરે, વધારે કોણીય વિભેદન અનુભવશે અને તેથી વિવર્તનભાત પડદા પર વધારે પથરાયેલી જોવા મળશે. પણ, સ્લિટની પહોળાઈના ઘટાડાના પ્રમાણમાં વિવર્તન મહત્તમોની તીવ્રતા ઘટશે. આ મુદ્દાને સમજવા માટે, બે કિસ્સાઓ, $d = 5\lambda$ અને $d = 10\lambda$, માટે તીવ્રતા વિરુદ્ધ θનો આલેખ આકૃતિ 4.15માં દર્શાવેલ છે.

મધ્યસ્થ અધિકતમની પહોળાઈ : પ્રથમ ક્રમનાં બે ન્યૂનતમો વચ્ચેના અંતરને મધ્યસ્થ અધિકતમની પહોળાઈ કહે છે. આકૃતિ 4.14(*b*) મુજબ, મધ્યસ્થ અધિકતમની પહોળાઈ $2x_1$ થશે.



આકૃતિ 4.15 એક સ્લિટથી થતા વિવર્તન માટે તીવ્રતાની વહેંચણી

પ્રથમ ક્રમના ન્યૂનતમ માટે, $d\sin\theta = \lambda$ અથવા $\sin\theta = \frac{\lambda}{d}$ (4.6.5)

વળી, આકૃતિ 4.14(*b*) પરથી, $\tan\theta = \frac{x_1}{D}$ (4.6.6)

પણ નાના કોણે થતા વિવર્તન માટે θ (radમાં) પણ નાનો હશે. તેથી, $\sin\theta \approx \tan\theta$

સમીકરણ (4.6.5) અને (4.6.6) પરથી,

$$\frac{x_1}{D} = \frac{\lambda}{d}$$

∴ મધ્યસ્થ અધિકતમની પહોળાઈ, $2x_1 = \frac{2\lambda D}{d}$ થશે.

મધ્યસ્થ અધિકતમની કોણીય પહોળાઈ (Angular Width) નીચેના સૂત્ર મુજબ આપવામાં આવે છે.

$2\theta = \frac{2\lambda}{d}$ (સમીકરણ (4.6.5) જુઓ).

ટેલિસ્કોપ અને માઇક્રોસ્કોપ જેવાં પ્રકાશીય ઉપકરણોના કિસ્સામાં ઑબ્જેક્ટિવ લેન્સ આપાત તરંગ-અગ્રો માટે વર્તુળાકાર અડચણ (Obstacle) તરીકે વર્તે છે અને વિવર્તન ઉત્પન્ન કરે છે. આવી વિવર્તનભાતમાં, વર્તુળાકાર અડચણ (લેન્સ)ને કારણે મધ્યસ્થ પ્રકાશિત વર્તુળાકાર રિંગ મળે છે, જેને Airy's Disc કહે છે. તેને ફરતે વારાફરતી આવેલી પ્રકાશિત અને અપ્રકાશિત સમકેન્દ્રી રિંગ જોવા મળે છે, જેને Airy's Rings કહે છે.

ફ્રોનહોફર વિવર્તન માટે, મધ્યસ્થ અધિકતમની પહોળાઈ વિચલનનું માપ દર્શાવે છે. જો પ્રકાશ કિરણપુંજ (Beam)ની પહોળાઈ અડચણના રેખીય પરિમાણ (સ્લિટના કિસ્સામાં પહોળાઈ અથવા પ્રકાશીય ઉપકરણોના ઑબ્જેક્ટિવ લેન્સ માટે તેનો વ્યાસ) કરતાં વધારે હોય તો પ્રકાશનું વિચલન વધારે થાય છે. જો કિરણપુંજની પહોળાઈ અડચણ જેટલી કે તેનાથી ઓછી હોય, તો તે સીધી દિશામાં જ ગતિ કરે છે. આ સંજોગોમાં કિરણ-પ્રકાશશાસ્ત્રનો ઉપયોગ થઈ શકે. આમ, આપણે ફ્રેનેલ અંતર (Fresnel Distance) (Z_f) વ્યાખ્યાયિત કરી શકીએ, કે જ્યાં $Z_f = \frac{d^2}{\lambda}$, અહીં d એ અડચણનું રેખીય પરિમાણ અને λ એ પ્રકાશની તરંગલંબાઈ છે. અત્રે Z_f એક એવું અંતર વ્યાખ્યાયિત કરે છે કે તે અંતર સુધી પ્રકાશના વાંકા વળવાનું ખૂબ ઓછું હોય, અને કિરણ-પ્રકાશશાસ્ત્ર લાગુ પાડી શકાય, પરંતુ એ નોંધવું જોઈએ કે Z_f કિરણ-પ્રકાશશાસ્ત્ર ક્યારે ઉપયોગમાં લઈ શકાય તે દર્શાવતું પ્રમાણ (Criterion) નથી.

4.7 વ્યતિકરણ અને વિવર્તનની સરખામણી

સામ્યતામાં, વ્યતિકરણ અને વિવર્તન એમ બંનેથી મળતી ભાત (શલાકાઓ) તરંગોના સંપાતીકરણને કારણે મળે છે. પણ, મૂળભૂત રીતે, વ્યતિકરણ અને વિવર્તનમાં અમુક તફાવત રહેલો છે, જે નીચે મુજબ છે.

વ્યતિકરણ	વિવર્તન
(1) તે જુદાં-જુદાં સુસંબદ્ધ ઉદ્‌ગમોમાંથી ઉદ્‌ભવતાં તરંગોનાં સંપાતીકરણને કારણે મળે છે. એટલે કે તે જુદા-જુદા તરંગ-અગ્રોના સંપાતીકરણને કારણે ઉદ્‌ભવેલી અસર છે.	(1) તે એક જ તરંગ-અગ્રના જુદા-જુદા ભાગોથી ઉદ્‌ભવેલા તરંગોના સંપાતીકરણને કારણે મળે છે.
(2) પ્રકાશિત અને અપ્રકાશિત બધી જ વ્યતિકરણ શલાકાઓની પહોળાઈ સમાન હોય છે.	(2) વિવર્તન શલાકાઓ સરખી પહોળાઈની હોતી નથી. મધ્યસ્થ અધિકતમની પહોળાઈ સૌથી વધારે હોય છે, જ્યારે મોટા ક્રમના વિવર્તન માટે અધિકતમોની અને ન્યૂનતમોની પહોળાઈ ઘટતી જાય છે.
(3) બધી જ પ્રકાશિત શલાકાઓની તીવ્રતા સમાન હોય છે.	(3) મધ્યસ્થ અધિકતમની તીવ્રતા સૌથી વધારે, અને વધારે ક્રમનાં અધિકતમો માટે તે ઘટતી જાય છે.
(4) અપ્રકાશિત વ્યતિકરણ શલાકાઓ સંપૂર્ણ અપ્રકાશિત હોય છે.	(4) અપ્રકાશિત વિભાગ સંપૂર્ણપણે અપ્રકાશિત હોતો નથી.

ઉદાહરણ 5 : 6000 Å તરંગલંબાઈવાળા પ્રકાશની એક સ્લિટથી થતા ફ્રોનહોફર વિવર્તનની ભાતમાં મધ્યસ્થ અધિકતમની કોણીય પહોળાઈ માપવામાં આવે છે. હવે જો એક બીજા તરંગલંબાઈવાળો પ્રકાશ વાપરીએ, તો માલૂમ પડે છે કે, મધ્યસ્થ અધિકતમની કોણીય પહોળાઈમાં 30% જેટલો ઘટાડો થાય છે, તો

(i) આ બીજી તરંગલંબાઈ શોધો. (ii) જો આ સાધનને એક પ્રવાહીમાં ડુબાડીને પ્રયોગ કરીએ તોપણ મધ્યસ્થ અધિકતમની કોણીય પહોળાઈ આટલી જ (30%) ઘટે છે, તો પ્રવાહીનો વક્રીભવનાંક શોધો.

ઉકેલ : મધ્યસ્થ અધિકતમની કોણીય પહોળાઈ નીચેના સૂત્ર વડે આપી શકાય :

$$2\theta = \frac{2\lambda}{d} \Rightarrow \theta = \frac{\lambda}{d} \qquad (1)$$

પ્રથમ પ્રકાશ માટે, $\theta_1 = \frac{\lambda_1}{d}$ અને બીજા પ્રકાશ માટે, $\theta_2 = \frac{\lambda_2}{d}$ થશે.

$$\therefore \frac{\theta_2}{\theta_1} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \qquad (2)$$

પણ, θ_2 એ θ_1 કરતાં 30% ઓછો છે.

અર્થાત્, $\theta_2 = \theta_1$ના 70% જેટલો છે.

$= 0.7\ \theta_1$

સમીકરણ (2) પરથી, $\frac{\lambda_2}{\lambda_1} = 0.7$

$\therefore \lambda_2 = 0.7 \times 6000\ \text{Å} = 4200\ \text{Å}$

એટલે કે, પ્રવાહીમાં પણ તરંગલંબાઈ 4200 Å થશે.

$$n = \frac{\lambda_{air}}{\lambda_{liquid}} = \frac{6000}{4200} = 1.43$$

ઉદાહરણ 6 : ફ્રોનહોફર વિવર્તનના કિસ્સામાં $\alpha\left(=\frac{\pi d \sin\theta}{\lambda}\right)$ના પદમાં અધિકતમ મેળવવા માટેની જરૂરી શરત મેળવો.

ઉકેલ : ફ્રોનહોફર વિવર્તનના કિસ્સામાં જે, તે બિંદુએ તીવ્રતા મેળવવાનું સૂત્ર નીચે મુજબ લખી શકાય.

$$I = I_0\left(\frac{\sin^2\alpha}{\alpha^2}\right) \qquad (1)$$

જો આપેલ બિંદુએ કોઈ પણ ક્રમનું મહત્તમ રચાતું હોય, તો $\frac{dI}{d\alpha} = 0$ થાય.

સમીકરણ (1) પરથી,

$$\frac{dI}{d\alpha} = I_0\left\{\frac{2\sin\alpha\cos\alpha}{\alpha^2} - \frac{2\sin^2\alpha}{\alpha^3}\right\} = 0$$

(મહત્તમ થવા માટેની શરત $\frac{dI}{d\alpha} = 0$)

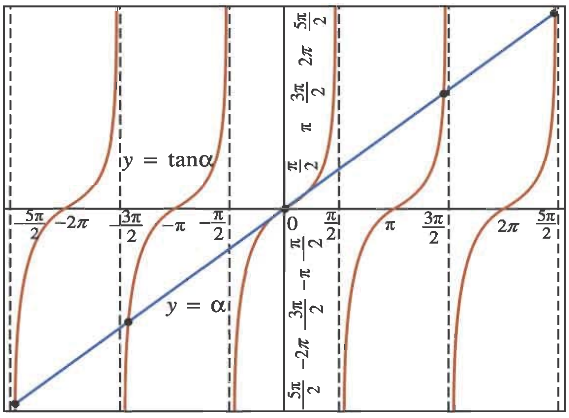
$$\therefore \frac{2\sin\alpha\cos\alpha}{\alpha^2} = \frac{2\sin^2}{\alpha^3}$$

$$\therefore \tan\alpha = \alpha \qquad (2)$$

સમીકરણ (2) મહત્તમ થવા માટેની જરૂરી શરત આપે છે.

ફક્ત જાણકારી માટે : સમીકરણ (2) પરથી જુદા-જુદા મહત્તમો માટે αની કિંમતો જાણવા માટે, $y = \tan\alpha$ અને $y = \alpha$ના ગ્રાફ દોરવા પડશે. આ બંને ગ્રાફનાં છેદબિંદુઓ જુદાં-જુદાં અધિકતમો માટે αની (radમાં) કિંમતો આપશે.

વળી, તેના પરથી એ પણ જાણી શકાય છે કે $\alpha = \frac{\pi}{2}$ કિંમત મહત્તમ માટે આપણે કેમ સ્વીકારતાં નથી.



4.8 પ્રકાશીય ઉપકરણોની વિભેદનશક્તિ (Resolving Power of Optical Instruments)

અગાઉના સિમેસ્ટરમાં ભણી ગયાં તેમ પ્રકાશીય ઉપકરણોનો ઉપયોગ વસ્તુને સ્પષ્ટ અને આરામદાયક રીતે જોવા માટે થાય છે. પરંતુ જ્યારે બે વસ્તુઓ કે તેમનાં પ્રતિબિંબો એકબીજાંની ખૂબ નજીક આવેલાં હોય તો, તેઓ એક વસ્તુ કે પ્રતિબિંબ તરીકે દેખાઈ શકે છે અને આંખ દ્વારા તેમને જુદા જોવું શક્ય ના પણ બને. ટેલિસ્કોપ કે માઇક્રોસ્કોપ જેવાં પ્રકાશીય ઉપકરણોમાં પણ વિવર્તનની ઘટનાને કારણે ખૂબ નજીક રહેલી વસ્તુઓ કે તેમનાં પ્રતિબિંબો જોવામાં મુશ્કેલી પડે છે. તેથી આ વિભાગમાં આપણે પ્રકાશીય ટેલિસ્કોપ અને માઇક્રોસ્કોપની વિભેદનશક્તિનો અભ્યાસ કરીશું.

