

# 7

## વિકિરણ અને દ્રવ્યનો દ્વૈત-સ્વભાવ

### 7.1 પ્રસ્તાવના (Introduction)

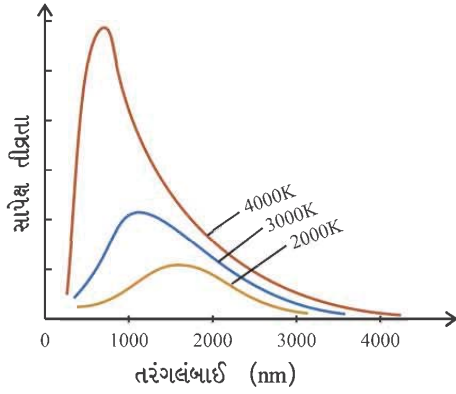
ઓગણીસમી સદીના અંતે બધા જ ભૌતિકશાસ્ત્રીઓ માનતા હતા કે દ્રવ્યના કણોની ગતિ માટેના ન્યૂટનના નિયમો, થર્મોડાયનેમિક્સ અને વિદ્યુતચુંબકીય તરંગો માટેનો મેક્સવેલનો વાદ ભૌતિકશાસ્ત્રમાં પૂર્ણ અને મૂળભૂત નિયમો છે. આ બધા ભેગા મળીને ‘પ્રચલિત યંત્રશાસ્ત્ર’ (Classical Mechanics) રચે છે. પ્રચલિત યંત્રશાસ્ત્ર મુખ્યત્વે સ્થૂળ (macroscopic) ઘટનાઓ માટે વપરાય છે. આ પ્રચલિત વાદને લાગતી વળગતી મોટા ભાગની ઘટનાઓનું કાં તો પ્રત્યક્ષ રીતે અવલોકન કરી શકાય છે અથવા તો પ્રમાણમાં સરળ એવાં સાધનો દ્વારા તેમનું અવલોકન શક્ય છે. આમ, પ્રચલિત ભૌતિકશાસ્ત્રની દુનિયા અને આપણી સમજણશક્તિ વચ્ચે નજીકનો સંબંધ છે. લગભગ બધા જ સ્થૂળ કોયડાઓને પ્રચલિત યંત્રશાસ્ત્રના નિયમોની મદદથી સંતોષકારક રીતે ઉકેલી શકાય છે, અને તેથી જ વૈજ્ઞાનિકોએ તેમનું ધ્યાન પરમાણુ અને તેથી પણ નાના કણોના (એટલે કે, સૂક્ષ્મ અને અતિ સૂક્ષ્મ) તંત્રના અભ્યાસ તરફ વાળ્યું. સ્થૂળ તંત્રોથી વિરુદ્ધ, આ સૂક્ષ્મ તંત્રોનું પ્રત્યક્ષ અવલોકન શક્ય ના હોવાથી, એવા પ્રયોગોનો ઉલ્લેખ અત્રે જરૂરી છે કે જેના કારણે સૂક્ષ્મ કણોને લાગતા કોયડાઓમાં રસ અને કુતૂહલ પેદા થયાં.

કેથોડ કિરણો પર વિદ્યુતક્ષેત્રની અસરનો Jean Perin (1895)નો અભ્યાસ, અને ઋણ વિદ્યુતભારિત કણોના પ્રાયોગિક અવલોકને ઇલેક્ટ્રોનની શોધ કરી. થોડા જ સમયબાદ, જે. જે. થોમસને ઇલેક્ટ્રોન માટે વિદ્યુતભાર અને દળનો ગુણોત્તર ( $\frac{e}{m} = 1.756 \times 10^{11} \text{ C/kg}$ ) શોધ્યો, જ્યારે મિલિકાને (1909) ઇલેક્ટ્રોન પરનો વિદ્યુતભાર ( $e = 1.602 \times 10^{-19} \text{ C}$ ) નક્કી કર્યો. એવું પણ પ્રસ્થાપિત થયું કે દ્રવ્યનો નાનામાં નાનો મૂળભૂત ઘટક પરમાણુ છે, અને તે વિદ્યુતકીય તટસ્થ છે. વિલિયમ રોન્જને (1856) અકસ્માતે ક્ષ-કિરણો (X-rays)ની શોધ કરી અને થોડા જ વર્ષો બાદ હેન્દ્રી બેકવેરેલ (1896) અને મેડમ ક્યુરિ (1898)એ જુદાં-જુદાં સંયોજનો પરથી રેડિયો-એક્ટિવિટીની શોધ કરી.

આવા કેટલાક પ્રયોગોએ બીજા શ્રેણીબદ્ધ પ્રયોગો, કે જેમનાં પરિણામો પ્રચલિત યંત્રશાસ્ત્રના નિયમો દ્વારા સમજાવી શકાયા નહોતાં, તેમને સમજાવવા માટેનો પાયો નાંખ્યો. ઘન પદાર્થોની અને દ્વિ-પારમાણ્વિક વાયુઓની અતિ નીચા તાપમાને વિશિષ્ટ ઉષ્મા (specific heats) અને ઘન-ધાતુ પદાર્થોની ઊંચી વિદ્યુતવાહકતા (conductivities), પરમાણુનું બંધારણ અને જુદાં-જુદાં તત્ત્વોની ઉત્સર્જન અને શોષણની લાક્ષણિક તરંગલંબાઈઓ, ફોટો-ઇલેક્ટ્રિક અસર અને કાળા પદાર્થના વિકિરણ જેવા મુખ્ય કોયડાઓ પ્રચલિત યંત્રશાસ્ત્રની મદદથી સમજી શકાયા નહીં.

ઉપર્યુક્ત અવલોકનો અને બીજાં કેટલાંક પ્રયોગિક સત્યોમાં જોવા મળતા આ દેખીતા વિરોધાભાસનું નિરાકરણ કરવા દ્રવ્ય અને વિકિરણ માટે આપણી સામાન્ય સૂઝ અને કલ્પનાથી તદ્દન જુદો જ વિચાર જરૂરી હતો.

ઐતિહાસિક રીતે, કેવી રીતે આવો નવો વિચાર (કલ્પના) ઉદ્ભવ્યો, તેને સમજવા માટે આપણે કાળા પદાર્થના વિકિરણને રજૂ કરવા નડતી મુશ્કેલીઓનો અભ્યાસ કરીશું.



**આકૃતિ 7.1** તરંગલંબાઈના વિધેય તરીકે સાપેક્ષ તીવ્રતા

**કાળા પદાર્થનું વિકિરણ :** ઈ. સ. 1897માં લ્યૂમર અને સ્પિંગશેમે સંપૂર્ણ કાળા પદાર્થ અથવા કેવિટી વિકિરણમાં જુદી-જુદી તરંગલંબાઈઓને અનુરૂપ તીવ્રતાઓ (અર્થાત્ તીવ્રતાની વહેંચણી) માપી, જે આકૃતિ 7.1માં દર્શાવી છે.

તે સમયે વૈજ્ઞાનિકો વિદ્યુતચુંબકીય વાદ અને થરમોડાઈનેમિક્સના નિયમોની મદદથી ઉપર્યુક્ત આલેખોનું વર્ણન કરવા મથતા હતા.

વીને થરમોડાઈનેમિક્સના નિયમો અને વિદ્યુતચુંબકીય વાદનો ઉપયોગ કરીને ઊર્જાઘનતાનું સૂત્ર નીચે મુજબ આપ્યું :

$$u_{\lambda} = \frac{1}{\lambda^5} \cdot \exp\left(-\frac{b}{\lambda T}\right); \text{ જ્યાં } b \text{ એ અચળાંક અને } T \text{ નિરપેક્ષ}$$

તાપમાન છે. આ સૂત્ર નાની તરંગલંબાઈ માટેનાં પ્રાયોગિક પરિણામો સમજાવી શકે છે, પરંતુ મોટી તરંગલંબાઈ માટેનાં ઊર્જા-વિતરણને સમજાવી શકતું નથી.

રેલે અને જીન્સે વિકિરણને વિદ્યુતચુંબકીય તરંગો તરીકે લઈ તરંગલંબાઈના નાના ગાળાઓમાં સ્થિત તરંગોની સંખ્યા (normal modes of vibration) નક્કી કરી. દરેક નોર્મલ મોડ એ એક હાર્મોનિક દોલકને અનુરૂપ હોય છે. હાર્મોનિક દોલક માટે બે મુક્તતાનાં અંશો (degrees of freedom) હોવાથી, તેની ઊર્જા  $k_B T$  થશે. અત્રે,  $k_B$  એ બોલ્ટ્ઝમન્ અચળાંક છે. ઉપર્યુક્ત તર્ક પરથી તેમણે ઊર્જાઘનતાનું નીચે મુજબનું સૂત્ર મેળવ્યું

$$u_{\lambda} = \frac{8\pi k_B T}{\lambda^4} \quad (7.1.1)$$

આ સૂત્ર ફક્ત ઊર્જા-વિતરણના મોટી તરંગલંબાઈવાળા ભાગને જ સમજાવી શકે છે. વળી, શક્ય હોય તેવી દરેક આવૃત્તિને સમાવતી કુલ ઊર્જાઘનતા ( $u_{tot}$ )નું સૂત્ર સ્ટીફન-બોલ્ટ્ઝમન્નના સૂત્ર ( $u_{tot} = \sigma T^4$ ; જ્યાં  $\sigma =$  સ્ટીફન-બોલ્ટ્ઝમન્નનો અચળાંક)ને અનુસરતું હોવું જોઈએ. પરંતુ સમીકરણ (7.1.1)નો ઉપયોગ કરીને જ્યારે કુલ ઊર્જાઘનતા

ગણવામાં આવે, અર્થાત્  $u_{tot} = \int_0^{\infty} \frac{8\pi k_B T}{\lambda^4} d\lambda$ , તો તે અનંત ( $\infty$ ) જવાબ આપે છે ! આ હકીકતને ultraviolet

catastrophe કહે છે. આનાથી ઊલટું, વીનના નિયમ મુજબ ( $\lambda_{max}$ ).  $T =$  અચળાંક ( $b$ ) થાય. (7.1.2)

અત્રે,  $\lambda_{max}$  એ ઊર્જા-વિતરણમાં જે-તે તાપમાને મહત્તમ તીવ્રતાને અનુરૂપ તરંગલંબાઈ છે.

આમ, થરમોડાઈનેમિક્સ અને વિદ્યુતચુંબકીય વાદ પર આધારિત તમામ પ્રયત્નો કાળા પદાર્થના વિકિરણ માટેના સમગ્ર ઊર્જા-વિતરણ વક્રોને સમજાવવામાં નિષ્ફળ નીવડ્યા.

## 7.2 વિકિરણ અંગે પ્લાન્કનું અનુમાન

ઈ. સ. 1900માં મેક્સ પ્લાન્કે (Max Planck) બર્લિન એકેડમી ઓફ સાયન્સ સભા, કાળા પદાર્થ અથવા કેવિટી વિકિરણ માટેના ઊર્જા-વિતરણવક્રોની સમજૂતી આપી.

તેમણે સૂચવ્યું કે “વિકિરણનું ઉત્સર્જન કરતી કેવિટીની દીવાલો વિદ્યુત-ડાઈપોલ દોલકોની બનેલી છે. આ જુદાં-જુદાં દોલકો તેમના તાપમાન અનુસાર જુદી-જુદી આવૃત્તિથી દોલનો કરે છે અને પોતાનાં દોલનોની આવૃત્તિ જેટલી જ આવૃત્તિવાળા વિકિરણનું ઉત્સર્જન કરે છે.”

હવે, પ્રચલિત ભૌતિકશાસ્ત્ર અનુસાર કોઈ પણ દોલક ગમે તેટલી ઊર્જા ધરાવી શકે છે. અર્થાત્ દોલક સતત રીતે બદલાઈ શકે તેવી ગમે તે (શૂન્યથી માંડીને મહત્તમ શક્ય હોય તેવી બધી જ) ઊર્જા ધારણ કરી શકે છે.

અહીં પ્લાન્કે એવું ક્રાંતિકારી સૂચન કર્યું કે આ સૂક્ષ્મ દોલકો, પ્રચલિત યંત્રશાસ્ત્ર દ્વારા માન્ય ગમે તે ઊર્જા ધરાવી શકે નહીં. જો આવા દોલકોના દોલનની આવૃત્તિ  $f$  હોય, તો તે

$$E_n = nhf \quad (7.2.1)$$

જેટલી ઊર્જાઓ ધરાવી શકે છે. જ્યાં  $n = 1, 2, 3 \dots$  અને  $h$  ને પ્લાન્કનો વિશ્વ-નિયતાંક (universal constant) કહે છે. આમ, પ્લાન્કના મત અનુસાર, આવા સૂક્ષ્મ દોલકની ઊર્જા તેમના દોલનની આવૃત્તિ પર આધાર રાખે છે. આ પ્રચલિત દોલક કરતાં તદ્દન વિરોધાભાસ છે કે જેની ઊર્જા, જાણીતા સમીકરણ  $\frac{1}{2}kA^2$  અનુસાર, તેના કંપવિસ્તાર ઉપર આધાર રાખે છે. અહીં,  $k$  એ બળઅચળાંક અને  $A$  કંપવિસ્તાર છે.

સમીકરણ (7.2.1) એ પણ સૂચવે છે કે  $f$  આવૃત્તિ ધરાવતા દોલકની ઊર્જા  $hf, 2hf, 3hf, \dots$ , વગેરે હોઈ શકે છે. પરંતુ તે  $0.1 hf, \frac{1}{2}hf, 0.06hf$  જેવી અપૂર્ણાંક ઊર્જાઓ ધારણ કરી શકે નહીં. આમ, સૂક્ષ્મ દોલકની ઊર્જા  $hf$  ના પૂર્ણ ગુણાંકમાં જ હોઈ શકે. બીજા શબ્દોમાં,  $f$  આવૃત્તિ ધરાવતા દોલકની ઊર્જાનો નાનામાં નાનો જથ્થો (quantum) ' $hf$ ' થશે. આ નાનામાં નાના ઊર્જાના 'બંડલ' અથવા 'પેકેટ' અથવા 'જથ્થા'ને ફોટોન (photon) કહે છે, જ્યારે દોલક  $f$  આવૃત્તિવાળા વિકિરણનું ઉત્સર્જન કરે છે, ત્યારે તેની ઊર્જામાં  $hf$ ના ગુણાંકમાં જ ઘટાડો થાય છે અને  $hf$ ના જથ્થામાં જ ઊર્જા ઉત્સર્જાય છે. અર્થાત્ દોલકમાંથી ઊર્જાનું સતત ઉત્સર્જન થતું નથી. આ ઘટનાને ઊર્જાનું ક્વોન્ટીકરણ (quantization) કહે છે. (તમે વિદ્યુતભારના ક્વોન્ટીકરણ વિષે જાણી ગયા છો.) ધારો કે કોઈ દોલક  $5 hf$  ઊર્જા ધરાવતો હોય તેનો અર્થ એવો થાય કે તે  $hf$  જથ્થાનાં 5 quanta (ફોટોન) ધરાવે છે.

પ્લાન્કે પોતાની વિચારધારા પરથી કાળા પદાર્થના વિકિરણની સ્પેક્ટ્રલ ઉત્સર્જનશક્તિ માટેનું સૂત્ર પણ નીચે મુજબ મેળવ્યું.

$$W_f = \frac{2\pi f^2}{c^2} \times \frac{hf}{\left[ e^{\left( \frac{hf}{k_B T} \right)} - 1 \right]}. \text{ અહીં } c = \text{શૂન્યાવકાશમાં પ્રકાશની ઝડપ, } T = \text{કાળા પદાર્થનું નિરપેક્ષ તાપમાન,}$$

$k_B$  = બોલ્ટ્ઝમનનો અચળાંક છે. (ઉપર્યુક્ત સૂત્ર ફક્ત જાણકારી માટે જ છે.)

ઉપર્યુક્ત સમીકરણ પરથી વીનના નિયમ માટે મળતી ( $\lambda_{max}$ ) તરંગલંબાઈ માટે મહત્તમ ઊર્જા ઘનતા મળે છે. વળી, સ્ટીફન બોલ્ટ્ઝમન-અચળાંક  $\sigma$ , વીન-અચળાંક  $b$  (સમીકરણ (7.1.2.) જુઓ) અને બોલ્ટ્ઝમન અચળાંક  $k_B$ ના પ્રાયોગિક મૂલ્યની મદદથી પ્લાન્ક-અચળાંક ( $h$ )નું મૂલ્ય શોધી શકાય છે.

$$h = 6.625 \times 10^{-34} \text{ J.s}$$

એવું સાબિત કરી શકાય કે  $hf \rightarrow 0$  ના લક્ષ માટે ઉપર્યુક્ત સમીકરણ, ઊર્જા-સમવિભાજનના નિયમ (law of equipartition of energy) અનુસાર મળતી ઊર્જાનું  $k_B T$  જેટલું મૂલ્ય આપે છે. તેથી એવું કહી શકાય કે ' $h$ 'નું નાનું પણ અશૂન્ય મૂલ્ય એ પ્રચલિત યંત્રશાસ્ત્રની મર્યાદાનું માપ સૂચવે છે.

**ફક્ત જાણકારી માટે :** ક્વોન્ટમ-અસર અનુભવવા માટે આવૃત્તિ એટલી ઊંચી રાખવી જોઈએ કે જેથી

$$\frac{hf}{k_B T} \text{ પદ લગભગ } 1 \text{ જેટલું થાય. દા. ત., ઓરડાના તાપમાને } (T \approx 300 \text{ K}), f = 10^{12} \text{ Hz માટે}$$

$$\frac{hf}{k_B T} \approx \frac{1}{6} \text{ જેટલું થાય છે. આ દર્શાવે છે કે ઓરડાના તાપમાને ક્વોન્ટમ અસર નોંધવા માટે દોલક આટલી અથવા તેથી વધારે આવૃત્તિથી દોલન કરતા હોવા જોઈએ.}$$

### 7.3 ફોટો-ઇલેક્ટ્રિક અસર

#### 7.3.1 ઇલેક્ટ્રોનનું ઉત્સર્જન :

આપણે જાણીએ છીએ કે ધાતુઓમાં મુક્ત ઇલેક્ટ્રોન્સ હોય છે. અલબત્ત તેઓ ધાતુની સપાટીમાંથી સામાન્ય સ્થિતિમાં બહાર છટકી શકતા નથી. તેનું કારણ એ છે કે ધાતુની સપાટી પર રહેલા ઇલેક્ટ્રોન્સ ધાતુઓના ધન આયનને કારણે અંદર તરફ પ્રબળ આકર્ષણબળ અનુભવે છે, જ્યારે બહાર તરફ નહીંવત્ આકર્ષણબળ લાગે છે. બીજા શબ્દોમાં, સપાટીની નજીક, અંતર સાથે ઇલેક્ટ્રોન્સની સ્થિતિ-ઊર્જા અંદરના ઇલેક્ટ્રોન્સની સરખામણીમાં વધે છે. અર્થાત્ સપાટી પર સ્થિતિમાન બેરીયર (potential-barrier) ઉદ્ભવે છે. આમ, ઇલેક્ટ્રોનને સપાટીની બહાર

લાવવા માટે, અમુક લઘુત્તમ ઊર્જા પૂરી પાડવી પડશે. ઇલેક્ટ્રોનના ઉત્સર્જન માટે આપવી પડતી આ જરૂરી ઊર્જાને તે ધાતુનું વર્ક-ફંક્શન ( $\phi_0$ ) કહે છે.

ધાતુનું વર્ક-ફંક્શન ધાતુના પ્રકાર, સપાટીના ગુણધર્મ અને તેના તાપમાન ઉપર આધાર રાખે છે.

