6

કિરણ-પ્રકાશશાસ્ત્ર

6.1 પ્રસ્તાવના (Introduction)

પ્રકાશ દ્વારા જ આપણી નજરશક્તિ અથવા દૃષ્ટિ ઉદ્દીપ્ત (ઉત્તેજિત) થાય છે. પ્રકાશને લગતા બધા જ કુતૂહલપ્રેરક પ્રશ્નો, તેના ગુણધર્મો, તેનો ઉદ્ભવ, દ્રવ્ય સાથેની પારસ્પરિક આંતરક્રિયા, તેની ઝડપ અને માધ્યમમાં પ્રસરણ, વગેરેનું વર્ણન અને સમજૂતી ભૌતિકશાસ્ત્રની **'પ્રકાશશાસ્ત્ર'** (optics) નામની શાખામાં થાય છે. પ્રકાશશાસ્ત્રનો વિકાસ નીચે મુજબની ત્રણ શાખામાં કરી શકાય :

(1) કિરણ (ભૌમિતિક)-પ્રકાશશાસ્ત્ર (Ray (Geometric) Optics) (2) તરંગ-પ્રકાશશાસ્ત્ર (Wave Optics) અને (3) ક્વૉન્ટમ પ્રકાશશાસ્ત્ર (Quantum Optics)

આપણી આસપાસના રોજિંદા પદાર્થોની સરખામણીમાં દૃશ્ય વિદ્યુતચુંબકીય પ્રકાશની તરંગલંબાઈ (400 nmથી 800 nm) ખૂબ જ નાની હોવાથી પ્રકાશની એક બિંદુથી બીજા સુધીની મુસાફરી સુરેખ પથ પર છે તેમ ગણી શકાય. આને પ્રકાશનું 'સુરેખ' (Rectilinear) પ્રસરણ કહે છે. પ્રકાશના આ સુરેખ-પથ પ્રસરણને 'કિરણ' (Ray) કહે છે કે જે કદાપિ કેન્દ્રિત (Converging) કે અપકેન્દ્રિત (Diverging) થાય નહીં. આવા કિરણોનાં બંડલને 'કિરણ-પુંજ' (beam) કહે છે.

પરાવર્તન, વક્રીભવન અને વિભાજન જેવી પ્રકાશીય ઘટનાઓ કિરણ-પ્રકાશશાસ્ત્ર દ્વારા સમજાવી શકાય છે. કિરણ-પ્રકાશશાસ્ત્ર નીચેની મુખ્ય ત્રણ પૂર્વધારણાઓ પર આધારિત છે :

(1) પ્રકાશનું સુરેખ-પથ પ્રસરણ.

(2) કિરણોનું સ્વતંત્રતા પણું (એટલે કે, કિરણો જ્યારે એકબીજાંને છેદે તોપણ એકબીજાને ખલેલ પહોંચાડતાં નથી.)

(3) ગતિપથની પ્રતિવર્તિતા (Reversibility) (એટલે કે, પ્રકાશકિરણનો ગતિપથ ઉલટાવતાં તે મૂળ પથ પર જ પાછો પ્રસરણ પામે છે.)

પ્રસ્તુત પ્રકરણમાં આપણે પરાવર્તન, વક્રીભવન અને વિભાજન જેવી ઘટનાઓનો અભ્યાસ કિરણ-પ્રકાશશાસ્ત્રની મદદથી કરીશું. સૂક્ષ્મદર્શક (Microscope) અને ટેલિસ્કોપ (Telescope) જેવાં પ્રકાશીય ઉપકરણોનો અભ્યાસ પણ પ્રકરણના અંતે કરીશું.

6.2 ગોળીય અરીસા વડે થતું પ્રકાશનું પરાવર્તન (Reflection by Spherical Mirrors)

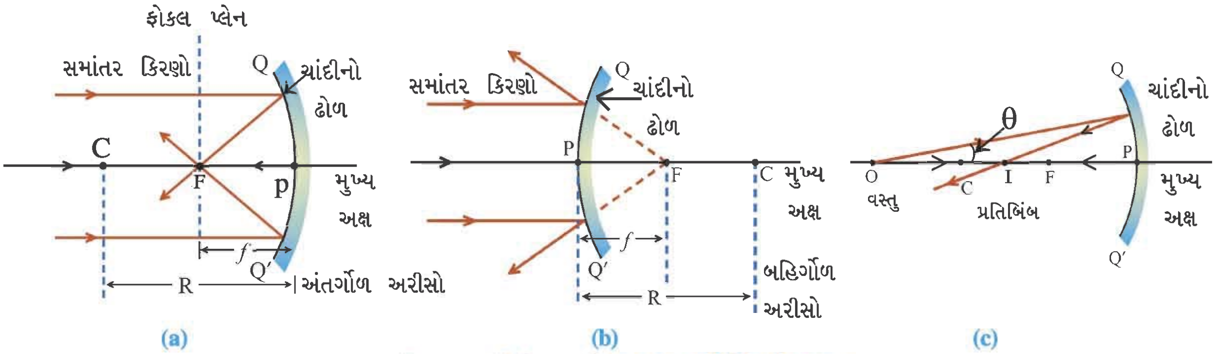
ગોળીય અરીસા વડે થતા પ્રકાશનું પરાવર્તનના અભ્યાસ માટે નીચેના મુદ્દાઓને તાજા કરીશું :

પરાવર્તનના નિયમો

(1) પ્રકાશના પરાવર્તનના કિસ્સામાં, આપાતકોણ અને પરાવર્તનકોણ સમાન હોય છે.

(2) આપાતકિરણ, આપાતબિંદુએ અરીસાની સપાટી દોરેલ લંબ તથા પરાવર્તિત કિરણ એક જ સમતલમાં હોય છે; જ્યારે આપાતકિરણ અને પરાવર્તિત કિરણ લંબની સામસામેની બાજુએ હોય છે.

સમતલ કે વક્ર, કોઈ પણ પ્રકારની પરાવર્તિત સપાટીના દરેક બિંદુ આગળ આ નિયમો લાગુ પાડી શકાય છે.



આકૃતિ 6.1 ગોળીય અરીસા દ્વારા પ્રતિબિંબની રચના

ગોળીય અરીસા પરથી પરાવર્તન સમજવા જરૂરી કેટલીક વ્યાખ્યાઓ નીચે મુજબ છે :

ધ્રુવ (Pole) : અરીસાની સપાટીના મધ્યબિંદુને અરીસાનો ધ્રુવ (P) કહે છે.

મુખ્ય અક્ષ (Principal Axis) : ધ્રુવ અને વક્રતાકેન્દ્રમાંથી પસાર થતી કાલ્પનિક રેખા $\overleftrightarrow{CP}$ને અરીસાની મુખ્ય અક્ષ કહે છે.

વક્રતાકેન્દ્ર (Centre of Curvature) : જે ગોળામાંથી અરીસો બનાવવામાં આવ્યો હોય, તે ગોળાના કેન્દ્રને તે અરીસાનું વક્રતાકેન્દ્ર (C) કહે છે.

વક્રતાત્રિજ્યા (Radius of Curvature) : જે ગોળામાંથી અરીસો બનાવવામાં આવ્યો હોય, તે ગોળાની ત્રિજ્યાને તે અરીસાની વક્રતાત્રિજ્યા (R) કહે છે. એટલે કે C અને P વચ્ચેનું અંતર છે.

દર્પણમુખ (Aperture) : અરીસાની વર્તુળાકાર ધારના વ્યાસ (QQ') ને અરીસાનું દર્પણમુખ કહે છે.

મુખ્ય કેન્દ્ર (Principal Focus) : મુખ્ય અક્ષને સમાંતર કિરણો પરાવર્તન પામીને જે બિંદુએ કેન્દ્રિત થતાં હોય (અંતર્ગોળ અરીસો) કે જે બિંદુએથી અપકેન્દ્રિત થતા હોવાનો આભાસ થતો હોય (બહિર્ગોળ અરીસો) તે બિંદુને અરીસાનું મુખ્ય કેન્દ્ર કહે છે.

ફોકલ પ્લેન (Focal Plane) : મુખ્ય કેન્દ્રમાંથી પસાર થતા અને મુખ્ય અક્ષને લંબ હોય તેવા સમતલને ફોકલ પ્લેન કહે છે.

કેન્દ્રલંબાઈ (Focal Length) : અરીસાના ધ્રુવ અને મુખ્ય કેન્દ્ર વચ્ચેના અંતરને અરીસાની કેન્દ્રલંબાઈ (f) કહે છે.

પેરેક્સિઅલ કિરણો (Paraxial Rays) : અરીસાની અક્ષની નજીકનાં કિરણોને પેરેક્સિઅલ કિરણો કહે છે. પેરેક્સિઅલ કિરણોના સંદર્ભમાં જ આપણે અરીસા અને લેન્સનો અભ્યાસ કરીશું.

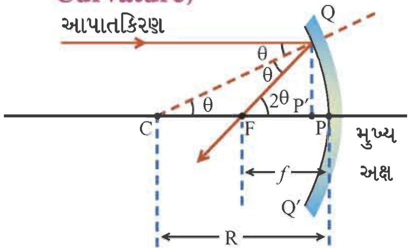
સંજ્ઞાપદ્ધતિ (Sign Convention) : વસ્તુ અને તેના પ્રતિબિંબનાં સ્થાન નક્કી કરવા આપણે સંદર્ભબિંદુ અને સંજ્ઞાપદ્ધતિની જરૂર પડશે. આપણે કાર્તેઝિયન સંજ્ઞા પદ્ધતિ સ્વીકારીશું

(1) બધાં અંતરો ધ્રુવની સાપેક્ષે મુખ્ય અક્ષ પર માપવાં.

(2) આપાતકિરણની દિશામાં મપાયેલાં અંતરો ધન ગણવાં અને આપાતકિરણની વિરુદ્ધ દિશામાં મપાયેલાં અંતરો ઋણ ગણવાં.

(3) મુખ્ય અક્ષની ઉપર તરફની ઊંચાઈઓ ધન અને નીચે તરફની ઊંચાઈઓ ઋણ લેવામાં આવે છે.

6.3 કેન્દ્રલંબાઈ અને વક્રતાત્રિજ્યા વચ્ચેનો સંબંધ (Relation between Focal Length અને Radius of Curvature)



આકૃતિ 6.2 કેન્દ્રલંબાઈ અને વક્રતાત્રિજ્યા વચ્ચેનો સંબંધ

આકૃતિ 6.2માં મુખ્ય અક્ષને સમાંતર અને પેરેક્સિઅલ કિરણ નાના દર્પણમુખ ધરાવતા અંતર્ગોળ અરીસાના Q બિંદુ પર આપાત થાય છે. પરાવર્તિત કિરણ અરીસાના મુખ્ય કેન્દ્રમાંથી પસાર થાય છે. સપાટી પરના બિંદુ Q આગળ દોરેલ લંબ તેના વક્રતાકેન્દ્રમાંથી પસાર થાય. $\therefore$ CQ = CP થશે. જો આપાતકોણ θ જેટલો હોય, તો પરાવર્તન કોણ $\angle CQF = \theta = \angle QCF$.

આકૃતિની ભૂમિતિ પરથી, બહિષ્કોણ

$\angle QFP = \theta + \theta = 2\theta$

આપાતકિરણ પેરેક્સિઅલ હોવાથી અને અરીસાનું દર્પણમુખ નાનું હોવાથી બિંદુઓ P અને P' એકબીજાંથી ઘણી નજીક આવેલાં હશે. એટલે કે, $CP' \approx CP = R$

અને $FP' \approx FP = f$

ΔFQPમાં $\sin 2\theta \approx 2\theta = \frac{QP'}{FP'} = \frac{QP}{FP}$

$$\therefore\ 2\theta = \frac{QP}{f} \Rightarrow \theta = \frac{QP}{2f} \qquad (6.3.1)$$

તે જ રીતે, $\Delta CQP'$ પરથી $\sin\theta \approx \theta = \frac{QP'}{CP'} \approx \frac{QP}{CP}$

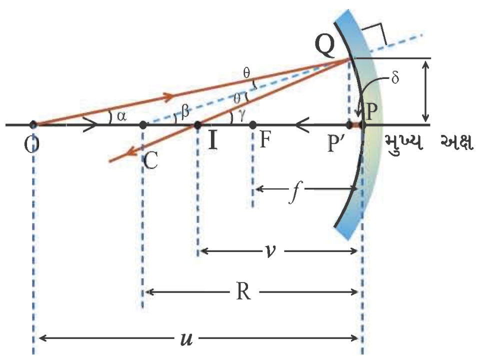
$$\therefore\ \theta = \frac{QP}{R} \qquad (6.3.2)$$

સમીકરણ (6.2.1) અને (6.3.2) પરથી, $R = 2f$ અથવા $f = \frac{R}{2}$ (6.3.3)

સમીકરણ (6.3.3) એ બહિર્ગોળ અરીસા માટે પણ સાચું છે. સમતલ અરીસાના કિસ્સામાં R અનંત હોવાથી તેની કેન્દ્રલંબાઈ પણ અનંત થશે.