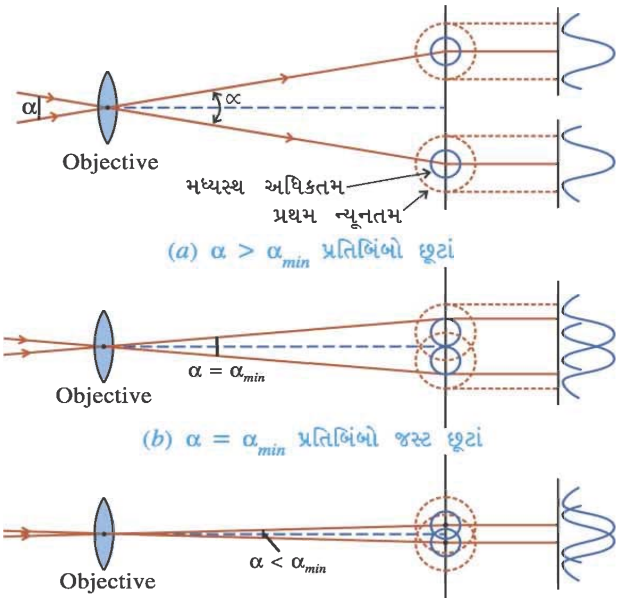
રેલેનું પ્રમાણ (Rayleigh's Critirion) : જ્યારે બિંદુવત્ વસ્તુમાંથી પ્રકાશની કિરણાવલી (પ્રકાશ-તરંગો) પ્રકાશીય ઉપકરણના ઑબ્જેક્ટિવમાંથી પસાર થાય છે, ત્યારે લેન્સ વર્તુળાકાર અડચણ તરીકે વર્તે છે અને વિવર્તનભાત ઉત્પન્ન કરે છે (Airy's disc અને Airy's rings). તેથી વસ્તુનું સ્પષ્ટ બિંદુવત્ પ્રતિબિંબ મળતું નથી. હવે જો બે બિંદુવત્ વસ્તુઓને એકબીજાથી ખૂબ જ નજીક રાખવામાં આવે, તો તેમની વિવર્તનભાત એકબીજામાં ભળી જાય છે. આ સંજોગોમાં તેમને સ્પષ્ટ છૂટાં જોવાનું મુશ્કેલ બને છે. આ સંદર્ભમાં રેલેએ બે નજીક રાખેલ બિંદુવત્ પદાર્થના પ્રતિબિંબોને સ્પષ્ટ અને છૂટાં જોવા માટેનું પ્રમાણ (Criterion) આપ્યું.

"બે બિંદુવત્ પદાર્થોનાં પ્રતિબિંબોને સ્પષ્ટ છૂટાં ત્યારે જ જોઈ શકાય કે જ્યારે એકની વિવર્તનભાતમાંનું મધ્યસ્થ અધિકતમ કાં તો બીજાના વિવર્તનમાંના પ્રથમ ન્યૂનતમ પર અથવા તેનાથી દૂર રચાય."

લેન્સ જેવા વર્તુળાકાર અડચણના કિસ્સા માટે રેલેનું પ્રમાણ નીચે મુજબ આપી શકાય છે.

$\sin\theta \approx \theta = \frac{1.22\lambda}{D}$. અહીં, D એ લેન્સનો વ્યાસ અને λ એ પ્રકાશની તરંગલંબાઈ છે.

4.8 (a) ટેલિસ્કોપની વિભેદનશક્તિ (Resolving Power of a Telescope) : ધારો કે આપણે ટેલિસ્કોપ વડે બે નજીક રહેલા તારાઓનું નિરીક્ષણ કરીએ છીએ. આકૃતિ 4.16માં દર્શાવ્યા અનુસાર તારામાંથી આવતાં કિરણો ધારો કે ટેલિસ્કોપના લેન્સ પાસે α કોણ રચે છે. હવે આપાત તરંગ-અગ્રનો ફક્ત અમુક મર્યાદિત ભાગ જ લેન્સમાંથી પસાર થતો હોવાથી લેન્સ અડચણની જેમ વર્તશે અને વિવર્તન પેદા કરશે. આ સંજોગોમાં તારાઓનાં પ્રતિબિંબો બે પ્રકાશિત ટપકાંઓ (Airy's Disc) અને તેને ફરતે ઘટતી જતી તીવ્રતા સાથેના પ્રકાશિત અને અપ્રકાશિત વલયો (Airy's Rings) સ્વરૂપે જોવા મળે છે. આકૃતિ 4.16(*a*) પરથી, એ તાદશ છે કે જો αનું મૂલ્ય મોટું હોય, તો તારાઓની વિવર્તનભાત ઘણી છૂટી હશે, તેથી તારાઓનાં પ્રતિબિંબ છૂટાં દેખાશે.



(*a*) $\alpha > \alpha_{min}$ પ્રતિબિંબો છૂટાં

(*b*) $\alpha = \alpha_{min}$ પ્રતિબિંબો જસ્ટ છૂટાં

(*c*) $\alpha < \alpha_{min}$ પ્રતિબિંબ ભળેલા

આકૃતિ 4.16 પ્રતિબિંબોનું વિભેદન

પણ જો બે તારાઓ એકબીજાથી નજીક હોય (આકૃતિ 4.16 (*b*) અને (*c*)), તો αનું મૂલ્ય ઘણું નાનું હશે અને બંને તારાઓની વિવર્તનભાત એકબીજામાં ભળી જતી જોવા મળશે. આ સંજોગોમાં બંને તારાઓને સ્પષ્ટ છૂટાં જોવા મુશ્કેલ હશે.

"બે નજીક રહેલી વસ્તુઓનાં સ્પષ્ટ છૂટા પ્રતિબિંબો આપવાની પ્રકાશીય ઉપકરણોની ક્ષમતાને વિભેદનશક્તિ (Resolving Power) (R.P.) કહે છે."

પ્રકાશીય ઉપકરણો જેવા કે ટેલિસ્કોપ અને માઇક્રોસ્કોપનાં કિસ્સામાં ઉપર્યુક્ત ચર્ચા પરથી સ્પષ્ટ છે કે R.P.નું મૂલ્ય કોણ α પર આધારિત છે. જો ટેલિસ્કોપના ઑબ્જેક્ટિવનો વ્યાસ D હોય અને કેન્દ્રલંબાઈ f હોય, તો મધ્યસ્થ અધિકતમની પહોળાઈ $f\left(\frac{1.22\lambda}{D}\right)$. સમીકરણથી આપવામાં આવે છે. અહીં λ એ આપાતપ્રકાશની તરંગલંબાઈ છે. સ્ક્રીન પર મધ્યસ્થ અધિકતમની પહોળાઈ $= f\alpha$ થશે.

$\therefore$ બે પ્રતિબિંબોને છૂટાં જોવા માટે જરૂરી લઘુતમ કોણ (α_{min}) is, $f\alpha_{min} = f\left(\frac{1.22\lambda}{D}\right)$

$$\therefore \alpha_{min} = \frac{1.22\lambda}{D} \quad (4.8.1)$$

અહીં, α_{min}ને ટેલિસ્કોપની કોણીય વિભેદન (Angular Resolution) કહે છે, જ્યારે તેના વ્યસ્તને વિભેદનશક્તિ અથવા ભૌમિતિક વિભેદન (Geometrical Resolution) કહે છે.

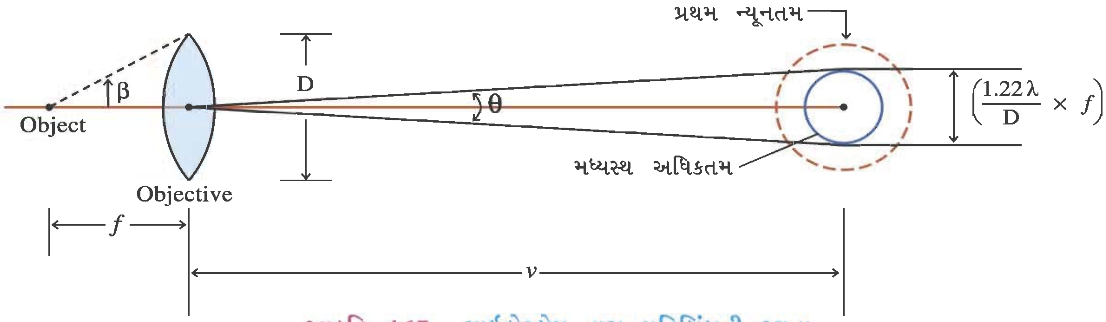
$$\text{આમ, ટેલિસ્કોપ માટે R.P.} = \frac{1}{\alpha_{min}} = \frac{D}{1.22\lambda} \quad (4.8.2)$$

હવે, ટેલિસ્કોપનો R.P. તેના ઑબ્જેક્ટિવના વ્યાસના સમપ્રમાણમાં હોવાથી, મોટા ઑબ્જેક્ટિવ લેન્સ ધરાવતા ટેલિસ્કોપનો ઉપયોગ દૂર એકબીજાથી નજીક રહેલા અવકાશીય પદાર્થો જોવા માટે થાય છે.

ઉદાહરણ તરીકે, હબલ (Hubble) ટેલિસ્કોપનું કોણીય વિભેદન 0.1'' (0.1 સેકન્ડ) છે, જ્યારે મનુષ્ય આંખનું કોણીય વિભેદન લગભગ 1' – 2' (1 થી 2 મિનિટ) જેટલું હોય છે.

4.8 (*b*) માઈક્રોસ્કોપની વિભેદનશક્તિ (Resolving Power of Microscope)

આકૃતિ 4.17માં માઈક્રોસ્કોપના ઑબ્જેક્ટિવ લેન્સ વડે રચાતું એક બિંદુવત્ વસ્તુનું પ્રતિબિંબ દર્શાવ્યું છે. ધારો કે ઑબ્જેક્ટિવ લેન્સનો વ્યાસ D અને તેની કેન્દ્રલંબાઈ f છે.



આકૃતિ 4.17 માઈક્રોસ્કોપ દ્વારા પ્રતિબિંબની રચના

સામાન્ય રીતે વસ્તુ-અંતર કેન્દ્રલંબાઈ f કરતાં મોટું રાખવામાં આવે છે. (આગળના સિમેસ્ટરનો સંયુક્ત માઈક્રોસ્કોપનો વાદ યાદ કરો.)

ધારો કે પ્રતિબિંબ-અંતર v છે. વિવર્તન અસરને કારણે મળતા મધ્યસ્થ અધિકતમની કોણીય પહોળાઈ, $\theta = \frac{1.22\lambda}{D}$ છે.

$$\therefore \text{ મધ્યસ્થ અધિકતમની પહોળાઈ, } v\theta = \left(\frac{1.22\lambda}{D}\right)v \tag{4.8.3}$$

હવે, જો બે બિંદુવત્ વસ્તુઓનાં પ્રતિબિંબ $v\theta$ કરતાં નજીકના અંતરે હશે, તો તેઓ એકબીજામાં ભળી ગયેલાં એક પ્રતિબિંબ તરીકે દેખાશે. એવું સાબિત કરી શકાય કે બે પ્રતિબિંબો છૂટાં દેખાય તે માટેનું ઓછામાં ઓછું અંતર (d_m) નીચેના સમીકરણ વડે આપી શકાય.

$$d_m = \left(\frac{1.22\lambda}{D}\right)\frac{v}{m} \tag{4.8.4}$$

જ્યાં, $m = \frac{v}{f}$ મોટવણી. mની કિંમત ઉપરના સમીકરણમાં મૂકતાં,

$$d_m = \left(\frac{1.22\lambda}{D}\right)f \tag{4.8.5}$$

આકૃતિ 4.17 પરથી, $\frac{\left(\frac{D}{2}\right)}{f} = \tan\beta$

$\therefore \frac{D}{f} = 2\tan\beta$. સમીકરણ (4.8.5)માં તેનો ઉપયોગ કરતાં,

$$d_m = \left(\frac{1.22\lambda}{2\tan\beta}\right) \tag{4.8.6}$$

પણ, β (radમાં)ના નાના મૂલ્ય માટે, $\tan\beta \approx \sin\beta$ થશે.

$$\therefore d_m = \left(\frac{1.22\lambda}{2\sin\beta}\right) \tag{4.8.7}$$

d_mના વ્યસ્તને માઈક્રોસ્કોપની વિભેદનશક્તિ (R.P.) કહે છે. એટલે કે,

$$\text{માઈક્રોસ્કોપનો R.P.} = \frac{1}{d_m} = \left(\frac{2\sin\beta}{1.22\lambda}\right) \tag{4.8.8}$$

સમીકરણ (4.8.8) એ વસ્તુ અને ઑબ્જેક્ટિવ લેન્સની વચ્ચે હવા હોય તે સંજોગો માટે તારવેલ છે. તેના બદલે જો વસ્તુ અને ઑબ્જેક્ટિવ વચ્ચે કોઈ મોટો વક્રીભવનાંક (n) ધરાવતું માધ્યમ રહેલું હોય, તો માઇક્રોસ્કોપ માટે R.P.નું મૂલ્ય વધશે. આ સંજોગોમાં, માઇક્રોસ્કોપનો R.P. = $\left(\frac{2n\sin\beta}{1.22\lambda}\right)$ સૂત્ર વડે આપી શકાય. અત્રે, $n\sin\beta$ પદને Numerical Aperture કહે છે. આ માટે સામાન્ય રીતે યોગ્ય પ્રકારના તેલનો ઉપયોગ થાય છે. $\sin\beta$નું મૂલ્ય 1 કરતાં વધારે ન હોવાથી માઇક્રોસ્કોપના R.P.નું મૂલ્ય તરંગલંબાઈ λના વ્યસ્ત પ્રમાણમાં હોય છે.