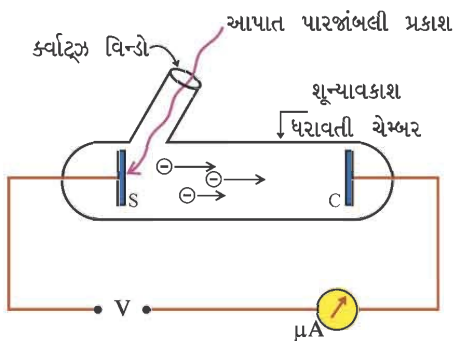
ધાતુમાંથી ઇલેક્ટ્રોન્સને બહાર કાઢવા માટે નીચેનામાંથી કોઈ પણ એક રીતે જરૂરી ઊર્જા પૂરી પાડી શકાય છે.

**ઉષ્માજનિત ઉત્સર્જન (Thermionic Emission) :** આ રીતમાં ધાતુના ફિલામેન્ટમાંથી વિદ્યુતપ્રવાહ પસાર કરી તેને પૂરતો ગરમ (સામાન્ય રીતે 2500–3000 K) કરવામાં આવે છે. તેથી, તેમાંના મુક્ત ઇલેક્ટ્રોન્સ પૂરતી ઊર્જા મેળવી અને ધાતુમાંથી ઉત્સર્જિત થાય છે. આ પ્રકારનું ઇલેક્ટ્રોન્સનું ઉત્સર્જન ડાયોડ (diode), ટ્રાયોડ (triode), તેમજ T.V. tube-કેથોડ-રે ટ્યૂબ (cathode ray tube) જેવા ઉપકરણમાં કરવામાં આવે છે.

**ફિલ્ડ ઉત્સર્જન અથવા કોલ્ડ ઉત્સર્જન (Field Emission or Cold Emission) :** ધાતુ પર આશરે  $10^8 \frac{V}{m}$  ના ક્રમનું પ્રબળ વિદ્યુતક્ષેત્ર લગાડવામાં આવે, તો આ ક્ષેત્રની અસર હેઠળ ઇલેક્ટ્રોન ધાતુમાંથી બહાર ખેંચાઈ આવે છે.

**ફોટો-ઇલેક્ટ્રિક ઉત્સર્જન (Photoelectric Emission) :** જ્યારે ધાતુની સ્વચ્છ કરેલી સપાટી પર પૂરતી ઊંચી આવૃત્તિવાળું વિદ્યુતચુંબકીય વિકિરણ આપાત કરવામાં આવે છે ત્યારે સપાટીમાંથી ઇલેક્ટ્રોન્સનું ઉત્સર્જન થાય છે. આ ઘટનાને ફોટો-ઇલેક્ટ્રિક અસર કહે છે. આપેલી ધાતુમાંથી ફોટો-ઇલેક્ટ્રોન્સનું ઉત્સર્જન કરવા માટે આપાત પ્રકાશની આવૃત્તિનું મૂલ્ય અમુક લઘુત્તમ કે તેના કરતાં વધારે હોવું જરૂરી છે. આ લઘુત્તમ આવૃત્તિને આપેલી ધાતુની થ્રેશોલ્ડ-આવૃત્તિ ( $f_0$ ) કહે છે. તે ધાતુની જાત પર આધાર રાખે છે. મોટા ભાગની ધાતુઓ માટે થ્રેશોલ્ડ-આવૃત્તિનાં મૂલ્યો વિદ્યુતચુંબકીય વર્ણપટના પારજાંબલી વિભાગમાં પડે છે, ઉદાહરણ રૂપે Zn, Cd, Mg, પરંતુ આલ્કલી ધાતુઓ (Li, Na, K, Rb અને Cs) માટે થ્રેશોલ્ડ આવૃત્તિના મૂલ્યો દૃશ્ય વિભાગમાં પડે છે.

**7.3.2 હર્ટ્ઝનો પ્રયોગ (Hertz's Experiment) :** ફોટો-ઇલેક્ટ્રિક અસરની શોધ, ઈ. સ. 1887માં હર્ટ્ઝએઅકસ્માતે કરી હતી. તે બે ઇલેક્ટ્રોડ્સ વચ્ચે સ્પાર્ક ડિસ્ચાર્જની ઘટના વડે વિદ્યુતચુંબકીય તરંગોના ઉત્સર્જનની ઘટનાનો અભ્યાસ કરતો હતો. તેના પ્રયોગમાં, ટ્રાન્સમીટર (એન્ટીના)માંથી ઉત્સર્જિત વિદ્યુતચુંબકીય તરંગો સ્પાર્ક-ગેપને બે છેડે વિદ્યુતસ્થિતિમાનનો તફાવત જન્માવે છે તેમ સ્પાર્ક (તણખા)ને આધારે જાણી શકાયું. હર્ટ્ઝે નોંધ્યું કે જ્યારે કેથોડને પારજાંબલી પ્રકાશથી પ્રકાશિત કરવામાં આવે છે ત્યારે ગેપમાંથી સ્પાર્ક સહેલાઈથી પસાર થઈ જાય છે. જે સૂચવે છે કે પ્રકાશની હાજરી કેથોડ પરથી વિદ્યુતભારને સ્પાર્ક-ગેપ દ્વારા છટકી જવામાં મદદ કરે છે, વળી, હોલવાસે આ પ્રયોગને ઝીંક માટે આગળ ધપાવ્યો. તેણે ઋણ વિદ્યુતભારિત ઝિંક પ્લેટને ઇલેક્ટ્રોસ્કોપ સાથે જોડીને જ્યારે આ પ્લેટને પારજાંબલી પ્રકાશથી વિકેરિત કરી ત્યારે તેણે નોંધ્યું કે પ્લેટ પરનો ઋણ વિદ્યુતભાર ઘટે છે. આટલું જ નહીં, જ્યારે તટસ્થ ધાતુની પ્લેટ પર પારજાંબલી પ્રકાશ વિકેરિત કરતાં તે ઋણ વીજભારિત બની જાય છે, જ્યારે ધન વિદ્યુતભારિત પ્લેટ વધારે ધન વિદ્યુતભારિત બને છે. હોલવાસ (Hallwachs) એવા નિર્ણય પર આવ્યો કે પારજાંબલી વિકિરણની અસર હેઠળ ઝિંક પ્લેટમાંથી ઋણ વિદ્યુતભારિત ઇલેક્ટ્રોન્સનું ઉત્સર્જન થાય છે. આ ઇલેક્ટ્રોન્સને ફોટો-ઇલેક્ટ્રોન્સ કહે છે.



**આકૃતિ 7.2 ફોટો-ઇલેક્ટ્રિક અસરનો અભ્યાસ કરવા માટેની પ્રાયોગિક ગોઠવણ**

**7.3.3 લિનાર્ડનો પ્રયોગ (Lenard's experiment) :** હર્ટ્ઝના એક વિદ્યાર્થી, પી. લિનાર્ડ (P. Lenard) ફોટો-ઇલેક્ટ્રિક અસરનો ઊંડાણપૂર્વક અભ્યાસ કર્યો. ફોટો-ઇલેક્ટ્રિક અસરનો પ્રાયોગિક અભ્યાસ કરવા માટે જરૂરી ગોઠવણ આકૃતિ 7.2માં દર્શાવેલ છે.

કર્વાટ્ઝ વિન્ડોમાંથી સ્વચ્છ કરેલી પ્રકાશ-સંવેદી સપાટી S પર પારજાંબલી પ્રકાશ આપાત કરવામાં આવે છે. અત્રે C એ કલેક્ટર જ્યારે S એ કેથોડ છે. Sની સરખામણીમાં Cને ધન કે ઋણ વિદ્યુતવિભવે રાખી શકાય છે.

ફોટો-ઇલેક્ટ્રિક અસરની લાક્ષણિકતાનો અભ્યાસ આપાત પ્રકાશની આવૃત્તિ તેમજ તીવ્રતા અને ઉત્સર્જતા ફોટો-ઇલેક્ટ્રોન્સની સંખ્યા તથા તેમની મહત્તમ ગતિ-ઊર્જાના સંદર્ભમાં કરી શકાય છે.



કલેક્ટર Cને S સાપેક્ષ ધન વિભવે રાખતાં ઉત્સર્જતા ફોટો-ઇલેક્ટ્રોન્સ તેની તરફ આકર્ષાય છે અને માઈક્રોએમીટર પ્રવાહ નોંધે છે. માઈક્રોએમીટરમાંથી વહેતો પ્રવાહ ઉત્સર્જતા ફોટો-ઇલેક્ટ્રોનની સંખ્યાનો ખ્યાલ આપે છે. એક ચોક્કસ મૂલ્યના ધન વિભવે કે જ્યારે ઉત્સર્જતા બધા જ ઇલેક્ટ્રોન્સ કલેક્ટર પર પહોંચે છે, તે પછી ધન વિદ્યુતવિભવ વધારવા છતાં સ્થિતિ પ્રવાહ પર તેની અસર થતી નથી.

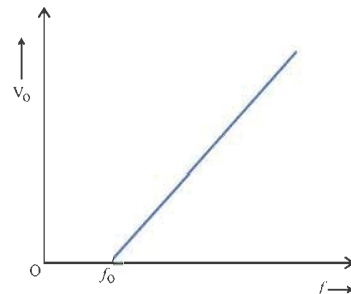
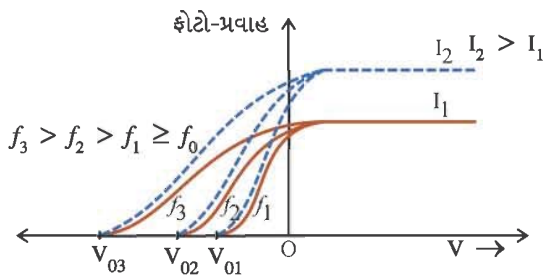
હવે જ્યારે કલેક્ટરને S સાપેક્ષ ઋણ વિભવે રાખતા ઉત્સર્જતા ફોટો-ઇલેક્ટ્રોન્સ અપાકર્ષણ અનુભવે છે અને જે ઇલેક્ટ્રોન્સ પાસે આ અપાકર્ષણને ઉપરવટ જવાની ગતિ-ઊર્જા (kinetic energy) હોય તેવા જ કલેક્ટર સુધી પહોંચી પ્રવાહનું નિર્માણ કરે છે. તેથી એમીટરમાં પ્રવાહ ઘટે છે. કલેક્ટર પરનો ઋણ વોલ્ટેજ વધારતા કલેક્ટર પર પહોંચતા ફોટો-ઇલેક્ટ્રોન્સની સંખ્યામાં હજુ પણ ઘટાડો થાય છે. કલેક્ટર પરના અમુક લઘુત્તમ મૂલ્યના ઋણ વિભવે કે જ્યારે મહત્તમ ઊર્જા ધરાવતા ઇલેક્ટ્રોન્સ પણ કલેક્ટર સુધી પહોંચી શકતા નથી ત્યારે ફોટો ઇલેક્ટ્રિક પ્રવાહનું મૂલ્ય શૂન્ય થાય છે. આ લઘુત્તમ ઋણ વિભવ કરતાં પણ વધુ ઋણ મૂલ્ય માટે પણ પ્રવાહ શૂન્ય રહે છે. ઉત્સર્જકની સાપેક્ષે કલેક્ટર પરના આ લઘુત્તમ ઋણ વિભવને સ્ટોપિંગ-પોટેન્શિયલ (stopping potential)  $V_0$  કહે છે. આમ, તે ઉત્સર્જતા ફોટો-ઇલેક્ટ્રોન્સની મહત્તમ ગતિ-ઊર્જા ( $\frac{1}{2}mv_{max}^2$ ) નો ખ્યાલ આપે છે. જો ઇલેક્ટ્રોન પરનો વિદ્યુતભાર અને તેનું દળ અનુક્રમે  $e$  અને  $m$  હોય તો,

$$\frac{1}{2}mv_{max}^2 = eV_0 \quad (7.3.1)$$

વધારામાં, લિનાર્ડ આપાત પ્રકાશની તીવ્રતા (તેજસ્વિતા) બદલીને મહત્તમ ગતિ-ઊર્જા અને ઉત્સર્જતા ફોટો-ઇલેક્ટ્રોન્સની સંખ્યા મળતા ફોટો-ઇલેક્ટ્રિક પ્રવાહની મદદથી માપી. તેણે જોયું કે આપાત પ્રકાશની તીવ્રતા વધારતા ફોટો-ઇલેક્ટ્રિક પ્રવાહ (અર્થાત્, ફોટો-ઇલેક્ટ્રોન્સની સંખ્યા) વધે છે. પણ ઉત્સર્જતા ફોટો-ઇલેક્ટ્રોન્સની ગતિ-ઊર્જા બદલાતી નથી. તેનાથી વિરુદ્ધ, ગ્રેસોલ્ડ-આવૃત્તિથી વધારે તેવી જુદી-જુદી આવૃત્તિવાળા પ્રકાશથી પ્રયોગ કરતાં, સ્ટોપિંગ પોટેન્શિયલ અને તેથી ઉત્સર્જતા ફોટો-ઇલેક્ટ્રોન્સની ગતિ-ઊર્જા બદલાય છે, જ્યારે ફોટો-ઇલેક્ટ્રિક પ્રવાહ અચળ રહે છે. એવું જોવા મળે છે કે આવૃત્તિ વધારતાં ( $V_0$ ) અને તેથી ફોટો-ઇલેક્ટ્રોન્સની મહત્તમ ગતિ-ઊર્જાનું મૂલ્ય વધે છે, અથવા તેથી ઊલટું. એવું પણ જોવા મળ્યું કે ફોટો-ઇલેક્ટ્રોન્સના ઉત્સર્જનની ઘટના પ્રકાશ આપાત કરતાં  $10^{-9}$  s જેટલાં સમયગાળામાં જ જોવા મળે છે.

### ટૂંકમાં,

- (1) ફોટો-ઇલેક્ટ્રોન્સની મહત્તમ ગતિ-ઊર્જા આપાત પ્રકાશની આવૃત્તિ પર આધાર રાખે છે નહીં કે તેની તીવ્રતા પર.
  - (2) ફોટો-ઇલેક્ટ્રોન્સની સંખ્યા એ આપાત પ્રકાશની તીવ્રતાના સમપ્રમાણમાં હોય છે.
  - (3) તીવ્રતાથી સ્વતંત્ર જ્યારે આપાત પ્રકાશની આવૃત્તિ આપેલ સપાટીની ગ્રેસોલ્ડ-આવૃત્તિ જેટલી કે તેનાથી વધારે હોય તો હંમેશાં ફોટો-ઇલેક્ટ્રિક અસર જોવા મળે છે.
  - (4) ફોટો-ઇલેક્ટ્રિક અસર તાત્ક્ષણિક (લગભગ  $10^{-9}$  s) છે.
- ઉપર્યુક્ત તારણો નીચેના ગ્રાફમાં દર્શાવ્યાં છે (આકૃતિ 7.3 અને 7.4) :



આકૃતિ 7.3 ફોટો ઇલેક્ટ્રિક પ્રવાહનો ફેરફાર

આકૃતિ 7.3 આપાત પ્રકાશની આવૃત્તિને અનુરૂપ સ્ટોપિંગ-પોટેન્શિયલમાં થતો ફેરફાર

**7.3.4 પ્રકાશના તરંગવાદને આધારે વર્ણન :** ઉપર્યુક્ત પ્રાયોગિક અવલોકનો પ્રકાશના તરંગવાદને આધારે સમજી શકાતા નથી.

(1) તરંગવાદ અનુસાર પ્રકાશની તીવ્રતા અને ઊર્જા બન્ને તરંગના કંપવિસ્તાર પર આધાર રાખે છે. આમ, વધારે તીવ્રતાવાળો પ્રકાશ વધારે શક્તિશાળી થાય, અને તીવ્રતા વધારતા ફોટો-ઇલેક્ટ્રોન્સની ઊર્જા પણ વધવી જોઈએ. તેનાથી વિરુદ્ધ, પ્રાયોગિક પરિણામો દર્શાવે છે કે ફોટો-ઇલેક્ટ્રોન્સની ઊર્જા આપાત પ્રકાશની તીવ્રતા પર આધારિત નથી.

તરંગવાદ અનુસાર, પ્રકાશની ઊર્જાને આવૃત્તિ સાથે કશો જ સંબંધ નથી. આમ, આવૃત્તિ સાથે ફોટો-ઇલેક્ટ્રોન્સની ઊર્જાનો ફેરફાર સમજી શકાતો નથી.

(2) ફોટો-ઇલેક્ટ્રોન્સનું ઉત્સર્જન, પ્રકાશ આપાત થતાંની સાથે જ તત્કાળ ( $10^{-9}$  s સમયગાળામાં) થતું હોય છે. ધાતુમાં મુક્ત ઇલેક્ટ્રોન્સ અમુક ચોક્કસ બળોથી જકડાયેલા હોવાથી, તેમને ધાતુમાંથી બહાર કાઢવા ઊર્જા આપવી પડે.

હવે, જો આપાત ઊર્જા તરંગ-સ્વભાવ ધરાવતી હોય તો ધાતુમાંના મુક્ત ઇલેક્ટ્રોન્સ આ ઊર્જા સતત રીતે ધીરે-ધીરે મેળવતા જાય છે, અને જ્યારે તેઓ ઓછામાં ઓછી ધાતુના વર્ક-ફંક્શન જેટલી ઊર્જા પ્રાપ્ત કરે ત્યાર બાદ જ તેઓ ધાતુમાંથી છટકી શકે. આમ, ઇલેક્ટ્રોન પ્રકાશ આપાત કર્યા બાદ થોડા સમય બાદ જ ઉત્સર્જન પામી શકે.

(3) તરંગવાદ અનુસાર જાંખો પ્રકાશ તો નબળો ગણાય. આવા જાંખા પ્રકાશથી ફોટો-ઇલેક્ટ્રોન્સનું ઉત્સર્જન મેળવવા ઇલેક્ટ્રોન પૂરતી ઊર્જા મેળવી લે ત્યાં સુધી ઘણી રાહ જોવી પડે. તેનાથી વિરુદ્ધ, પ્રયોગ દર્શાવે છે કે અલબત્ત, પૂરતી ઊંચી આવૃત્તિ ધરાવતો ગમે તેટલો જાંખો પ્રકાશ તત્કાળ ઇલેક્ટ્રોન્સનું ઉત્સર્જન કરે છે.

આમ, ફોટો-ઇલેક્ટ્રિક ઘટનાને સમજાવવા માટે તરંગવાદ નિષ્ફળ નીવડ્યો.

**7.3.5 આઈન્સ્ટાઈનની સમજૂતી :** ફોટો-ઇલેક્ટ્રિક અસરની સમજૂતી આઈન્સ્ટાઈને 1905માં આપી કે જેના માટે તેમને 1921 માં નોબેલ પારિતોષિક આપવામાં આવ્યું.

પ્લાન્કે ધારેલું કે વિકિરણ-ઊર્જાનું ઉત્સર્જન ફોટોનના સ્વરૂપમાં થાય છે. પરંતુ ઉત્સર્જન પામ્યા પછી તેનું વહન તરંગ સ્વરૂપમાં થાય છે. આનાથી એક ડગલું આગળ વિચારીને આઈન્સ્ટાઈને ધાર્યું કે વિકિરણનું માત્ર ઉત્સર્જન જ નહીં, પરંતુ શોષણ પણ ફોટોન સ્વરૂપે જ થાય છે.

**માત્ર જાણકારી માટે :** તરંગ-સ્વભાવમાં, ઊર્જા સમગ્ર તરંગ-અગ્રો પર સમાંગ રીતે પથરાયેલી હોવાનું ધારવામાં આવે છે. આઈન્સ્ટાઈને સૂચવ્યું કે પ્રકાશ-ઊર્જા તરંગ-અગ્રો પર પથરાયેલી હોવાને બદલે નાના-પડીકા સ્વરૂપે કેન્દ્રિત થયેલી હોય છે કે જેને ફોટોન કહીશું. તેણે લખ્યું : “અહીં વિચારેલ ધારણા મુજબ, પ્રકાશકિરણ જ્યારે એક બિંદુથી વહન કરે છે, તેના પર રહેલી ઊર્જા સતત વધતા કદમાં સતત રીતે વહેંચાયેલી હોતી નથી, પરંતુ તે નિયત સંખ્યાના ઊર્જાના પડીકા (quanta) તરીકે હોય છે. આ ક્વોન્ટા વિખેરીત થયા વગર ગતિ કરે છે કે જેનું સમગ્રતયા શોષણ કે ઉત્સર્જન થાય છે.”