6.4 ગોળીય અરીસાનું સૂત્ર (Spherical Mirror Formula)

હવે આપણે અંતર્ગોળ અરીસા માટે વસ્તુ-અંતર (u) પ્રતિબિંબ-અંતર (v) અને કેન્દ્રલંબાઈ (f) વચ્ચેનો સંબંધ તારવીશું. આકૃતિ 6.3માં દર્શાવ્યા મુજબ અરીસાના ધ્રુવથી u અંતરે રહેલ બિંદુવત્ વસ્તુ Oને ધ્યાનમાં લો. ધારો કે અરીસાનું દર્પણમુખ નાનું છે. ધારો કે આપાતકિરણ OQ મુખ્ય અક્ષ સાથે નાનો કોણ (α) બનાવે છે અને બિંદુ Qમાંથી પરાવર્તિત કિરણ QI રચે છે. વસ્તુ O માંથી દોરેલ બીજું કિરણ મુખ્ય અક્ષ તરફ બિંદુ P આગળ આપાત થઈ PC દિશામાં પરાવર્તન પામે છે. આ બંને પરાવર્તિત કિરણો બિંદુ Iમાં મળી પ્રતિબિંબ રચે છે.



આકૃતિ 6.3 અંતર્ગોળ અરીસા વડે બિંદુવત્ વસ્તુનું પ્રતિબિંબ

અરીસાનું દર્પણમુખ નાનું હોવાથી, અંતર $PP' = \delta$ અત્યંત નાનું થશે અને તેથી તેને અવગણી શકાશે. તેથી OPQ અને IQP વિસ્તારને અનુક્રમે $\Delta OQP'$ અને $\Delta IQP'$ તરીકે વિચારી શકાય.

પરાવર્તનના નિયમાનુસાર, આપાતકોણ $\angle OQC$ = પરાવર્તિત કોણ, $\angle CQI = \theta$.

ધારો કે CQ અને IQ મુખ્ય અક્ષ સાથે અનુક્રમે β અને γ કોણ બનાવે છે.

ΔOCQમાં બહિષ્કોણ $\beta = \alpha + \theta$

ΔCQIમાં બહિષ્કોણ $\gamma = \beta + \theta$

બંને સમીકરણોમાંથી θનો લોપ કરતાં,

$$\alpha + \gamma = 2\beta \qquad (6.4.1)$$

આકૃતિ પરથી,

$$\alpha \text{ (rad)} = \frac{\text{ચાપ QP}}{\text{OP}},$$

$$\beta \text{ (rad)} = \frac{\text{ચાપ QP}}{\text{CP}} \text{ અને}$$

$$\gamma \text{ (rad)} = \frac{\text{ચાપ QP}}{\text{IP}}$$

સમીકરણ (6.4.1)માં આ કિંમતો મૂકતાં,

$$\frac{\text{ચાપ QP}}{\text{OP}} + \frac{\text{ચાપ QP}}{\text{IP}} = 2\frac{\text{ચાપ QP}}{\text{CP}}$$

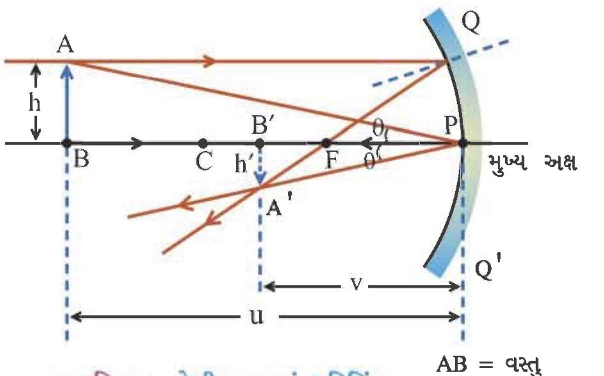
$$\frac{1}{\text{OP}} + \frac{1}{\text{IP}} = \frac{2}{\text{CP}}$$

$$\therefore \frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{2}{R} \text{ અથવા } \frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{1}{f} \qquad (6.4.2)$$

સમીકરણ (6.4.2) એ વસ્તુ-અંતર, પ્રતિબિંબ-અંતર અને કેન્દ્રલંબાઈ (અથવા વક્રતાત્રિજ્યા) વચ્ચેનો ગાણિતીય સંબંધ દર્શાવે છે. ઉપર્યુક્ત પૈકીની કોઈપણ ભૌતિક રાશિ ગણતી વખતે સંજ્ઞા પદ્ધતિનો ઉપયોગ કરવો પડશે. પ્રસ્તુત કિસ્સામાં, $u \rightarrow -u$, $v \rightarrow -v$ અને f (અથવા R) $\rightarrow -f$ (અથવા $-$R)

સમીકરણ (6.4.2)ને ગાઉસનું સમીકરણ કહે છે. આ સમીકરણ બહિર્ગોળ અરીસા માટે પણ સાચું છે.

6.5 લેટરલ મોટવણી (Lateral Magnification)



આકૃતિ 6.4 રેખીય વસ્તુનું પ્રતિબિંબ

પ્રતિબિંબની ઊંચાઈ (h') અને વસ્તુની ઊંચાઈ(h)ના ગુણોત્તરને લેટરલ મોટવણી (Lateral Magnification) કે ટ્રાન્સવર્ઝ મોટવણી (Transverse Magnification) કહે છે.

એટલે કે, લેટરલ મોટવણી $m = \frac{h'}{h}$ (6.5.1)

કાટકોણ ત્રિકોણ ABP અને A′B′P માટે,

$$\tan\theta = \frac{AB}{BP} = \frac{A'B'}{B'P} \qquad (6.5.2)$$

પણ AB = h, A′B′ = $-h'$, PB = $-u$ અને B′P = $-v$ (સંજ્ઞાપદ્ધતિનો ઉપયોગ કરતાં)

$\therefore$ સમીકરણ (6.5.2) પરથી,

$$\frac{h}{-u} = \frac{-h'}{-v}$$

$$\therefore \quad \frac{h'}{h} = \frac{-v}{u} \qquad (6.5.3)$$

સમીકરણ (6.5.1) અને (6.5.3) પરથી,

$$m = \frac{-v}{u} \qquad (6.5.4)$$

સમીકરણ (6.5.4) બહિર્ગોળ અરીસા માટે પણ સાચું છે.

ઉદાહરણ 1 : 160 cm જેટલી વક્રતાત્રિજ્યા ધરાવતા અંતર્ગોળ અરીસાની મુખ્ય અક્ષ પર એક વસ્તુ મૂકેલ છે. તેનું ઊભું પ્રતિબિંબ અરીસાથી 70 cm અંતરે મળે છે. પ્રકાશ-ઉદ્‌ગમનું સ્થાન અને પ્રતિબિંબની મોટવણી શોધો.

ઉકેલ : અરીસાના સૂત્ર,

$$\frac{2}{R} = \frac{1}{u} + \frac{1}{v}$$

$$\therefore \quad \frac{1}{u} = \frac{2}{R} - \frac{1}{v} = \frac{2}{-160} - \frac{1}{70} \qquad \text{(સંજ્ઞાપદ્ધતિ વાપરતાં)}$$

$$= \frac{-15}{560}$$

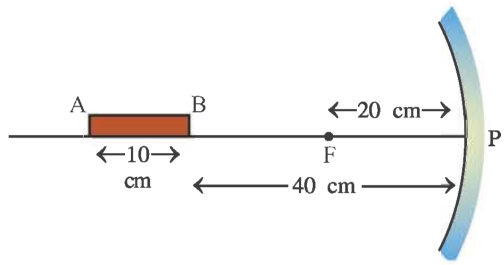
$$\therefore \quad u = -37 \text{ cm}$$

એટલે કે, પ્રકાશ-ઉદ્‌ગમ 37 cm જેટલા અંતરે અરીસાની આગળ હશે.

લેટરલ મૅગ્નિફિકેશન $m = -\frac{v}{u} = -\frac{70}{-37} = 1.89$

ઉદાહરણ 2 : આકૃતિમાં દર્શાવ્યા પ્રમાણે 10 cm લંબાઈના, પાતળા AB સળિયાને અંતગોળ અરીસાની મુખ્ય અક્ષ પર એવી રીતે મૂકવામાં આવ્યો છે કે, જેથી અરીસાના ધ્રુવથી છેડા Bનું અંતર 40 cm થાય છે. જો અરીસાની કેન્દ્રલંબાઈ 20 cm હોય, તો સળિયાના પ્રતિબિંબની લંબાઈ શોધો.

ઉકેલ : અરીસાની કેન્દ્રલંબાઈ f = 20 cm છે અને છેડો B ધ્રુવથી 40 cm = $2f$ = R અંતરે છે. પરિણામે B છેડાનું પ્રતિબિંબ Bના સ્થાને જ રચાય છે.



હવે A છેડા માટે,

u = −50 cm, f = − 20 cm, v = ?

$\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{1}{f}$માં મૂલ્યો મૂકતાં,

$$-\frac{1}{50} + \frac{1}{v} = -\frac{1}{20}$$

$$\therefore \quad \frac{1}{v} = \frac{1}{50} - \frac{1}{20} = \frac{20-50}{20 \times 50} = -\frac{30}{1000}$$

$$\therefore \quad v = -\frac{100}{3} = -33.3 \text{ cm}$$

આ પ્રતિબિંબ વસ્તુ તરફ છે.

હવે પ્રતિબિંબની લંબાઈ = A અને B છેડાનાં પ્રતિબિંબો વચ્ચેનું અંતર

= 40 − 33.3 = 6.70 cm

ઉદાહરણ 3 : ગોળીય અરીસા માટે લેટરલ મૅગ્નિફિકેશનનું સૂત્ર, $m = \frac{f}{f-u}$ મેળવો, જ્યાં f = કેન્દ્રલંબાઈ અને u = વસ્તુ-અંતર છે.

ઉકેલ : $\frac{1}{f} = \frac{1}{u} + \frac{1}{v} \Rightarrow \frac{1}{v} = \frac{1}{f} - \frac{1}{u} = \frac{u-f}{uf}$

$$\therefore \quad v = \frac{fu}{u-f} \Rightarrow \frac{v}{u} = \frac{f}{u-f}$$

હવે, $m = -\frac{v}{u} = \frac{f}{f-u}$

નોંધ : સમતલ અરીસા માટે $f \rightarrow \infty$ હોવાથી આ સૂત્ર પરથી $m = 1$ (મૂલ્યમાં)

6.6 પ્રકાશનું વક્રીભવન (Refraction of Light)

જ્યારે પ્રકાશકિરણ એક પારદર્શક માધ્યમમાંથી લંબ સિવાયના કોણે બીજા પારદર્શક માધ્યમમાં દાખલ થાય છે, ત્યારે બે માધ્યમોને છૂટી પાડતી સપાટી આગળ તેની દિશા બદલાય છે. આ ઘટનાને **વક્રીભવન** કહે છે.

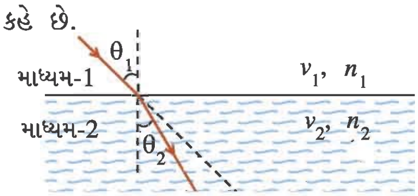
માત્ર જાણકારી માટે :

- જે માધ્યમના ગુણધર્મો બધાં જ બિંદુઓ આગળ સમાન હોય, તો તેને સમાંગી (Homogeneous) માધ્યમ કહે છે. જે માધ્યમના ગુણધર્મો બધી જ દિશામાં સમાન હોય, તો તેને સમદિગ્ધર્મી (Isotropic) કહે છે.
- જો માધ્યમ સમાંગ ન હોય, તો પ્રકાશકિરણનું સતત વક્રીભવન થતું રહે છે. પરિણામે તેનો ગતિમાર્ગ વક્ર હોય છે.
- જો માધ્યમ સમદિગ્ધર્મી ના હોય તો પ્રકાશકિરણ જુદી-જુદી દિશાઓમાં જુદા-જુદા પ્રમાણમાં વક્રીભૂત થાય છે.

વક્રીભવનના નિયમો (Law of Refraction) :

(1) આપાતકિરણ, વક્રીભૂત કિરણ અને આપાતબિંદુમાંથી સપાટી પર દોરેલ લંબ એક જ સમતલમાં હોય છે.