ઉદાહરણ 7 : નીચેના બે કિસ્સાઓમાં માનવ આંખ ઓછામાં ઓછા એકબીજાથી કેટલા અંતરે રહેલી બે બિંદુવત્ વસ્તુઓને છૂટી-છૂટી જોઈ શકે ? (1) આંખ અને વસ્તુ વચ્ચેનું અંતર 25 cm અને (2) આંખ અને વસ્તુ વચ્ચેનું અંતર 5 m આંખની કીકી (Pupil) નો વ્યાસ 2.5 mm છે. પ્રકાશની તરંગલંબાઈ 5500 Å છે.

ઉકેલ : આંખને સાદું માઇક્રોસ્કોપ ગણતાં $d_{min} = \frac{1.22\lambda f}{D}$

અહીં, f એ આંખના લેન્સની કેન્દ્રલંબાઈ છે. યાદ રાખો કે વસ્તુઅંતર પ્રમાણે આંખના સિલિયરી સ્નાયુઓ આંખના લેન્સની કેન્દ્રલંબાઈ લગભગ વસ્તુ-અંતર જેટલી જ ગોઠવે છે.

(1) $d_{min} = \frac{1.22 \times 5500 \times 10^{-10} \times 0.25}{2.5 \times 10^{-3}} = 6.71 \times 10^{-5}$m

(2) $d_{min} = \frac{1.22 \times 5500 \times 10^{-10} \times 5}{2.5 \times 10^{-3}} = 1.34 \times 10^{-3}$m

ઉદાહરણ 8 : હબલ ટેલિસ્કોપ પૃથ્વીની સપાટીથી 600 km અંતરે છે. તેના પ્રાથમિક અરીસા (ઑબ્જેક્ટિવ)નો વ્યાસ 2.4 m છે, તો 550 nm તરંગલંબાઈના પ્રકાશ વડે આ ટેલિસ્કોપથી ઓછામાં ઓછા કેટલા કોણીય અંતરે રહેલી વસ્તુઓ છૂટી-છૂટી જોઈ શકાશે? આ વસ્તુઓ પૃથ્વીની સપાટી પર છે તેમ ગણો અને પૃથ્વીના વાતાવરણની અસરો અવગણો.

ઉકેલ : $\alpha_{min} = \frac{1.22\lambda}{D} = \frac{1.22 \times 550 \times 10^{-9}}{2.4}$

$= 2.8 \times 10^{-7}$ rad

$= 0.058''$ ($\because$ $1'' = 4.85 \times 10^{-6}$ rad)

વસ્તુઓ વચ્ચેનું રેખીય અંતર = $\alpha_{min}L$,

જ્યાં, L = ટેલિસ્કોપ અને વસ્તુઓ વચ્ચેનું અંતર

$\therefore$ વસ્તુઓ વચ્ચેનું રેખીય અંતર = $2.8 \times 10^{-7} \times 600 \times 10^3$

= 0.17 m

ઉદાહરણ 9 : 11 cm વ્યાસના ઑબ્જેક્ટિવવાળા ટેલિસ્કોપની અસરકારક મોટવણી શોધો. આંખની વિભેદનશક્તિ 2' અને પ્રકાશની તરંગલંબાઈ 5500 Å લો.

ઉકેલ : ટેલિસ્કોપની મોટવણી નીચેના સૂત્ર વડે અપાય છે.

$M = \frac{D}{d}$, જ્યાં D = ઑબ્જેક્ટિવનો વ્યાસ અને

d = આઇપીસનો વ્યાસ

ઉપયોગી (સામાન્ય) મોટવણી માટે, આઈપીસનો વ્યાસ આંખની કીકી (Pupil)ના વ્યાસ (d_e) જેટલો હોવો જોઈએ, તેથી ઉપયોગી કે અસરકારક મોટવણી નીચે મુજબ આપી શકાય :

$$M = \frac{D}{d_e} \tag{1}$$

ટેલિસ્કોપના કોણીય વિભેદનના નીચેના સૂત્ર પરથી,

$$d\theta = \frac{1.22\lambda}{D}$$

$$= \frac{1.22 \times 5500 \times 10^{-10}}{11 \times 10^{-2}} = 6.1 \times 10^{-6} \text{ rad}$$

2' આંખનું કોણીય વિભેદન ($d\theta'$) આપેલ છે.

$$\therefore\ d\theta' = \frac{2 \times 3.14}{60 \times 180^{o}} = 5.815 \times 10^{-4} \text{ rad}$$

$$\therefore \text{ અસરકારક મોટવણી, } M = \frac{d\theta'}{d\theta} = \frac{5.815 \times 10^{-4}}{6.1 \times 10^{-6}}$$

$$= 95.3$$

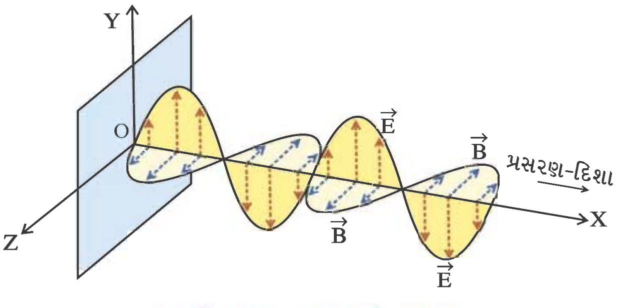
4.9 ધ્રુવીભવન (Polarization)

વ્યતિકરણ અને વિવર્તનની ઘટનાઓએ સાબિત કર્યું કે પ્રકાશ તરંગસ્વરૂપ ધરાવે છે. હકીકતમાં, આ બંને ઘટનાઓ કોઈ પણ પ્રકારનાં લંબગત કે સંગત તરંગો માટે જોવા મળે છે. આપણે અગાઉના પ્રકરણમાં જોયું કે પ્રકાશ (વિદ્યુતચુંબકીય વર્ણપટનો દૃશ્ય વિભાગ) એ લંબગત તરંગો છે. પ્રાયોગિક રીતે તેમનો લંબગત સ્વભાવ ધ્રુવીભવનની ઘટનાથી ચકાસી શકાય છે. સંગત તરંગોમાં માધ્યમના કણો તરંગ-પ્રસરણ દિશામાં જ દોલનો કરતાં હોય છે. લંબગત તરંગોમાં કણોના કે ક્ષેત્ર-સદિશો પ્રસરણ-દિશાને લંબ કોઈ પણ દિશામાં દોલનો કરી શકે છે. આ સંદર્ભમાં જાણે કે લંબગત તરંગોને પ્રસરણ-દિશાને લંબ કોઈ પણ દિશામાં દોલન કરવાની પસંદગી હોય છે. લંબગત તરંગો માટે કણ કે ક્ષેત્ર-સદિશનાં દોલનોની પસંદગી કરવાની આ પ્રકૃતિ (Preferential Character) ને કારણે આપણે ધ્રુવીભવનની વિભાવનાને વ્યાખ્યાયિત કરી શકીએ, કે જે કણો અથવા ક્ષેત્ર-સદિશોનાં દોલનોની સ્થિતિ અંગેની માહિતી આપે.

4.9 (*a*) અધ્રુવીભૂત અને તલધ્રુવીભૂત પ્રકાશ (Unpolarization and Plane Polarization Light) :

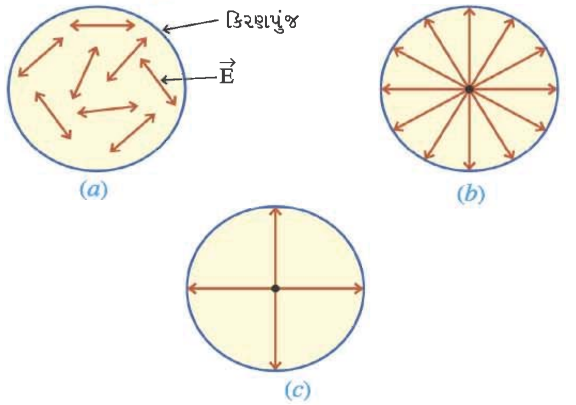
ધ્રુવીભવનની ઘટના સમજવા માટે નીચેની આકૃતિ 4.18ને ધ્યાનમાં લો.

આકૃતિમાં દર્શાવ્યા મુજબ ધારો કે પ્રકાશ ઉદ્‌ગમનું અણુ કે પરમાણુ બિંદુ O આગળ આવેલ છે કે જે વિદ્યુતચુંબકીય તરંગોનું ઉત્સર્જન કરે છે. એ જોઈ શકાય છે કે $\vec{E}$, $\vec{B}$ અને તરંગ-પ્રસરણ દિશા એકબીજાને લંબ છે. સામાન્ય પ્રકાશ ઉદ્‌ગમ જેવા કે ઇલેક્ટ્રિક બલ્બમાં આવા અસંખ્ય પરમાણુક ઉત્સર્જકો આવેલા હોય છે. તેઓ બધા જ તેમના $\vec{E}$ સદિશો (કે જેને પ્રકાશ-સદિશો (light vectors) પણ કહે છે) અસ્તવ્યસ્ત દરેક દિશામાં દોલનો કરતાં પણ તરંગ-પ્રસરણને લંબ દિશામાં હોય તે રીતે વિદ્યુતચુંબકીય તરંગોનું ઉત્સર્જન કરે છે. તેનો મતલબ એ થયો કે એક તરંગનો $\vec{E}$ એ બીજાના $\vec{E}$ ને સમાંતર નથી. (અત્રે પણ આપણે $\vec{E}$ સદિશોને જ ધ્યાનમાં લઈશું.) વળી, ઉદ્‌ગમના જુદા જુદા પરમાણુઓ દ્વારા ઉત્પન્ન અને એક જ દિશામાં પ્રસરતાં તરંગો-પ્રકાશ કિરણપુંજ (Beam)ની રચના કરે છે. આવું એક પ્રકાશ કિરણપુંજ પુસ્તકના પાનને લંબ, તેમાંથી બહાર નીકળતું વિચારીએ, તો તેમાનાં તરંગો પુસ્તકના પાનના સમતલમાં અસ્તવ્યસ્ત રીતે આવેલાં હશે. આવા પ્રકાશને અધ્રુવીભૂત પ્રકાશ કહે છે.



આકૃતિ 4.18 પ્રકાશનું પ્રસરણ

આવો અધ્રુવીભૂત પ્રકાશ આકૃતિ 4.19 (*a*) અને (*b*)માં દર્શાવેલ છે. સરળતા ખાતર, અધ્રુવીભૂત પ્રકાશના કોઈ પણ પ્રકાશ સદિશને પ્રસરણ દિશાને લંબ એવા પરસ્પર લંબ ઘટકોમાં વહેંચી શકાય (આકૃતિ 4.19 (*c*)માં દર્શાવ્યા મુજબ). પણ આપણે એ અવશ્ય યાદ રાખવું જોઈએ કે અધ્રુવીભૂત પ્રકાશ કિરણાવલીમાં સ્વતંત્ર રીતે દરેક તરંગ તો ધ્રુવીભૂત જ હોય છે.



આકૃતિ 4.19 અધ્રુવીભૂત પ્રકાશ

"જે પ્રકાશ-કિરણપુંજમાં વિદ્યુતતીવ્રતાના સદિશો ($\vec{E}$)નાં દોલનો પ્રકાશના પ્રસરણની દિશાને લંબ એવા સમતલમાં બધી જ દિશાઓમાં થતા હોય, તેવા પ્રકાશને અધ્રુવીભૂત પ્રકાશ કહે છે."

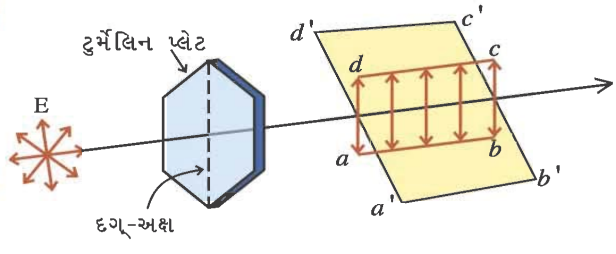
ઈ.સ. 1815માં, Biot નામના વિજ્ઞાનીએ શોધ્યું કે કેટલીક ખનિજો (Mineral)ના સ્ફટિકો (જેવા કે ટુર્મેલિન) પ્રકાશનું ચોક્કસ પસંદગી (Selectively) પ્રમાણે શોષણ કરે છે. જેને સિલેક્ટિવ શોષણ અથવા ડાઈક્રોઈઝમ (Dichroism) કહે છે. જ્યારે પ્રકાશ ટુર્મેલિન સ્ફટિકમાંથી પસાર થાય છે, ત્યારે તે ચોક્કસ દિશામાં ધ્રુવીભૂત થયેલા પ્રકાશને સહેલાઈથી પસાર થવા દે છે, જ્યારે તેનાથી લંબ દિશામાં ધ્રુવીભૂત થયેલા પ્રકાશનું પ્રબળતાથી શોષણ કરે છે. સ્ફટિકમાં આવેલ આ ચોક્કસ દિશાને દગ્-અક્ષ (Optic Axis) કહે છે. જો સ્ફટિકને યોગ્ય કદમાં (1થી 2 *mm* જાડાઈમાં) કાપવામાં આવે તો, લંબઘટકોનું તે સંપૂર્ણ શોષણ કરે છે (જુઓ આકૃતિ 4.20). તેથી ટુર્મેલિન પ્લેટમાંથી નિર્ગમન પામતા પ્રકાશમાં ફક્ત એક જ દિશામાં $\vec{E}$-સદિશો રહેલાં હશે કે જેઓ દગ્-અક્ષને સમાંતર હોય. આમ, નિર્ગમન પામતા પ્રકાશમાં સમતલસ્થ અને એકબીજાને સમાંતર જ $\vec{E}$-સદિશો રહેલાં હશે. આવા પ્રકાશને ધ્રુવીભૂત પ્રકાશ કહે છે. આમ, ટુર્મેલિન સ્ફટિક એક કુદરતી પોલેરાઈઝર (Polarizer) અથવા પોલેરોઇડ (Polaroid) છે.