ધારો કે આપાત પ્રકાશની આવૃત્તિ  $f$  હોય, તો તેને અનુરૂપ ફોટોનની ઊર્જા ‘ $hf$ ’ જેટલી થશે. આ ફોટોન જ્યારે ધાતુ પર આપાત કરવામાં આવે છે, ત્યારે તેની ઇલેક્ટ્રોન સાથેની આંતરક્રિયા વખતે, જો તેની આવૃત્તિ (અને તેથી તેની ઊર્જા) થ્રેશોલ્ડ-આવૃત્તિ કરતાં વધારે હોય તો તેનું સમગ્રતયા શોષણ થાય છે. અથવા તો તે સહેજ પણ ઊર્જા ગુમાવતું નથી.

પરંતુ પ્રચલિત યંત્રશાસ્ત્ર (ન્યૂટોનિયન યંત્રશાસ્ત્ર અને વિદ્યુતચુંબકીય તરંગોનો મેક્સવેલનો વાદ) અનુસાર, આવા ફોટોન-ઇલેક્ટ્રોન વચ્ચેની આંતરક્રિયા કેમ આપાત પ્રકાશની આવૃત્તિ પર આધારિત હોઈ શકે તે સમજાવી શકાતું નથી. (જો ભવિષ્યમાં ભૌતિકશાસ્ત્રને તમારી કારકિર્દીનો વિષય બનાવશો, તો આ પ્રશ્નનો જવાબ તમને મળશે.)

હવે જો  $f_0$  એ થ્રેશોલ્ડ-આવૃત્તિ હોય તો તેને અનુરૂપ ઊર્જા  $hf_0$  એ વર્ક-ફંક્શન  $\phi_0$ ને સમતુલ્ય થશે, અને આ આવૃત્તિ માટે ઉત્સર્જતા ફોટો-ઇલેક્ટ્રોન્સની ગતિ-ઊર્જા શૂન્ય હશે. જો આપાત પ્રકાશની આવૃત્તિ  $f > f_0$  હોય તો, ઉત્સર્જતા ફોટો-ઇલેક્ટ્રોન્સની મહત્તમ ગતિ-ઊર્જા નીચે મુજબ થશે :

$$\frac{1}{2}mv_{max}^2 = hf - \phi_0$$

સમીકરણ (7.3.1) પરથી,

$$eV_0 = hf - hf_0$$

$$\therefore V_0 = \frac{h}{e} f - \left( \frac{hf_0}{e} \right)$$

(7.3.2)

આ સમીકરણ મુજબ,  $V_0$  વિરુદ્ધ  $f$  નો આલેખ સુરેખ હશે કે જેનો ઢાળ  $\frac{h}{e}$  અને X-અક્ષ પરનો અંતઃછેદ (Intercept)  $f_0$  થશે. આ પરિણામ પ્રાયોગિક અવલોકન સાથે સંપૂર્ણ બંધબેસતું આવે છે, જે આકૃતિ 7.4માં દર્શાવેલ છે.

સપાટી પર આપાત પ્રકાશની તીવ્રતા એટલે જ એકમક્ષેત્રફળ દીઠ, એકમસમયમાં લંબરૂપે આપાત પ્રકાશ-ઊર્જા. પ્રકાશના ફોટોનવાદ (કણ-સ્વરૂપ) અનુસાર, જો એકમસમયમાં એકમક્ષેત્રફળ ધરાવતી સપાટી પર આપાત ફોટોનની સંખ્યા  $n$  હોય તો, પ્રકાશની તીવ્રતા  $I = nhf$  થશે, જ્યાં  $hf$  એ  $f$  આવૃત્તિ ધરાવતા ફોટોનની ઊર્જા છે. આમ, ફોટોન વાદ અનુસાર, પ્રકાશની તીવ્રતા જેમ વધારે તેમ એકમસમય દીઠ આપાત ફોટોનની સંખ્યા વધારે, અને તેથી જ ફોટો-ઇલેક્ટ્રિક પ્રવાહનું મૂલ્ય વધારે. ફરીવાર આ પરિણામ પણ પ્રાયોગિક અવલોકન સાથે સુસંગત છે.

વળી, ફોટોન અને ઇલેક્ટ્રોન વચ્ચેની આંતરક્રિયા ફોટોનના કાં તો સંપૂર્ણ શોષણ અથવા સહેજ પણ નહીં સ્વરૂપમાં થતી હોવાથી, ફોટો-ઇલેક્ટ્રોનના શોષણની ઘટના તાત્કાલિક થશે. તરંગ-સ્વભાવથી વિરુદ્ધ કે જેમાં ઇલેક્ટ્રોને છટકવા માટે પૂરતી ઊર્જા ભેગી થાય ત્યાં સુધી રાહ જોવી પડે છે.

આમ, ફોટો-ઇલેક્ટ્રિક અસરને લગતાં પ્રાયોગિક અવલોકનો પ્રકાશના કણ-સ્વરૂપ (ફોટોન)ની મદદથી સમજી શકાય છે.

નીચે દર્શાવેલ ટેબલ કેટલીક ધાતુઓ માટે વર્ક-ફંક્શન અને તેને અનુરૂપ થ્રેશોલ્ડ-આવૃત્તિનાં મૂલ્યો દર્શાવે છે.

**ટેબલ 7.1**  
**વર્ક-ફંક્શન અને થ્રેશોલ્ડ-આવૃત્તિ (માત્ર જાણકારી માટે)**

ધાતુ	$\phi_0$ (in eV)	$f_0$ ( $\times 10^{14}$ Hz)	ધાતુ	$\phi_0$ (in eV)	$f_0$ ( $\times 10^{14}$ Hz)
Cs	1.9	4.60	Fe	4.5	10.89
K	2.2	5.32	Ag	4.7	11.37
Ca	3.2	7.74	Au	4.9	11.86
Cd	4.1	9.92	Ni	5.0	12.10
Al	4.2	10.16	Pt	6.4	15.49

**ઉદાહરણ 1 :** ધાતુમાંથી ‘ફક્ત’ બહાર આવવા માટે ધારો કે ઇલેક્ટ્રોનને  $5 \times 10^{-19}$  J જેટલી ઊર્જાની જરૂર પડે છે. જો ફોટો-ઇલેક્ટ્રોન  $10^{-9}$  s ને અંતે ઉત્સર્જન પામતો હોય, તો શોષણ-ઊર્જાનો દર શોધો. જો આ ઘટના પ્રચલિત યંત્ર અનુસાર ધારવામાં આવે, જેમાં પ્રકાશ-ઊર્જા તરંગ-અગ્ર પર સમગ્ર રીતે સમાન રીતે વહેંચાયેલી ધારવામાં આવે છે. પણ ઇલેક્ટ્રોન તરંગઅગ્રના ફક્ત નાના વિસ્તાર, ધારો કે  $10^{-19}$  m<sup>2</sup> જેટલામાંથી ઊર્જાનું શોષણ કરે, તો આ ફોટો-ઇલેક્ટ્રિક અસર નોંધવા માટે આપાત પ્રકાશ-તીવ્રતા ગણો.

**ઉકેલ :** શોષણ-ઊર્જા દર (પાવર),

$$P = \frac{E}{t} = \frac{5 \times 10^{-19}}{10^{-9}} = 5 \times 10^{-10} \frac{\text{J}}{\text{s}}$$

પ્રકાશ-તીવ્રતાની વ્યાખ્યા પરથી તીવ્રતા,

$$I = \frac{\text{ઊર્જા}}{\text{સમય} \times \text{ક્ષેત્રફળ}} = \frac{5 \times 10^{-10}}{10^{-19}} = 5 \times 10^9 \frac{\text{J}}{\text{s} \cdot \text{m}^2} \text{ (અર્થાત્, 500 કરોડ } \frac{\text{Watt}}{\text{m}^2} \text{)}$$

પરંતુ, વાસ્તવમાં આટલી ઊંચી ઊર્જા મેળવવી અશક્ય હોવાથી કહી શકાય કે ફોટો-ઇલેક્ટ્રિક અસરને પ્રચલિત યંત્રશાસ્ત્ર દ્વારા સમજાવી શકાય નહીં.

વિકિરણ અને દ્રવ્યનો દ્વૈત-સ્વભાવ

**ઉદાહરણ 2 :** એક ધાતુનું વર્ક-ફંક્શન  $2 \text{ eV}$  છે. આ ધાતુની  $2 \text{ cm}^2$  સપાટી પર  $10^{-5} \text{ Wm}^{-2}$  તીવ્રતાવાળો પ્રકાશ આપાત થાય છે. ધારો કે આ ધાતુના  $10^{17}$  ઇલેક્ટ્રોન આ પ્રકાશનું શોષણ કરે છે, તો ફોટો-ઇલેક્ટ્રિક અસર શરૂ થતાં (અથવા ઇલેક્ટ્રોનનું ઉત્સર્જન શરૂ થતાં) કેટલો સમય લાગશે ? આપાત પ્રકાશને તરંગસ્વરૂપમાં લો.

**ઉકેલ :** આપાત પ્રકાશની તીવ્રતા  $10^{-5} \text{ W m}^{-2}$  છે.

$\therefore 1 \text{ m}^2$  સપાટી પર  $1 \text{ s}$ માં  $10^{-5} \text{ J}$  પ્રકાશ-ઊર્જા આપાત થાય છે.

$\therefore 1 \text{ s}$ માં  $2 \text{ cm}^2 = 2 \times 10^{-4} \text{ m}^2$  સપાટી પર આપાત થતા પ્રકાશની ઊર્જા,  
 $= 2 \times 10^{-4} \times 10^{-5} = 2 \times 10^{-9} \text{ J}$

આટલી પ્રકાશ ઊર્જા  $10^{17}$  ઇલેક્ટ્રોન દ્વારા શોષણ છે.

$\therefore$  સરેરાશ 1 ઇલેક્ટ્રોનને શોષેલી ઊર્જા  $= \frac{2 \times 10^{-9} \text{ J}}{10^{17}} = 2 \times 10^{-26} \text{ J}$

1 ઇલેક્ટ્રોન (સરેરાશ રીતે) આટલી ઊર્જા એટલે કે  $2 \times 10^{-26} \text{ J}$  ઊર્જા 1 sમાં શોષે છે.

હવે, જ્યારે ઇલેક્ટ્રોન ઓછામાં ઓછી વર્ક-ફંક્શન જેટલી ઊર્જા શોષે ત્યારે તેનું ઉત્સર્જન થાય. પ્રસ્તુત કિસ્સામાં વર્ક-ફંક્શન  $2 \text{ eV} = 2 \times 1.6 \times 10^{-19} \text{ J}$  છે. એટલે કે ઇલેક્ટ્રોનનું ઉત્સર્જન મેળવવા માટે  $2 \times 1.6 \times 10^{-19} \text{ J}$  ઊર્જાની જરૂર છે. આમ,  $2 \times 10^{-26} \text{ J}$  ઊર્જા શોષવા માટે 1 s, તો  $2 \times 1.6 \times 10^{-19} \text{ J}$  માટે કેટલો સમય ?

$$t_e = \frac{2 \times 1.6 \times 10^{-19}}{2 \times 10^{-26}} = 1.6 \times 10^7 \text{ s}$$

**નોંધ :** આમ જો પ્રકાશને તરંગસ્વરૂપે ધારીએ તો ઇલેક્ટ્રોનનું (પ્રયોગમાં મળે છે તેમ) તાત્કાલિક ઉત્સર્જન થતું નથી.

#### 7.4 પ્રકાશનું કણસ્વરૂપ (Particle Nature of Light)

ફોટોન એ અસતત ઊર્જાના પડીકા (packets) છે કે જેમાં સૌથી નાના પેકેટની ઊર્જા  $hf$  જેટલી હોય છે. આમ, સ્વભાવગત રીતે જ ફોટોન વિકિરણના વિચાર સાથે સંકળાયેલ છે. તેથી, શું આપણે ફોટોનને વાસ્તવિક કણ કહી શકીએ ? કૉમ્પ્ટન-અસર (Compton Effect) કે જેમાં X-કિરણોનું મુક્ત ઇલેક્ટ્રોન દ્વારા પ્રકીર્ણન થાય છે, દ્વારા આ સવાલનો જવાબ મળી શકે છે. કૉમ્પ્ટન અસરની સમજૂતી ફોટોનને દ્રવ્યકણની માફક વાસ્તવિક કણ ગણી આપી શકાય છે. જેમ ઇલેક્ટ્રોન બીજા દ્રવ્યકણો સાથે અથડામણ કરે છે તે જ રીતે ફોટોન સાથે પણ અથડામણ અનુભવે છે. વળી, આ અથડાણ વેગમાન અને ઊર્જા-સંરક્ષણના નિયમોનું પણ પાલન કરે છે. આમ, ફોટો-ઇલેક્ટ્રિક અસર અને કૉમ્પ્ટન-અસરના પરિણામસ્વરૂપે, ફોટોનને નીચે મુજબના ગુણધર્મો છે તેમ પ્રસ્થાપિત થયું.

(1) ફોટોન એ દ્રવ્યકણની જેમ જ વાસ્તવિક કણ છે.

(2)  $f$  આવૃત્તિવાળા ફોટોનની ઊર્જા  $hf$  છે.

(3)  $f$  આવૃત્તિવાળા ફોટોનનું વેગમાન  $\frac{hf}{c}$  વડે આપી શકાય છે.

આઈન્સ્ટાઈનના વિશિષ્ટ સાપેક્ષવાદ અનુસાર, કણની ઊર્જા ( $E$ ) અને તેના વેગમાન ( $p$ ) વચ્ચેનો સંબંધ નીચે મુજબ આપી શકાય :

$$E = \sqrt{p^2 c^2 + m_0^2 \cdot c^4} \quad (7.4.1)$$

જ્યાં,  $c$  = પ્રકાશના શૂન્યાવકાશમાં ઝડપ અને  $m_0$  = સ્થિર દળ (rest mass) છે.

$v$  વેગથી ગતિ કરતા કણનું દળ, સમીકરણ (7.4.1) પરથી નીચેના સૂત્ર વડે આપી શકાય છે.

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (7.4.2)$$



પણ શૂન્યાવકાશમાં ફોટોનની ઝડપ પ્રકાશની ઝડપ જેટલી જ હોવાથી, તેનું સ્થિર દળ,

$$m_0 = m \times \sqrt{1 - \frac{c^2}{c^2}} = 0$$

સમીકરણ (7.4.1) પરથી,

$$E = p.c. \quad (7.4.3)$$

$$\text{અથવા } p = \frac{E}{c} = \frac{hf}{c} \quad (7.4.4)$$

(4) ફોટોનનું દળ,  $m = \frac{E}{c^2}$  ( $\because E = mc^2$ ); જ્યાં,  $m$  એ સમીકરણ (7.4.2) દ્વારા આપી શકાય છે.

(5) ફોટોન વાસ્તવિક કણની જેમ બીજા કણો સાથે ઊર્જા-સંરક્ષણ અને વેગમાન-સંરક્ષણના નિયમોનું પાલન થાય તેમ આંતરક્રિયા કરી શકે છે.

**ફક્ત જાણકારી માટે :** વિકિરણ એ વિદ્યુતચુંબકીય તરંગો છે અને સાથે-સાથે જ્યારે કોઈ દ્રવ્ય સાથે આંતરક્રિયા કરે છે, ત્યારે ફોટોનના સ્વરૂપમાં ઊર્જા અને વેગમાનની આપ-લે કરે છે. આ વાત સહેલાઈથી ગળે ઊતરે એવી લાગતી નથી. આ સંજોગોમાં આપણે એક વાતનું સ્મરણ રાખીએ કે જ્યારે પ્રકાશ કોઈ દ્રવ્ય સાથે આંતરક્રિયા કરે છે ત્યારે તેનું ફોટોન સ્વરૂપ વિચારવું પડે છે. ઉદાહરણ તરીકે પ્રકાશ જ્યારે ઉદ્ગમમાંથી ઉત્સર્જાય છે તે ક્ષણે ફોટોનના સ્વરૂપમાં અને જ્યારે પડદા પર આપાત થાય છે, ત્યારે પણ તે ફોટોનના સ્વરૂપમાં જ પડદાના દ્રવ્ય સાથે આંતરક્રિયા કરી નાશ પામે છે. આ બંને વચ્ચેના વિસ્તારમાં આપણે એવી પરિકલ્પના કરીએ છીએ કે પ્રકાશ વિદ્યુતચુંબકીય (સંભાવના) તરંગ તરીકે પ્રસરણ પામે છે. જો આમ વિચારીએ તો બે સ્લિટ વડે, ઉદ્ગમ ગમે તેટલું નબળું હોય તોપણ, આવા તરંગો વિવર્તન પામી, વિવર્તનને કારણે મળતા sub-wavesના સંપાતીકરણ વડે વ્યતિકરણભાત ઉપજાવી શકાય.

કારણ કે આ બાબતો કોઈ પણ રીતે પ્રચલિત ભૌતિકશાસ્ત્ર (Classical Physics) વડે સમજી શકાય તેમ નથી. આવા પ્રયોગોનાં પરિણામોનાં અર્થઘટનો તો જ આપી શકાય, જો આપણે ધારીએ કે :

(1) પ્રકાશ, ઉદ્ગમમાંથી ફોટોન તરીકે ઉત્પન્ન થાય છે.

(2) પ્રકાશ, ડિટેક્ટરમાં ફોટોન તરીકે નોંધાય છે.

(3) પ્રકાશ, ઉદ્ગમ અને ડિટેક્ટર વચ્ચે સંભાવના-તરંગોના રૂપમાં પ્રસરણ પામે છે.

(4) આ સંભાવના તરંગો (વિદ્યુતચુંબકીય તરંગો)ના માર્ગમાં કોઈ બિંદુ પાસે ‘ફોટોન-ડિટેક્ટર’ મૂકીએ તો તેના વડે એકમસમયમાં, તેની આસપાસના સૂક્ષ્મ વિસ્તારમાં નોંધાતા ફોટોનની સંખ્યા વિદ્યુત-ચુંબકીય તરંગોના કંપવિસ્તારના વર્ગના સમપ્રમાણમાં હોય છે. અહીં ડિટેક્ટર જ્યારે ફોટોનને ડિટેક્ટ કરે છે, ત્યારે પ્રકાશ અને ડિટેક્ટર વચ્ચે આંતરક્રિયા થાય છે અને તેથી પ્રકાશનું ફોટોન સ્વરૂપ મળે છે.