(2) ''આપેલાં બે માધ્યમો માટે આપાતકોણ અને વક્રીભૂત કોણના sineનો ગુણોત્તર અચળ રહે છે.'' આ અચળાંકને તે બે માધ્યમો માટેનો **સાપેક્ષ વક્રીભવનાંક (Relative Refractive Index)** કહે છે. આ વિધાનને **સ્નેલનો નિયમ** કહે છે.



આકૃતિ 6.4 (a)

જો θ_1 એ આપાતકોણ (માધ્યમ–1માં) અને θ_2 એ વક્રીભૂત કોણ (માધ્યમ-2માં) હોય તો,

$$\frac{sin\theta_1}{sin\theta_2} = n_{21} \tag{6.6.1}$$

જ્યાં, n_{21}ને માધ્યમ-2નો માધ્યમ-1ની સાપેક્ષ વક્રીભવનાંક કહે છે. n_{21}નું મૂલ્ય માધ્યમોની જાત, તાપમાન અને પ્રકાશની તરંગલંબાઈ ઉપર આધાર રાખે છે.

સાપેક્ષ વક્રીભવનાંક એ માધ્યમોમાં પ્રકાશની ઝડપના પદમાં પણ આપી શકાય છે.

$$n_{21} = \frac{v_1}{v_2}, \tag{6.6.2}$$

જ્યાં, v_1 = પ્રકાશની માધ્યમ-1માં ઝડપ અને

v_2 = પ્રકાશની માધ્યમ-2માં ઝડપ

તે જ રીતે, માધ્યમનો શૂન્યાવકાશ (અથવા વ્યવહારમાં હવા)ની સાપેક્ષ વક્રીભવનાંક

$$n = \frac{c}{v}. \tag{6.6.3}$$

અત્રે, nને **નિરપેક્ષ વક્રીભવનાંક** (Absolute Refractive Index) કહે છે. હવે,

$$n_{21} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{c}{v_2} \times \frac{v_1}{c} = \frac{n_2}{n_1} \tag{6.6.4}$$

$\therefore$ સમીકરણ 6.6.1 પરથી,

$$n_{21} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2}$$

અથવા $n_1\sin\theta_1 = n_2\sin\theta_2$ (6.6.5)

આ સમીકરણ (6.6.5)ને સ્નેલના નિયમનું વ્યાપક સ્વરૂપ કહે છે.

આપેલાં માધ્યમો માટે જો $n_2 > n_1 \Rightarrow \sin\theta_1 > \sin\theta_2$ થશે.

$\therefore\ \theta_1 > \theta_2$

આમ, જ્યારે પ્રકાશ-કિરણ પ્રકાશીય પાતળા માધ્યમમાંથી ઘટ્ટ માધ્યમમાં પ્રવેશે છે, ત્યારે વક્રીભૂત કોણ આપાતકોણ કરતા નાનો હોય છે, અને વક્રીભૂત કિરણ લંબ તરફ વળે છે.

જો $n_2 < n_1 \Rightarrow \sin\theta_1 < \sin\theta_2$ થશે.

$\therefore\ \theta_1 < \theta_2$

આમ, જ્યારે પ્રકાશ-કિરણ પ્રકાશીય ઘટ્ટ માધ્યમમાંથી પાતળા માધ્યમમાં પ્રવેશે છે, ત્યારે વક્રીભૂત કોણ આપાતકોણ કરતાં મોટો હોય છે, અને વક્રીભૂત કિરણ લંબથી દૂર વળે છે.

મોટો વક્રીભવનાંક ધરાવતા માધ્યમને **પ્રકાશીય ઘટ્ટ** માધ્યમ કહે છે અને નાનો વક્રીભવનાંક ધરાવતા માધ્યમને **પ્રકાશીય પાતળું** માધ્યમ કહે છે. આ પ્રકાશીય ઘનતા એ દ્રવ્યઘનતા (દળ-ઘનતા) કરતાં જુદી છે.

સંયુક્ત ચોસલા દ્વારા થતું વક્રીભવન :

આકૃતિ 6.5માં દર્શાવ્યા મુજબ, જો પ્રકાશ-કિરણ સંયુક્ત ચોસલા (Compound slab)માંથી પસાર થાય ત્યારે માધ્યમ-3નો માધ્યમ-1ની સાપેક્ષ વક્રીભવનાંક,

$$n_{31} = \frac{v_1}{v_3}$$

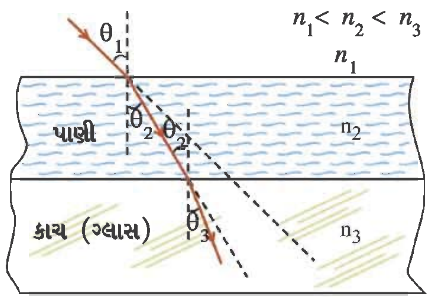
$$= \frac{v_2}{v_3} \times \frac{v_1}{v_2} = n_{32} \times n_{21} \qquad (6.6.6)$$

વળી,

$$n_1\sin\theta_1 = n_2\sin\theta_2 = n_2\sin\theta_3 \qquad (6.6.7)$$

અને $$n_{21} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{1}{\left(\frac{v_2}{v_1}\right)} = \frac{1}{n_{12}}$$

$$\therefore\ n_{21} \times n_{12} = 1 \qquad (6.6.8)$$



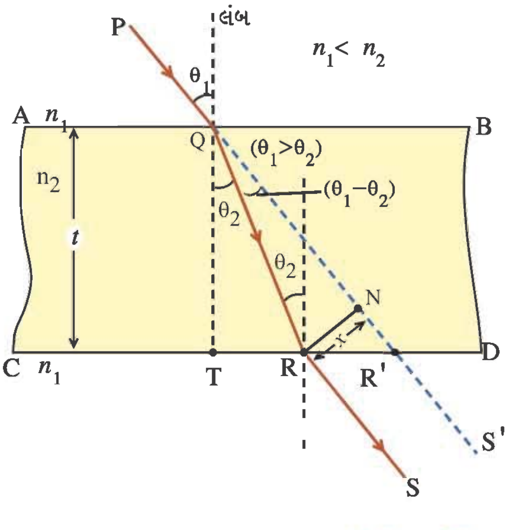
આકૃતિ 6.5 સંયુક્ત ચોસલા દ્વારા થતું વક્રીભવન

માત્ર જાણકારી માટે : પારદર્શક માધ્યમની દૃશ્યતા (Visibility) એ તે માધ્યમના અને આસપાસના માધ્યમની વક્રીભવનાંકના તફાવતને કારણે છે.

6.6.1 લેટરલ શિફ્ટ (Lateral Shift) : આકૃતિ 6.6માં દર્શાવ્યા પ્રમાણે પ્રકાશકિરણનું ઉપરની સપાટી (AB) અને નીચેની સપાટી (CD) એમ બે વખત આપેલ સમાંગી માધ્યમ દ્વારા વક્રીભવન થાય છે. નિર્ગમિત કિરણ RS એ PQR'S' કિરણને સમાંતર છે. અત્રે PQR'S' એ બીજા માધ્યમની ગેરહાજરીમાં પ્રકાશકિરણનો ગતિપથ છે.

અત્રે નિર્ગમિત કિરણ એ આપાતકિરણને સમાંતર છે. પરંતુ RN જેટલું પ્રાશ્વિક સ્થાનાંતર થયેલ છે. આ અંતર RNને **લેટરલ શિફ્ટ** (x) કહે છે. હવે આપણે લેટરલ શિફ્ટ (x) નીચે મુજબ ગણીશું.

ધારો કે, n_1 અને n_2 એ અનુક્રમે પ્રકાશીય પાતળા અને પ્રકાશીય ઘટ્ટ માધ્યમોમાં વક્રીભવનાંક છે. વળી, $n_1 < n_2$ છે. આકૃતિ પરથી $\angle RQN = \theta_1 - \theta_2$ અને $RN = x$ છે.



આકૃતિ 6.6 લંબઘન ચોસલાને કારણે લેટરલ શિફ્ટ

ΔQRN પરથી, $\sin(\theta_1 - \theta_2) = \frac{RN}{QR} = \frac{x}{QR}$ (6.6.9)

ΔQTRમાં, $\cos\theta_2 = \frac{QT}{QR}$

$\therefore QR = \frac{QT}{\cos\theta_1} = \frac{t}{\cos\theta_2}$

$\therefore$ સમીકરણ (6.6.9) પરથી, $\sin(\theta_1 - \theta_2) = \frac{x}{\left(\frac{t}{\cos\theta_2}\right)}$

$$\therefore x = \frac{t\sin(\theta_1 - \theta_2)}{\cos\theta_2} \quad (6.6.10)$$

પણ આપાતકોણ θ_1 અત્યંત નાનો હોવાથી, θ_2 પણ નાનો થશે.

$\therefore \sin(\theta_1 - \theta_2) \approx (\theta_1 - \theta_2)$ અને $\cos\theta_2 \approx 1$

$$\therefore x = \frac{t(\theta_1 - \theta_2)}{1}$$

$$x = t\,\theta_1\left(1 - \frac{\theta_2}{\theta_1}\right) \quad (6.6.11)$$

પરંતુ સ્નેલના નિયમાનુસાર, $\frac{n_2}{n_1} = \frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2} \approx \frac{\theta_1}{\theta_2}$

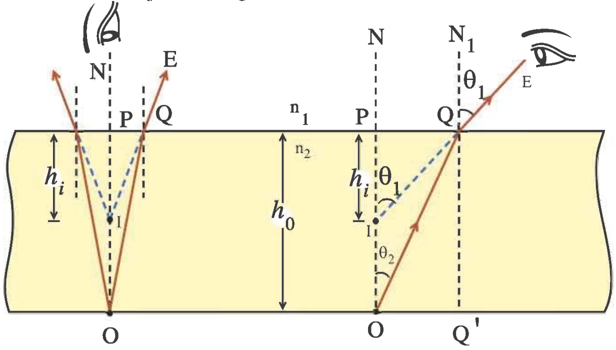
$\therefore$ સમીકરણ (6.6.11),

$$x = t\,\theta_1\left(1 - \frac{n_1}{n_2}\right)$$

6.6.2 સાચી ઊંડાઈ અને આભાસી ઊંડાઈ (Real Depth અને Virtual Depth) : આકૃતિ 6.7માં દર્શાવ્યા મુજબ ધારો કે વસ્તુ Oને n_2 વક્રીભવનાંક ધરાવતા ઘટ્ટ માધ્યમ (દા.ત., પાણી)માં h_0 જેટલી ઊંડાઈએ મૂકેલ છે. આકૃતિ 6.7(a) પરથી, કિરણ OQ વક્રીભવન પામી સપાટી આગળથી QE દિશામાં આગળ વધે છે. જો EQને ઘટ્ટ માધ્યમમાં પાછું લંબાવવામાં આવે, તો લંબ PNને બિંદુ Iમાં મળશે.

આમ, Oનું પ્રતિબિંબ I સ્થાને દેખાશે. અત્રે, $PO = h_0$ = વસ્તુની સાચી ઊંડાઈ

$PI = h_i$ = વસ્તુની આભાસી ઊંડાઈ છે.



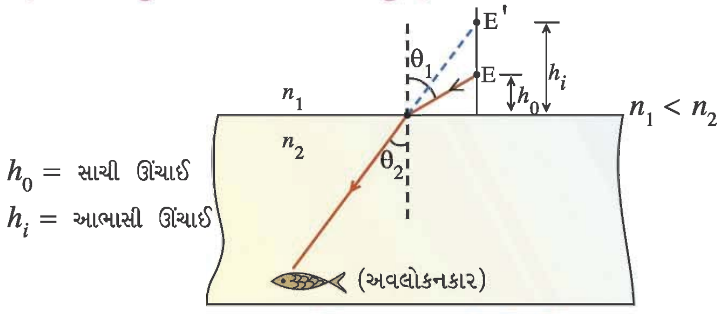
(a) લંબ આપાતકિરણ (b) લંબ સિવાયના કોણે આપાતકિરણ

આકૃતિ 6.7 આભાસી ઊંચાઈ

વળી, આકૃતિ 6.7(a) પરથી જોઈ શકાય છે કે, લંબ આપાતકિરણ માટે, $\theta_1 = 0$ હોવા છતાં $h_0 \neq h_i$ (આ કિસ્સો સમીકરણ (6.8.10)માં ખાસ કિસ્સા તરીકે જોઈશું.). પરંતુ જેમજેમ θ_1 વધતો જાય છે તેમતેમ h_iનું મૂલ્ય h_0 કરતાં ઘટતું જાય છે. વળી, જ્યારે વસ્તુને લંબ સિવાયની દિશાથી વક્રીભવનકારક માધ્યમમાંથી જોવામાં આવે છે, ત્યારે તે વક્ર દેખાય છે.