"જે પ્રકાશ કિરણાવલીમાં વિદ્યુત-તીવ્રતાના સદિશો પરસ્પર સમાંતર અને સમતલસ્થ હોય, તેવા પ્રકાશને તલધ્રુવીભૂત પ્રકાશ (Plane Polarized Light) અથવા રેખીય ધ્રુવીભૂત પ્રકાશ (Linearly Polarized Light) કહે છે."

અધ્રુવીભૂત પ્રકાશમાંથી તલધ્રુવીભૂત પ્રકાશ મેળવવાની પ્રક્રિયાને ધ્રુવીભવન કહે છે.

"તલધ્રુવીભૂત પ્રકાશની પ્રસરણ-દિશા અને $\vec{E}$-સદિશો વડે રચાતા સમતલને દોલનતલ (Plane of Oscillation) કહે છે." આકૃતિ 4.20માં *abcd* એક દોલનતલ છે.

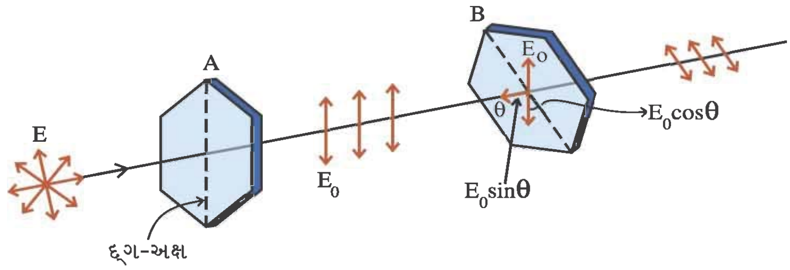
"તલધ્રુવીભૂત પ્રકાશના $\vec{E}$-સદિશોને લંબ અને પ્રકાશના કિરણમાંથી પસાર થતા સમતલને ધ્રુવીભવન-તલ (Plane of Polarization) કહે છે." આકૃતિ 4.20 માં *a'b'c'd'* એક ધ્રુવીભવન-તલ છે.



આકૃતિ 4.20 ટુર્મેલિન પ્લેટ દ્વારા ધ્રુવીભવન

4.9 (*b*) માલસનો નિયમ (Malus' Law) : ટુર્મેલિન પ્લેટ પોલેરાઈઝર તરીકે વર્તે છે, તેની સાબિતી નીચે મુજબ આપી શકાય. ટુર્મેલિન પ્લેટ $\vec{E}$-સદિશોના લંબઘટકોનું શોષણ કરતી હોવાથી તેમાંથી નિર્ગમન પામતા પ્રકાશની તીવ્રતા તેના પર આપાત અધ્રુવીભૂત પ્રકાશની તીવ્રતા કરતાં ઓછી હશે. જ્યારે ટુર્મેલિન પ્લેટ Aને આપાત કિરણાવલીને અક્ષ તરીકે લઈ પરિભ્રમણ કરાવવામાં આવે, ત્યારે નિર્ગમન પામતા ધ્રુવીભૂત પ્રકાશની તીવ્રતા સમાન રહે છે. આ અવલોકન દર્શાવે છે કે અધ્રુવીભૂત પ્રકાશમાં પ્રકાશ પ્રસરણ-દિશાને લંબ તેવા સમતલમાં બધી જ દિશામાં પ્રકાશ-સદિશો સમાન રીતે વહેંચાયેલા છે.

હવે, ધ્રુવીભૂત પ્રકાશનું વિશ્લેષણ કરવા માટે બીજી ટુર્મેલિન પ્લેટ B, પ્લેટ Aને સમાંતર આકૃતિ 4.21માં દર્શાવ્યા પ્રમાણે ગોઠવવામાં આવે છે.



આકૃતિ 4.21 પોલેરાઈઝર અને એનેલાઈઝર

પ્લેટ Bની દગ્ પ્લેટ Aની દગ્-અક્ષ સાથે θ કોણ બનાવે છે. આ સંજોગોમાં પ્લેટ Aમાંથી બહાર આવતા $\vec{E}$-સદિશો (E_0) પ્લેટ Bની દગ્-અક્ષ સાથે θ કોણ રચશે. તેથી તેને આપણે બે ઘટકોમાં છૂટાં પાડી શકીએ.

(1) $E_0\cos\theta$ જે પ્લેટ Bની દગ્-અક્ષને સમાંતર છે અને

(2) $E_0\sin\theta$જે પ્લેટ Bની દગ્-અક્ષને લંબ હોય.

આમ, ફક્ત $E_0\cos\theta$ ઘટકો જ પ્લેટ Bમાંથી બહાર આવી શકશે, જ્યારે લંબ ઘટકોનું શોષણ થઈ જશે. હવે, તીવ્રતા કંપવિસ્તારના વર્ગના સમપ્રમાણમાં હોવાથી પ્લેટ B પર આપાત પ્રકાશની તીવ્રતા $I_0 \propto E^2{}_0$ અને પ્લેટ B માંથી નિર્ગમન પામતા પ્રકાશની તીવ્રતા, $I_0 \propto E^2{}_0\cos^2\theta$ થશે.

$$\therefore \frac{I}{I_0} = \cos^2\theta$$

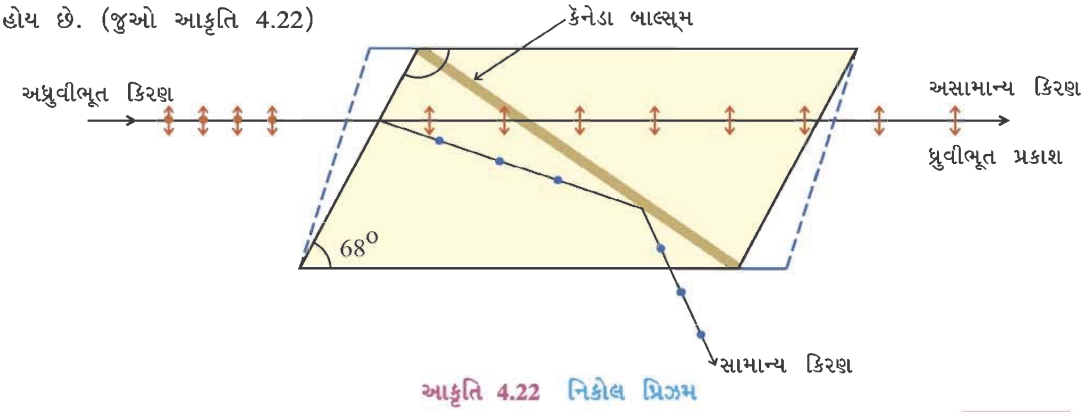
અથવા

$$\therefore I = I_0\cos^2\theta \qquad (4.9.1)$$

સમીકરણ (4.9.1)ને **માલસ્‌નો નિયમ** કહે છે. ઉપર્યુક્ત સમીકરણ પરથી એ સ્પષ્ટ છે કે જો પ્લેટ Bને પૂર્ણ પરિભ્રમણ કરાવવામાં આવે તો નિર્ગમન પ્રકાશની તીવ્રતા બે વખત શૂન્ય ($\theta = \frac{\pi}{2}$ અને $\frac{3\pi}{2}$ને અનુરૂપ) અને બે વખત મહત્તમ ($\theta = 0$ અને π અનુરૂપ) થશે. આ પ્રક્રિયાની મદદથી આપેલ પ્રકાશ ધ્રુવીભૂત છે કે નહીં તે ચકાસી શકાય છે. અત્રે ટુર્મેલિન પ્લેટ B એ આપાત પ્રકાશની ધ્રુવીભવન અંગેની સ્થિતિનું વિશ્લેષણ કરવા વપરાતી હોવાથી તેને **વિશ્લેષક (Analyzer)** કહે છે.

4.9 (*c*) નિકોલ પ્રિઝમ : ઈ.સ. 1828માં વિલિયમ નિકોલે કેલ્સાઈટ સ્ફટિકમાંથી એવી રચના બનાવી, જેનો પોલેરોઇડ (પોલેરાઇઝર અને એનેલાઇઝર) તરીકે ઉપયોગ કરી શકાય.

નિકોલ પ્રિઝમ કેલ્સાઈટના બે સ્ફટિકોનો બનેલો હોય છે. આ સ્ફટિકોને તેમની મુખ્ય અક્ષ સાથે 68^oનો કોણ બને તેમ કાપવામાં આવ્યા હોય છે અને પછી તેમને કેનેડા બાલ્સ્‌મ (એક પ્રકારનો ગુંદર) વડે જોડી દેવામાં આવ્યા હોય છે. (જુઓ આકૃતિ 4.22)



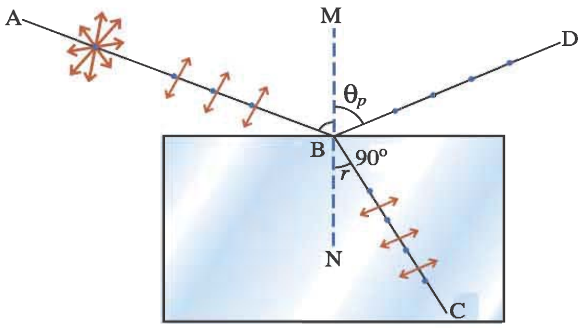
આકૃતિ 4.22 નિકોલ પ્રિઝમ

આ પ્રિઝમ પર આકૃતિમાં દર્શાવ્યા પ્રમાણે અધ્રુવીભૂત પ્રકાશ આપાત કરવામાં આવે છે, ત્યારે તેનું બે કિરણોમાં વિભાજન થાય છે. આ બંને કિરણો તલધ્રુવીભૂત હોય છે. આમાંના એક કિરણના $\vec{E}$ સદિશો આકૃતિમાં દર્શાવેલ સમતલને લંબ રૂપે હોય છે. આ કિરણને સામાન્ય કિરણ (Ordinary Ray) કહે છે. બીજા કિરણનાં $\vec{E}$ સદિશનાં દોલનો સમતલને સમાંતર હોય છે. આ કિરણને અસામાન્ય કિરણ (Extraordinary Ray) કહે છે. આ બંને કિરણો માટે કેલ્સાઇટનો વક્રીભવનાંક અનુક્રમે $n_0 = 1.658$ અને $n_e = 1.486$ હોય છે, જ્યારે કેનેડા બાલસમનો વક્રીભવનાંક 1.55 છે. આ સ્થિતિમાં આકૃતિમાં દર્શાવ્યા પ્રમાણે, સામાન્ય કિરણ કેનેડા બાલસમની સપાટી પાસે પૂર્ણ આંતરિક પરાવર્તન પામી બાજુ પરથી બહાર નીકળી જાય છે અને અસામાન્ય કિરણ તલધ્રુવીભૂત પ્રકાશ તરીકે પ્રિઝમમાંથી બહાર આવે છે.

4.9 (*d*) પરાવર્તનથી થતું ધ્રુવીભવન અને બ્રુસ્ટરનો નિયમ (Polarization by Reflection and Brewster's Law) : પ્રકાશનું ધ્રુવીભવન કરવાની ઘણી રીતો છે, તેમાંની એક રીત (ટુર્મેલિન પ્લેટ કે નિકોલ પ્રિઝમથી) આપણે જોઈ ગયાં. બીજી રીત, પારદર્શક માધ્યમથી થતા પ્રકાશના પરાવર્તનની છે. ઈ.સ. 1809માં ફ્રેન્ચ વિજ્ઞાની માલ્સે શોધી કાઢ્યું કે, પ્રકાશનું કિરણ પારદર્શક માધ્યમની સપાટી પર આપાત થાય ત્યારે તેના પરથી પરાવર્તન પામતા કિરણમાં મોટા ભાગના $\vec{E}$ સદિશો આપાત સમતલને લંબ હોય છે. એટલે કે પરાવર્તિત કિરણ અંશતઃ તલધ્રુવીભૂત (Partially Polarized) હોય છે.

અહીં, પરાવર્તિત કિરણના ધ્રુવીભવનની સ્થિતિ આપાતકોણ સાથે બદલાતી જાય છે. એવું જાણવા મળે છે કે, જો પ્રકાશને આપેલા પારદર્શક માધ્યમની સપાટી પર અમુક નિશ્ચિત કોણે આપાત કરવામાં આવે, તો પરાવર્તિત કિરણ સંપૂર્ણ તલધ્રુવીભૂત બને છે. એટલે કે, આ સ્થિતિમાં પરાવર્તિત કિરણમાં બધાં જ $\vec{E}$ સદિશો આપાત સમતલને લંબ એવાં પરસ્પર સમાંતર હોય છે. આ નિશ્ચિત આપાતકોણને આપેલા પારદર્શક માધ્યમનો ધ્રુવીભવનકોણ (Angle of Polarization) કહે છે. અને તેનું મૂલ્ય પારદર્શક માધ્યમના પ્રકાર પર આધાર રાખે છે.