**ઉદાહરણ 3 :** જો 1 Wના બલ્બની કાર્યક્ષમતા (efficiency) 10% હોય, તો તે એક સેકન્ડમાં કેટલા ફોટોનનું ઉત્સર્જન કરતો હશે ? ઉત્સર્જતા ફોટોનને અનુરૂપ વિકિરણની તરંગલંબાઈ 500 nm છે.  $h = 6.625 \times 10^{-34}$  J s

**ઉકેલ :** અત્રે 1 Wનો બલ્બ છે. જો તેની કાર્યક્ષમતા 100 % હોય, તો તે 1 sમાં 1 J વિકિરણ-ઊર્જાનું ઉત્સર્જન કરી શકે. પણ આપેલ બલ્બની કાર્યક્ષમતા 10% આપેલી છે, તેથી આ બલ્બ એક સેકન્ડમાં

$$\frac{1}{10} \text{ J} = 10^{-1} \text{ J વિકિરણ-ઊર્જાનું ઉત્સર્જન કરી શકે છે.}$$

**નોંધ :** અહીં બલ્બની કાર્યક્ષમતાનો અર્થ એ છે કે, તે 1 sમાં જે વિદ્યુત-ઊર્જા વાપરે છે અને તેના 10% વિકિરણ-ઊર્જા રૂપે આપે છે, બાકીની 90 % ઉષ્મા-ઊર્જા (ફિલામેન્ટના અવરોધને કારણે) રૂપે વ્યય પામે છે.

$$\therefore \text{બલ્બમાંથી 1 sમાં મળતી વિકિરણ-ઊર્જા} = 10^{-1} \text{ J}$$

આ વિકિરણ-ઊર્જા  $n$  ફોટોનની બનેલી હોય, તો

$$nhf = 10^{-1} \text{ J}$$

$$\therefore n = \frac{10^{-1}}{hf} = \frac{0.1}{6.625 \times 10^{-34} \times \frac{c}{\lambda}} = \frac{\lambda \times 10^{-1}}{6.625 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8} \quad (\because f = \frac{c}{\lambda})$$

$$\therefore n = \frac{0.1 \times 500 \times 10^{-9}}{6.6 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8} \quad (\because \text{પ્રકાશનો વેગ, } c = 3 \times 10^8 \text{ m s}^{-1} \text{ } 1 \text{ nm} = 10^{-9} \text{ m})$$

$$\therefore n = 2.53 \times 10^{17} \text{ ફોટોન્સ}$$

**ઉદાહરણ 4 :** એક સપાટી પર 10sમાં  $11 \times 10^{11}$  ફોટોન આપાત થાય છે. આ બધા ફોટોન  $10 \text{ \AA}$  તરંગલંબાઈના વિકિરણને અનુરૂપ છે. જો સપાટીનું ક્ષેત્રફળ  $0.01 \text{ m}^2$  હોય, તો આપાત વિકિરણની તીવ્રતા શોધો. પ્રકાશનો વેગ  $3 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$  છે.  $h = 6.625 \times 10^{-34} \text{ J s}$ .

**ઉકેલ :** 10sમાં આપાત થતા ફોટોનની સંખ્યા =  $11 \times 10^{11}$

$$\therefore 1\text{sમાં આપાત થતા ફોટોનની સંખ્યા} = 11 \times 10^{10}$$

હવે, આટલા ફોટોન,  $0.01 \text{ m}^2$  ક્ષેત્રફળ પર આપાત થાય છે.

1 sમાં  $1 \text{ m}^2$  ક્ષેત્રફળ પર આપાત થતા ફોટોનની સંખ્યા,

$$n = \frac{11 \times 10^{10}}{0.01} = \frac{11 \times 10^{10}}{10^{-2}} = 11 \times 10^{12}$$

આ ફોટોન્સ સાથે સંકળાયેલી વિકિરણ-ઊર્જા,

$$= nhf = \frac{nhc}{\lambda} = \frac{11 \times 10^{10} \times 6.6 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{10 \times 10^{-10}} = 2.18 \times 10^{-3}$$

$$\therefore \text{આપાત વિકિરણની તીવ્રતા} = 2.18 \times 10^{-3} \text{ W m}^{-2}$$

**ઉદાહરણ 5 :**  $2.5 \text{ W m}^{-2}$  તીવ્રતા ધરાવતું,  $10.6 \text{ eV}$  ઊર્જા ધરાવતા ફોટોન્સનું એક કિરણજૂથ (beam)  $1.0 \times 10^{-4} \text{ m}^2$  ક્ષેત્રફળ અને  $5.2 \text{ eV}$  વર્ક-ફંક્શન ધરાવતી સપાટી પર આપાત થાય છે. આપાત ફોટોન્સમાંથી 0.5 % ફોટોન્સ ફોટો-ઇલેક્ટ્રોન્સ ઉત્સર્જી છે. તો 1 sમાં ઉત્સર્જિત ફોટો-ઇલેક્ટ્રોન્સની સંખ્યા શોધો. આ ફોટો-ઇલેક્ટ્રોન્સની ન્યૂનતમ અને મહત્તમ ઊર્જાઓ શોધો.  $1 \text{ eV} = 1.6 \times 10^{-19} \text{ J}$

**ઉકેલ :** અહીં, આપાત વિકિરણની તીવ્રતા  $2.5 \text{ W m}^{-2}$  છે.

$$\therefore 1 \text{ m}^2 \text{ ક્ષેત્રફળ પર } 1 \text{ sમાં આપાત થતી ઊર્જા} = 2.5 \text{ J}$$

$$\therefore 1.0 \times 10^{-4} \text{ m}^2 \text{ ક્ષેત્રફળ પર } 1 \text{ sમાં આપાત થતી વિકિરણ-ઊર્જા}$$

$$= 2.5 \times 1.0 \times 10^{-4} = 2.5 \times 10^{-4} \text{ J}$$

ધારો કે આટલી વિકિરણ-ઊર્જામાં  $n$  ફોટોન્સ છે.

$$\therefore nhf = 2.5 \times 10^{-4} \quad (1)$$

$$\text{પણ } hf = \text{ફોટોનની ઊર્જા} = 10.6 \text{ eV} = 10.6 \times 1.6 \times 10^{-19} \text{ J } (\because 1 \text{ eV} = 1.6 \times 10^{-19} \text{ J})$$

આ પરિણામ, સમીકરણ (1)માં મૂકી,  $n$ ને સૂત્રનો કર્તા બનાવતાં,

$$n = \frac{2.5 \times 10^{-4}}{hf} = \frac{2.5 \times 10^{-4}}{10.6 \times 1.6 \times 10^{-19}}$$

આમાંના 0.5 % ફોટોન ફોટો-ઇલેક્ટ્રોનનું ઉત્સર્જન કરે છે.

$$\left[ \begin{array}{l} 100 : 0.5 \\ n : ? \end{array} \right]$$

$\therefore$  ઉત્સર્જિત ફોટો-ઇલેક્ટ્રોનની સંખ્યા,

$$N = \frac{0.5 \times n}{100} = \frac{0.5 \times 2.5 \times 10^{-4}}{100 \times 10.6 \times 1.6 \times 10^{-19}} = 7.37 \times 10^{11} \text{ s}^{-1}$$

ફોટો-ઇલેક્ટ્રોન્સની ન્યૂનતમ ઊર્જા = 0 J. આવા ફોટો-ઇલેક્ટ્રોન્સ, ઉત્સર્જનની પ્રક્રિયામાં, ફોટોન તરફથી પોતાને મળેલી બધી જ ઊર્જા બંધન-ઊર્જા ‘સામે’ વાપરી નાખે છે.

ફોટો-ઇલેક્ટ્રોન-સની મહત્તમ ઊર્જા :

$$E = hf - \phi_0 = 10.6 \text{ eV} - 5.2 \text{ eV} \quad (\because hf = 10.6 \text{ eV અને } \phi_0 = 5.2 \text{ eV})$$

$$= 5.4 \text{ eV}$$

**ઉદાહરણ 6 :** 5000 Å તરંગલંબાઈવાળા વિકિરણને એક બીમ (beam, કિરણજૂથ)ની ત્રિજ્યા  $10^{-3} \text{ m}$  છે. આ બીમનો પાવર  $10^{-3} \text{ W}$  છે. આ બીમ,  $1.9 \text{ eV}$  વર્ક-ફંક્શન ધરાવતી ધાતુની સપાટી પર લંબરૂપે આપાત થાય છે, તો ધાતુની સપાટીમાંથી એકમક્ષેત્રફળ દીઠ એક સેકન્ડમાં કેટલો વિદ્યુતભાર બહાર આવશે ? અત્રે આપાત થયેલ દરેક ફોટોન એક ઇલેક્ટ્રોનનું ઉત્સર્જન કરે છે તેવું ધારો.

$$h = 6.625 \times 10^{-34} \text{ J s}$$

**ઉકેલ :** પ્રકાશબીમનો પાવર =  $10^{-3} \text{ W}$

$$\therefore 1 \text{ સેકન્ડમાં આપાત થતી પ્રકાશ-ઊર્જા} = 10^{-3} \text{ J}$$

જો આટલી ઊર્જાને અનુરૂપ ફોટોનની સંખ્યા  $n$  હોય, તો

$$nhf = nh \frac{c}{\lambda} = 10^{-3} \Rightarrow n = \frac{10^{-3} \times \lambda}{hc}$$

$$\therefore n = \frac{10^{-3} \times 5000 \times 10^{-10}}{6.625 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8} \quad (\because \lambda = 5000 \text{ Å} = 5000 \times 10^{-10} \text{ m})$$

આટલી સંખ્યામાં ફોટોન  $10^{-3} \text{ m}$  ત્રિજ્યાની સપાટી પર એક સેકન્ડમાં આપાત થાય છે.

$\therefore$  એકમક્ષેત્રફળ પર એક સેકન્ડમાં આપાત થતા ફોટોનની સંખ્યા,

$$n_1 = \frac{10^{-3} \times 5000 \times 10^{-10}}{6.625 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8 \times \pi \times (10^{-3})^2}$$

આ દરેક ફોટોન, એક ઇલેક્ટ્રોન ઉત્સર્જે છે અને દરેક ઇલેક્ટ્રોનનો વિદ્યુતભાર  $e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$  છે.

$\therefore$  એકમક્ષેત્રફળ દીઠ, એક સેકન્ડમાં બહાર આવતો વિદ્યુતભાર

$$Q = n_1 e = \frac{10^{-3} \times 5000 \times 10^{-10} \times 1.6 \times 10^{-19}}{6.625 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8 \times 3.14 \times 10^{-6}} = 128.6 \text{ C}$$

**ઉદાહરણ 7 :** કેટલીક ધાતુઓના વર્ક-ફંક્શન આ પ્રમાણે છે : Na :  $1.92 \text{ eV}$ , K :  $2.2 \text{ eV}$ , Cd :  $4.1 \text{ eV}$ ,

Ni :  $5 \text{ eV}$ . આ ધાતુઓ પર  $3300 \text{ Å}$  તરંગલંબાઈનું વિકિરણ He-Cd લેસરમાંથી આપાત કરવામાં આવે છે. લેસરને પ્રથમ  $1 \text{ m}$  દૂર મૂકેલ છે અને પછી  $10 \text{ cm}$  દૂર મૂકેલ છે, તો કઈ ધાતુઓમાં ફોટો-ઇલેક્ટ્રિક અસર જોવા મળશે ? જ્યારે લેસરને  $10 \text{ cm}$  અંતરે લાવીશું, ત્યારે પરિસ્થિતિમાં શો ફેર પડશે ?

$$h = 6.625 \times 10^{-34} \text{ J s}, c = 3 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}, 1 \text{ eV} = 1.6 \times 10^{-19} \text{ J}.$$

**ઉકેલ :** ફોટો-ઇલેક્ટ્રિક અસર ઉદ્ભવી શકે તે માટે આપાત પ્રકાશ ફોટોનની ઊર્જા ઓછામાં ઓછી આપેલ ધાતુના વર્ક-ફંક્શન જેટલી હોવી જોઈએ.

$$\therefore hf = h \frac{c}{\lambda} \geq \text{વર્ક-ફંક્શન } \phi_0$$

$$\text{આપાત વિકિરણનો ફોટોનની ઊર્જા} = \frac{6.625 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{3300 \times 10^{-10}} \text{ J} = \frac{6.625 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{3300 \times 10^{-10} \times 1.6 \times 10^{-19}} \text{ eV}$$

$$(\because 1 \text{ eV} = 1.6 \times 10^{-19} \text{ J})$$

$$\text{આપાત વિકિરણનો ફોટોનની ઊર્જા} = 3.76 \text{ eV}$$

વિકિરણ અને દ્રવ્યનો દ્વિત-સ્વભાવ

આ પરિણામ દર્શાવે છે કે ધાતુનું વર્ક-ફંક્શન  $3.76 \text{ eV}$  કે તેનાથી ઓછું હશે તે ધાતુમાં અત્રે આપાત થયેલ પ્રકાશ ફોટો-ઇલેક્ટ્રિક અસર ઉત્પન્ન કરશે. ઉપરના લિસ્ટમાં જોતાં, Na અને Kમાં ફોટો-ઇલેક્ટ્રિક અસર જોવા મળશે, જ્યારે Cd અને Niમાં આ અસર જોવા મળશે નહિ.

જ્યારે લેસરને  $1 \text{ m}$  અંતરેથી  $10 \text{ cm}$  અંતરે લાવવામાં આવશે, ત્યારે આપાત પ્રકાશની તીવ્રતા જરૂર વધશે, પણ તેની આવૃત્તિમાં કંઈ ફેરફાર થશે નહિ. આમ, Na અને Kમાંથી વધારે સંખ્યામાં ઇલેક્ટ્રોન્સનું ઉત્સર્જન થઈ ફોટો-ઇલેક્ટ્રિક પ્રવાહમાં વધારો નોંધાશે. આમ છતાં, Cd અને Niમાં તો હજુ ફોટો-ઇલેક્ટ્રિક અસર જોવા મળશે નહિ, કારણ કે પ્રકાશ ઉદ્ગમને નજીક લાવવાથી પ્રકાશની આવૃત્તિમાં કંઈ ફેરફાર થતો નથી અને ફોટો-ઇલેક્ટ્રિક અસર ઉત્પન્ન કરવામાં જે લઘુત્તમ ઊર્જા અથવા  $hf$  પરથી લઘુત્તમ આવૃત્તિ (થ્રેશોલ્ડ-આવૃત્તિ)ની જરૂર છે તે હજુ મળતી નથી.

**ઉદાહરણ 8 :**  $200 \text{ nm}$ ની તરંગલંબાઈ ધરાવતો અલ્ટ્રાવાયોલેટ પ્રકાશ Fe (આયર્ન-લોખંડ)ની તાજી પોલિશ કરેલી સપાટી પર આપાત થાય છે. સપાટીનું વર્ક-ફંક્શન  $4.5 \text{ eV}$  છે, તો (1) સ્ટોપિંગ પોટેન્શિયલ (2) ઉત્સર્જિત ફોટો-ઇલેક્ટ્રોન્સની મહત્તમ ગતિ-ઊર્જા (3) ઉત્સર્જિત ફોટો-ઇલેક્ટ્રોન્સની મહત્તમ ઝડપ શોધો.

$$h = 6.625 \times 10^{-34} \text{ J s}, c = 3 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}, 1 \text{ eV} = 1.6 \times 10^{-19} \text{ J}.$$

$$m = 9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}$$

$$\text{ઉકેલ : } eV_0 = \frac{1}{2} mv_{\max}^2 = hf - \phi_0 = \frac{hc}{\lambda} - \phi_0$$

આ સૂત્રનો ઉપયોગ કરી,  $V_0$  શોધવા માટે પ્રથમ  $\frac{hc}{\lambda}$  શોધીએ.

$$\frac{hc}{\lambda} = \frac{6.625 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{200 \times 10^{-9}} = 9.94 \times 10^{-19} \text{ J} = 6.21 \text{ eV}$$

$$\text{હવે, } eV_0 = \frac{hc}{\lambda} - \phi_0 = 6.21 - 4.5 (\because \phi_0 = 4.5 \text{ eV}) = 1.71 \text{ eV}$$

$$\therefore V_0 = 1.71 \text{ V}$$

હવે,

$$\therefore \frac{1}{2} mv_{\max}^2 = eV_0 = 1.71 \text{ eV} = (1.71) (1.6 \times 10^{-19}) \text{ J} = 2.74 \times 10^{-19} \text{ J}$$

$$\therefore v_{\max}^2 = \left( \frac{2.74 \times 10^{-19} \times 2}{9.11 \times 10^{-31}} \right) = 6.0 \times 10^{11}$$

$$\therefore v_{\max} = 7.75 \times 10^5 \text{ m s}^{-1}$$

**ઉદાહરણ 9 :** એક Cu-સ્ફટિક  $8.3 \times 10^{10} \frac{\text{ફોટો-ઇલેક્ટ્રોન}}{\text{m}^2 \text{ s}}$  નું ઉત્સર્જન કરે છે. Cuનો પરમાણુભાર  $64 \text{ g mol}^{-1}$  અને ઘનતા  $8900 \text{ kg m}^{-3}$  છે. હવે એવું ધારો કે Cuની સપાટી પાસેના પ્રથમ 5 પરમાણુ-સ્તરોમાંથી ફોટો-ઇલેક્ટ્રોનનું ઉત્સર્જન થાય છે, તો કેટલા પરમાણુ દીઠ 1 ફોટો-ઇલેક્ટ્રોન (સરેરાશ રીતે) ઉત્સર્જશે ? પરમાણુઓ સાદો ઘન લેટિસ રચે છે તેમ ધારો.

**ઉકેલ :** અહીં ફોટો-ઇલેક્ટ્રોન/m<sup>2</sup>s આપેલ હોવાથી ઘન સ્ફટિકની દરેક ધાર  $1 \text{ m}$  લંબાઈની લઈશું. આવા સ્ફટિકનું કદ  $= 1 \times 1 \times 1 = 1 \text{ m}^3$  થશે. હવે, ઘનતા  $8900 \text{ kg m}^{-3}$  છે. તેથી આ સ્ફટિકનું દળ  $8900 \text{ kg}$  થશે. વળી, પરમાણુભાર  $64 \text{ g mol}^{-1} = 64 \times 10^{-3} \text{ kg mol}^{-1}$  છે અને તેથી  $64 \times 10^{-3} \text{ kg}$  Cuમાં પરમાણુઓની સંખ્યા એવોગ્રેડો-અંક જેટલી હોય.

$$64 \times 10^{-3} \text{ kg} : 6.02 \times 10^{23}$$

$$\therefore 8900 \text{ kg} : \text{પરમાણુઓની સંખ્યા (?)}$$

$$\therefore 8900 \text{ kg Cuમાં પરમાણુઓની સંખ્યા, } N = \frac{6.02 \times 10^{23} \times 8900}{64 \times 10^{-3}} \quad (1)$$

આ પરમાણુઓ સાદા ઘનની ગોઠવણી કરે છે.

જો એક હારમાં  $n$  પરમાણુઓ હોય, તો એક સમતલમાં  $n^2$  પરમાણુઓ થશે.

અને 5 સમતલોમાં  $5n^2$  પરમાણુઓ થશે.

નોંધો કે આખા ઘનમાં  $n^3$  પરમાણુઓ હોય.

$$\therefore N = n^3$$

$\therefore$  સમીકરણ (1) પરથી,

$$n^3 = \frac{6.02 \times 10^{23} \times 8900}{64 \times 10^{-3}}$$

$$\therefore n = \left( \frac{6.02 \times 10^{23} \times 8900}{64 \times 10^{-3}} \right)^{\frac{1}{3}} = 4.37 \times 10^9$$

$$\therefore 5n^2 = 5 \times (4.37 \times 10^9)^2 = 9.55 \times 10^{19}$$

$\therefore$  આટલા પરમાણુઓમાંથી દર સેકન્ડે  $8.3 \times 10^{10}$  ફોટો-ઇલેક્ટ્રોન્સ નીકળે છે.

$8.3 \times 10^{10}$  ફોટો-ઇલેક્ટ્રોન માટે  $5n^2$  પરમાણુ જોઈતા હોય, તો એક ફોટો-ઇલેક્ટ્રોન માટે કેટલા પરમાણુઓની જરૂર પડે ?

$$8.3 \times 10^{10} : 5n^2$$

$$1 : ? \text{ (પરમાણુઓની સંખ્યા)}$$

$$\therefore \frac{5n^2}{8.3 \times 10^{10}} = \frac{9.55 \times 10^{19}}{8.3 \times 10^{10}}$$

$$\therefore \text{એક ફોટો-ઇલેક્ટ્રોન દીઠ જરૂરી પરમાણુઓની સંખ્યા} = 1.15 \times 10^9$$

**ઉદાહરણ 10 :**  $4560 \text{ \AA}$  તરંગલંબાઈવાળો  $1 \text{ mW}$ નો પ્રકાશ સીસિયમ (Cs, Cesium)ની ફોટો-સંવેદી સપાટી પર આપાત થાય છે. જો આ સપાટીની ક્વોન્ટમ કાર્યક્ષમતા  $0.5 \%$  હોય, તો ઉદ્ભવતા ફોટો-ઇલેક્ટ્રિક પ્રવાહનું મૂલ્ય શોધો.