6.6.3 સાચી ઊંચાઈ અને આભાસી ઊંચાઈ (Real Height અને Virtual Height) :

ધારો કે અવલોકનકાર (દા.ત., માછલી) એ ઘટ્ટ માધ્યમ (દા.ત., પાણી)માં છે. તે માણસની આંખ (E)ને E' સ્થાને જુએ છે. એટલે કે ઘટ્ટ માધ્યમમાં રહેલ અવલોકનકાર માટે વસ્તુ ઉપર ઊંચકાયેલી દેખાય છે. (જુઓ આકૃતિ 6.8)



આકૃતિ 6.8 આભાસી ઊંચાઈ

ઉદાહરણ 4 : લગભગ શિરોલંબ દિશામાં અવલોકન માટે, વક્રીભવનની ઘટનામાં સાચી ઊંડાઈ, આભાસી ઊંડાઈ અને વક્રીભવનાંક વચ્ચેનો સંબંધ મેળવો.

ઉકેલ : આકૃતિ 6.7 ઘટ માધ્યમનો વક્રીભવનાંક = n_2 અને પાતળા માધ્યમનો વક્રીભવનાંક = n_1

વસ્તુ Oની સાચી ઊંડાઈ, PO = h_O

પ્રતિબિંબની ઊંડાઈ એટલે કે વસ્તુની આભાસી ઊંડાઈ = PI = h_i

બિંદુ Q પાસે સ્નેલનો નિયમ વાપરતાં,

$$n_2 \sin\theta_2 = n_1 \sin\theta_1$$

પણ અવલોકન લગભગ શિરોલંબ દિશામાં કરવામાં આવે, તો θ_1 અને θ_2નાં મૂલ્યો નાનાં થશે. હવે નાના θ માટે, $\sin\theta \approx \theta \approx \tan\theta$ હોવાથી,

$$n_2 \tan\theta_2 = n_1 \tan\theta_1$$

પણ, $\tan\theta_2 = \frac{PQ}{PO} = \frac{PQ}{h_O}$ અને $\tan\theta_1 = \frac{PQ}{PI} = \frac{PQ}{h_i}$

આ પરિણામો સમીકરણ (1)માં વાપરતાં, $n_2\left(\frac{PQ}{h_O}\right) = n_1\left(\frac{PQ}{h_i}\right)$

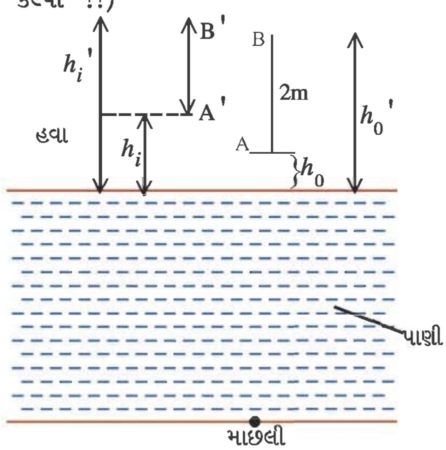
$$\therefore \frac{n_2}{n_1} = \frac{h_O}{h_i} \Rightarrow \frac{h_i}{h_O} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{n(\text{પાતળું})}{n(\text{ઘટ્ટ})}$$

નોંધ : એવું સાબિત કરી શકાય છે કે, પાતળા માધ્યમમાં, માધ્યમોને છૂટી પાડતી સપાટીથી વસ્તુની ઊંચાઈ h_O હોય અને આ વસ્તુને ઘટ્ટ માધ્યમમાંથી શિરોલંબ જોતાં તેની આભાસી ઊંચાઈ $h_i (h_i > h_O)$ હોય, તો

$$\frac{h_i}{h_O} = \frac{n(\text{ઘટ્ટ})}{n(\text{પાતળું})}$$

ઉદાહરણ 5 : એક તરવૈયો (Swimmer) એક સ્વિમિંગ પૂલમાં, શિરોલંબ દિશામાં 2 m s^{-1}ના વેગથી ડાઇવ મારી રહ્યો છે, તો આ શિરોલંબની નીચે પુલના તળિયે રહેલ એક સ્થિર માછલી તરવૈયાને કેટલા વેગથી પડતો જોશે ? પાણીનો વક્રીભવનાંક 1.33 લો. (માછલીને, તે વેગ માપી શકે તેટલી બુદ્ધિશાળી કલ્પો !!)

ઉકેલ : આકૃતિમાં 2 mનું શિરોલંબ અંતર AB વડે દર્શાવ્યું છે. પાણીની સપાટીથી છેડા Aની ઊંચાઈ h_O છે. ધારો કે તેની આભાસી ઊંચાઈ $h_i (h_i > h_O)$ છે.



$$\therefore \frac{h_i}{h_O} = \frac{n(\text{પાણી})}{n(\text{હવા})}$$

$$\therefore h_i = h_O \times 1.33 \quad (1)$$

હવે B છેડાની સાચી ઊંચાઈ $h_O' = (h_O + 2)$ મીટર છે. તેની આભાસી ઊંચાઈ h'_i વડે દર્શાવીએ તો,

$$\frac{h_i'}{h_O'} = \frac{n(\text{પાણી})}{n(\text{હવા})} = 1.33$$

$\therefore\ h'_i = h'_O \times 1.33$

$= (h_O + 2) \times 1.33 \qquad (2)$

સમીકરણ (1) અને (2) પરથી, માછલીને દેખાતું આભાસી અંતર

$= h_i - h_i = (h_O + 2) \times 1.33 - h_O \times 1.33$

$= 2 \times 1.33 = 2.66$ m

આમ, માછલીને તરવૈયો 2.66 m s^{-1}ના વેગથી પડતો જણાશે.

6.7 પૂર્ણઆંતરિક પરાવર્તન (Total Internal Reflection)

જ્યારે પ્રકાશકિરણ એક પારદર્શક માધ્યમમાંથી બીજા માધ્યમમાં દાખલ થાય છે, ત્યારે બે માધ્યમોને છૂટી પાડતી સપાટી આગળ તેનું આંશિક પરાવર્તન અને આંશિક પારગમન થાય છે. જ્યારે પ્રકાશ સપાટી પર લંબરૂપે આપાત થાય તોપણ આ સાચું છે. આ કિસ્સામાં પરાવર્તિત પ્રકાશની તીવ્રતા નીચેના સૂત્ર મુજબ આપી શકાય છે :

$$I_r = I_0\left(\frac{n_2 - n_1}{n_1 + n_2}\right)^2 \qquad (6.7.1)$$

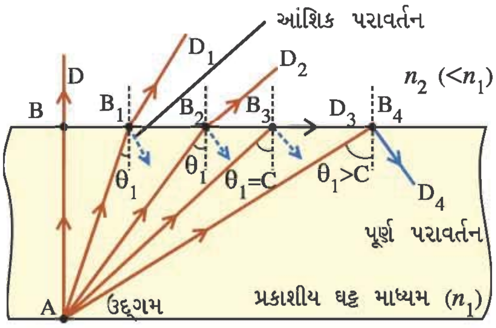
જ્યાં, I_0 = આપાત પ્રકાશની તીવ્રતા

I_r = પરાવર્તિત પ્રકાશની તીવ્રતા

n_1 = માધ્યમ-1નો વક્રીભવનાંક

n_2 = માધ્યમ-2નો વક્રીભવનાંક

હવા (n_2 = 1.0) અને ગ્લાસ (n_1 = 1.5)ના કિસ્સા માટે I_r એ આપાત પ્રકાશની તીવ્રતા કરતાં 4% જેટલી હોય છે. એ નોંધવું જોઈએ કે સમીકરણ (6.7.1) એ ફક્ત લંબરૂપે આપાત પ્રકાશના કિસ્સા માટે જ સાચું છે. બીજા કિસ્સાઓ માટે I_rનું મૂલ્ય આપાતકોણ પર પણ આધારિત હોય છે.



આકૃતિ 6.9 પૂર્ણઆંતરિક પરાવર્તન

અહીં, આકૃતિ 6.9માં A બિંદુવત્ વસ્તુ (અથવા પ્રકાશ ઉદ્‌ગમ) એ ઘટ્ટ માધ્યમમાં છે. કિરણો AB, AB_1, AB_2, ... બે માધ્યમોને છૂટી પાડતી સપાટી આગળ B, B_1, B_2, ... બિંદુઓ પાસેથી આંશિક પરાવર્તન અને આંશિક પારગમન અનુભવે છે. જેમજેમ આપાતકોણનું મૂલ્ય વધતું જાય (બિંદુ B → B_1 → B_2 → .... તરફ જતાં) તેમતેમ પરાવર્તિત કોણનું મૂલ્ય પણ વધતું જાય છે. કોઈ એક ચોક્કસ આપાતકોણના મૂલ્ય માટે વક્રીભૂત કિરણ બે માધ્યમોને છૂટી પાડતી સપાટીને સમાંતર બને છે. આ ખાસ કિસ્સા માટે, વક્રીભૂત કોણ 90°નો બનશે.

આપાતકોણના જે મૂલ્ય માટે વક્રીભૂત કોણ 90°નો બને તેને આપેલા ઘટ્ટ માધ્યમનો આપેલા પાતળા માધ્યમની **સાપેક્ષે ક્રાંતિકોણ** (Critical Angle) (C) કહે છે.

આ પરિસ્થિતિમાં બંને માધ્યમોને છૂટી પાડતી સપાટી પ્રકાશિત દેખાય છે. ક્રાંતિકોણની સ્થિતિ માટે સ્નેલનો નિયમ લગાવતાં,

$n_1.\sin\theta_1 = n_2.\sin\theta_2$

જ્યારે, $\theta_1 = C$, $\theta_2 = 90°$

$\therefore\ n_1.\sin C = n_2$

$\therefore\ \sin C = \frac{n_2}{n_1}$

હવે જો પાતળા માધ્યમ તરીકે હવા હોય, તો n_2 = 1.0

$\therefore\ \sin C = \frac{1}{n_1} = \frac{1}{n}$ (ધારો કે, $n_1 = n$)

$$\text{અથવા } C = \sin^{-1}\left(\frac{1}{n}\right) \qquad (6.7.2)$$

ક્રાંતિકોણની સ્થિતિમાં મળતાં પરાવર્તિત કિરણને **ક્રાંતિકિરણ (Critical Ray)** કહે છે.

હવે જ્યારે આપાતકોણનું મૂલ્ય ક્રાંતિકોણ કરતા થોડુંક જ વધારવામાં આવે તો પરાવર્તિત પ્રકાશની તીવ્રતા તરત જ ખૂબ જ વધી જાય છે, અને આપાતકિરણ સંપૂર્ણ (100%) પણે ઘટ્ટ માધ્યમમાં પરાવર્તિત થાય છે. આ ઘટનાને પૂર્ણ આંતરિક પરાવર્તન કહે છે. આ સ્થિતિ ક્રાંતિકોણ કરતા કોઈ પણ મોટા આપાતકોણ માટે સાચી છે. આ પરિસ્થિતિમાં, બે માધ્યમોને છૂટી પાડતી સપાટી સંપૂર્ણ અરીસા તરીકે વર્તે છે. પૂર્ણઆંતરિક પરાવર્તન પણ પરાવર્તનના નિયમોનું પાલન કરે છે.

માત્ર જાણકારી માટે :

આ ઘટનાનો અભ્યાસ વિદ્યુતચુંબકીય તરંગોના સંદર્ભમાં કરવામાં આવે છે, ત્યારે માલૂમ પડે છે કે આપાત પ્રકાશનો બહુ જ નાનો અંશ માત્ર થોડીક તરંગલંબાઈઓ જેટલા અંતર સુધી પાતળા માધ્યમમાં પ્રવેશે છે અને આટલા સૂક્ષ્મ અંતરમાં તેની તીવ્રતા ઝડપથી ઘટી શૂન્ય થઈ જાય છે. ક્વૉન્ટમ મિકેનિક્સમાં આવી ઘટનાને ટનલિંગ (Tunneling) કહે છે.

ઉદાહરણ 6 : આકૃતિમાં દર્શાવ્યાં અનુસાર એક કિરણ માધ્યમ પર $y = 0$ આગળ 30° ખૂણે આપાત થાય છે અને માધ્યમમાં આગળ વધે છે. આ માધ્યમનો વક્રીભવનાંક, અંતર y સાથે નીચેના સૂત્ર અનુસાર બદલાય છે.

$n(y) = 1.6 + \dfrac{0.2}{(y+1)^2}$ જ્યાં, y cmમાં છે. તો ખૂબ મોટી ઊંડાઈએ કિરણ શિરોલંબ સાથે કેટલો ખૂણો બનાવતું હશે ?