અહીં પણ આપાત તથા અધ્રુવીભૂત પ્રકાશના $\vec{E}$ સદિશોના (1) આપાત સમતલને લંબ અને (2) આપાત સમતલને સમાંતર ઘટકો વિચારી શકાય.



આકૃતિ 4.23 બ્રુસ્ટરનો નિયમ

આકૃતિ 4.23માં આપાતકિરણ AB, લંબ BM અને પરાવર્તિત કિરણ BD વડે રચાતું સમતલ આપાત સમતલ છે. આપાત સમતલને લંબ એવા E ઘટકો ટપકાં (·) વડે દર્શાવ્યા છે. જ્યારે આપાત સમતલને સમાંતર E ઘટકો તીર (↔) વડે દર્શાવ્યાં છે. આપાત સમતલને લંબઘટકો σ, ઘટકો અને સમાંતર ઘટકો π ઘટકો કહેવાય છે.

જ્યારે આપાતકોણ, ધ્રુવીભવનકોણ (θ_p) જેટલો હોય છે, ત્યારે આપાત સમતલને લંબ એવા ફક્ત σ-ઘટકો પૈકીના અમુકનું જ પરાવર્તન થાય છે અને તેથી પરાવર્તિત કિરણ સંપૂર્ણ તલધ્રુવીભૂત હોય છે. પરાવર્તિત કિરણમાં π ઘટકો હોતા નથી.

પરાવર્તિત કિરણમાં ફક્ત અમુક જ σ-ઘટકો હોવાથી તે આપાતકિરણ કરતાં ઘણું ઝાંખું હોય છે. કાચની સપાટી માટે આપાત σ-ઘટકોમાંથી આશરે 15 %નું જ પરાવર્તન થાય છે. વક્રીભૂત કિરણમાં 85% σ-ઘટકો અને બધાં π-ઘટકો હોય છે તેથી તે પરાવર્તિત કિરણ કરતાં વધારે તીવ્ર હોય છે.

બ્રુસ્ટર નામના વિજ્ઞાનીને જુદા-જુદા પારદર્શક માધ્યમની સપાટી પર પ્રયોગ કરતાં જણાવ્યું કે, જ્યારે પરાવર્તિત કિરણ સંપૂર્ણ તલધ્રુવીભૂત બને છે, ત્યારે પરાવર્તિત કિરણ અને વક્રીભૂત કિરણ વચ્ચેનો કોણ 90° હોય છે. આ પરથી એક અગત્યનું પરિણામ ફલિત થાય છે, જેને બ્રુસ્ટરનો નિયમ કહે છે.

બ્રુસ્ટરનો નિયમ : "પારદર્શક પદાર્થની સપાટી પરથી પરાવર્તિત થતું કિરણ જ્યારે સંપૂર્ણ તલધ્રુવીભૂત થાય છે, ત્યારે આપાતકોણ (ધ્રુવીભવનકોણ)ના ટેન્જન્ટનું મૂલ્ય પારદર્શક પદાર્થના વક્રીભવનાંક જેટલું હોય છે."

એટલે કે, $n = \tan\theta_p$ (4.9.2)

જ્યાં, n = માધ્યમનો વક્રીભવનાંક અને θ_p ધ્રુવીભવનકોણ છે.

સાબિતી : આકૃતિ 4.23માં, $\angle MBD + \angle DBC + \angle r = 180^\circ$

$\therefore\ \theta_p + 90^\circ + r = 180^\circ$

$\therefore\ r = 90^\circ - \theta_p$ (4.9.3)

હવે, સ્નેલના નિયમ મુજબ, વક્રીભવનાંક,

$$n = \frac{\sin\theta_p}{\sin r} = \frac{\sin\theta_p}{\sin(90^0 - \theta_p)} = \frac{\sin\theta_p}{\cos\theta_p} = \tan\theta_p \quad (4.9.4)$$

સમીકરણ (4.9.4) બ્રુસ્ટરનો નિયમ છે.

4.9 (*e*) ધ્રુવીભવનના ઉપયોગો : ઐતિહાસિક દૃષ્ટિએ ધ્રુવીભવનનો ઉપયોગ પ્રકાશનાં તરંગોનો પ્રકાર (લંબગત) નક્કી કરવામાં થયો હતો. સંગત તરંગોમાં તો કણનાં દોલનો તરંગોની પ્રસરણ-દિશાને સમાંતર જ હોય, તેથી તેમનું ધ્રુવીભવન મેળવી શકવાનો પ્રશ્ન જ ઊભો થતો નથી.

પદાર્થમાંથી ઉત્સર્જિત અથવા પદાર્થ દ્વારા પ્રકેરિત (Scattered) પ્રકાશની ધ્રુવીભવનની સ્થિતિ પરથી પદાર્થના અમુક ગુમધર્મોનો અભ્યાસ કરી શકાય છે.

ધ્રુવીભવનના અભ્યાસો વડે જાણી શકાયું છે કે, શનિના ગ્રહના વલયોમાં બરફના સ્ફટિકો હોય છે.

જુદા-જુદા વાઈરસો પરથી પ્રકેરિત થતા અલ્ટ્રાવાયોલેટ પ્રકાશના ધ્રુવીભવનનો અભ્યાસ કરવાથી તેમનાં કદ અને આકાર જાણી શકાય છે.

પ્રકાશનું ધ્રુવીભવન પરમાણુ અને ન્યુક્લિયસના અભ્યાસોમાં પણ ઉપયોગી પુરવાર થયું છે. ગ્લાસ, બેકેલાઇટ જેવા પદાર્થોમાં પ્રતિબળ-વિકૃતિનો અભ્યાસ કરવામાં વપરાતી ફોટો-ઇલાસ્ટિસિટી (Photo-Elasticity)ની રીતમાં ધ્રુવીભૂત પ્રકાશનો જ ઉપયોગ થાય છે.

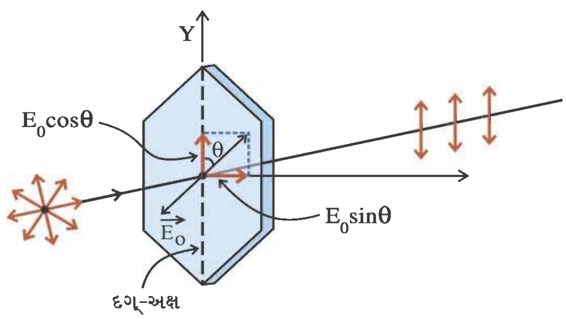
ખાંડના દ્રાવણમાંથી તલધ્રુવીભૂત પ્રકાશને પસાર કરીને ખાંડની જાત અને દ્રાવણની સાંદ્રતા નક્કી કરી શકાય છે. LCD (Liquid Crystal Diplay)માં ધ્રુવીભૂત પ્રકાશનો ઉપયોગ થાય છે. આ રચના કેલ્ક્યુલેટર્સ, ઘડિયાળો અને લેપટૉપ્સના સ્ક્રીનમાં વપરાય છે. કેટલાંક સનગ્લાસિસ પણ ગ્લેરથી બચવા પોલેરૉઇડના બનાવવામાં આવે છે.

ઉદાહરણ 10 : સાબિત કરો કે જ્યારે અધ્રુવીભૂત પ્રકાશ પોલેરાઇઝરમાંથી પસાર થાય ત્યારે નિર્ગમન પામતા પ્રકાશની તીવ્રતા આપાત પ્રકાશની તીવ્રતા કરતાં બરાબર અડધી થાય છે.

ઉકેલ : આકૃતિમાં દર્શાવ્યા અનુસાર પ્રકાશ-સદિશો દગ્-અક્ષ સાથે θ કોણ બનાવે છે. માલ્સના નિયમાનુસાર, નિર્ગમન પામતા પ્રકાશ-સદિશોની તીવ્રતા,

$I = I_0\cos^2\theta$ (1)

જ્યાં, I_0 = આપાત અધ્રુવીભૂત પ્રકાશની તીવ્રતા



પણ આપણે જાણીએ છીએ કે અધ્રુવીભૂત પ્રકાશમાં $\vec{E}$ સદિશો પ્રસરણ-દિશાને લંબ એવા સમતલમાં બધી જ દિશામાં અસ્તવ્યસ્ત રીતે વહેંચાયેલા હોય છે. એટલે કે, θનું 0થી 2π વચ્ચેનું દરેક મૂલ્ય શક્ય બનશે. તેથી, નિર્ગમન પામતી સરેરાશ તીવ્રતા નીચેના સૂત્ર વડે આપી શકાય :

$$I_{ave} = \langle I \rangle = I_0 \left\langle \cos^2\theta \right\rangle$$

$$= \frac{I_0}{2\pi} \int_{\theta=0}^{\theta=2\pi} \cos^2\theta d\theta = \frac{I_0}{2\pi} \int_0^{2\pi} \left(\frac{1+\cos 2\theta}{2}\right) d\theta$$

$$= \frac{I_0}{4\pi} \left\{ [\theta]_0^{2\pi} + \left[\frac{\sin 2\theta}{2}\right]_0^{2\pi} \right\}$$

$$= \frac{I_0}{4\pi} \{(2\pi - 0) + 0\} = \frac{1}{2} I_0$$

આમ, નિર્ગમન-તીવ્રતા આપાત તીવ્રતા કરતાં બરાબર અડધી થશે.

ઉદાહરણ 11 : તલધ્રુવીભૂત પ્રકાશ ટુર્મેલિન પ્લેટ પર લંબ રૂપે આપાત થાય છે. તેના $\vec{E}$ સદિશો પ્લેટની દગ્-અક્ષ સાથે 60° કોણ બનાવે છે, તો પ્રારંભિક અને અંતિમ મહત્તમ $\vec{E}$ સદિશો વચ્ચેનો પ્રતિશત (%) તફાવત શોધો.

ઉકેલ : માલસ્‌ના નિયમ અનુસાર, $I = I_0 \cos^2\theta$

$$\therefore \frac{I}{I_0} = \cos^2(60^\circ) = (0.5)^2 = 0.25 = \frac{1}{4}$$

$$\therefore \frac{E^2}{E_0^2} = \frac{1}{4} \quad (\because \ I \propto E^2)$$

$$\therefore \frac{E}{E_0} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \frac{|E - E_0|}{E_0} = \frac{|1-2|}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\%\Delta E = \frac{\Delta E}{E_0} \times 100 = \frac{1}{2} \times 100 = 50\%$$

ઉદાહરણ 12 : પાણીમાં ગતિ કરતું પ્રકાશનું કિરણ પાણીમાં ડુબાડેલી ગ્લાસ પ્લેટ પર આપાત થાય છે. જ્યારે આપાતકોણ 51°નો બને છે ત્યારે પરાવર્તિત કિરણ સંપૂર્ણ તલધ્રુવીભૂત બને છે, તો કાચનો વક્રીભવનાંક શોધો. પાણીનો વક્રીભવનાંક = 1.33.

ઉકેલ : આપાતકોણ, $\theta_P = 51^\circ$

આ આપાતકોણે, પરાવર્તિત કિરણ સંપૂર્ણ તલધ્રુવીભૂત થતું હોવાથી, બ્રુસ્ટરના નિયમાનુસાર, ગ્લાસનો પાણીની સાપેક્ષ વક્રીભવનાંક,

$$n' = \tan\theta_P = \tan 51^\circ = 1.235$$

પણ, $n' = \dfrac{\text{કાચનો વક્રીભવનાંક } (n_g)}{\text{પાણીનો વક્રીભવનાંક } (n_w)}$

$$\therefore n_g = n' n_w = 1.235 \times 1.33 = 1.64$$

ઉદાહરણ 13 : d પહોળાઈની એક સ્લિટને સફેદ પ્રકાશથી પ્રકાશિત કરવામાં આવે છે. dના કયા મૂલ્ય માટે $\lambda_R = 6500\ \mathring{A}$ ધરાવતા રાતા પ્રકાશ માટેનું પ્રથમ ન્યૂનતમ $\theta = 15^\circ$ના કોણે મળે ? આ જ બિંદુએ $\lambda_V = 4333\ \mathring{A}$ ધરાવતા જાંબલી રંગ માટે શું પરિસ્થિતિ હશે? $\sin 15^\circ = 0.2588$.

ઉકેલ : વિવર્તન ઘટના દરેક તરંગલંબાઈઓ માટે જુદા-જુદા પ્રમાણમાં અનુભવાતી હોવાથી, આપણે દરેક તરંગલંબાઈને અનુરૂપ મહત્તમો અને ન્યૂનતમોની શરત ચકાસવી પડશે.

રાતા પ્રકાશ માટે પ્રથમ ન્યૂનતમ, $n = 1$ માટે સમીકરણ,

$$d\sin\theta = n\lambda, \tag{1}$$

સ્લિટની પહોળાઈ, $d = \dfrac{n \times \lambda_R}{\sin\theta} = \dfrac{1 \times 6500 \times 10^{-10}}{\sin 15^\circ}$

$$= \frac{6.5 \times 10^{-7}}{0.2588} = 2.512 \times 10^{-6}\ \text{m}$$

જાંબલી રંગ માટે તરંગલંબાઈ જુદી હોવાથી આ જ બિંદુએ મહત્તમ થશે કે ન્યૂનતમ તે માટેની શરત ચકાસવી પડશે.