**ઉકેલ :**  $1 \text{ mW}$  પ્રકાશનો અર્થ એવો થાય કે દર સેકન્ડે  $1 \text{ mJ} = 10^{-3} \text{ J}$  પ્રકાશ-ઊર્જા સપાટી પર આપાત થાય છે. આ ઊર્જા  $hf$  ઊર્જાવાળા ફોટોનના સ્વરૂપમાં આપાત થાય છે. ધારો કે  $10^{-3} \text{ J}$  પ્રકાશમાં  $n$  ફોટોન છે.

$$nhf = 10^{-3} \quad (1)$$

આમ, અહીં સમીકરણ (1) વડે મળતા  $n$  ફોટોન આપાત થાય છે, પરંતુ તેમાંથી  $0.5\%$  ફોટોન, ફોટો-ઇલેક્ટ્રોનનું ઉત્સર્જન કરે છે, કારણ કે સપાટીની ક્વોન્ટમ કાર્યક્ષમતા  $0.5\%$  છે.

હવે,  $n$ ના  $0.5\%$  એટલે

$$\left[ \begin{array}{l} 100 : 0.5 \\ n : ? \end{array} \right]$$

$$\therefore \text{ઉત્સર્જિત ફોટો-ઇલેક્ટ્રોનની સંખ્યા} = \frac{n \times 0.5}{100}$$

આટલા ઇલેક્ટ્રોન  $1 \text{ s}$ માં ઉત્સર્જીને ફોટો-ઇલેક્ટ્રિક પ્રવાહનું નિર્માણ કરે છે.



ફોટો-ઇલેક્ટ્રિક પ્રવાહ,  $I =$  એક સેકન્ડમાં ઉત્સર્જતા ફોટો-ઇલેક્ટ્રોન  $\times$  ઇલેક્ટ્રોનનો વિદ્યુતભાર

$$\therefore I = \frac{n \times 0.5}{100} \times 1.6 \times 10^{-19} \text{ A} \quad (2)$$

પણ, સમીકરણ (1) પરથી,

$$n = \frac{10^{-3}}{hf} = \frac{10^{-3}}{6.625 \times 10^{-34} \times \frac{c}{\lambda}} \quad (\because f = \frac{c}{\lambda})$$

$$\therefore n = \frac{10^{-3} \times 4560 \times 10^{-10}}{6.625 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8} = 2.303 \times 10^{15}$$

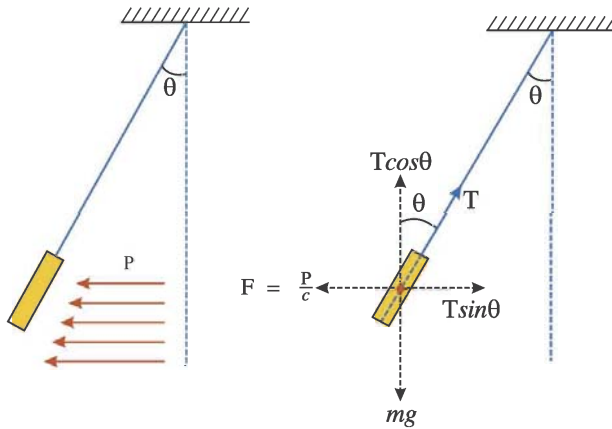
$n$ નું આ મૂલ્ય સમીકરણ (2)માં મૂકતાં,

$$I = \frac{2.303 \times 10^{15} \times 0.5 \times 1.6 \times 10^{-19}}{100}$$

$$\therefore I = 1.84 \times 10^{-6} \text{ A} = 1.84 \mu\text{A}$$

**ઉદાહરણ 11 (a) :** આકૃતિમાં દર્શાવ્યા પ્રમાણે હલકી દોરી વડે લટકાવેલી, એક નાની સમતલ પટ્ટી પર 1 sમાં  $P$  જેટલી વિકિરણ-ઊર્જા (જૂલ) આપાત થાય છે અને શોષાઈ જાય છે. વિકિરણને કારણે બળ લાગતાં આ પટ્ટી શિરોલંબ સાથે  $\theta$  કોણ બનાવી સમતોલનમાં રહે છે. જો દોરીની લંબાઈ  $l$  હોય, તો આકૃતિમાં દર્શાવેલ ખૂણો  $\theta$  શોધો. વિકિરણ એકરંગી લો. પટ્ટીનું દળ  $m$  છે.

**ઉકેલ :** વિદ્યુતચુંબકીય વિકિરણ જ્યારે કોઈ સપાટી પર આપાત થાય છે, ત્યારે દબાણ અને પરિણામે બળ ઉત્પન્ન કરે છે. અહીં, એક સેકન્ડમાં  $P$  જૂલ ઊર્જા આપાત થાય છે. આ વિકિરણ-ઊર્જા ફોટોનની બનેલી ગણીએ અને એક સેકન્ડમાં જો  $n$  ફોટોન આપાત થતા હોય, તો



$$nhf = P \quad (1)$$

$$\text{હવે, દરેક ફોટોનનું વેગમાન, } p = \frac{hf}{c}$$

$$(2)$$

સમીકરણ (1)માંથી  $hf$ નું મૂલ્ય સમીકરણ (2)માં મૂકતાં,

$$p = \frac{P}{nc}$$

$$\therefore n \text{ ફોટોનનું વેગમાન} = np = \frac{P}{c}$$

પટ્ટીને દરેક સેકન્ડે આટલું વેગમાન મળે છે.

$$\therefore \text{પટ્ટીના વેગમાનના ફેરફારનો દર} = \frac{P}{c} = \text{બળ}$$

$$\therefore F = \frac{P}{c} \quad (3)$$

આ બળ આકૃતિમાં દર્શાવ્યું છે.

હવે, પટ્ટી સમતોલનમાં હોવાથી, તેના પર લાગતાં બળોના શિરોલંબ અને સમક્ષિતિજ ઘટકોને સમતોલતાં,

$$\left. \begin{array}{l} T \cos \theta = mg \\ \text{અને } T \sin \theta = \frac{P}{c} \end{array} \right\} \therefore \tan \theta = \frac{P}{cmg} \Rightarrow \theta = \tan^{-1} \left( \frac{P}{cmg} \right)$$

**ઉદાહરણ 11 (b) :** ઉપરના ઉદાહરણમાં જો પટ્ટીને તેના સમતોલન સ્થાનમાંથી સહેજ ચલિત કરીને છોડી દેવામાં આવે, તો પટ્ટીનાં સરળ આવર્ત-દોલનોનો આવર્તકાળ શોધો.

**ઉકેલ :** અહીં અસરકારક ‘ગુરુત્વપ્રવેગ’  $= \vec{g}_e = \frac{\vec{P}}{mc} + \vec{g}$

$$\therefore |\vec{g}_e| = \sqrt{\left(\frac{P}{mc}\right)^2 + g^2}$$

$$\text{હવે, } T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g_e}} = \sqrt{\frac{l}{\left(\frac{P}{mc}\right)^2 + g^2}}$$

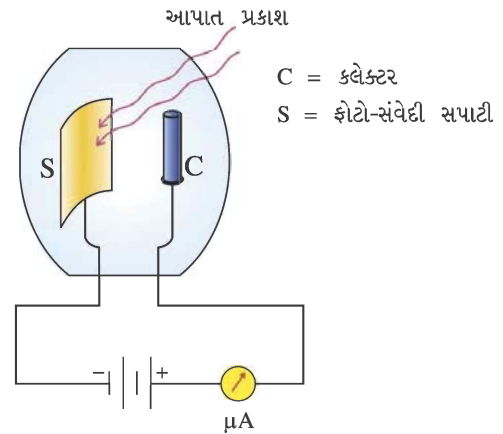
$$\therefore T = 2\pi \left[ \frac{l}{\left\{ \left(\frac{P}{mc}\right)^2 + g^2 \right\}^{\frac{1}{2}}} \right]^{\frac{1}{2}}$$

### 7.5 ફોટોસેલ (Photocell)

ફોટો-ઇલેક્ટ્રિક અસરની વ્યાવહારિક ઉપયોગિતા માટે ફોટોસેલ (જેને ઇલેક્ટ્રિક-આંખ પણ કહેવામાં આવે છે.) તૈયાર કરવામાં આવે છે. કેટલાક ફોટોસેલમાં જુદી-જુદી ફોટો-સંવેદી સપાટીને બદલે એક જ ફોટો સંવેદી સ્તર (Layer) વાપરવામાં આવે છે. આ એક ફોટોસેલની રેખાકૃતિ નીચેની આકૃતિ 7.5માં દર્શાવેલ છે.

ફોટોસેલ બલ્બની દીવાલ કાચની અથવા ક્વાર્ટ્ઝની બનેલી હોય છે. જ્યારે (યોગ્ય આવૃત્તિવાળો) પ્રકાશ ફોટો-સંવેદી સપાટી પર આપાત કરવામાં આવે છે, ત્યારે સામાન્ય રીતે થોડાક માઈક્રોએમ્પિયરના ક્રમનો પ્રવાહ ઉત્પન્ન થાય છે. જ્યારે આપાતપ્રકાશની તીવ્રતા બદલાય છે, ત્યારે ફોટો-ઇલેક્ટ્રિક પ્રવાહ પણ બદલાય છે. ફોટોસેલના આ ગુણધર્મનો ઉપયોગ કરીને નિયંત્રક તંત્રો (Control Systems) કાર્ય કરે છે અને તે પરથી આપાતપ્રકાશની તીવ્રતા માપી શકાય છે.

તેઓનો ઉપયોગ પ્રકાશમીટરમાં ફોટોગ્રાફિક કેમેરામાં, ઇલેક્ટ્રિક બેલમાં, બર્ગલર એલાર્મમાં અને ફાયર એલાર્મમાં થાય છે. અવકાશ-સંશોધનમાં તારાઓનાં તાપમાન અને તેમના વર્ણપટોના અભ્યાસમાં પણ ફોટોસેલનો ઉપયોગ કરવામાં આવે છે.



આકૃતિ 7.5 ફોટોસેલ

### 7.6 દ્રવ્યતરંગો કણોનો તરંગ-સ્વભાવ (Matter Waves-Wave Nature of Particles)

ફોટો-ઇલેક્ટ્રિક અને કોમ્પ્ટન-અસરો દ્વારા પ્રકાશ કણસ્વરૂપ ધરાવે છે અને નહીં કે તરંગસ્વરૂપ તેમ સાબિત થાય છે. વળી, આપણે જાણીએ છીએ કે પ્રકાશને લગતી વ્યતિકરણ, વિવર્તન, ધ્રુવીભવન જેવી ઘટનાઓની સમજૂતી પ્રકાશને તરંગ-સ્વરૂપે સ્વીકારીએ તો જ આપી શકાય છે. આ એક વિરોધાભાસ (Paradox) છે કે જેમાં એક જ ભૌતિક રાશિ (અત્રે, પ્રકાશ)નું તદ્દન ભિન્ન એવાં બે સ્વરૂપો (તરંગ અને કણ)નું અસ્તિત્વ સાબિત કરે છે. એક શક્યતા પ્રમાણે એવું ધારી શકાય કે પ્રકાશ જ્યારે ગતિ કરતો હોય, ત્યારે તરંગ-સ્વરૂપે પરંતુ શોષણ કે ઉત્સર્જન વખતે (એટલે કે દ્રવ્ય સાથેની આંતરક્રિયા વખતે) કણસ્વરૂપ ધારણ કરતો હોવો જોઈએ. આ વર્ણન સૂચવે છે કે વિકિરણ દ્વિત-સ્વભાવ ધરાવે છે : (સતત) તરંગ-જેવું વિસ્તરેલ અને આપેલ પરિસ્થિતિ અનુસાર(અસતત) સંકેન્દ્રિત કણસ્વરૂપ.

સાપેક્ષતાવાદ અનુસાર, નિર્દેશક્રેમ (Frame of Reference)ની અદલા-બદલી માટેનું લોરેન્ડ્ઝ રૂપાંતરણ, જેમ E અને f વચ્ચેનો સંબંધ સૂચવે છે, તેમ વેગમાન (p) અને તરંગ-સંદિશ (k) વચ્ચે પણ કોઈ સંબંધ હોવો જોઈએ તેવી જરૂરિયાતનો નિર્દેશ કરે છે. ફોટોનનું સ્થિર દળ ( $m_0$ ) શૂન્ય હોવાથી, તેનું વેગમાન નીચેના સૂત્ર પ્રમાણે આપી શકાય. (જુઓ સમીકરણ 7.4.4),

વિકિરણ અને દ્રવ્યનો દ્વિત-સ્વભાવ

$$p = \frac{E}{c} = \frac{hf}{c} = \frac{h}{\lambda} \quad (\because c = f\lambda) \quad (7.6.1)$$

$$\text{અથવા } \lambda = \frac{h}{p} \quad (7.6.2)$$

લોરેન્ઝ રૂપાંતરણની આ જરૂરિયાતને ધ્યાનમાં લઈને, 1924માં, લૂઈસ દ બ્રોગ્લી (Louis de Broglie)એ એવો તર્ક આપ્યો કે જો પ્રકાશ (કે જે પ્રચલિત યંત્રશાસ્ત્ર પ્રમાણે તરંગસ્વરૂપ ધરાવે છે) જો અમુક સંજોગોમાં કણસ્વરૂપે વર્તતો હોય તો તે શક્ય છે કે દ્રવ્ય (કે જે પ્રચલિત યંત્રશાસ્ત્ર અનુસાર કણોનો બનેલો છે) અનુકૂળ સંજોગોમાં તરંગ-સ્વરૂપ ધરાવી શકે. **“વિકિરણ અને દ્રવ્યને અનુલક્ષીને કુદરત સંમિતિ ધરાવતી હોવી જોઈએ.”** વિકિરણ અને કણનો દ્વિત-સ્વભાવ કુદરતના કોઈ વ્યાપક નિયમનો એક ભાગ હોવો જોઈએ. અર્થાત્, વિકિરણ અને દ્રવ્ય એમ બંને દ્વિત-સ્વભાવ ધરાવતા હોવા જોઈએ : કણ અને તરંગ-સ્વરૂપ.

આમ, બ્રોગ્લી અનુસાર, સમીકરણ (7.6.2) એ દ્રવ્યકણો માટે પણ સાચું હોવું જોઈએ.  $m$  દળ ધરાવતા અને  $v$  જેટલી ઝડપથી ગતિ કરતું કણ (એટલે કે, તેનું વેગમાન  $p = mv$  થશે) જ્યારે તરંગ-સ્વભાવ દર્શાવે ત્યારે તેને અનુરૂપ તરંગલંબાઈ સમીકરણ (7.6.2) પરથી શોધી શકાય.

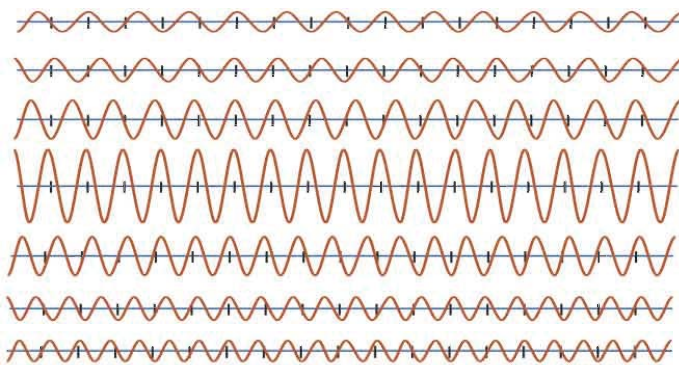
$$\lambda = \frac{h}{mv} \quad (7.6.3)$$

આ તરંગલંબાઈને કણની દ બ્રોગ્લી તરંગલંબાઈ કહે છે. આપણે યાદ રાખવું જોઈએ કે દ્રવ્યકણની સાથે કોઈ તરંગ જોડાયેલું હોતું નથી. તેનો મતલબ કે અમુક સંજોગોમાં કણની વર્તણૂક તેના તરંગ સ્વરૂપની મદદથી સમજી શકાય છે.

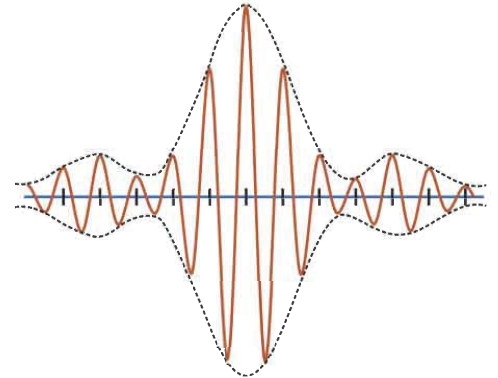
હકીકતમાં, દ્રવ્ય કણનો તરંગ-સ્વભાવનો વિચાર Erwin Schroedinger (ઈરવીન શ્રોડિન્ગર) (1926) એ તેના વિકલિત તરંગ-સમીકરણની મદદથી પણ દર્શાવ્યો. તેણે દર્શાવ્યું કે આ તરંગ-સમીકરણ (દ્રવ્યકણો સાથે સંકળાયેલા તરંગો માટે) અને અમુક ભૌતિક સ્થિતિ અનુસાર જરૂરી શરતો દ્વારા જુદી-જુદી ભૌતિક રાશિઓનો ક્વોન્ટાઈઝ્ડ (અસતત) સ્વભાવ મેળવી શકાય છે કે જે કણોના તરંગ-સ્વભાવની પુષ્ટિ કરે છે. જ્યારે તેની પ્રાયોગિક સાબિત આપતા પ્રયોગો, દા.ત., ડેવિસન-ગર્મરનો પ્રયોગ (કે જેનો અભ્યાસ આપણે આ પછીના વિભાગમાં કરીશું) કિકુચી (Kikuchi)નો વિવર્તનનો પ્રયોગ, ઈલેક્ટ્રોન સાથે સંકળાયેલ દ બ્રોગ્લી તરંગલંબાઈ દર્શાવતો થોમસનનો પ્રયોગ પણ કરવામાં આવ્યા.

અલબત્ત, દ્રવ્યના તરંગ-સ્વભાવે સૌથી ગંભીર કોયડો એ ‘કણ’ની મૂળભૂત વ્યાખ્યા સામે કર્યો. પ્રચલિત રીતે, કણ એટલે ચોક્કસ સ્થાન અને વેગમાન ધરાવતો બિંદુવત્ પદાર્થ. દ બ્રોગ્લીના વાદ અનુસાર કે જે કણનો તરંગ-સ્વભાવ (અર્થાત્ અવકાશમાં વિસ્તરેલ)ની પુષ્ટિ કરે છે, પ્રશ્ન હવે એ હતો કે હવે કેવી રીતે ચોક્કસાઈથી દ્રવ્યકણનું સ્થાન અને વેગમાન માપવું ?

એક અવકાશમાં પથરાયેલ હાર્મોનિક તરંગ સ્વાભાવિક છે કે આવા બિંદુવત્ કણને દર્શાવી શકે નહીં. આ સૂચવે છે કે કણને રજૂ કરતા તરંગની તરંગપ્રક્રિયા પણ અવકાશના મર્યાદિત ભાગમાં જ (અથવા નજીકના વિસ્તારમાં જ) સીમિત હોવી જોઈએ. આ કારણથી તરંગ-પેકેટ (Wave-Packet) (અર્થાત્, ખૂબ જ નાના વિસ્તારમાં મર્યાદિત તરંગ)નો વિચાર રજૂ કરવામાં આવ્યો.