ઉકેલ : આકૃતિમાં y ઊંડાઈએ સ્થાનિક આપાતકોણ θ છે.

આ બિંદુએ સ્નેલના નિયમ વાપરતાં,

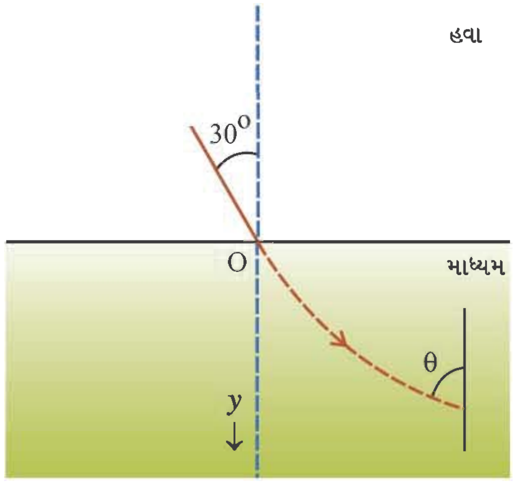
$n(y)\sin\theta = C$, જ્યાં C = અચળ (1)

આ સૂત્ર બધાં જ બિંદુઓ માટે સાચું છે.

આ સૂત્રને O બિંદુ પાસે વાપરતાં,

$n(0)\sin 30^{\circ} = C$

પણ, $n(0) = 1.6 + \dfrac{0.2}{(0+1)^2} = 1.8$



$\therefore\ 1.8 \times \dfrac{1}{2} = C \Rightarrow C = 0.9$

હવે Cનું મૂલ્ય (1)માં મૂકતાં, $n(y)\sin\theta = 0.9$

$$\therefore \left\{1.6+\frac{0.2}{(y+1)^2}\right\}\sin\theta = 0.9 \Rightarrow \sin\theta = \frac{0.9}{1.6+\frac{0.2}{(y+1)^2}}$$

જ્યારે y ખૂબ મોટો હોય ત્યારે $y \to \infty$ લેતાં, $\sin\theta = \dfrac{0.9}{1.6}$

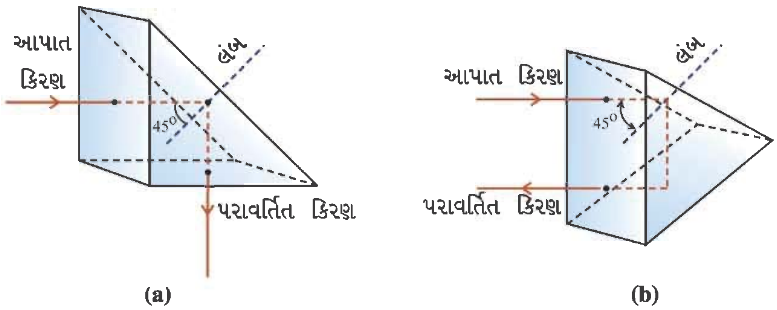
$\therefore\ \theta = 34^{\circ}\ 14'$

6.7.1 પૂર્ણઆંતરિક પરાવર્તનના ઉપયોગો (Uses of Total Internal Reflection) :

(1) હીરાનો વક્રીભવનાંક 2.42 હોવાથી ક્રાંતિકોણ 24.41° મળે છે. આમ, હીરાની સપાટીને યોગ્ય રીતે કાપી તેના પર કોઈ પણ આપાતકોણે પ્રકાશ અંદર દાખલ કરતાં તેનું વારંવાર પૂર્ણઆંતરિક પરાવર્તન થાય છે. તેથી તે અંદરથી ચળકતો દેખાય છે અને તેથી આપણને તે ઝગમગતો દેખાય છે.

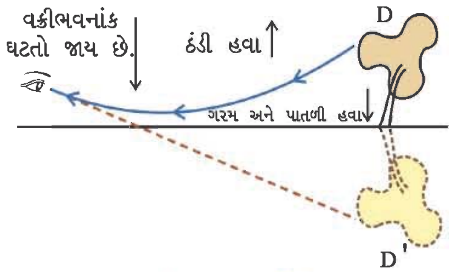
(2) સાદા કાચ (ગ્લાસ) માટે વક્રીભવનાંકનું મૂલ્ય 1.50 જેટલું હોવાથી હવા-કાચ સપાટી માટે ક્રાંતિકોણનું મૂલ્ય $C = \sin^{-1}\left(\dfrac{1}{1.50}\right) \approx 42^{\circ}$

આ ખૂણો 45^o કરતાં સહેજ નાનો હોવાથી, 45^o–45^o–90^oના ખૂણા ધરાવતા પ્રિઝમો વડે પૂર્ણ પરાવર્તિત સપાટી રચી શકાય છે. (આકૃતિ 6.10 જુઓ)



આકૃતિ 6.10 પૂર્ણ પરાવર્તક પ્રિઝમો

પૂર્ણ પરાવર્તક પ્રિઝમોનો ધાત્વિય પરાવર્તકો કરતાં, પહેલો ફાયદો વધારે પ્રમાણમાં પરાવર્તન અને બીજો ફાયદો કાયમી પરાવર્તકનો ગુણધર્મ અને ઘસારાની અસર નહીં તે છે.

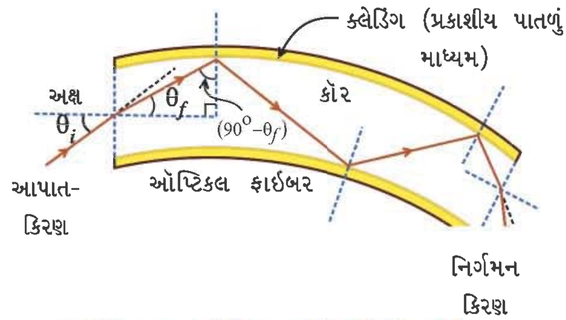


આકૃતિ 6.11 મરીચિકા

(3) મરીચિકા (Mirage) : ઉનાળામાં ગરમીમાં જમીનના સંપર્કમાં રહેલ હવા ગરમ થાય છે, જ્યારે જમીનથી ઊંચે આવેલી હવા પ્રમાણમાં ઠંડી હોય છે. તેથી જમીનનાં સંપર્કમાં રહેલી હવા પાતળી, જ્યારે ઉપર તરફની હવા ઘટ્ટ હોય છે. આમ, ઉપર તરફ જતાં હવાનો વક્રીભવનાંક વધતો જાય છે. આકૃતિ 6.11માં દર્શાવ્યા અનુસાર વૃક્ષની ટોચ (D) પરથી આવતું કિરણ સતત રીતે પ્રકાશીય ઘટ્ટ માધ્યમમાંથી પ્રકાશીય પાતળા માધ્યમમાં ગતિ કરે છે. આ કિરણ જેમજેમ જમીનની નજીક આવતું જાય છે. તેમતેમ તેનો વક્રીભૂત કોણ વધતો જાય છે અને છેવટે પૂર્ણઆંતરિક પરાવર્તન અનુભવી અવલોકનકારની આંખમાં પ્રવેશે છે. આમ, અવલોકનકારને Dનું પ્રતિબિંબ D' સ્થાને દેખાય છે, તેથી અવલોકનકારને પાણીની સપાટી પર પ્રતિબિંબ રચાયું હોય તેમ દેખાય છે. આ ઘટનાને મરીચિકા અથવા મૃગજળ કહે છે.

(4) ઑપ્ટિકલ ફાઈબર્સ (Optical Fibres) : પૂર્ણઆંતરિક પરાવર્તનની ઘટનાનો ઉપયોગ ઓપ્ટિકલ ફાઇબર્સમાં થાય છે. ગ્લાસ કે ફ્યુઝ્ડ ક્વાર્ટ્ઝમાંથી આશરે 10 to 100 μm વ્યાસવાળા પાતળા અને લાંબા ફાઇબર્સ બનાવવામાં આવે છે. દરેક ફાઇબર્સની બહારની બાજુએ ફાઇબરની કૉરના વક્રીભવનાંક (n_2) કરતાં ઓછા વક્રીભવનાંકવાળા (n_1) દ્રવ્યનું આવરણ (Cladding) રાખવામાં આવે છે. અત્રે, $n_2 > n_1$.

ક્લેડિંગની ગેરહાજરીમાં ફાઇબરની સપાટી પરના ધૂળના કણો કે ઑઇલ કે બીજી અશુદ્ધિઓના કારણે થોડોક પ્રકાશ લીક (Leak) થઈ જાત. હવે 1 મીટર અંતરમાં તો પ્રકાશનું હજારો વાર પરાવર્તન થતું હોય છે. આ સ્થિતિમાં આવું લીકેજ થાય તો પ્રકાશ લાંબા અંતરે પહોંચાડી શકાય નહીં. ક્લેડિંગ કરવાથી આવું લીકેજ અટકાવી શકાય છે.



આકૃતિ 6.12 ઑપ્ટિકલ ફાઈબરની રેખાકૃતિ

આકૃતિ 6.12માં દર્શાવ્યા મુજબ એક કિરણ હવામાંથી ફાઇબરની અક્ષ સાથે θ_i કોણ બનાવતી દિશામાં આપાત થાય છે. θ_f એ વક્રીભૂત કોણ છે. આકૃતિમાં દર્શાવ્યા મુજબ, આ કિરણ ફાઇબરની દીવાલ ઉપર $(90^o - \theta_f)$ કોણે આપાત થાય છે. સ્પષ્ટ જ છે કે જો $(90^o - \theta_f)$નું મૂલ્ય ફાઇબર-હવા (અથવા ક્લેડિંગ) આંતરપૃષ્ઠ માટેના ક્રાંતિકોણ કરતાં મોટું હોય, તો જ પૂર્ણઆંતરિક પરાવર્તન

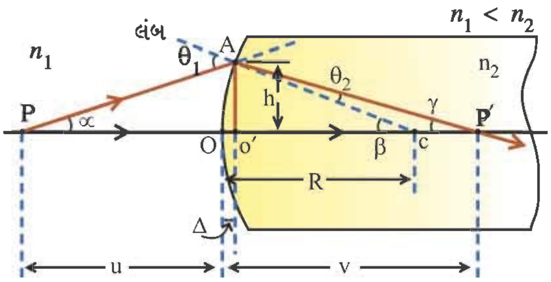
શક્ય બનશે. ટૂંકમાં, $(90^\circ - \theta_f)$નું મૂલ્ય જેટલું વધુ તેટલું પૂર્ણઆંતરિક પરાવર્તન થવાની શક્યતા વધારે. અર્થાત્ θ_f નું નાનું મૂલ્ય ઇચ્છવાયોગ્ય છે. આ હકીકત દર્શાવે છે કે θ_i જેટલો નાનો તેટલી પૂર્ણઆંતરિક પરાવર્તન થવાની શક્યતા વધારે. આમ, આપેલા ફાઇબર માટે θ_iનું મૂલ્ય અમુક કરતાં વધારે ન હોવું જોઈએ. પૂર્ણઆંતરિક પરાવર્તન થવા માટેની ઉપર્યુક્ત શરત, ફાઇબરના દ્રવ્યના વક્રીભવનાંકના સંદર્ભમાં પણ આપી શકાય છે.

આપણે જોયું કે $(90^\circ - \theta_f)$નું મૂલ્ય ક્રાંતિકોણ કરતાં મોટું હોવું જોઈએ. આ દૃષ્ટિએ વિચારીએ, તો ક્રાંતિકોણનું મૂલ્ય જેટલું નાનું તેટલી પૂર્ણઆંતરિક પરાવર્તન થવાની શક્યતા વધારે.

હવે, $\sin C = \frac{1}{n}$ સૂત્ર દર્શાવે છે કે C નાનો જોઈતો હોય, તો nનું મૂલ્ય મોટું હોવું જોઈએ. આમ, ઑપ્ટિકલ ફાઈબર બનાવવા માટે વપરાતાં દ્રવ્યો માટે nનું મૂલ્ય કંઈક ઓછામાં ઓછા મૂલ્ય કરતાં વધારે હોવું જોઈએ. ઉપર્યુક્ત ચર્ચામાં ફાઈબરની બહારનું માધ્યમ હવા છે તેમ ધારેલ છે.

6.8 ગોળીય વક્રસપાટી પાસે થતું વક્રીભવન (Refraction at a Spherically Curved Surface)

પરાવર્તન અને વક્રીભવન એમ બંને દ્વારા પ્રતિબિંબો રચી શકાય છે. આપણે અહીં ગોળીય વક્રસપાટી (એટલે કે જુદા-જુદા વક્રીભવનાંક ધરાવતાં બે પારદર્શક માધ્યમો વચ્ચેના વક્ર-આંતરપૃષ્ઠ) દ્વારા વક્રીભવનનો અભ્યાસ કરીશું.