સમીકરણ $d\sin\theta = n'\lambda_V$ (2)

$$\therefore\ n' = \frac{d\sin\theta}{\lambda_V} = \frac{2.512 \times 10^{-6} \times 0.2588}{4333 \times 10^{-10}}$$

$$\therefore\ n' = 1.50$$

પરંતુ ન્યૂનતમ અનુભવવા માટે સમીકરણ (2)માં n'નું મૂલ્ય પૂર્ણાંક હોવું જોઈએ. આમ, આ જ બિંદુ આગળ જાંબલી રંગ માટે ન્યૂનતમની શરત પળાતી નથી.

સમીકરણ $d\sin\theta = (2n + 1)\dfrac{\lambda_V}{2}$ પરથી

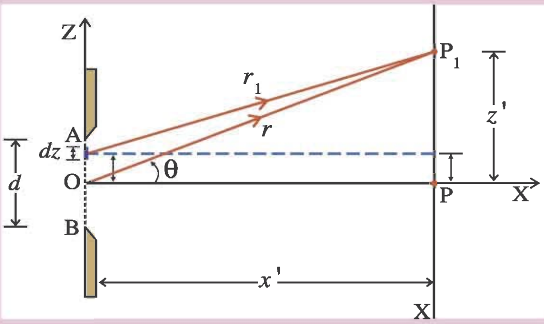
$$n' = \frac{d\sin\theta}{\lambda_V} - \frac{1}{2} = 1.5 - \frac{1}{2} = 1.0$$

આ પરિણામ સૂચવે છે કે જાંબલી રંગ માટે પ્રથમ અધિકતમ જોવા મળશે.

નોંધ : સ્લિટની પહોળાઈથી સ્વતંત્ર, હંમેશાં જે સ્થાને રાતા રંગનું પ્રથમ ન્યૂનતમ રચાતું હોય તે જ સ્થાને જાંબલી રંગ માટે પ્રથમ અધિકતમ રચાય છે.

પરિશિષ્ટ

વ્યાપક સ્વરૂપે વિવર્તનભાતના વિશ્લેષણ માટે (એટલે કે તીવ્રતાની વહેંચણી સમજવા માટે અને વ્યતિકરણ શલાકાઓનું સ્થાન નક્કી કરવા) આપણે બહિર્ગોળ લેન્સને અવગણીશું અને એવું ધારીશું કે સ્ક્રીન (C) એ ખૂબ જ મોટા અંતરે રહેલ છે અને એટલે જ વિવર્તિત તરંગોને અસરકારક રીતે સમતલ ગણી શકાશે. હા એ પણ નોંધવું જોઈએ કે જો આપણે લેન્સનો ઉપયોગ કરીએ તો પણ પરિસ્થિતિ બદલાશે નહીં, કારણ કે સ્લિટમાંથી ઉત્પન્ન જુદાં-જુદાં ગૌણ તરંગો લેન્સની જુદી જુદી જાડાઈવાળા ભાગમાંથી પસાર થતા હોવાથી તેઓ બધાં જ સરખું પ્રકાશીય અંતર (Optical Path Length) કાપશે. (માધ્યમમાં પ્રકાશીય અંતર એટલે માધ્યમના વક્રીભવનાંક અને તેના ભૌમિતિક અંતરનો ગુણાકાર).



એક લિસ્ટથી થતા વિવર્તન માટે મહત્તમો અને ન્યૂનતમો

આકૃતિ 4.1માં દર્શાવ્યા અનુસાર, સ્લિટના કેન્દ્ર O ને કાર્તેઝિયન યામપદ્ધતિનું ઉદ્‌ગમબિંદુ તરીકે લો. આપણે એવું ધારી શકીએ કે સ્લિટ AB એ ખૂબ નાની-નાની અને dz પહોળાઈના મોટી સંખ્યાના ખંડો (સ્લિટ-ખંડ)ની બનેલી છે. આવો એક સ્લિટ-ખંડ, ઉદ્‌ગમ બિંદુથી Z અંતરે આકૃતિમાં દર્શાવેલ છે. હવે, આપણને સ્ક્રીન પરના જુદાં-જુદાં બિંદુએ આવા બધા જ સ્લિટ-ખંડોને કારણે ઉદ્‌ભવતાં તરંગોના સંપાતીકરણને કારણે મળતી પરિણામી તીવ્રતાનું સમીકરણ મેળવવામાં રસ છે.

બિંદુ P_1 આગળ આવા એક જ dz પહોળાઈના સ્લિટ-ખંડ દ્વારા સ્થાનાંતર માટે નીચેના સૂત્ર મુજબ આપી શકાય.

$$de = E'\sin(\omega t - kr_1) \quad (1)$$

જ્યાં, E' એ બિંદુ P_1 આગળ કંપવિસ્તાર છે. એ જાણીતું છે કે જેમ સ્લિટ-ખંડની પહોળાઈ dz વધારે તેમ કંપવિસ્તાર E' મોટો (અને તેથી તીવ્રતા પણ વધારે). અર્થાત્ $E' \propto dz$ અથવા $E' = A'dz$ જ્યાં, A' એ સપ્રમાણતા-અચળાંક છે.

$$\therefore\ de = A'\sin(\omega t - kr_1)dz \quad (2)$$

હવે, બધા Bથી A તરફના બધા સ્લિટ-ખંડો વડે બિંદુ P_1નું પરિણામી સ્થાનાંતર,

$$e = A'\int_B^A \sin(\omega t - kr_1)dz = A'\int_{\frac{-d}{2}}^{\frac{+d}{2}} \sin(\omega t - kr_1)dz \quad (3)$$

આકૃતિ પરથી, $r^2 = (x')^2 + (z')^2$

$\therefore\ (x')^2 = r^2 - (z')^2$

અને $r_1^2 = x'^2 + (z' - z)^2$

$= (r^2 - z'^2) + (z' - z)^2$

$= r^2 - 2zz + z^2$

$$r_1^2 = r^2\left(1 - \frac{2z'z}{r^2} + \frac{z^2}{r^2}\right)$$

પણ $r >> z$ હોવાથી, $\frac{z^2}{r^2}$ પદ ખૂબ નાનું થશે અને તેથી તેને અવગણી શકાય. વળી, $\frac{2z'z}{r^2}$ પદ પણ એક કરતાં ઘણું નાનું હશે.

$$\therefore\ r_1^2 = r^2\left(1 - \frac{2z'z}{r^2}\right)$$

$$r_1 = \left(1 - \frac{2z'z}{r^2}\right)^{\frac{1}{2}}$$

બાયનોમિયલ પ્રમેયાનુસાર

$$[(1 + x)^n \approx 1 + nx,\ x << 1],\ r_1 \approx r\left(1 - \frac{1}{2}\frac{2z'z}{r^2}\right)$$

$$\therefore\ r_1 = r - \frac{z'z}{r}$$

વળી, ΔOPP_1 પરથી, $\sin\theta = \frac{z'}{r}$

$$\therefore\ r_1 = r - z\sin\theta \qquad (4)$$

સમીકરણ (4)નો ઉપયોગ (3)માં કરતાં,

$$e = A' \int_{\frac{-d}{2}}^{\frac{+d}{2}} \sin(\omega t - kr + kz\sin\theta)\, dz$$

$$= \frac{-A'}{k\sin\theta}\left[\cos(\omega t - kr + kz\sin\theta)\right]_{\frac{-d}{2}}^{\frac{+d}{2}}$$

$$= \frac{-A'}{\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)\sin\theta}\left[\cos\left\{(\omega t - kr) + \left(\frac{2\pi}{\lambda}\frac{d}{2}\sin\theta\right)\right\} - \cos\left\{(\omega t - kr) - \left(\frac{2\pi}{\lambda}\frac{d}{2}\sin\theta\right)\right\}\right] \qquad \left(\text{writing } k = \frac{2\pi}{\lambda}\right)$$

પ્રમાણિત સ્વરૂપ, $\cos(\theta_1 + \theta_2) - \cos(\theta_1 - \theta_2) = 2\sin\theta_1\sin\theta_2$ પરથી,

$$e = \frac{A\lambda}{2\pi\sin\theta}\left[-2\sin(\omega t - kr)\sin\left(\frac{\pi d\sin\theta}{\lambda}\right)\right]$$

$$= \left\{\left(\frac{A\lambda}{\pi\sin\theta}\right)\sin\left(\frac{\pi d\sin\theta}{\lambda}\right)\right\}\sin(\omega t - kr) \qquad (5)$$

આમ, બિંદુ P_1 આગળ પરિણામી કંપવિસ્તાર (E),

$$E = \left(\frac{A\lambda}{\pi\sin\theta}\right)\sin\left(\frac{\pi d\sin\theta}{\lambda}\right)$$

અથવા

$$E = A'd\left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right),$$

જ્યાં, $\frac{\pi d\sin\theta}{\lambda} = \alpha$ લીધેલ છે. (6)

વળી, તીવ્રતા એ કંપવિસ્તારના વર્ગના સમપ્રમાણમાં હોવાથી, બિંદુ P_1 આગળ પરિણામી તીવ્રતા

$$I = A^2d^2\left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2$$

$$I = I_0\left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2 \qquad (7)$$

જ્યાં, $I_0 = A'^2d^2$ = મહત્તમ તીવ્રતા (8)

સારાંશ

1. સમાન કળામાં દોલન કરતા માધ્યમના કણો કે અવકાશનાં બિંદુઓમાંથી પસાર થતા કાલ્પનિક પૃષ્ઠને તરંગ-અગ્ર કહે છે. તેની મદદથી તરંગ-પ્રસરણની ઘટના સમજી શકાય છે.
2. હાઈગેન્સનો સિદ્ધાંત સૂચવે છે કે તરંગ-અગ્ર પરનું દરેક બિંદુ સ્વતંત્ર ગૌણ ઉદ્‌ગમ તરીકે વર્તે છે અને પોતાનામાંથી ગૌણ ગોળાકાર તરંગો ઉત્સર્જે છે.
3. સમદિગ્ધર્મી માધ્યમમાં નવું તરંગ-અગ્ર પોતાનો મૂળ આકાર જાળવી રાખે છે.
4. બે કે તેથી વધારે તરંગોના સંપાતીકરણને કારણે ઉત્પન્ન થતી ભૌતિક અસરને વ્યતિકરણ કહે છે. સંપાતીકરણના સિદ્ધાંતની મદદથી જે બિંદુએ વ્યતિકરણ રચાય છે, ત્યાં પરિણામી સ્થાનાંતર શોધી શકાય છે.
5. પ્રકાશ-ઉદ્‌ગમો કે સમાન આવૃત્તિના અને કાં તો અચળ અથવા શૂન્ય પ્રારંભિક કળા તફાવત ધરાવતા પ્રકાશ તરંગો ઉત્પન્ન કરે તેને સુસંબદ્ધ ઉદ્‌ગમો કહે છે, અન્યથા ઉદ્‌ગમો અસુસંબદ્ધ કહેવાય.
6. ફક્ત સુસંબદ્ધ ઉદ્‌ગમો જ સ્થિત વ્યતિકરણ રચી શકે છે.
7. સામાન્ય રીતે, સુસંબદ્ધ ઉદ્‌ગમો મેળવવાની બે રીતો છે : (1) તરંગ-અગ્રના વિભાજનથી અને (2) કંપવિસ્તારના વિભાજનની રીત.
8. **સંપાતીકરણ અનુભવતા તરંગો માટે :**

   (1) પથ-તફાવત $= 2n\pi$, $n = 0, 1, 2, ...$ અથવા કળા-તફાવત $= n\lambda$, $n = 0, 1, 2, ...$ સહાયક વ્યતિકરણ આપે છે.

   (2) પથ-તફાવત $= (2n - 1)\pi$, જ્યાં $n = 1, 2, ...$ અથવા કળા-તફાવત $= (2n - 1)\frac{\lambda}{2}$, જ્યાં $n = 1, 2, ...$ વિનાશક વ્યતિકરણ આપે છે.
9. બે ક્રમિક પ્રકાશિત અથવા અપ્રકાશિત વ્યતિકરણ શલાકાઓ વચ્ચેનું અંતર $\bar{x} = \frac{\lambda D}{d}$, અચળ રહે છે. બધી જ પ્રકાશિત શલાકાઓ સરખી તેજસ્વી હોય છે.
10. તરંગ-અગ્રના મર્યાદિત ભાગને કારણે ઉદ્‌ભવતી અસરને વિવર્તન કહે છે.
11. ફ્રોનહોફર વિવર્તન માટે, ન્યૂનતમો માટેની શરત નીચે મુજબ આપી શકાય :

    પથ-તફાવત $= n\lambda$; જ્યાં $n = 0, 1, 2, 3, ...$

    nની જુદી-જુદી કિંમતો માટે, જુદાં જુદાં ક્રમના ન્યૂનતમો મળે છે.