(a) થોડી જુદી પડતી તરંગલંબાઈવાળા હાર્મોનિક તરંગો



(b) હાર્મોનિક તરંગોના સંપાતીકરણથી કંપવિસ્તારમાં ફેરફાર

આકૃતિ 7.6 તરંગ-પેકેટની રચના

આપણે જાણીએ છીએ કે જેમની તરંગલંબાઈઓ સતત રીતે બદલાતી જતી હોય તેવા ઘણા હાર્મોનિક તરંગોને જ્યારે એકબીજા પર સંપાત કરવામાં આવે છે (સંપાતીકરણનો સિદ્ધાંત ભૂલી નથી ગયાંને ?) ત્યારે પરિણામી તરંગનું સ્થાનાંતર અવકાશનાં ખૂબ જ મર્યાદિત ભાગમાં જ જોવા મળે છે (આકૃતિ 7.6 જુઓ). આ સંદર્ભમાં એવું વિચારવું વ્યાજબી ઠરશે કે કણ એ આવા તરંગ પેકેટના વિસ્તારમાં હશે. વળી, જે વિસ્તારમાં પરિણામી તરંગનું સ્થાનાંતર વધારે હશે તે વિસ્તારમાં કણને શોધવાની સંભાવના પણ વધારે હશે. હવે જો આપણે એક જ હાર્મોનિક તરંગનો વિચાર કરીએ તો કણને અવકાશમાં  $-\infty$  થી  $+\infty$  સુધી બધે જ શોધવાની સંભાવના સમાન થશે. (કારણ કે, હાર્મોનિક તરંગનો કંપવિસ્તાર અવકાશમાં બધે જ સરખો હોય છે.) બીજા શબ્દોમાં, કણનું સ્થાન સંપૂર્ણપણે અચોક્કસ બની જાય છે. પરંતુ હાર્મોનિક તરંગને ચોક્કસ એક જ તરંગલંબાઈ હોવાથી સમીકરણ (7.6.3) અનુસાર, તેનું વેગમાન એક જ ચોક્કસ મૂલ્યનું થશે.

હવે જો તરંગ-પેકેટ (જુદી-જુદી તરંગલંબાઈ ધરાવતા અને એકબીજા પર સંપાત થયેલા તરંગોનો સમૂહ)ની મદદથી કણને રજૂ કરીએ તો, કણનું સ્થાન વધુ ચોક્કસાઈથી માપી શકાશે, અને તે તરંગ-પેકેટના કદના સમપ્રમાણમાં હશે. પરંતુ, હવે ઘણી જુદી-જુદી તરંગલંબાઈઓવાળા તરંગોનો ઉપયોગ કણને રજૂ કરવા માટે થતો હોવાથી તેનું વેગમાન એક જ મૂલ્યનું અને ચોક્કસ રહેશે નહીં.

આમ, આ વિકિરણ અને કણનો મૂળભૂત દ્વૈત-સ્વભાવ ભૌતિક રાશિઓના એકસાથેના માપનમાં અનિશ્ચિતતા (Uncertainty) પેદા કરે છે.

**હાઈઝનબર્ગનો અનિશ્ચિતતાનો સિદ્ધાંત (Heisenberg's Uncertainty Principle) :** હાઈઝનબર્ગના અનિશ્ચિતતાના સિદ્ધાંત અનુસાર, જો કણના  $x$ -યામની અનિશ્ચિતતા  $\Delta x$  હોય અને તેના વેગમાનના  $x$ -ઘટકની અનિશ્ચિતતા  $\Delta p$  હોય, (એટલે કે એક પરિમાણમાં), તો

$$\therefore \Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{h}{2\pi} \geq \hbar \quad (h \text{ ક્ટ અથવા } h \text{ કોસ એમ વાંચો.}) \quad (7.6.4)$$

હવે, જો  $\Delta x \rightarrow 0$  તો  $\Delta p \rightarrow \infty$

અને  $\Delta p \rightarrow 0$  તો  $\Delta x \rightarrow \infty$  થાય.

તે જ રીતે, કણની ઊર્જા અને સમયના માપનમાં રહેલી અનિશ્ચિતતા માટે, અનિશ્ચિતતા નિયમાનુસાર,

$$\therefore \Delta E \cdot \Delta t \geq \hbar \quad (7.6.5)$$

**ફક્ત જાણકારી માટે :** ઉપર પ્રમાણે કણને અમુક બિંદુ પાસે હોવાથી સંભાવનાની વાત કરી. હકીકતમાં કણને રજૂ કરતાં તરંગ-વિધેયો (Wave Functions) ગાણિતીય રીતે ખાસ પ્રકારના વિકલ સમીકરણ (શ્રોડિંજર સમીકરણ-Schroedinger's equation)ના ઉકેલ સ્વરૂપે મેળવી શકાય છે. આ તરંગ-વિધેયો પરિસ્થિતિ અનુસાર વાસ્તવિક અથવા સંકર (Complex) વિધેયો હોય છે. મેક્સ બોર્ન નામના વિજ્ઞાનીના મત અનુસાર અવકાશમાં કોઈ પણ બિંદુએ એકમ પરિમાણમાં કણને શોધવાની સંભાવના આવા તરંગ-વિધેયના માનાંકના વર્ગ ( $|\psi|^2 = \psi^* \psi$ )ના સમપ્રમાણમાં હોય છે. આ ચર્ચા દર્શાવે છે કે, સૂક્ષ્મ કણોની ચર્ચાઓના પાયામાં આવી સંભાવનાઓથી જ કામ લેવું પડે છે. ભૌતિક વિજ્ઞાનની આ શાખાને **તરંગ મિકેનિક્સ** (Wave Mechanics) કહે છે.

ઉપર્યુક્ત ચર્ચા પરથી તમે નોંધી શક્યા હશો કે, ક્વોન્ટમ મિકેનિક્સ પર આધારિત ભૌતિકવિજ્ઞાનનો અભિગમ પ્રચલિત ભૌતિકવિજ્ઞાન (Classical Physics)ની જેમ deterministic નથી.

ઉપર્યુક્ત ચર્ચાના સંદર્ભમાં આપેલો સૂક્ષ્મ કણ, દા.ત., ઇલેક્ટ્રોન, કણ છે કે તરંગ તેવો પ્રશ્ન અર્થહીન છે. હકીકતમાં તો તેને તરંગ કે કણ કશું જ ન કહેવાય. તે તો કોઈ વધારે મૂળભૂત ભૌતિક વાસ્તવિકતા છે જેની વર્તણૂક અમુક સંજોગોમાં કણના-મિકેનિક્સ વડે, તો અમુક સંજોગોમાં તરંગ-મિકેનિક્સ (Wave Mechanics) વડે સમજી શકાય છે. તરંગ અને કણસ્વરૂપના સંદર્ભમાં વિકસેલ ગાણિતિક અભ્યાસો તો માત્ર કુદરતને સમજવામાંના બે અભિગમો છે.

‘તરંગ કે કણ ?’- એવા પ્રશ્નને વિખ્યાત લેખક Margenau (માર્ગોનુ) ‘હાથીના ઈંડાનો રંગ કેવો હોય ?’ - તેવા પ્રશ્ન સાથે સરખાવે છે. હાથીના ઈંડાનું અસ્તિત્વ હોય તો જ આ પ્રશ્નનો અર્થ રહે ને ?!



**ઉદાહરણ 12 :** સમાન 500 m/sની ઝડપથી કે જે 0.01 % ચોકસાઈથી માપી શકાય છે તેવા (1) 25 g દળ ધરાવતી બુલેટ અને (2) ઇલેક્ટ્રોન હોય ત્યારે તેમના સ્થાનના માપનમાં મળતી ચોક્કસતા શોધો. વળી, તમારા જવાબ પરથી મળતા તારણો લખો. ઇલેક્ટ્રોનનું દળ  $9.1 \times 10^{-31}$  kg લો.

**ઉકેલ :** (1) બુલેટના વેગમાનમાં મળતી અનિશ્ચિતતા 0.01 હોવાથી,  $\Delta p = mv$ ના 0.01% થશે.

$$= \left(\frac{0.01}{100}\right) \times (25 \times 10^{-3}) \times (500) \\ = 1.25 \times 10^{-3} \text{ kg m s}^{-1}$$

તેથી, તેને અનુરૂપ તેના સ્થાનમાં ઉદ્ભવતી અનિશ્ચિતતા,

$$\therefore \Delta x = \frac{\hbar}{\Delta p} \text{ (સમીકરણ 7.5.4 પરથી)}$$

$$= \frac{6.625 \times 10^{-34}}{2 \times 3.14 \times (1.25) \times 10^{-3}} \times 10^{-3} \quad (\because \hbar = \frac{h}{2\pi}) \\ = 8.44 \times 10^{-32} \text{ m.}$$

**તારણ :** બુલેટના પરિમાણની સરખામણીમાં  $\Delta x$ નું મૂલ્ય અત્યંત નાનું હોવાથી તેને અવગણી શકાય. અર્થાત્ બુલેટનું સ્થાન ચોક્સાઈથી માપી શકાય.

(2) ઇલેક્ટ્રોનના વેગમાનમાં અનિશ્ચિતતા,

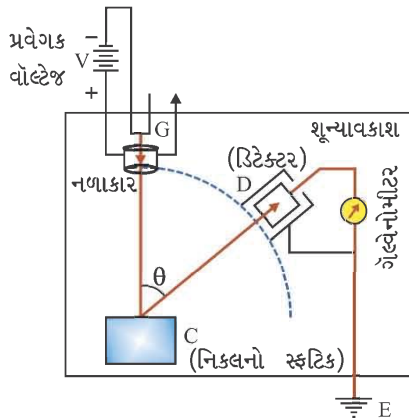
$$\therefore \Delta p = \left(\frac{0.01}{100}\right) \times (9.1 \times 10^{-31}) \times (500) = 4.55 \times 10^{-32} \text{ kg.m. s}^{-1}$$

તેને અનુરૂપ સ્થાનમાં અનિશ્ચિતતા,

$$\Delta x = \frac{6.625 \times 10^{-34}}{2 \times 3.14 \times 4.55 \times 10^{-32}} = 0.23 \times 10^{-2} \text{ m} = 2.3 \text{ mm}$$

**તારણ :** ઇલેક્ટ્રોનને જો કણસ્વરૂપે ધારીએ, તો તેના પરિણામની સરખામણીમાં તેના સ્થાનની અનિશ્ચિતતા (2.3 mm) અત્યંત મોટી છે. પરિણામસ્વરૂપ, ઇલેક્ટ્રોન એ અત્યંત સૂક્ષ્મ કણ છે તેમ વિચારી શકાય નહીં.

### 7.7 ડેવિસન-ગર્મરનો પ્રયોગ (Davisson-Germer Experiment)



**આકૃતિ 7.7 ડેવિસન-ગર્મરના પ્રયોગની ગોઠવણી**

ઈ.સ. 1927 સુધી દ બ્રોગ્લીની પરિકલ્પનાને પ્રાયોગિક અનુમોદન મળ્યું નહિ. આવી પરિસ્થિતિમાં ઈ. સ. 1927માં ડેવિસન અને ગર્મર નામના બે વિજ્ઞાનીઓ બેલ ટેલિફોન લેબોરેટરીમાં શૂન્યાવકાશમાં રાખેલા નિકલ ધાતુના ટુકડાથી થતા ઇલેક્ટ્રોનના પ્રકીર્ણન (Scattering)નો અભ્યાસ કરવા શ્રેણીબદ્ધ પ્રયોગો કરી રહ્યા હતા.

તેમનું પ્રયોગસાધન આકૃતિ 7.7માં દર્શાવ્યું છે.

અહીં, G એ ઇલેક્ટ્રોન ગન દર્શાવે છે. તેનું ફિલામેન્ટ ટંગસ્ટનનો બનેલો હોય છે. આ ફિલામેન્ટ પર બેરિયમ ઓક્સાઈડનું પાતળું સ્તર ચઢાવેલ હોય છે. ફિલામેન્ટને L. T. (Low Tension = ઓછો p.d.). વડે ગરમ કરવામાં આવે છે. આથી, તેમાંથી ઇલેક્ટ્રોનનું ઉત્સર્જન થાય છે. હવે, H. T. (High Tension) વડે ઉદ્ભવતા વિદ્યુતક્ષેત્રની યોગ્ય

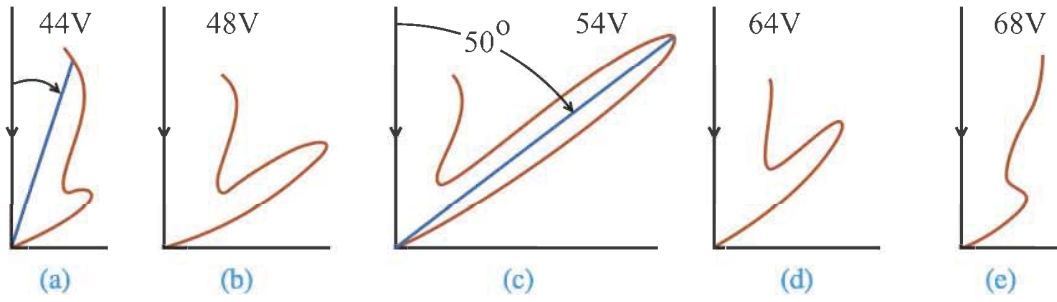
ગોઠવણી કરી ઇલેક્ટ્રોનને જરૂરી વેગ આપી શકાય છે. આ ઇલેક્ટ્રોન કાણાવાળા નળાકારમાંથી પસાર થઈ સાંકડો કિરણદંડ (beam) રચી નિકલના ટુકડા પર આપાત થાય છે અને તેના વડે (વાસ્તવમાં ટુકડાના પરમાણુઓ) વડે તેમનું પ્રકીર્ણન થાય છે. જુદી-જુદી દિશાઓમાં પ્રકીર્ણન પામતાં ઇલેક્ટ્રોન્સની નોંધ લેવા માટે આકૃતિ 7.7માં દર્શાવ્યા પ્રમાણે વર્તુળાકાર સ્કેલ પર ફરી શકે તેવું ડિટેક્ટર D રાખવામાં આવે છે. આ ડિટેક્ટરનો આઉટપુટ પ્રવાહ ગેલ્વેનોમીટરમાંથી પસાર થાય છે, જેનું માપ જે-તે દિશામાં પ્રકીર્ણિત થયેલા ઇલેક્ટ્રોન્સની સંખ્યાનો ખ્યાલ આપે છે.



પ્રચલિત ભૌતિકશાસ્ત્ર (Classical Physics) અનુસાર જુદી-જુદી દિશામાં પ્રકીર્ણન પામતા ઇલેક્ટ્રોનની સંખ્યા પ્રકીર્ણન કોણ (Angle of Scattering) પર ખાસ આધાર રાખતી હોવી જોઈએ નહિ. વળી, આ સંખ્યા આપાત ઇલેક્ટ્રોનની ઊર્જા પર તો બહુ જ ઓછો આધાર રાખતી હોવી જોઈએ. ડેવિસન અને ગર્મરે પ્રચલિત ભૌતિકશાસ્ત્રની આ આગાહીઓ નિકલનો ટુકડો પ્રેરક (Scatterer) તરીકે વાપરીને ચકાસી જોઈ.

તેઓના એક પ્રયોગ દરમિયાન પ્રવાહી હવાનો બાટલો ફાટતાં અકસ્માત થયો. પરિણામે, નિકલના ટુકડાની સપાટી બગડી ગઈ. આ સપાટી સરખી કરવા તેમણે નિકલના ટુકડાને ઊંચા તાપમાન સુધી ગરમ કરી પછી ઠંડો કર્યો. ફરીથી પ્રયોગ કરતાં જણાયું કે, હવે તો કંઈક ‘નવું જ’ જોવા મળે છે. તેમણે જોયું કે સ્ફટિક વડે X-raysનું વિવર્તન થતાં જેવાં પરિણામો મળે છે, તેવાં જ પરિણામો ઇલેક્ટ્રોનનું નિકલ વડે વિવર્તન થતાં પણ મળે છે. આ સંજોગોમાં ઇલેક્ટ્રોન તરંગ તરીકે વર્તતા હોય, તો જ આમ બની શકે. આમ થવાનું કારણ હતું કે, નિકલના ટુકડાને ઊંચા તાપમાને ગરમ કરીને ઠંડો પાડતા તે એક જ સ્ફટિક (Single Crystal)ના રૂપમાં આવી ગયો હતો.

પ્રસ્તુત પ્રયોગમાં પ્રકીર્ણન પામતા ઇલેક્ટ્રોન બીમની તીવ્રતા આપેલા પ્રવેગક વોલ્ટેજ માટે જુદા-જુદા પ્રકીર્ણન કોણ (θ) એ માપી શકાય છે. પ્રકીર્ણન કોણ એટલે આપાત ઇલેક્ટ્રોન બીમ અને પ્રકીર્ણિત બીમની દિશા વચ્ચેનો કોણ. આકૃતિ 7.8માં ડેવિસન અને ગર્મરે લીધેલા 44 V થી 68 V વચ્ચેના પ્રવેગક વોલ્ટેજો માટેના તીવ્રતા → ઠીના આલેખો ગુણાત્મક રીતે દર્શાવ્યા છે.



આકૃતિ 7.8 ડેવિસન-ગર્મરનાં પ્રયોગિક પરિણામો

આલેખો દર્શાવે છે કે, આપેલા પ્રવેગક વોલ્ટેજ માટે કોઈ એક પ્રકીર્ણન કોણે પ્રકીર્ણન પામતાં ઇલેક્ટ્રોનની સંખ્યા મહત્તમ છે. 54 V પ્રવેગક વોલ્ટેજવાળો આલેખ ધ્યાનપૂર્વક જુઓ. અહીં, 50°ના કોણે પ્રકીર્ણન પામતાં ઇલેક્ટ્રોનની સંખ્યા સ્પષ્ટ રીતે ખૂબ મોટી હોવાનું જોઈ શકાય છે. ઉપર્યુક્ત પ્રાયોગિક પરિણામો, જો ઇલેક્ટ્રોનને દ-બ્રૉગલી તરંગલંબાઈ ધરાવતાં કણો તરીકે લઈએ અને જેમ X-raysનું સ્ફટિકો દ્વારા પ્રકીર્ણન થાય છે, તેમ ઇલેક્ટ્રોનનું પણ પ્રકીર્ણન થાય છે, તેવું સ્વીકારીએ તો જ સમજી શકાય છે. નિકલ સ્ફટિકનું આંતર-પરમાણુ અંતર જાણીતું છે. આ જ્ઞાત માહિતીનો ઉપયોગ કરીને પ્રકીર્ણનનું સૂત્ર વાપરી પ્રસ્તુત કિસ્સામાં પ્રાયોગિક રીતે ઇલેક્ટ્રોનની તરંગલંબાઈ શોધી શકાય છે.

જો પ્રવેગક વોલ્ટેજ V હોય અને ઇલેક્ટ્રોનનો વિદ્યુતભાર e હોય, તો ઇલેક્ટ્રોનની ઊર્જા,

$$\therefore \frac{1}{2}mv^2 = eV$$

$$\therefore m^2v^2 = 2meV$$

$$\therefore mv = \sqrt{2meV}$$

$$\text{પણ તરંગલંબાઈ, } \lambda = \frac{h}{mv}$$

$$\therefore \lambda = \frac{h}{\sqrt{2meV}} \quad (7.7.1)$$

ઉપર્યુક્ત સૂત્રમાં V = 54 V સાથે  $h = 6.625 \times 10^{-34}$  Js,  $m = 9.1 \times 10^{-31}$  kg અને  $e = 1.6 \times 10^{-19}$  C, મૂકતાં,  $\lambda = 1.66 \times 10^{-10}$  m મળે છે. જ્યારે પ્રયોગમાં મળતું  $\lambda$ નું મૂલ્ય  $1.65 \times 10^{-10}$  m હતું. આમ, આકસ્મિક રીતે જ સાબિત થયું કે, ઇલેક્ટ્રોન તરંગ તરીકે પણ વર્તે છે.

**ફક્ત જાણકારી માટે :** તરંગ મિકેનિક્સ (wave mechanics) પછીનો ક્વોન્ટમ ફિઝિક્સનો વિકાસ અત્યંત રોચક છે. કુદરતને સમજવા મથતા માનવીનું આ ભવ્ય જ્ઞાન છે એટલું જ નહિ, પરંતુ તે વિજ્ઞાન, ગણિત અને તત્ત્વજ્ઞાનનો ત્રિવેણી સંગમ છે, જેમાં નહાવાથી ‘કુદરતની-ઈશ્વરની લીલા’ કેવી ભવ્ય છે, જેનો ખ્યાલ આવે છે.