આકૃતિ 6.13 બહિર્ગોળ સપાટી દ્વારા વક્રીભવન

હવેની ચર્ચામાં આપણે માત્ર પેરેક્સિઅલ કિરણો દ્વારા જ વક્ર સપાટી પાસે થતા વક્રીભવનનો વિચાર કરીશું. તેના પરથી લેન્સ દ્વારા થતા પ્રતિબિંબની રચના સમજી શકાશે. અલબત્ત, લેન્સને બે વક્ર સપાટીઓ હોય છે. આપણે કાર્તેઝિયન સંજ્ઞા પદ્ધતિનો ઉપયોગ કરીશું અને વક્રસપાટી એ મોટા ગોળાનો ભાગ છે તેમ વિચારીશું.

આકૃતિમાં દર્શાવ્યા પ્રમાણે O એ વક્રસપાટીનું મધ્યબિંદુ, C વક્રસપાટીનું વક્રતાકેન્દ્ર, OC એ વક્રતાત્રિજ્યા છે. બિંદુવત્ વસ્તુ P એ અક્ષ પર u જેટલા અંતરે મૂકેલ છે.

વસ્તુનું પ્રતિબિંબ રચવા માટે બે કિરણો PO અને PAને ધ્યાનમાં લો.

કિરણ PO માટે આપાતકોણ શૂન્ય હોવાથી, સ્નેલના નિયમાનુસાર તે વળ્યા વગર OCP' માર્ગે આગળ વધશે.

કિરણ PA એ સપાટી પર A બિંદુ આગળ સંપાત થાય છે. AC એ A બિંદુ આગળ દોરેલ લંબ છે. θ_1 એ આપાતકોણ છે. ધારો કે માધ્યમ-1નો વક્રીભવનાંક (n_1) એ માધ્યમ-2ના વક્રીભવનાંક (n_2) કરતાં ઓછો છે. પરિણામે, વક્રીભૂત કિરણ લંબ તરફ વાંકું વળી AP' માર્ગે આગળ વધશે. α, β અને γ અનુક્રમે આપાતકિરણ, વક્રીભૂત કિરણ અને આપાતબિંદુએ દોરેલા લંબ અને મુખ્ય અક્ષ સાથે રચાતા ખૂણાઓ છે.

બંને વક્રીભૂત કિરણો OP' અને AP' બિંદુ P' આગળ મળશે અને વસ્તુ Pનું બિંદુવત્ પ્રતિબિંબ રચશે. અહીં, θ_2 એ વક્રીભૂત કોણ છે.

બિંદુ A આગળ સ્નેલનો નિયમ લગાવતાં,

$$n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2 \tag{6.8.1}$$

અત્રે આપણે પેરેક્સિઅલ કિરણો વિચારેલ હોવાથી, θ_1 અને θ_2 (રેડિયનમાં) અત્યંત નાના થશે.

$$\therefore\ n_1\theta_1 = n_2\theta_2 \tag{6.8.2}$$

આકૃતિ પરથી, θ_1 એ ΔPAC માટે બહિષ્કોણ થશે.

$$\therefore\ \theta_1 = \alpha + \beta \tag{6.8.3}$$

તે જ રીતે, β એ $\Delta CP'A$ માટે બહિષ્કોણ હોવાથી,

$\therefore\ \beta = \theta_2 + \gamma$

$\therefore\ \theta_2 = \beta - \gamma$ (6.8.4)

સમીકરણ (6.8.3) અને (6.8.4)નો ઉપયોગ સમીકરણ (6.8.2)માં કરતાં,

$n_1(\alpha + \beta) = n_2(\beta - \gamma)$

$n_1\alpha + n_2\gamma = (n_2 - n_1)\beta$ (6.8.5)

કાટકોણ $\Delta O'P'A$ પરથી, $\tan\gamma \approx \gamma = \frac{h}{v-\Delta}$ (6.8.6)

જ્યાં, v = પ્રતિબિંબ-અંતર

કાટકોણ ત્રિકોણ $\Delta O'CA$ પરથી, $\tan\beta \approx \beta = \frac{h}{R-\Delta}$ (6.8.7)

અને $\Delta PAO'$ પરથી, $\tan\alpha \approx \alpha = \frac{h}{-u+\Delta}$ (6.8.8)

જ્યાં $u \rightarrow -u$, વસ્તુ-અંતર (સંજ્ઞાપદ્ધતિ પ્રમાણે)

અત્રે વિચારેલ વક્રસપાટી એ કોઈ ગોળામાંથી કાપેલો નાનો ભાગ છે, તેથી Δનું મૂલ્ય R, u અને vની સરખામણીમાં અવગણી શકાય તેટલું હશે.

$\therefore\ \gamma \approx \frac{h}{v},\ \beta = \frac{h}{R}$ અને $\alpha = \frac{h}{-u}$ (6.8.9)

સમીકરણો (6.8.5) અને (6.8.9) પરથી, $n_1\left(\frac{h}{-u}\right) + n_2\left(\frac{h}{v}\right) = (n_2 - n_1).\frac{h}{R}$

$\therefore\ \frac{-n_1}{u} + \frac{n_2}{v} = \frac{(n_2-n_1)}{R}$ (6.8.10)

સમીકરણ (6.8.10) એ અંતર્ગોળ સપાટી માટે પણ સાચું છે. સમીકરણ (6.8.10) એ વસ્તુ-અંતર, પ્રતિબિંબ અંતર અને વક્રસપાટીની વક્રતાત્રિજ્યાને સાંકળતું વ્યાપક સમીકરણ છે. આ સમીકરણ **પાતળા માધ્યમ (n_1 વક્રીભવનાંક ધરાવતા)માં પ્રસરીને ઘટ્ટ માધ્યમ (n_2 વક્રીભવનાંક ધરાવતા)**માં વક્રીભૂત થતા કિરણ માટે મેળવેલું છે. આ જ રીતે જ્યારે કિરણ **ઘટ્ટ માધ્યમ (n_2 વક્રીભવનાંક ધરાવતા)માંથી પાતળા માધ્યમ (n_1 વક્રીભવનાંક ધરાવતા)**માં પ્રસરતું હોય તો સ્નેલના નિયમનો ઉપયોગ કરી નીચે મુજબનું સમીકરણ મેળવી શકાય છે.

$\frac{-n_2}{u} + \frac{n_1}{v} = \frac{(n_1-n_2)}{R}$ (6.8.11)

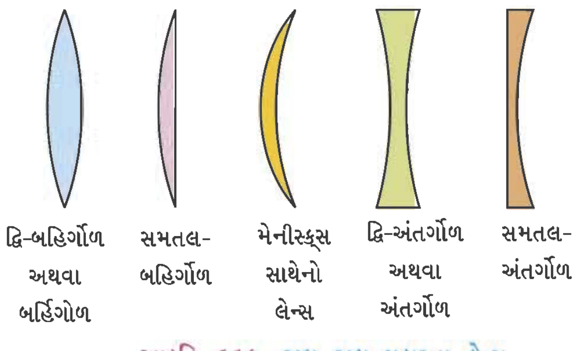
કિસ્સો : જો સપાટી સમતલ હોય, તો (સમતલ કાચનું ચોસલું) એટલે કે, $R = \infty$ માટે સમીકરણ (6.8.10) પરથી,

$\frac{+n_1}{u} = \frac{n_2}{v}$ અથવા $\frac{v}{u} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{h'}{h}$ (મોટવણી માટેનો મુદ્દો જુઓ).

પ્રતિબિંબ સાચું કે આભાસી મળશે તે સંજ્ઞાપ્રણાલી દ્વારા નક્કી થઈ શકે છે. જો પ્રતિબિંબ-અંતર ધન હોય, એટલે કે પ્રતિબિંબ એ બિંદુ Oની જમણી બાજુ પર હોય, તો તે સાચું પ્રતિબિંબ હશે અથવા તેનાથી ઊલટું.

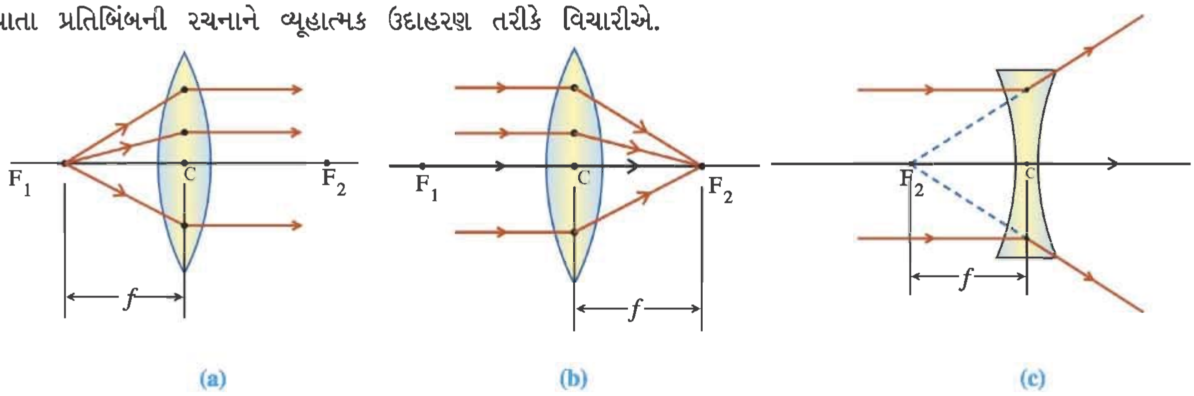
6.9 ગોળીય (વક્ર) લેન્સ (Spherical Lenses)

સામાન્ય રીતે બે વક્રીભવનકારક સપાટીઓ ઘેરાતા અને પ્રતિબિંબ રચી શકે તેવા ઉપકરણને લેન્સ કહે છે. આ બે સપાટીઓ પૈકીની એક સપાટી તો વક્ર હોવી જ જોઈએ. દા.ત., નીચેની આકૃતિમાં જુદા-જુદા પ્રકારના લેન્સ દર્શાવ્યા છે :



આકૃતિ 6.14 જુદા જુદા પ્રકારના લેન્સ

ગોળીય સપાટીની રચના સહેલાઈથી થઈ શકતી હોવાથી, આપણે સૌ પ્રથમ ગોળીય લેન્સ અથવા ક્રિસ્ટલ બૉલથી રચાતા પ્રતિબિંબની રચનાને વ્યૂહાત્મક ઉદાહરણ તરીકે વિચારીએ.



આકૃતિ 6.15 પાતળા લેન્સનું મુખ્ય કેન્દ્ર

બિંદુવત્ વસ્તુને બહિર્ગોળ લેન્સની મુખ્ય અક્ષ પર મૂકતાં, જો વક્રીભૂત કિરણો મુખ્ય અક્ષને સમાંતર બને આકૃતિ (a), તો વસ્તુના આ સ્થાનને લેન્સનું **પ્રથમ મુખ્ય કેન્દ્ર** (F_1) **(First Principal Focus)** કહે છે.

જો વસ્તુ અનંત અંતરે ($u = \infty$) (આકૃતિ (b) અને (c)) હોય તો, વક્રીભૂત કિરણો બહિર્ગોળ (અથવા અંતર્ગોળ લેન્સ) માટે જ્યાં મળે (અથવા મળતાં હોય તેવો ભાસ થાય) તો તે બિંદુને **દ્વિતીય મુખ્ય કેન્દ્ર** (F_2) **(Second Principal Focus)** કહે છે.

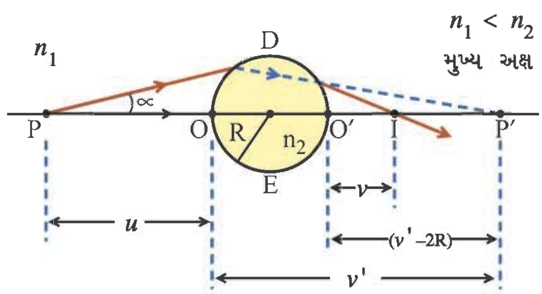
લેન્સના ભૌમિતિક કેન્દ્રને લેન્સનું **ઑપ્ટિલ કેન્દ્ર (Optical Centre)** (C) કહે છે.

લેન્સના ઑપ્ટિકલ કેન્દ્ર (c) અને મુખ્ય કેન્દ્ર વચ્ચેના અંતરને કેન્દ્રલંબાઈ (f) કહે છે.

સંજ્ઞા પ્રણાલી મુજબ બહિર્ગોળ લેન્સ માટે f ધન અને અંતર્ગોળ લેન્સ માટે ઋણ બને છે.