    $n = 1 \Rightarrow$ પ્રથમ ક્રમનું ન્યૂનતમ

    $n = 2 \Rightarrow$ દ્વિતીય ક્રમનું ન્યૂનતમ, વગેરે...
12. ફ્રોનહોફર વિવર્તનમાં અધિકતમો માટે,

    પથતફાવત $= (2n + 1)\cdot\frac{\lambda}{2}$ જ્યાં $n = 1, 2, 3,...$
13. nની જુદી-જુદી કિંમતો માટે, જુદા-જુદા ક્રમનાં અધિકતમો મળે છે.
14. મધ્યસ્થ અથવા શૂન્યમા ક્રમના અધિકતમથી મોટા ક્રમનાં અધિકતમો તરફ જતાં તીવ્રતા ઝડપથી ઘટતી જાય છે. તે સ્લિટની પહોળાઈના સમપ્રમાણમાં પણ ઘટે છે.
15. બે નજીક રહેલી વસ્તુઓને સ્પષ્ટ અને છૂટા જોવાની ક્ષમતાને પ્રકાશીય ઉપકરણની વિભેદનશક્તિ કહે છે.
16. ફક્ત લંબગત તરંગો જ ધ્રુવીભવનની અસર ઉપજાવે છે.
17. સામાન્ય પ્રકાશઉદ્‌ગમો અધ્રુવીભૂત પ્રકાશ ઉત્પન્ન કરે છે.
18. અધ્રુવીભૂત પ્રકાશમાંથી ધ્રુવીભૂત પ્રકાશ મેળવવા ઘણી રીતો પ્રાપ્ય છે.

સ્વાધ્યાય

નીચેનાં વિધાનો માટે આપેલ વિકલ્પોમાંથી યોગ્ય વિકલ્પ પસંદ કરો :

1. યંગના એક પ્રયોગમાં બે સ્લિટ વચ્ચેનું અંતર 0.2 mm છે. જો પ્રયોગમાં વપરાયેલ પ્રકાશની તરંગલંબાઈ 5000 Å હોય, તો ત્રીજી પ્રકાશિત શલાકાનું મધ્યસ્થ શલાકાથી કોણીય અંતર .... rad હશે.
   (A) 0.075 (B) 0.75 (C) 0.0075 (D) 0.057
2. યંગના એક પ્રયોગમાં બે સ્લિટ વચ્ચેનું અંતર 0.4 cm અને સ્લિટથી પડદાનું અંતર 100 cm છે. પ્રયોગમાં વપરાયેલ પ્રકાશની તરંગલંબાઈ 5000 Å હોય, તો ચોથી અપ્રકાશિત શલાકાનું મધ્યસ્થ શલાકાથી અંતર .... હશે.
   (A) 4.37×10^{-2} cm (B) 4.37 mm (C) 8.74×10^{-2} cm (D) 8.74 mm
3. યંગના એક પ્રયોગમાં બે સ્લિટ વચ્ચેનું અંતર 0.1 mm તથા સ્લિટથી પડદાનું અંતર 100 cm છે. જો પ્રકાશની તરંગલંબાઈ 5000 Å હોય, તો શલાકાની પહોળાઈ .... છે.
   (A) 5 mm (B) 2.5 mm (C) 2.5 cm (D) 5 cm
4. યંગના પ્રયોગમાં બે સ્લિટ વચ્ચેનું અંતર અડધું કરવામાં આવે અને સ્લિટ તથા પડદા વચ્ચેનું અંતર બમણું કરવામાં આવે, તો શલાકાની પહોળાઈ ....
   (A) બદલાતી નથી. (B) અડધી થાય છે. (C) બમણી થાય છે. (D) ચાર ગણી થાય છે.
5. રાતા પ્રકાશની મદદથી વિવર્તન મેળવવામાં આવે છે. હવે જો રાતા પ્રકાશને બદલે વાદળી પ્રકાશ વાપરવામાં આવેતો,
   (A) વિવર્તનભાતમાં કોઈ ફેરફાર થતો નથી.
   (B) અધિકતમો અને ન્યૂનતમો સાંકડા અને વધારે ગીચ થાય છે.
   (C) અધિકતમો અને ન્યૂનતમો પહોળા અને એકબીજાથી દૂર જાય છે.
   (D) વિવર્તનભાત અદૃશ્ય થાય છે.
6. યંગના પ્રયોગમાં, બે સ્લિટની સામે પાતળી પારદર્શક sheet મૂકવામાં આવે છે કે જેથી કરીને મધ્યસ્થ અધિકતમ મૂળ સ્થાને રહે છે. જો પારદર્શક sheetની જાડાઈ t_1 અને t_2 અને વક્રીભવનાંક અનુક્રમે n_1 અને n_2 હોય તો, આ કિસ્સામાં ....
   (A) $\frac{t_1}{t_2} = \frac{n_1}{n_2}$ (B) $\frac{t_2}{t_1} = \frac{n_2}{n_1}$ (C) $\frac{t_1}{t_2} = \frac{(n_2-1)}{(n_1-1)}$ (D) $\frac{t_2}{t_1} = \frac{(n_2-1)}{(n_1-1)}$
7. યંગના પ્રયોગમાં એક કિરણના માર્ગમાં 1.5 વક્રીભવનાંક ધરાવતી પ્લેટ મૂકવામાં આવે છે. હવે, જો મધ્યસ્થ શલાકા પ્રકાશિત રહેતી હોય, તો પ્લેટની લઘુતમ જાડાઈ .... હોય.
   (A) 2λ (B) λ (C) $\frac{\lambda}{3}$ (D) $\frac{2\lambda}{3}$
8. કોઈ બિંદુવત વસ્તુનું ખૂબ ચોકસાઈથી સ્થાન નક્કી કરવા માટે .... પ્રકાશ વાપરવો જોઈએ.
   (A) ધ્રુવીભૂત (B) લાંબી તરંગલંબાઈવાળો
   (C) ટૂંકી તરંગલંબાઈવાળો (D) વધુ તીવ્રતાવાળો
9. વિવર્તનભાતમાં મધ્યસ્થ અધિકતમની કોણીય પહોળાઈ .... પર આધાર રાખતી નથી.
   (A) સ્લિટ અને ઉદ્‌ગમ વચ્ચેનાં અંતર (B) પ્રકાશની તરંગલંબાઈ
   (C) સ્લિટની પહોળાઈ (D) પ્રકાશની આવૃત્તિ
10. એક સ્લિટથી થતા ફ્રોનહોફર વિવર્તનમાં સ્લિટની પહોળાઈ 0.01 cm છે. જો સ્લિટને લંબરૂપે આપાત પ્રકાશની તરંગલંબાઈ 6000 Å હોય, દ્વિતીય અધિકતમનું મધ્યસ્થ અધિકતમની મધ્યરેખાથી કોણીય અંતર .... rad હશે.
    (A) 0.015 (B) 0.15 (C) 0.075 (D) 0.030

11. માઈક્રોસ્કોપના Oil Immersion ઑબ્જેક્ટિવ વડે વસ્તુ અંગેની બારીકાઈથી માહિતી મળી શકે છે. કારણ કે આવા ઑબ્જેક્ટિવ માટે ....

(A) વધારે મોટવણી હોય છે. (B) વધારે વિભેદનશક્તિ હોય છે.

(C) વ્યાસ મોટો હોય છે. (D) ઉપરનામાંથી એક પણ નહીં

12. એક વ્યક્તિ તળાવના શાંત પાણી પરથી પરાવર્તિત થયેલો સૂર્યનો તલધ્રુવીભૂત પ્રકાશ મેળવે છે. જો પાણીનો વક્રીભવનાંક 1.327 હોય તો, સૂર્ય ક્ષિતિજથી કેટલા કોણે હશે?

(A) 57° (B) 75° (C) 37° (D) 53°

13. સામાન્ય પ્રકાશ ગ્લાસના ચોસલા પર પોલેરાઈઝિંગ કોણે આપાત થઈ 22° જેટલું વિચલન અનુભવે છે, તો વક્રીભૂતકોણ .... હશે.

(A) 74° (B) 22° (C) 90° (D) 34°

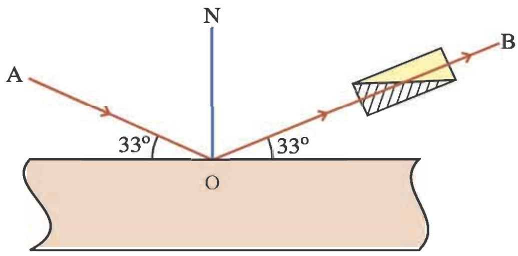
14. ટેલિસ્કોપમાં 4000 Å અને 5000 Åના પ્રકાશ વડે મળતી વિભેદનશક્તિનો ગુણોત્તર .... છે.

(A) 16:25 (B) 5:4 (C) 4:5 (D) 9:1

15. એક ટેલિસ્કોપના લેન્સનો વ્યાસ 1.22 m છે. પ્રકાશની તરંગલંબાઈ 5000 Å છે, તો ટેલિસ્કોપની વિભેદનશક્તિ .... હશે.

(A) 2×10^5 (B) 2×10^6 (C) 2×10^2 (D) 2×10^4

16. આકૃતિમાં AO આપાતકિરણ છે. ગ્લાસના સ્લેબનો વક્રીભવનાંક 1.54 છે. પરાવર્તિત કિરણ OBના માર્ગમાં નિકોલ પ્રિઝમ યોગ્ય રીતે ગોઠવ્યો છે. હવે નિકોલ પ્રિઝમને યોગ્ય ભ્રમણ આપતાં તેમાંથી બહાર આવતા પ્રકાશની તીવ્રતા ....



(A) શૂન્ય થઈ જાય છે અને શૂન્ય જ રહે છે.

(B) તીવ્રતા થોડીક ઘટે છે અને થોડીક વધે છે.

(C) તીવ્રતામાં કોઈ ફેરફાર થતો નથી.

(D) તીવ્રતા ક્રમશઃ ઘટીને શૂન્ય થાય છે અને પછી વધે છે.

17. એકબીજાની ઉપર મૂકેલા પોલેરાઈઝર પર અધ્રુવીભૂત પ્રકાશ આપાત થાય છે, તો આ બંને પોલેરાઈઝરની વચ્ચે કેટલો કોણ હોવો જોઈએ કે જેથી પારગમન પામતા પ્રકાશની તીવ્રતા આપાત પ્રકાશ-કિરણની તીવ્રતા કરતાં $\frac{1}{3}$ જેટલી થાય,

(A) 54.7° (B) 35.3° (C) 0° (D) 60°

જવાબો

1. (C)	2. (A)	3. (B)	4. (D)	5. (B)	6. (C)
7. (A)	8. (C)	9. (A)	10. (A)	11. (B)	12. (C)
13. (D)	14. (B)	15. (B)	16. (D)	17. (B)	

નીચેના આપેલ પ્રશ્નોના ટૂંકમાં જવાબ આપો :

1. હાઈગેન્સના સિદ્ધાંત લખો.
2. વ્યતિકરણ એટલે શું ?
3. સંપાતીકરણનો સિદ્ધાંત લખો.
4. સુસંબદ્ધ ઉદ્‌ગમ એટલે શું ?
5. પ્રકાશીય પથ-અંતર અને ભૌમિતિક પથ-અંતર વચ્ચેનો સંબંધ લખો.
6. Airy's Disc એટલે શું ?

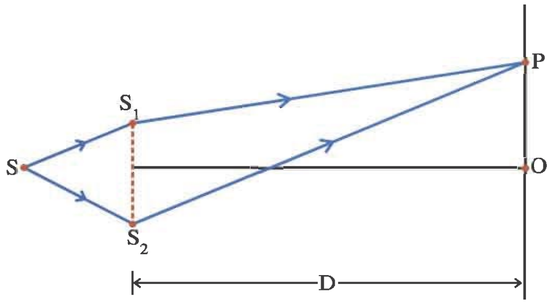
7. પ્રકાશીય ઉપકરણ માટે વિભેદનશક્તિ વ્યાખ્યાયિત કરો.
8. રેલેનું પ્રમાણ લખો.
9. ધ્રુવીભવનતલની વ્યાખ્યા આપો.
10. રેખીય ધ્રુવીભૂત પ્રકાશની વ્યાખ્યા આપો.

નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ લખો :

1. તરંગ-પ્રસરણ સમજવા તરંગ-અગ્રનો ઉપયોગ સમજાવો.
2. વ્યતિકરણ ભાતમાં બે ક્રમિક પ્રકાશિત અને અપ્રકાશિત શલાકાઓ વચ્ચેનું અંતર $\frac{\lambda D}{2d}$ છે, તેમ સાબિત કરો.
3. એક સ્લિટ વડે રચાતા ફ્રોનહોફર વિવર્તનની મદદથી મધ્યસ્થ અધિકતમ સમજાવો.
4. ફ્રોનહોફર વિવર્તનમાં મધ્યસ્થ અધિકતમની પહોળાઈ નક્કી કરો.
5. ફ્રેઝનેલ-અંતરનું મહત્ત્વ સમજાવો.
6. વ્યતિકરણ અને વિવર્તનભાત માટે સરખામણીના બે મુદ્દાઓ લખો.
7. અધ્રુવીભૂત અને ધ્રુવીભૂત પ્રકાશની વ્યાખ્યા આપો.
8. નિકોલ પ્રિઝમની રચના આકૃતિ દોરી સમજાવો.
9. બ્રુસ્ટરનો નિયમ લખો અને સાબિત કરો.
10. ધ્રુવીભવનના ઉપયોગો લખો.