**ઉદાહરણ 13 :** તમે સ્કૂલે જવા મોડા પડ્યા છો અને  $3.0 \text{ m s}^{-1}$ ના વેગથી સ્કૂલ તરફ જઈ રહ્યા છો. તમારું દળ  $60 \text{ kg}$  હોય, તો તમે ‘કણ’ છો, તેમ ધારીને તમારી દ બ્રોગલી તરંગલંબાઈ શોધો.

$$h = 6.625 \times 10^{-34} \text{ J s.}$$

$$\text{ઉકેલ : } p = mv = 60 \times 3.0 = 1.8 \times 10^2 \text{ kg m s}^{-1}$$

$$\text{હવે, } \lambda = \frac{h}{p} = \frac{6.625 \times 10^{-34}}{1.8 \times 10^2} = 3.68 \times 10^{-36} \text{ m}$$

**નોંધ :** આ મૂલ્ય પરમાણુના ન્યુક્લિયસની ત્રિજ્યા ( $\sim 10^{-15} \text{ m}$ ) કરતાં પણ  $10^{-21}$  ગણું ઓછું છે. જો તમારા તરંગ ગુણધર્મો ‘કાયદેસર’ બનાવવા હોય, તો તમારું દળ અકલ્પ્ય રીતે ઓછું કરવું પડે !!

**ઉદાહરણ 14 :** એક પ્રોટોન પૃથ્વીના ગુરુત્વક્ષેત્રમાં મુક્ત પતન શરૂ કરે છે, તો તેની ગતિની શરૂઆત બાદ  $10 \text{ s}$  પછી તેને અનુરૂપ દ બ્રોગલી તરંગલંબાઈ કેટલી હશે ? પ્રોટોન પર ગુરુત્વાકર્ષી બળ સિવાય બળો અવગણો.

$$g = 10 \text{ m s}^{-2}, m_p = 1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}, h = 6.625 \times 10^{-34} \text{ J s}$$

$$\text{ઉકેલ : } v = v_0 + gt \text{ પરથી,}$$

$$v = gt$$

$$\therefore \text{વેગમાન, } p = m_p v = m_p gt$$

$$\therefore \lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m_p gt}$$

$$\therefore \lambda = \frac{6.625 \times 10^{-34}}{1.67 \times 10^{-27} \times 10 \times 10}$$

$$\therefore \lambda = 3.96 \times 10^{-9} \text{ m} = 39.6 \text{ \AA}$$

**ઉદાહરણ 15 :** એક ઇલેક્ટ્રોન  $10 \text{ C}$  જેટલા બિંદુવત્ વિદ્યુતભારથી  $10 \text{ m}$  અંતરે છે. તેની કુલ ઊર્જા  $15.6 \times 10^{-10} \text{ J}$  છે, તો આ ઇલેક્ટ્રોનની આ સ્થાને દ બ્રોગલી તરંગલંબાઈ શોધો.

$$h = 6.625 \times 10^{-34} \text{ J s}; m_e = 9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}; k = 9 \times 10^9 \text{ SI,}$$

$$e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$$

$$\text{ઉકેલ : } \text{ઇલેક્ટ્રોનની સ્થિતિ-ઊર્જા } U = -k \frac{(q)(e)}{r}$$

$$\therefore U = - \frac{9 \times 10^9 \times 10 \times 1.6 \times 10^{-19}}{10}$$

$$\therefore U = -14.4 \times 10^{-10} \text{ J}$$

(1)

$$\text{હવે, કુલ ઊર્જા } E = \text{ગતિ-ઊર્જા } K + \text{સ્થિતિ-ઊર્જા } U$$

$$\therefore K = E - U$$

$$= 15.6 \times 10^{-10} + 14.4 \times 10^{-10}$$

$$\therefore K = 30 \times 10^{-10} \text{ J}$$

$$\text{પણ, } K = \frac{p^2}{2m_e}$$

$$\therefore p = \sqrt{2Km_e}$$

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2Km_e}} = \frac{6.625 \times 10^{-34}}{\sqrt{2 \times 30 \times 10^{-10} \times 9.1 \times 10^{-31}}}$$

$$\therefore \lambda = 8.97 \times 10^{-15} \text{ m}$$

**ઉદાહરણ 16 :**  $1 \text{ \AA}$  તરંગલંબાઈવાળા X-rays ના એક ફોટોનની ઊર્જાની તેટલી જ દ બ્રોગલી તરંગલંબાઈ ધરાવતા ઇલેક્ટ્રોનની ઊર્જા સાથે સરખામણી કરો.  $h = 6.625 \times 10^{-34} \text{ J s}$ ;  $c = 3 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$ ;  $m_e = 9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}$

**ઉકેલ :** ફોટોન માટે,

$$\text{ઊર્જા, } E_p = hf = \frac{hc}{\lambda} \quad \lambda = 1 \text{ \AA} = 10^{-10} \text{ m}$$

$$\therefore E_p = \frac{6.625 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{10^{-10}} = 19.87 \times 10^{-16} \text{ J}$$

ઇલેક્ટ્રોન માટે,

$$\text{ઊર્જા, } E_e = \frac{p^2}{2m}$$

$$\text{પરંતુ, દ બ્રોગલી સંબંધ અનુસાર, } p = \frac{h}{\lambda}$$

$$\therefore E_e = \frac{h^2}{\lambda^2(2m)} = \frac{(6.625 \times 10^{-34})^2}{(10^{-10})^2 \times 2 \times 9.1 \times 10^{-31}} = 2.41 \times 10^{-17} \text{ J}$$

$$\therefore \frac{E_p}{E_e} = \frac{19.87 \times 10^{-16}}{2.41 \times 10^{-17}}$$

$$\therefore \frac{E_p}{E_e} = 82.4$$

આમ, ફોટોનની ઊર્જા તેટલી જ તરંગલંબાઈવાળા ઇલેક્ટ્રોનની ઊર્જા કરતાં આશરે 82.4 ગણી છે.

**ઉદાહરણ 17 :** E ઊર્જાવાળા મુક્ત ઇલેક્ટ્રોનની તરંગલંબાઈ  $\lambda_0 = \frac{h}{\sqrt{2mE}}$  છે, જ્યાં m એ ઇલેક્ટ્રોનનું દળ છે.

હવે, આ ઇલેક્ટ્રોન X-કિરણમાં V(x) સ્થિતિમાન ધરાવતા વિસ્તારમાં દાખલ થાય છે, તો આ વિસ્તારમાં ઇલેક્ટ્રોનની તરંગલંબાઈ કેટલી હશે ? જો એમ સ્વીકારીએ કે સ્થિતિમાનની હાજરીના કારણે જાણે કે ઇલેક્ટ્રોન એક માધ્યમમાંથી બીજા માધ્યમમાં જાય છે, તો આ ‘માધ્યમ’નો વક્રીભવનાંક શોધો.

**ઉકેલ :** સ્થિતિમાનવાળા વિસ્તારમાં ઇલેક્ટ્રોનની ઊર્જા,

$$E = (\text{ગતિ-ઊર્જા})K + (\text{સ્થિતિ-ઊર્જા})U$$

$$\therefore E = \frac{p^2}{2m} - eV(x)$$

$$\therefore p = [2m(E + eV(x))]^{\frac{1}{2}}$$

$$\therefore \lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{[2m(E + eV(x))]^{\frac{1}{2}}}$$

$$\text{હવે, વક્રીભવનક} = \frac{\lambda_0}{\lambda} = \frac{[2m(E + eV(x))]^{\frac{1}{2}}}{(2mE)^{\frac{1}{2}}} \quad (\because \lambda_0 = \frac{h}{\sqrt{2mE}})$$

$$\therefore \text{વક્રીભવનક} = \left[ \frac{E + eV(x)}{E} \right]^{\frac{1}{2}}$$

**ઉદાહરણ 18 :** ન્યુક્લિયસની ત્રિજ્યા  $10^{-15}$  m લો. આ ન્યુક્લિયસમાં જો ઇલેક્ટ્રોન હોવાની ધારણા કરીએ, તો ઇલેક્ટ્રોનની ઊર્જા કેટલા MeV થાય ?

$$\text{ઇલેક્ટ્રોનનું દળ} = 9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}; h = 6.625 \times 10^{-34} \text{ J s}$$

**ઉકેલ :** ઇલેક્ટ્રોન આ સંજોગોમાં તરંગ તરીકે વર્તતું હોવાથી ઇલેક્ટ્રોનના સ્થાનની મહત્તમ અનિશ્ચિતતા,

$$\therefore \Delta x = 2r = 2 \times 10^{-15} \text{ m} \quad \text{જ્યાં } r = \text{ન્યુક્લિયસની ત્રિજ્યા} = 10^{-15} \text{ m}$$

હવે, હાઈઝનબર્ગના અનિશ્ચિતતાના સિદ્ધાંત અનુસાર,

$$\therefore \Delta x \cdot \Delta p \approx \frac{h}{2\pi}$$

$$\therefore \Delta p \approx \frac{h}{2\pi\Delta x} = \frac{6.625 \times 10^{-34}}{2 \times 3.14 \times 2 \times 10^{-15}} = 0.5274 \times 10^{-19}$$

હવે, આ અનિશ્ચિતતાને જ (આશરે) ઇલેક્ટ્રોનનું વેગમાન લઈએ ( $p \approx \Delta p$ ), તો ઇલેક્ટ્રોનની ઊર્જા,

$$E = \frac{p^2}{2m} = \frac{(0.5274 \times 10^{-19})^2}{2 \times 9.1 \times 10^{-31}} \text{ J} = \frac{(0.5274 \times 10^{-19})^2}{2 \times 9.1 \times 10^{-31} \times 1.6 \times 10^{-19}} \text{ eV} = 9.55 \times 10^3 \text{ MeV}$$

હવે, ન્યુક્લિયસોની ન્યુક્લિઓન દીક બંધન-ઊર્જા થોડાંક MeV જેટલી જ હોય છે. તેના કરતાં આપણે મેળવેલું મૂલ્ય ઘણું મોટું છે, તેથી જ તો ઇલેક્ટ્રોન ન્યુક્લિયસમાં રહેતા નથી.

**ઉદાહરણ 19 :** સમીકરણ  $y_1 = A \sin(\omega t - kx)$  and  $y_2 = A \sin[(\omega + d\omega)t - (k + dk)x]$  થી રજૂ થતાં બે હાર્મોનિક તરંગોના સંપાતીકરણના પરિણામે રચાતું તરંગ-પેકેટ શોધો.

**ઉકેલ :** સંપાતપણાના સિદ્ધાંત અનુસાર,

$$y = y_1 + y_2 = A \sin(\omega t - kx) + A \sin[(\omega + d\omega)t - (k + dk)x]$$

$$\sin A + \sin B = 2 \sin \left( \frac{A+B}{2} \right) \cdot \cos \left( \frac{A-B}{2} \right) \text{ નો ઉપયોગ કરતાં,}$$

$$y = 2A \cos \left( \frac{xdk - td\omega}{2} \right) \cdot \sin \left[ (\omega t - kx) + \left( \frac{td\omega - xdk}{2} \right) \right]$$

આ તરંગ-પેકેટનો કંપવિસ્તાર  $= 2A \cos \left( \frac{xdk - td\omega}{2} \right)$  હોવાથી તે (કંપવિસ્તાર) સમય ( $t$ ) અને સ્થાન ( $x$ ) બંને પર આધાર રાખે છે.

### સારાંશ

1. કાળા પદાર્થના વિકિરણમાં ઊર્જા-વિતરણ, વિદ્યુતકીય તટસ્થ પરમાણુની સ્થિરતા અને તેના વર્ણપટ, દ્વિ-પરમાણ્વિક અણુઓની અને ઘન પદાર્થોની નીચા તાપમાને વિશિષ્ટ ઉષ્મા જેવાં કેટલાંક પ્રાયોગિક પરિણામોને સમજાવવાની પ્રચલિત યંત્રશાસ્ત્રની મુશ્કેલીઓને કારણે વૈજ્ઞાનિકોને તદ્દન જુદી રીતે વિચારવા મજબૂર કર્યા.
2. પ્લાન્કે તેના ક્રાંતિકારી વિચારમાં એવું સૂચવ્યું કે, સૂક્ષ્મ વિદ્યુત-ડાઈપોલના દોલનોની ઊર્જાનું ક્વોન્ટાઇઝેશન થાય છે અને તે  $hf$  જેટલી હોય છે, જ્યારે તેની કુલ ઊર્જા એ આ ઊર્જાના નાનામાં નાના જથ્થા  $hf$ , ફોટોનના, પૂર્ણગુણાંકમાં જ હોય છે. અત્રે,  $h$ ને પ્લાન્કનો વિશ્વનિયતાંક કહે છે. આ ફોટોન વાસ્તવિક કણના બધા જ ગુણધર્મો ધરાવે છે.
3. પ્લાન્કના વાદ દ્વારા કાળા પદાર્થના વિકિરણનો કોયડો સફળતાથી ઉકેલી શકાયો.
4. ધાતુમાંથી ઇલેક્ટ્રોનને બહાર લાવવા માટે ઇલેક્ટ્રોનને લઘુત્તમ જરૂરી ઊર્જા પૂરી પાડવી પડે છે, જેને તે ધાતુનું વર્ક-ફંક્શન કહે છે. વર્ક-ફંક્શન ધાતુના પ્રકાર, તેની સપાટીના પ્રકાર અને તાપમાન પર આધાર રાખે છે.
5. વર્ક-ફંક્શનને અનુરૂપ વિકિરણની જે લઘુત્તમ આવૃત્તિ જોઈએ, તેને થ્રેશોલ્ડ-આવૃત્તિ કહે છે.
6. પ્રકાશના તરંગગાદ અનુસાર, ફોટો-ઇલેક્ટ્રિક પ્રવાહનો આપાત પ્રકાશની તીવ્રતા પરનો આધાર, આપાતપ્રકાશની આવૃત્તિ પર ઉત્સર્જતા ફોટો-ઇલેક્ટ્રોનની મહત્તમ ઊર્જાના આધાર અને નહીં કે તેની તીવ્રતા પર આધાર, ફોટો-ઇલેક્ટ્રોનનું તાત્કાલિક ( $10^{-9}$  s સમયગાળામાં) ઉત્સર્જન, વગેરે સમજી શકાતા નથી.
7. પ્રકાશને કણ સ્વરૂપે ધારી, આઈન્સ્ટાઈને ફોટો-ઇલેક્ટ્રિક અસરનો કોયડો ઉકેલ્યો હતો. તેણે ફોટો-ઇલેક્ટ્રિક સમીકરણ  $\frac{1}{2}mv_{max}^2 = eV_0 = hf - \phi_0$  આપ્યું કે જે ઊર્જા-સંરક્ષણના નિયમને અનુસરે છે.
8. ફોટો-ઇલેક્ટ્રિક અને કોમ્પ્ટન-અસર દ્વારા વિકિરણનો દ્વિતત્વભાવ સાબિત થયો.
9. કુદરતમાં સંમિતિના તર્કને આધારે, દ બ્રોગલીએ વધારામાં સૂચવ્યું કે કણ પણ દ્વિત-સ્વભાવ ધરાવે છે, જેની પ્રાયોગિક (દા.ત., ડેવિસન-ગર્મરનો પ્રયોગ) તથા સૈદ્ધાંતિક (દા. ત., શ્રોડિન્જરનું તરંગ-સમીકરણ) સાબિતી પ્રસ્થાપિત થઈ.
10. આ સૂચવે છે કે બંને વિકિરણ અને દ્રવ્યકણો દ્વિત-સ્વભાવ (કણ અને તરંગ) ધરાવે છે.
11. પ્લાન્કના વિશ્વનિયતાંક ( $h$ )નું અશૂન્ય મૂલ્ય અને હાઈઝનબર્ગનો અનિશ્ચિતતાનો સિદ્ધાંત પ્રચલિત યંત્રશાસ્ત્રની મર્યાદાઓનું માપ છે.

### સ્વાધ્યાય

નીચે વિધાનો માટે આપેલા વિકલ્પોમાંથી યોગ્ય વિકલ્પ પસંદ કરો :

1. કેથોડ કિરણો .....  
 (A) કેથોડ તરફ ગતિ કરતાં પરમાણુઓ છે.  
 (B) વિદ્યુતચુંબકીય તરંગો છે.  
 (C) કેથોડથી એનોડ તરફ ગતિ કરતાં આયનો છે.  
 (D) કેથોડમાંથી ઉત્સર્જાઈને એનોડ તરફ ગતિ કરતાં ઇલેક્ટ્રોન છે.
2. ફોટોન માટે નીચેનામાંથી કયું વિધાન સાચું નથી ?  
 (A) ફોટોન દબાણ ઉત્પન્ન કરતાં નથી. (B) ફોટોનની ઊર્જા  $hf$  છે.  
 (C) ફોટોનનું વેગમાન  $\frac{hf}{c}$  છે. (D) ફોટોનનું સ્થિર દળ (Rest mass) શૂન્ય છે.
3. ફોટો-ઇલેક્ટ્રિક અસરમાં ઉત્સર્જાયા ઇલેક્ટ્રોનનો વેગ ફોટોસંવેદી સપાટીના ગુણધર્મો અને ..... પર આધાર રાખે છે.  
 (A) આપાત પ્રકાશની આવૃત્તિ  
 (B) આપાત પ્રકાશના ધ્રુવીભવનની સ્થિતિ  
 (C) આપાત પ્રકાશ કેટલો સમય આપાત થાય છે તે  
 (D) આપાત પ્રકાશની તીવ્રતા
4. ફોટો-ઇલેક્ટ્રિક અસર દર્શાવે છે કે,  
 (A) ઇલેક્ટ્રોન તરંગ-સ્વરૂપ ધરાવે છે. (B) પ્રકાશ કણ સ્વરૂપ ધરાવે છે.  
 (C) (1) અને (2) બંને. (D) ઉપરનામાંથી એક પણ નહિ.