ઉદાહરણ 8 : ક્રિસ્ટલ બૉલ (ગોળીય લેન્સ)ના કિસ્સામાં પ્રતિબિંબ-અંતરને વક્રતાત્રિજ્યાના પદમાં મેળવો.

ઉકેલ : અત્રે, બિંદુવત્ વસ્તુ Pમાંથી આવતાં કિરણોનાં સપાટી DOE અને DO'E એમ બે વાર અનુક્રમે વક્રીભવન થાય છે, અને ત્યાર બાદ અંતિમ પ્રતિબિંબ રચાય છે, પરંતુ સમજવા ખાતર, આપણે બંને સપાટી પરથી થતા વક્રીભવનાંકનો અલગ-અલગ વિચાર કરી શકીએ. વક્રસપાટી પરથી થતા વક્રીભવનાંકના સૂત્ર (સમીકરણ 6.8.10)નો બંને સપાટી માટે ઉપયોગ કરી (અંતિમ) પ્રતિબિંબનું સ્થાન નક્કી કરી શકીએ.



સપાટી DOE માટે,

$$\frac{-n_1}{(-u)} + \frac{n_2}{v'} = \frac{(n_2 - n_1)}{R}. \qquad (1)$$

(અહીં આપણે કાર્તેઝિયન સંજ્ઞાપદ્ધતિ વાપરીશું.)

ધારો કે, $u > R$. આ કિસ્સામાં v' એ મોટા મૂલ્યનું અને ધન હશે. એટલે કે બિંદુવત્ વસ્તુ Pનું સપાટી DOE દ્વારા મળતું પ્રતિબિંબ ગોળાની જમણી બાજુ P' સ્થાને મળશે.

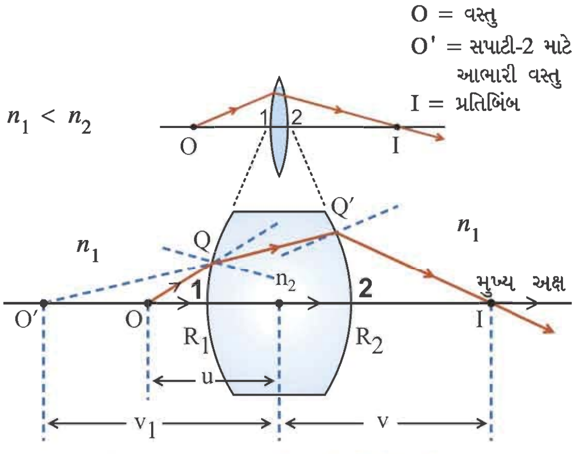
હવે, સપાટી DO'E માટે, આ પ્રતિબિંબ P' એ આભાસી વસ્તુ તરીકે વર્તે છે. તેથી, સપાટી DO'E માટે,

$$\frac{-n_1}{(v' - 2R)} + \frac{n_2}{v} = \left(\frac{n_1 - n_2}{R}\right) \qquad (2)$$

પરંતુ, v' ઘણું મોટું હોવાથી, $(v' - 2R)$ એ ધન બનશે, તેથી v પણ ધન મળશે. એટલે કે અંતિમ પ્રતિબિંબ સપાટી DO'Eની જમણી બાજુ રચાશે.

6.9.1 પાતળો લેન્સ (Thin Lens) : એવો લેન્સ કે જેના કિસ્સામાં વસ્તુ-અંતર, પ્રતિબિંબ-અંતર અને

વક્રતાત્રિજ્યાની સરખામણીમાં બે વક્રસપાટીઓ વચ્ચેનું અંતર અવગણી શકાય તેટલું નાનું હોય તેને **પાતળો લેન્સ** કહે છે. વ્યાપક સ્વરૂપે, બંને વક્રસપાટીઓ માટે વક્રતાત્રિજ્યાનું મૂલ્ય સમાન હોય તેવું જરૂરી નથી. લેન્સ પાતળો હોવાથી બધાં જ અંતરો લેન્સની કોઈ પણ સપાટીથી કે કેન્દ્રથી માપી શકાય છે.



આકૃતિ 6.17 પાતળા લેન્સથી પ્રતિબિંબની રચના

પાતળા લેન્સ માટે વસ્તુ-અંતર, પ્રતિબિંબ-અંતર અને વક્રતાત્રિજ્યાઓ વચ્ચેનો સંબંધ મેળવવા માટે નીચેની આકૃતિ 6.17ને લો.

પાતળા લેન્સથી અંતિમ પ્રતિબિંબ કેવી રીતે રચાય છે તે સમજવા માટે બંને વક્રીભવનકારક સપાટીઓને એકબીજાથી દૂર ખસેલી વિચારો. આમ, અંતિમ પ્રતિબિંબ એ પહેલા સપાટી-1 અને ત્યાર બાદ સપાટી-2 દ્વારા થતા વક્રીભવનને કારણે છે, તેમ ગણી શકાય.

અત્રે વસ્તુ O, n_1 વક્રીભવનાંક ધરાવતા માધ્યમમાં છે. આપાત કિરણ OQ, સપાટી-1 પરથી n_2 વક્રીભવનાંક ધરાવતાં ઘટ્ટ માધ્યમમાં વક્રીભૂત થાય છે (અહીં $n_2 > n_1$) અને પ્રતિબિંબ O' આગળ રચાય છે.

સપાટી-1 આગળના વક્રીભવન માટે સમીકરણ (6.8.10)નો ઉપયોગ કરતાં,

$$\frac{-n_1}{u} + \frac{n_2}{v_1} = \frac{(n_2 - n_1)}{R_1} \qquad (6.9.1)$$

જ્યાં, u = વસ્તુ અંતર અને v_1 = પ્રતિબિંબ અંતર.

આ પ્રતિબિંબ O' એ સપાટી-2 માટે આભાસી વસ્તુ તરીકે વર્તે છે. સપાટી-2 માટે QQ' કિરણ ઘટ્ટ માધ્યમમાંથી પ્રસરીને પાતળા માધ્યમમાં વક્રીભૂત થાય છે અને O માંથી અક્ષ પર આવતા કિરણને I પર મળે છે. આમ I એ અંતિમ પ્રતિબિંબ છે.

સપાટી-2 આગળના વક્રીભવન માટે સમીકરણ (6.8.11)નો ઉપયોગ કરતાં,

$$\frac{-n_2}{v_1} + \frac{n_1}{v} = \frac{(n_1 - n_2)}{R_2} = \frac{(n_2 - n_1)}{-R_2} \qquad (6.9.2)$$

અહીં, v_1 = સપાટી-2 માટેનું વસ્તુ અંતર અને v = પ્રતિબિંબ અંતર.

સમીકરણો (6.9.1) અને (6.9.2)નો સરવાળો કરતાં,

$$\frac{-n_1}{u} + \frac{n_1}{v} = (n_2 - n_1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$$

$$\therefore \frac{-1}{u} + \frac{1}{v} = \left(\frac{n_2 - n_1}{n_1}\right)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) \qquad (6.9.3)$$

સમીકરણ (6.9.3) એ જોઈતું સમીકરણ છે. વ્યવહારમાં તેનો ઉપયોગ કરતી વખતે યોગ્ય સંજ્ઞા પ્રણાલી વાપરવી પડશે.

6.9.2 લેન્સ-મેકર્સ સૂત્ર (Lens-Maker's Formula) :

જો લેન્સની બંને બાજુનાં માધ્યમો એક જ હોય અને ધારો કે વસ્તુ અનંત અંતરે હોય તો, સમીકરણ (6.9.3) પરથી, (અર્થાત્ $u = \infty$) તો, $v = f$.

$$\frac{1}{-\infty} + \frac{1}{f} = \left(\frac{n_2 - n_1}{n_1}\right)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$$

$$\therefore \frac{1}{f} = \left(\frac{n_2 - n_1}{n_1}\right)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) \qquad (6.9.4)$$

સમીકરણ (6.9.4)ને **લેન્સ-મેકર્સ**નું સૂત્ર કહે છે. તે લેન્સની કેન્દ્રલંબાઈ અને વક્રતાત્રિજ્યાઓ વચ્ચેનો સંબંધ દર્શાવે છે, તેથી તેને લેન્સ-મેકર્સનું સૂત્ર કહે છે.

સમીકરણો (6.9.3) અને (6.9.4)ને સરખાવતાં, $\frac{-1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{1}{f}$ (6.9.5)

આ સમીકરણને લેન્સ માટે **ગાઉસ**નું સૂત્ર કહે છે.

સમીકરણ (6.9.4) પરથી જોઈ શકાય છે કે જો પાતળા લેન્સની બાજુઓ ઉલટાવી દેવામાં આવે, એટલે કે, R_1 અને R_2 અદલ-બદલ કરવામાં આવે, તોપણ યોગ્ય સંજ્ઞાપ્રણાલી દ્વારા fનું મૂલ્ય સમાન જ મળે છે. આમ, પાતળા લેન્સ માટે કેન્દ્રલંબાઈનું મૂલ્ય સપાટીના ક્રમ પર આધારિત નથી. જો માધ્યમ-1 એ હવા (એટલે કે, $n_1 = 1$) અને ધારો કે માધ્યમ-2નો વક્રીભવનાંક n_2 હોય, તો (6.9.4) સમીકરણ,

$$\frac{1}{f} = (n - 1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) \tag{6.9.6}$$

માત્ર જાણકારી માટે : લેન્સ-મેકર્સ સૂત્રનું સૌથી વ્યાપક સ્વરૂપ નીચે મુજબ છે.

$$\frac{1}{f} = (n - 1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) + \frac{n-1}{n}\,\frac{t}{R_1 \cdot R_2};$$

જ્યાં, t એ લેન્સની જાડાઈ છે. પાતળા લેન્સ માટે t અવગણી શકાય તેવો હોય છે, તેથી સમીકરણ (6.9.6) મળી જાય. ઉપર્યુક્ત સમીકરણ એ પણ સૂચવે છે કે જાડા લેન્સ માટે, એટલે કે મોટા t માટે અને નાના R_1 અને R_2 માટે, બીજું પદ અવગણી શકાશે નહીં. આમ, જાડા લેન્સ માટે f નાની થશે, એટલે કે જાડા લેન્સ એ આપાતકિરણને પ્રબળતાથી કેન્દ્રિત કે વિકેન્દ્રિત કરશે.

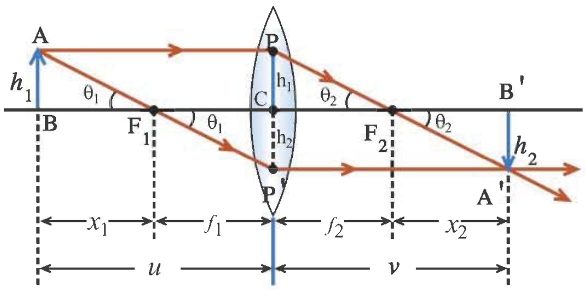
6.9.3 ન્યૂટનનું સૂત્ર (Newton's Formula) : આપણે ઉપર જોયું કે લેન્સ-મેકર્સનું સૂત્ર એ લેન્સની વક્રતાત્રિજ્યાઓ અને વક્રીભવનાંકને કેન્દ્રલંબાઈ સાથે સાંકળે છે. આપણે કેન્દ્રલંબાઈ માટે વસ્તુ-અંતર અને પ્રતિબિંબ-અંતરને સાંકળતું સૂત્ર પણ તારવી શકીએ, જેને આપણે **લેન્સ ઉપભોક્તા સૂત્ર** (Lens User's Formula) અથવા **ન્યૂટન**નું સૂત્ર કહીશું.