નીચેના દાખલા ગણો :

1. બે સુસંબદ્ધ પાતળા રેખીય ઉદ્‌ગમો વચ્ચેનું અંતર 0.7 *mm* છે. તેનાથી 1 m અંતરે રાખેલ પડદા પર રચાતી વ્યતિકરણભાતમાં ચોથી અપ્રકાશિત શલાકા, મધ્યસ્થ પ્રકાશિત શલાકાથી 3 mm અંતરે રચાતી હોય, તો પડદા પર આપાત એકરંગી પ્રકાશની તરંગલંબાઈ શોધો. [જવાબ : 6000 Å]
2. યંગના એક પ્રયોગમાં બે સ્લિટ વચ્ચેનું અંતર 0.05 cm અને સ્લિટથી પડદાનું અંતર 100 cm છે, તો ત્રીજી પ્રકાશિત અને પાંચમી અપ્રકાશિત શલાકા વચ્ચેનું અંતર શોધો. પ્રકાશની તરંગલંબાઈ 5000 Å લો. [જવાબ : 1 *mm*]
3. યંગના એક પ્રયોગમાં 4000 Å તરંગલંબાઈના પ્રકાશની પાંચમી પ્રકાશિત શલાકા એક અજ્ઞાત તરંગલંબાઈના પ્રકાશની ચોથી પ્રકાશિત શલાકા પર સંપાત થાય છે, તો અજ્ઞાત તરંગલંબાઈ શોધો. [જવાબ : 5000 Å]
4. યંગના એક પ્રયોગમાં બે સ્લિટ વચ્ચેનું અંતર 1 mm છે. પડદા પર મળતી બે ક્રમિક પ્રકાશિત શલાકાઓ વચ્ચેનું અંતર 0.03 cm છે. હવે જો પડદાને સ્લિટથી 50 cm જેટલો વધારે દૂર ખસેડવામાં આવે, તો બે ક્રમિક અપ્રકાશિત શલાકાઓ વચ્ચેનું અંતર બમણું થાય છે, તો આપાતપ્રકાશની તરંગલંબાઈ શોધો. [જવાબ : 6000 Å]
5. બે સુસંબદ્ધ ઉદ્‌ગમોથી ઉત્સર્જાઈને બે તરંગોને કોઈ એક બિંદુ પાસે પહોંચતા લાગતા સમયનો તફાવત જો તરંગના આવર્તકાળના પૂર્ણગુણાંક રૂપે હોય, તો દર્શાવો કે આ બિંદુ પાસે સહાયક વ્યતિકરણ રચાય છે.

6. 

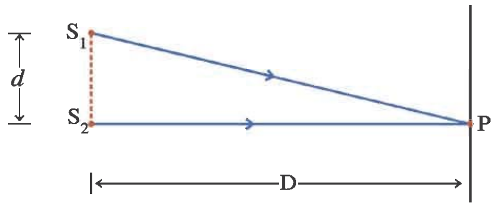
આકૃતિમાં દર્શાવ્યા અનુસાર બે સ્લિટના પ્રયોગમાં $SS_2 - SS_1 = 0.25\lambda$ છે, તો P બિંદુ પાસે સહાયક અને વિનાશક વ્યતીકરણની શરતો મેળવો.

7. યંગના વ્યતિકરણના પ્રયોગમાં જો બે સ્લિટો વચ્ચેનું અંતર વપરાયેલ પ્રકાશની તરંગલંબાઈ કરતાં બમણું હોય, તો સાબિત કરો કે પડદા પર વધારેમાં વધારે 5 પ્રકાશિત શલાકાઓ મળે.

8. યંગના બે સ્લિટના એક પ્રયોગમાં 6500 Å અને 5200 Å તરંગલંબાઈનાં તરંગો ધરાવતું એક કિરણજૂથ વાપરવામાં આવે છે. મધ્યસ્થ પ્રકાશિત શલાકાથી કેટલા લઘુતમ અંતરે બંને તરંગલંબાઈઓથી મળતી પ્રકાશિત શલાકાઓ સંપાત થશે? બે સ્લિટ વચ્ચેનું અંતર 0.5 mm અને સ્લિટથી પડદાનું અંતર 100 cm છે.

[જવાબ : 0.52 cm]

9. આકૃતિમાં દર્શાવ્યા પ્રમાણે યંગના બે સ્લિટના પ્રયોગમાં સફેદ પ્રકાશનો ઉપયોગ કરવામાં આવે છે. સ્લિટ S_2ની બરાબર સામે જ આવેલા પડદા પરના બિંદુ આગળ અમુક તરંગલંબાઈઓ વિનાશક વ્યતિકરણ ઉત્પન્ન કરે છે. (એટલે કે, વ્યતિકરણભાતમાં તેઓ ગેરહાજર છે.) પ્રથમ અને દ્વિતીય ક્રમના વ્યતિકરણ માટે આ ગેરહાજર તરંગલંબાઈઓ શોધો.



[જવાબ : (1) $\frac{d^2}{D}$, $n = 1$, (2) $\frac{d^2}{3D}$, $n = 2$]

10. ત્રણ પ્રકાશ-સદિશો એક જ બિંદુ આગળ સંપાતીકરણ અનુભવે છે, તેઓના વિદ્યુતક્ષેત્રના ઘટકો નીચે મુજબ છે. $E_1 = E_0 \sin\omega t$, $E_2 = E_0 \sin(\omega t + 60^\circ)$, $E_3 = E_0 \sin(\omega t - 30^\circ)$, સંપાતબિંદુ આગળ તેઓનો પરિણામી ઘટક $E(t)$ શોધો. (1) $\vec{E}$ સદિશને ફેઝરની રીતથી sine અને cosine ઘટકોમાં વિભાજિત કરી પરિણામી કંપવિસ્તાર E_R શોધો. (2) પરિણામી સદિશની મદદથી ફેઝરની રીતથી કળા પણ શોધી શકાય.

[જવાબ : $E(t) = E_R \sin(\omega t + \beta)$ જ્યાં, $E_R = 2.4E_0$, $\beta = 8.8^\circ$]

11. ફ્રોનહોફર વિવર્તનમાં સ્લિટ પર લંબરૂપે આપાત થતા પ્રકાશની તરંગલંબાઈ $\frac{d}{2}$ છે, જ્યાં d એ સ્લિટની પહોળાઈ છે, તો ગમે તેટલા અંતરે મૂકેલા અનંત વિસ્તારવાળા પડદા પર વધુમાં વધુ કેટલી પ્રકાશિત શલાકાઓ રચાય ?

[જવાબ : 3 મહત્તમ મળે]

12. સ્લિટની પહોળાઈ 2 mm છે. 5000 Å તરંગલંબાઈ ધરાવતો પ્રકાશ તેની પર લંબરૂપે આપાત થાય છે. સ્લિટની નજીક સ્લિટના સમતલને સમાંતર ગોઠવેલ 100 cm કેન્દ્રલંબાઈ ધરાવતા બહિર્ગોળ ફોકલ પ્લેન પર બીજી વિવર્તન અધિકતમની પહોળાઈ શોધો.

[જવાબ : 0.025 cm]

13. યંગના પ્રયોગના સાધનને 1.33 વક્રીભવનાંકવાળા પ્રવાહીમાં મૂકી પ્રયોગ કરવામાં આવે છે. બે સ્લિટ વચ્ચેનું અંતર 1 mm તેમજ સ્લિટના સમતલ અને પડદા વચ્ચેનું અંતર 1.33 m છે. વપરાયેલ પ્રકાશની હવામાં તરંગલંબાઈ 6300 Å છે, તો (1) બે ક્રમિક પ્રકાશિત શલાકાઓ વચ્ચેનું અંતર શોધો. (2) સાધનને આ પ્રવાહીમાં રાખીને જ બેમાંથી એક સ્લિટને 1.53 વક્રીભવનાંકવાળી એક ગ્લાસ-પ્લેટથી ઢાંકવામાં આવે છે. આ સ્થિતિમાં જો પ્રથમ ક્રમની અપ્રકાશિત શલાકા શૂન્ય ક્રમની પ્રકાશિત શલાકાની સ્થાને આવી જતી હોય, તો પ્લેટની જાડાઈ શોધો.

[જવાબ : (ii) 0.63×10^{-3} m (ii) 1.57×10^{-6} m]

•

5 પરમાણુઓ

5.1 પ્રસ્તાવના (Introduction)

ગ્રીક તત્ત્વચિંતકો (Philosohers)એ સૌપ્રથમ સૂચવ્યું કે દરેક પદાર્થ (તત્ત્વ) નાના અવિભાજ્ય કણો, પરમાણુઓ (Atoms)ના બનેલા હોય છે. પરંતુ આ વિચારને અંગ્રેજ રસાયણશાસ્ત્રી (Chemist) જહૉન ડાલ્ટને (John Dalton) (1803) જુદાં-જુદાં રસાયણો પર કરેલા શ્રેણીબદ્ધ પ્રયોગો સુધી કોઈ જ વૈજ્ઞાનિક સમર્થન મળ્યું નહીં. આ પ્રયોગો દ્વારા ડાલ્ટને દર્શાવ્યું કે, ખરેખર દ્રવ્ય એ મૂળભૂત કણો, પરમાણુઓનો બનેલો છે. તેણે સૂચવ્યું કે (1) પરમાણુ એ તત્ત્વનો સૌથી નાનો (મૂળભૂત) અવિભાજ્ય ભાગ છે કે જે રાસાયણિક પ્રક્રિયાઓમાં ભાગ લે છે અને (2) દરેક તત્ત્વ એ કોઈ એક જ પ્રકારના પરમાણુઓનું બનેલું હોય છે. વાસ્તવમાં, ઓગણીસમી સદીના અંત બાદ જ આ અંગેનાં પ્રાયોગિક પરિણામો એકઠાં થવાને કારણે દ્રવ્ય અંગેના આ પરમાણુવાદની પ્રગતિ થઈ શકી.

દા.ત., જીન પેરીને (Jean Perin) ઋણવિદ્યુતભારિત ઇલેક્ટ્રૉન્સની શોધ કરી. પછી, જે. જે. થોમ્સને (J.J. Thomson) ઇલેક્ટ્રૉન પરના વિદ્યુતભાર (e) અને તેના દળ (m)નો ગુણોત્તર શોધ્યો, જ્યારે મિલિકાને (Milikan) ઇલેક્ટ્રૉન પરનો વિદ્યુતભાર માપ્યો.

બીજી બાજુ, હેન્રી બેક્વરેલ (Henry Bacqurel) અને મેડમ ક્યૂરિ (Madam Curie) એ અમુક ભારે તત્ત્વો (પરમાણુઓ)માં રેડિયો-ઍક્ટિવિટીની શોધ કરી. રુથરફર્ડના રેડિયો-ઍક્ટિવ પ્રયોગ દ્વારા પ્રસ્થાપિત થયું કે રેડિયો-ઍક્ટિવ વિકિરણમાં ઇલેક્ટ્રૉનની સાથે ધનવિદ્યુતભારિત α-કણો પણ હોય છે. આ ધનવિદ્યુતભારિત α-કણો ઇલેક્ટ્રૉન કરતાં થોડાક હજાર ગણાં ભારે હોવાનું માલૂમ પડ્યું.

આમ, આ બધાં અવલોકનોએ સાબિત કર્યું કે પરમાણુઓ હકીકતમાં વિભાજ્ય છે અને પરમાણુઓ કરતાં પણ વધારે મૂળભૂત ઋણ અને ધનવિદ્યુતભારિત કણો પરમાણુનું બંધારણ કરે છે. સાથે-સાથે એવું પણ પ્રસ્થાપિત થયું કે પરમાણુઓ વિદ્યુતની દૃષ્ટિએ તટસ્થ હોય છે, અર્થાત્ તેમના પર સરખા પ્રમાણમાં ઋણ અને ધનવિદ્યુતભાર હોવો જોઈએ.

વળી, એ વખતે વૈજ્ઞાનિકો જાણતા હતા કે કન્ડેન્સ્ડ (Condensed) દ્રવ્ય (જેવા કે ઘન પદાર્થ, પ્રવાહી પદાર્થ અને વધારે ઘનતા સાથેના વાયુઓ) તેમના તાપમાનને અનુરૂપ વિદ્યુતચુંબકીય વિકિરણોનું ઉત્સર્જન કરે છે. આ વિકિરણોમાં જુદી-જુદી તીવ્રતા અને ઘણી સતત રીતે વહેંચાયેલી તરંગલંબાઈઓ જોવા મળે છે. આનાથી વિરુદ્ધ, (કાં તો ઇલેક્ટ્રિકલ ડિસ્ચાર્જ થકી અથવા ગરમ કરવાથી) ખૂબ જ ઓછી ઘનતાએ રહેલા વાયુઓમાંથી ઉત્સર્જાતાં વિકિરણો અમુક ચોક્કસ અસતત તરંગલંબાઈઓનાં બનેલા માલૂમ પડ્યું.

વળી, આ ચોક્કસ તરંગલંબાઈઓ જે-તે વાયુની લાક્ષણિકતા પર આધાર રાખતી હોવાની જણાઈ. ખૂબ જ ઓછી ઘનતા ધરાવતા વાયુમાં પરમાણુઓ વચ્ચેનું અંતર મોટું હોવાને કારણે, તેમનાંથી ઉત્સર્જિત વિકિરણ સ્વતંત્ર પરમાણુઓમાંથી ઉત્સર્જાયેલું ગણી શકાય. આમ, ચોક્કસ અસતત તરંગલંબાઈઓનું ઉત્સર્જન એ વાયુ બનાવતા પરમાણુઓની લાક્ષણિકતા સૂચવે છે. તે જ રીતે, જ્યારે પરમાણુઓ પર સતત તરંગલંબાઈઓ ધરાવતું વિકિરણ આપાત કરવામાં આવ્યું, ત્યારે તેઓ અમુક અસતત લાક્ષણિક તરંગલંબાઈઓનું જ શોષણ કરતાં જણાયા.