5.  $2.25 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$  જેટલા વેગથી ગતિ કરતાં એક કણની દ બ્રોગ્લી તરંગલંબાઈ એક ફોટોનની તરંગલંબાઈ જેટલી છે, તો કણની ગતિ-ઊર્જા અને ફોટોનની ઊર્જાનો ગુણોત્તર ..... છે.  
પ્રકાશનો વેગ  $= 3 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$   
(A)  $\frac{1}{8}$  (B)  $\frac{3}{8}$  (C)  $\frac{5}{8}$  (D)  $\frac{7}{8}$
6. ફોટોનની ઊર્જા  $E = hf$  છે અને ફોટોનનું વેગમાન  $p = \frac{h}{\lambda}$  લઈએ કે જ્યાં  $\lambda$  એ ફોટોનની તરંગલંબાઈ છે, તો આવી ધારણા સાથે પ્રકાશ-તરંગની ઝડપ ..... છે.  
(A)  $\frac{p}{E}$  (B)  $\frac{E}{p}$  (C)  $Ep$  (D)  $\left(\frac{E}{p}\right)^2$
7. બે એકસમાન ધાતુની પ્લેટો પર ફોટો-ઇલેક્ટ્રિક ઘટના મેળવવામાં આવે છે. આમાંની A પ્લેટ પર  $\lambda_A$  તરંગલંબાઈ અને B પ્લેટ પર  $\lambda_B$  તરંગલંબાઈનો પ્રકાશ આપાત થાય છે, જ્યાં  $\lambda_A = 2\lambda_B$ , તો તેમની મહત્તમ ગતિ-ઊર્જા  $K_A$  અને  $K_B$  વચ્ચે ..... સંબંધ હોય.  
(A)  $2K_A = K_B$  (B)  $K_A < \frac{K_B}{2}$  (C)  $K_A = 2K_B$  (D)  $K_A > \frac{K_B}{2}$
8. પૂર્વથી પશ્ચિમમાં ગતિ કરતાં કેથોડ કિરણો એક વિદ્યુતક્ષેત્રમાં દાખલ થાય છે. જો આ વિદ્યુતક્ષેત્ર ઉત્તરથી દક્ષિણ દિશામાં હોય, તો કેથોડ કિરણો ..... દિશામાં વિચલિત થાય છે.  
(A) પૂર્વ (B) પશ્ચિમ (C) દક્ષિણ (D) ઉત્તર
9. જો અલ્ટ્રાવાયોલેટ વિકિરણોથી ફોટો-ઇલેક્ટ્રોન્સનું ઉત્સર્જન ન થતું હોય, તો ..... વડે ફોટો-ઇલેક્ટ્રોન્સનું ઉત્સર્જન શક્ય હોય.  
(A) ઈન્ફ્રારેડ તરંગો (B) રેડિયો-તરંગો (C) X-rays (D) દૃશ્ય પ્રકાશ
10. એક ધાતુ પર  $1 \text{ eV}$  અને  $2.5 \text{ eV}$  ગતિ ઊર્જા ધરાવતા ફોટોન્સને વારાફરતી આપાત કરવામાં આવે છે. જેનું વર્ક-ફંક્શન  $0.5 \text{ eV}$ . તો આ ધાતુમાંથી ઉત્તેજિત થતા ઇલેક્ટ્રોનની મહત્તમ ઝડપનો ગુણોત્તર ..... થશે.  
(A)  $1 : 2$  (B)  $2 : 1$  (C)  $3 : 1$  (D)  $1 : 3$
11. બે સમાન ફોટોસંવેદી સપાટીઓ પર  $f_1$  અને  $f_2$  આવૃત્તિઓવાળા પ્રકાશ આપાત થાય છે, તો  $m$  દળવાળા ફોટો-ઇલેક્ટ્રોન્સના મહત્તમ વેગ જો  $v_1$  અને  $v_2$  હોય, તો .....  
(A)  $v_1^2 - v_2^2 = \frac{2h}{m} (f_1 - f_2)$  (B)  $v_1 + v_2 = \left[\frac{2h}{m}(f_1 + f_2)\right]^{\frac{1}{2}}$   
(C)  $v_1^2 + v_2^2 = \frac{2h}{m} (f_1 + f_2)$  (D)  $v_1 - v_2 = \left[\frac{2h}{m}(f_1 + f_2)\right]^{\frac{1}{2}}$
12. એક પ્રોટોન અને એક  $\alpha$ -કણ એક સમાન p.d.માંથી પસાર કરવામાં આવે છે. તેમની પ્રારંભિક ઝડપ શૂન્ય છે, તો પ્રવેગિત થયા પછી તેમની દ બ્રોગ્લી તરંગલંબાઈઓનો ગુણોત્તર ..... છે.  
(A)  $1 : 1$  (B)  $1 : 2$  (C)  $2 : 1$  (D)  $2\sqrt{2} : 1$
13. ગતિમાન ફોટોનનું દળ ..... છે.  
(A)  $\frac{c}{hf}$  (B)  $\frac{h}{\lambda}$  (C)  $hf$  (D)  $\frac{hf}{c^2}$
14.  $10 \text{ KeV}$  ઊર્જાના ઇલેક્ટ્રોનની તરંગલંબાઈ ..... Å છે.  
(A) 0.12 (B) 1.2 (C) 12 (D) 120
15. જો ઇલેક્ટ્રોનનું વેગમાન  $5200 \text{ Å}$  તરંગલંબાઈને અનુરૂપ ફોટોનના વેગમાન જેટલું જોઈતું હોય, તો ઇલેક્ટ્રોનનો વેગ .....  $\text{m s}^{-1}$  રાખવો પડે.  
(A)  $10^3$  (B)  $1.2 \times 10^3$  (C)  $1.4 \times 10^3$  (D)  $2.8 \times 10^3$
16. એક કણના સ્થાનની અનિશ્ચિતતા તેની દ બ્રોગ્લી તરંગલંબાઈ જેટલી છે, તો તેના વેગમાનની અનિશ્ચિતતા ..... હશે.  
(A)  $\frac{h}{\lambda}$  (B)  $\frac{2h}{3\lambda}$  (C)  $\frac{\lambda}{h}$  (D)  $\frac{3\lambda}{2h}$

17. એક પ્રોટોન અને એક ઇલેક્ટ્રોનને એક અભેદ્ય એક પારિમાણિક ડબામાં પૂર્યા છે, તો તેમના વેગની અનિશ્ચિતતાઓનો ગુણોત્તર ..... છે. [ $m_e$  = ઇલેક્ટ્રોનનું દળ અને  $m_p$  = પ્રોટોનનું દળ.]
- (A)  $\frac{m_e}{m_p}$  (B)  $m_e \cdot m_p$  (C)  $\sqrt{m_e \cdot m_p}$  (D)  $\sqrt{\frac{m_e}{m_p}}$
18.  $\alpha$ -કણોને V જેટલા p.d.થી પ્રવેગિત કરતાં તેમની દ બ્રોગલી તરંગલંબાઈ ..... Å છે.  
( $\alpha$ -કણનું દળ  $6.4 \times 10^{-27}$  kg,  $\alpha$ -કણનો વિદ્યુતભાર  $3.2 \times 10^{-19}$  C)
- (A)  $\frac{0.287}{\sqrt{V}}$  (B)  $\frac{12.27}{\sqrt{V}}$  (C)  $\frac{0.103}{\sqrt{V}}$  (D)  $\frac{1.22}{\sqrt{V}}$
19. એક પ્રોટોન અને એક  $\alpha$ -કણની દ બ્રોગલી તરંગલંબાઈઓ સમાન છે, તો ..... રાશિ તેમના માટે સમાન હશે.
- (A) વેગ (B) ઊર્જા (C) આવૃત્તિ (D) વેગમાન
20. ઇલેક્ટ્રોનની દ બ્રોગલી તરંગલંબાઈ  $10^{-10}$  mથી ઘટાડી  $0.5 \times 10^{-10}$  m કરવા માટે તેની ઊર્જા ..... કરવી પડે.
- (A) પ્રારંભિક ઊર્જા કરતાં 4 ગણી (B) પ્રારંભિક ઊર્જા કરતાં 2 ગણી  
(C) પ્રારંભિક ઊર્જા કરતાં અડધી (D) પ્રારંભિક ઊર્જા કરતાં ચોથા ભાગની
21. પ્રોટોન અને  $\alpha$ -કણ માટેની દ બ્રોગલી તરંગલંબાઈ સમાન છે. તો તેમના વેગોનો ગુણોત્તર ..... થશે  
[  $\alpha$ -કણ એ He-ન્યુક્લિયસ છે, કે જે બે પ્રોટોન અને બે ન્યુટ્રોનનું બનેલું છે. આમ, તેનું દળ  $m_\alpha \approx 4m_p$ ; જ્યાં  $m_p$  એ પ્રોટોનનું દળ છે.]
- (A) 1 : 4 (B) 1 : 2 (C) 2 : 1 (D) 4 : 1
22.  $m_0$  જેટલું સ્થિર-દળ ધરાવતા અને શૂન્યાવકાશમાં પ્રકાશની ઝડપ જેટલા વેગથી ગતિ કરતા કણ માટે દ બ્રોગલી તરંગલંબાઈ ..... હશે.
- (A)  $\frac{h}{m_0 c}$  (B) 0 (C)  $\infty$  (D)  $\frac{m_0 c}{h}$
23. ધાતુની સપાટીવાળા ફોટો-ઇલેક્ટ્રિક સેલ પર 40 cm કેન્દ્રલંબાઈ ધરાવતા બહિર્ગોળ લેન્સ વડે સૂર્યનું પ્રતિબિંબ પાડતા, I જેટલો ફોટો-ઇલેક્ટ્રિક પ્રવાહ મળે છે. હવે જો બીજા અડધી કેન્દ્રલંબાઈ પરંતુ સમાન વ્યાસ ધરાવતા લેન્સની મદદથી સૂર્યનું પ્રતિબિંબ ફોટો-ઇલેક્ટ્રિક સેલ પર કેન્દ્રિત કરવામાં આવે, તો મળતો ફોટોઇલેક્ટ્રિક પ્રવાહ ..... થશે.
- (A)  $\frac{I}{4}$  (B) 2 I (C) I (D)  $\frac{I}{2}$
24. ક્વોન્ટમ યંત્રશાસ્ત્રમાં, કણ ..... .
- (A) ને હાર્મોનિક તરંગોના સમૂહ તરીકે રજૂ કરી શકાય.  
(B) ને કોઈ ચોક્કસ તરંગલંબાઈ ધરાવતા એક તરંગ તરીકે રજૂ કરી શકાય.  
(C) ને ફક્ત જોડીમાં બે હાર્મોનિક તરંગો તરીકે રજૂ કરી શકાય.  
(D) ને દળ ધરાવતા બિંદુવત્ પદાર્થ તરીકે ગણી શકાય.
25. નીચે આપેલી કઈ ભૌતિક રાશિને પ્લાન્ક-અચળાંકનું જ પરિમાણ છે ?
- (A) બળ (B) કોણીય વેગમાન  
(C) ઊર્જા (D) કાર્યત્વરા

#### જવાબો

1. (D) 2. (A) 3. (A) 4. (B) 5. (B) 6. (B)  
7. (B) 8. (D) 9. (C) 10. (A) 11. (A) 12. (D)  
13. (D) 14. (A) 15. (C) 16. (A) 17. (A) 18. (C)  
19. (D) 20. (A) 21. (D) 22. (B) 23. (C) 24. (A)  
25. (B)

### નીચે આપેલ પ્રશ્નોના જવાબ ટૂંકમાં આપો :

1. ફોટોન એટલે શું ?
2. પારજાંબલી આફત કોને કહે છે ?
3. કેવિટી વિકિરણ માટે ઊર્જા-વિતરણની સમજૂતી આપવા માટે પ્લાંકની વિચારધારા જણાવો.
4. કેવિટી વિકિરણ માટે ઊર્જા-વિતરણની સમજૂતી માટે પ્લાંકનું ક્રાંતિકારી સૂચન જણાવો.
5. ધાતુનું વર્ક-ફંક્શન ( $\phi$ ) વ્યાખ્યાયિત કરો.
6. ધાતુનું વર્ક-ફંક્શન શેના પર આધારિત છે ?
7. ઉષ્માજનિત ઉત્સર્જન કોને કહે છે ?
8. ફિલ્ડ-ઉત્સર્જનની વ્યાખ્યા આપો.
9. ફોટો-ઇલેક્ટ્રિક ઉત્સર્જન વ્યાખ્યાયિત કરો.
10. થ્રેસોલ્ડ-આવૃત્તિ  $f_0$  કોને કહે છે ? થ્રેસોલ્ડ-આવૃત્તિ  $f_0$  શેના પર આધારિત છે ?
11. સ્ટોપિંગ-પોટેન્શિયલ ( $V_0$ ) કોને કહે છે ?
12. સ્ટોપિંગ-પોટેન્શિયલ શેનું માપ આપે છે ?
13. સ્ટોપિંગ-પોટેન્શિયલ શેના પર આધારિત છે ?
14. દ બ્રોગલીની પરિકલ્પના જણાવો.
15. તરંગ-પેકેટની વ્યાખ્યા આપો.
16. હાઇઝનબર્ગની અનિશ્ચિતતાનો સિદ્ધાંત જણાવો.
17. ડેવીસન-ગર્મરના પ્રયોગનું તારણ જણાવો.
18. સોડિયમ ધાતુની થ્રેસોલ્ડ તરંગલંબાઈ ( $\lambda_0$ )  $6800 \text{ \AA}$  છે, તો તેનું વર્ક-ફંક્શન  $\phi$  eVમાં શોધો.
19.  $5000 \text{ \AA}$  તરંગલંબાઈ ધરાવતા વિકિરણના ફોટોનની ઊર્જા eVમાં ગણો.

### નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ આપો :

1. ફોટો-ઇલેક્ટ્રિક ઉત્સર્જનની લાક્ષણિકતાઓ જણાવો.
2. ફોટો-ઇલેક્ટ્રિક અસરમાં મળતાં પરિણામો સમજાવવામાં તરંગવાદની નિષ્ફળતા જણાવો.
3. ફોટો ઇલેક્ટ્રિક અસર માટે આઈન્સ્ટાઈનની સમજૂતી આપો.
4. ફોટોનના ગુણધર્મો જણાવો.
5. ફોટોસેલ વિશે નોંધ લખો.
6. ડેવિસન-ગર્મરના પ્રયોગની પ્રાયોગિક રચના સમજાવો.
7. ડેવિસન-ગર્મરના પ્રયોગથી મળતા તારણની સમજૂતી આપો.
8.  $2 \text{ eV}$  વર્ક-ફંક્શન ધરાવતી ધાતુની સપાટી પર  $4000 \text{ \AA}$  તરંગલંબાઈવાળી વિકિરણને આપાત કરતાં ઉત્તેજિત થતા ફોટો-ઇલેક્ટ્રોનની મહત્તમ K.E. eVમાં ગણો.
9.  $6000 \text{ \AA}$  તરંગલંબાઈવાળા પ્રકાશવિકિરણની તીવ્રતા  $39.6 \text{ W/m}^2$  ધરાવતા તે ધાતુની સપાટી પર આપાત કરવામાં આવે છે. આપાત ફોટોનના માત્ર 1 % ફોટોન જ ફોટો-ઇલેક્ટ્રોન ઉત્સર્જિત કરતાં હોય તો 1 secondમાં ઉત્સર્જિત થતા ઇલેક્ટ્રોનની સંખ્યા ગણો. ( $n = 1.2 \times 10^{18}$ )

### નીચેના દાખલા ગણો :

1. Cs ધાતુનો એક નાનો ટુકડો (વર્ક-ફંક્શન =  $1.9 \text{ eV}$ ) એક ખૂબ મોટી ધાતુની પ્લેટથી  $22 \text{ cm}$  અંતરે મૂક્યો છે. ધાતુની પ્લેટ પર  $1.2 \times 10^{-9} \text{ C m}^{-2}$  જેટલી પૃષ્ઠ વિદ્યુતઘનતા છે. હવે, Cs નાટુકડા પર  $460 \text{ nm}$  તરંગલંબાઈનો પ્રકાશ આપાત કરવામાં આવે છે, તો પ્લેટ પર પહોંચતા ફોટો-ઇલેક્ટ્રોન્સની મહત્તમ અને ન્યૂનતમ ઊર્જાઓ ગણો. Csના ટુકડાના કારણે પ્લેટથી ઉત્પન્ન થતાં વિદ્યુતક્ષેત્રમાં કોઈ ફેરફાર થતો નથી તેમ ધારો.

[જવાબ : ન્યૂનતમ ઊર્જા =  $29.83 \text{ eV}$ , મહત્તમ ઊર્જા =  $30.63 \text{ eV}$ ]

2. ટંગસ્ટનની થ્રેશોલ્ડ તરંગલંબાઈ  $2.73 \times 10^{-5} \text{ cm}$  છે. તેના પર  $1.80 \times 10^{-5} \text{ cm}$  તરંગલંબાઈવાળું અલ્ટ્રાવાયોલેટ વિકિરણ આપાત થાય છે, તો (1) થ્રેશોલ્ડ આવૃત્તિ (2) વર્ક-ફંક્શન (3) ઉત્સર્જતા ઇલેક્ટ્રોનની મહત્તમ ગતિ-ઊર્જા (જૂલ અને ઇલેક્ટ્રોન-વોલ્ટ એકમોમાં) (4) સ્ટોપિંગ-પોટેન્શિયલ અને (5) ઇલેક્ટ્રોનનો મહત્તમ અને ન્યૂનતમ વેગ શોધો.

[જવાબ : (1)  $f_0 = 1.098 \times 10^{15} \text{ Hz} \approx 1.1 \times 10^{15} \text{ Hz}$ , (2)  $\phi = 4.54 \text{ eV}$ , (3)  $K_{\max} = 3.76 \times 10^{-19} \text{ J} = 2.35 \text{ eV}$ , (4)  $V_0 = 2.35 \text{ V}$ , (5)  $v_{\max} = 9.09 \times 10^5 \text{ m s}^{-1} \approx 9.1 \times 10^5 \text{ m s}^{-1}$ ,  $V_{\min} = 0 \text{ m s}^{-1}$ ]

3. એક ફોટોસંવેદી સપાટી પર આપાત વિકિરણની તરંગલંબાઈ  $3500 \text{ \AA}$  થી ઘટાડીને  $290 \text{ nm}$  કરવામાં આવે, તો સ્ટોપિંગ-પોટેન્શિયલમાં થતો ફેરફાર શોધો.  $h = 6.625 \times 10^{-24} \text{ J s}$ .

[જવાબ :  $73.42 \times 10^{-2} \text{ V}$ ]

4.  $100 \text{ W}$ નો એક બલ્બ તેને મળતી વિદ્યુત-ઊર્જામાંથી  $3 \%$  ઊર્જાનું પ્રકાશ-ઊર્જાનું રૂપાંતર કરે છે. જો આ બલ્બ વડે ઉત્સર્જતા પ્રકાશની તરંગલંબાઈ  $6625 \text{ \AA}$  હોય, તો  $1 \text{ s}$ માં તેમાંથી ઉત્સર્જતા ફોટોનની સંખ્યા ગણો.  $h = 6.625 \times 10^{-34} \text{ J s}$ .

[જવાબ :  $10^{19}$ ]

5. જ્યારે એક ધાતુ પર  $3000 \text{ \AA}$  તરંગલંબાઈનું વિકિરણ આપાત કરવામાં આવે છે, ત્યારે સ્ટોપિંગ-પોટેન્શિયલ  $1.85 \text{ V}$  મળે છે અને જ્યારે  $4000 \text{ \AA}$ નું વિકિરણ આપાત કરવામાં આવે છે ત્યારે સ્ટોપિંગ પોટેન્શિયલ  $0.82 \text{ V}$  મળે છે. તો (1) પ્લાન્કનો અચળાંક (2) આ ધાતુનું વર્ક-ફંક્શન (3) આ ધાતુની થ્રેશોલ્ડ તરંગલંબાઈ શોધો.

[જવાબ : (1)  $h = 6.59 \times 10^{-34} \text{ J s}$  (2)  $\phi_0 = 2.268 \text{ eV}$  (3)  $\lambda_0 = 5440 \text{ \AA}$ ]

6. Znનું વર્ક-ફંક્શન  $3.74 \text{ eV}$  છે. હવે, Znના એક ગોળાને બધી બાજુથી  $12 \text{ \AA}$  તરંગલંબાઈવાળા X-raysથી 'પ્રકાશિત' કરવામાં આવે છે, તો આ ગોળા પર ઉદ્ભવતું વિદ્યુતસ્થિતિમાન શોધો.

$h = 6.625 \times 10^{-34} \text{ J s}$ .

[જવાબ :  $1031.4 \text{ V}$ ]

7. નીચેના દરેક કિસ્સામાં ફોટોનની ઊર્જા ગણો :

(1)  $1.5 \text{ cm}$  તરંગલંબાઈવાળા માઈક્રોવેવ (2)  $660 \text{ nm}$  તરંગલંબાઈવાળો રાતો પ્રકાશ

(3)  $96 \text{ MHz}$  આવૃત્તિવાળા રેડિયો-તરંગો (4)  $0.17 \text{ nm}$  તરંગલંબાઈવાળા nmX-rays

[જવાબ : (1)  $8.3 \times 10^{-5} \text{ eV}$  (2)  $1.9 \text{ eV}$  (3)  $4 \times 10^{-7} \text{ eV}$  (4)  $7.3 \text{ keV}$ ]

8. માનવઆંખ  $1 \text{ સેકન્ડ}$ માં ઓછામાં ઓછા  $19$  ફોટોનની સંવેદના અનુભવી શકે છે. આ માટે  $560 \text{ nm}$  તરંગલંબાઈનો પ્રકાશ જરૂરી છે, તો આંખની દષ્ટિચેતના (Optic Nerves)ને ઉત્તેજિત કરવા ઓછામાં ઓછો કેટલો પાવર જોઈએ ?

[જવાબ :  $67.4 \times 10^{-19} \text{ W}$ ]