લેન્સની ડાબી બાજુ પરથી, ΔABF_1 અને $\Delta CF_1P'$ સમરૂપ ત્રિકોણો છે, તેથી

$$\frac{h_1}{x_1} = \frac{h_2}{f_1} \text{ (ફક્ત મૂલ્યો લખતાં)} \tag{6.9.7}$$

તે જ રીતે, લેન્સની જમણી બાજુ માટે,

$$\frac{h_1}{f_2} = \frac{h_2}{x_2} \tag{6.9.8}$$



આકૃતિ 6.18 બહિર્ગોળ લેન્સ માટે એક્સ્ટ્રા ફોકલ અંતરો

બંને સમીકરણોને $\frac{h_1}{h_2}$ માટે સંયુક્ત રીતે લખતાં,

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{x_1}{f_1} = \frac{f_2}{x_2} \tag{6.9.9}$$

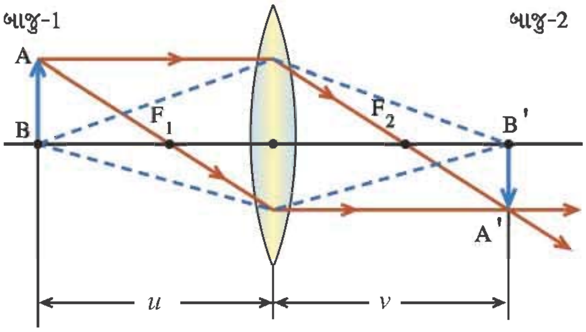
$$\therefore\ x_1x_2 = f_1f_2 \tag{6.9.10}$$

સમીકરણ (6.9.10)ને ન્યૂટનનું સૂત્ર કહે છે. અત્રે x_1 અને x_2ને અનુક્રમે **એક્સ્ટ્રા ફોકલ વસ્તુ-અંતર** (Extra Focal Object Distance) અને **એક્સ્ટ્રા ફોકલ પ્રતિબિંબ-અંતર** (Extra Focal Image Distance) કહે છે. આ અંતરો લેન્સને બદલે તેના મુખ્ય કેન્દ્રથી મળતાં હોવાથી ન્યૂટનનું સૂત્ર જાડા અને પાતળા એમ બંને લેન્સ માટે સમાન રીતે વાપરી શકાય છે.

જ્યારે, $f_1 = f_2 = f$ (ધારો કે) હોય ત્યારે સમીકરણ (6.9.10) પરથી,

$$x_1x_2 = f^2 \tag{6.9.11}$$

6.9.4 સંલગ્નિત બિંદુઓ અને સંલગ્નિત અંતરો (Conjugate Points and Conjugate Distances)



આકૃતિ 6.19 કૉન્જ્યુગેટ બિંદુઓ અને અંતરો

આકૃતિમાં દર્શાવ્યા પ્રમાણે બિંદુઓ A અને Bમાંથી નીકળતાં બધાં જ કિરણો અનુક્રમે બિંદુઓ A' અને B' પર કેન્દ્રિત કરવામાં આવે છે. આમ, A'B' એ વસ્તુ ABનું પ્રતિબિંબ છે. કિરણોની પ્રતિવર્તતા (Reversibilty)નો ગુણધર્મ વસ્તુ અને તેના પ્રતિબિંબનાં સ્થાનની અદલાબદલી કરવાની છૂટ આપે છે. અર્થાત્, જો A'B' વસ્તુ હોય, તો AB પ્રતિબિંબ બનત. આમ, વસ્તુ અને પ્રતિબિંબ એકબીજાના **સંલગ્નિત (Conjugate)** થાય. બિંદુઓ A અને A' તથા B અને B'ને **સંલગ્નિત બિંદુઓ (Conjugate Points)** કહે છે.

હવે, પ્રતિબિંબ-અંતરને વસ્તુ-અંતર જેટલું રાખતા પ્રતિબિંબ એ વસ્તુ-અંતરે રચાય છે. અર્થાત્, વસ્તુ-અંતર અને પ્રતિબિંબ-અંતરો એકબીજાંનાં **સંલગ્નિત અંતરો (Conjugate Distances)** થશે.

6.10 મોટવણી (Magnification)

વસ્તુનું મોટું પ્રતિબિંબ મેળવા માટે બહિર્ગોળ લેન્સનો ઉપયોગ કરવા માટે આવે છે.

$$\text{મોટવણી, } m = \frac{\text{પ્રતિબિંબનું કદ}}{\text{વસ્તુનું કદ}} \qquad (6.10.1)$$

ત્રિપારિમાણિક વસ્તુ માટે પ્રતિબિંબ પણ ત્રિપારિમાણીય હોય છે, તેથી મોટવણી પણ ત્રણ પ્રકારની હોય છે : લેટરલ મૅગ્નિફિકેશન, લૉન્જિટ્યુડ્નલ મૅગ્નિફિકેશન અને કોણીય (Angular) મૅગ્નિફિકેશન. આપણે ફક્ત લેટરલ મૅગ્નિફિકેશનની ચર્ચા કરીશું.

લેટરલ મૅગ્નિફિકેશન : લેટરલ મૅગ્નિફિકેશનને ટ્રાન્સવર્ઝ મૅગ્નિફિકેશન પણ કહેવામાં આવે છે. તેને પ્રતિબિંબની ઊંચાઈ (h_2) અને વસ્તુની ઊંચાઈ (h_1)ના ગુણોત્તરથી વ્યાખ્યાયીત કરવામાં આવે છે. આકૃતિ 6.18 પરથી,

$$|m| = \frac{h_2}{h_1} \qquad (6.10.2)$$

કાર્તેઝિયન સંજ્ઞાપ્રણાલી પ્રમાણે મુખ્ય અક્ષની ઉપર તરફની ઊંચાઈ ધન જ્યારે નીચે તરફની ઊંચાઈઓ ઋણ ગણવામાં આવે છે. તેથી સીધા પ્રતિબિંબ માટે લેટરલ મોટવણીનું મૂલ્ય ધન જ્યારે ઉલટાયેલા પ્રતિબિંબ માટે તે ઋણ હોય છે. વળી, આકૃતિ 6.18 પરથી,

$$\frac{h_1}{u} = \frac{h_2}{v} \quad \text{(ફક્ત મૂલ્યો લખતાં)}$$

$$\therefore\ m = \frac{h_2}{h_1} = \frac{v}{u} \qquad (6.10.3)$$

સમીકરણ (6.9.10) પરથી,

$$m = \frac{h_2}{h_1} = \frac{f_1}{x_1} = \frac{x_2}{f_2} \qquad (6.10.4)$$

6.11 લેન્સનો પાવર (Power of a Lens)

લેન્સની કેન્દ્રિત કે વિકેન્દ્રિત કરવાની ક્ષમતાને લેન્સનો પાવર કહે છે. લેન્સ-મેકર્સનું વ્યાપક સ્વરૂપ સૂચવે છે કે જાડા લેન્સ માટે કેન્દ્રલંબાઈ નાની અને તેથી તેની કેન્દ્રિત અથવા વિકેન્દ્રિત કરવાની ક્ષમતા વધારે. આમ, કેન્દ્રિત કે વિકેન્દ્રિત કરવાની ક્ષમતા એ લેન્સની કેન્દ્રલંબાઈના વ્યસ્ત પ્રમાણમાં હોય છે.

$$\therefore\ \text{લેન્સનો પાવર, } P = \frac{1}{f} \qquad (6.11.1)$$

બહિર્ગોળ લેન્સ માટે પાવરનું મૂલ્ય ધન, જ્યારે અંતર્ગોળ લેન્સ માટે તે ઋણ હોય છે.

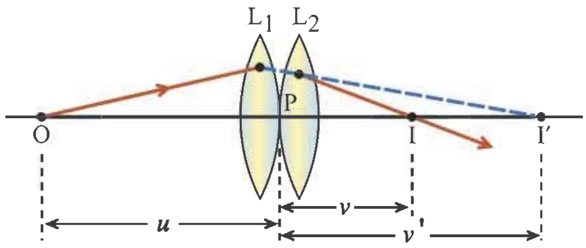
તેનો SI એકમ m^{-1} અથવા Diopter (D) છે.

એટલે કે, 1D = 1 m^{-1}

જ્યારે Optician + 2.0 Dના લેન્સનું Prescription આપે, ત્યારે તેનો અર્થ એ થયો કે $\frac{1}{2}$ = 0.5 m કેન્દ્રલંબાઈ ધરાવતો બહિર્ગોળ લેન્સ.

6.12 સંપર્કમાં રહેલા પાતળા લેન્સનું સંયોજન (Combination of Thin Lenses in Contact)

સંપર્કમાં રહેલા બે પાતળા લેન્સ L_1 અને L_2થી બનતું એક સરળ પ્રકાશીય તંત્ર વિચારો. ધારો કે લેન્સની કેન્દ્રલંબાઈ અનુક્રમે f_1 અને f_2 છે. આવા પ્રકાશીય તંત્ર માટે, પ્રથમ લેન્સને કારણે મળતું પ્રતિબિંબ બીજા લેન્સ માટે વસ્તુ તરીકે વર્તે છે, અને છેવટે આપણને સંયુક્ત તંત્ર દ્વારા પ્રતિબિંબ મળે છે. હવે, આપણે બન્ને લેન્સની સમતુલ્ય કેન્દ્રલંબાઈ માટેનું સૂત્ર તારવીશું.



આકૃતિ 6.20 પાતળા લેન્સનું સંયોજન

આકૃતિ 6.20ને અનુસરતા, બિંદુવત્ વસ્તુનું સંપર્કમાં રહેલા બે પાતળા લેન્સથી અંતિમ પ્રતિબિંબ (I) રચાય છે તેમ વિચારો.

લેન્સ L_1 માટે ગૉસનું સૂત્ર વાપરતાં, $-\frac{1}{u} + \frac{1}{v'} = \frac{1}{f_1}$ (6.12.1)

લેન્સ L_2 માટે, $-\frac{1}{v'} + \frac{1}{v} = \frac{1}{f_2}$ (6.12.2)

બંને સમીકરણોનો સરવાળો કરતાં, $-\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}$ (6.12.3)

જો આપણે એવું ધારીએ કે પરિણામી પ્રતિબિંબ એ કોઈ એક સમતુલ્ય લેન્સને કારણે છે, તો તેની કેન્દ્રલંબાઈ f નીચેના સૂત્ર વડે અપાય :

$$\frac{1}{f} = \frac{-1}{u} + \frac{1}{v} \quad (6.12.4)$$

$$\therefore \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} = \frac{1}{f} \quad (6.12.5)$$

અથવા $f = \frac{f_1 f_2}{(f_1 + f_2)}$ (6.12.6)

સમીકરણ (6.12.5) અથવા (6.12.6) એ f_1, f_2 અને f વચ્ચેનો ગાણિતિક સંબંધ આપે છે. જુદા-જુદા લેન્સનાં સંયોજન માટેની કેન્દ્રલંબાઈ શોધવા માટે યોગ્ય સંજ્ઞાપ્રણાલીનો ઉપયોગ કરવો પડશે.

જો તંત્ર n લેન્સનું સંપર્કથી બનેલું હોય, તો સમતુલ્ય કેન્દ્રલંબાઈ,

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} + \ldots + \frac{1}{f_n} \quad (6.12.7)$$

અલગ રહેલા લેન્સ : જો બે પાતળા લેન્સ સંપર્કમાં ના હોય, અને તેમની વચ્ચે d જેટલું અંતર હોય તો, તેમના સંયોજનની સમતુલ્ય કેન્દ્રલંબાઈ નીચેના સૂત્ર વડે આપી શકાય :

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{d}{f_1 \cdot f_2} \quad (6.12.8)$$

વળી, $d - (f_1 + f_2)$ને બે લેન્સ વચ્ચેનો **પ્રકાશીય અંતરાલ** (optical interval) કહે છે.

પાવર :

$\frac{1}{f_1} = P_1 =$ લેન્સ L_1નો પાવર

$\frac{1}{f_2} = P_2 =$ લેન્સ L_2નો પાવર

આમ, સમીકરણ (6.12.8) પરથી, સંયોજનનો સમતુલ્ય પાવર,

$$P = P_1 + P_2 + ... + P_n \tag{6.12.9}$$

લેટરલ મૅગ્નિફિકેશન :

લેન્સ L_1 માટે લેટરલ મૅગ્નિફિકેશન, $m_1 = \frac{v'}{u}$.

લેન્સ L_2 માટે, $m_2 = \frac{v}{v'}$

હવે, જો સમતુલ્ય મોટવણી m હોય તો,

$$m = \frac{v}{u} = \frac{v'}{u} \times \frac{v}{v'}$$

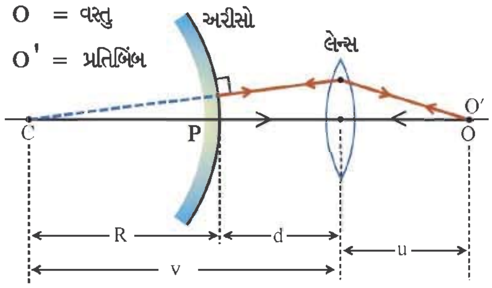
$$m = m_1 \times m_2$$

n - લેન્સના સંયોજન માટે, $m = m_1 \times m_2 \times .... \times m_n$ (6.12.10)

સમીકરણ (6.12.10) સૂચવે છે કે મોટવણી વધારવા લેન્સોનું સંયોજન કરવામાં આવે છે. (દા.ત., સંયુક્ત માઇક્રોસ્કોપ)

6.13 લેન્સ અને અરીસાનું સંયોજન (Combination of Lens and Mirror)

લેન્સનાં સંયોજનો, યોગ્ય મોટવણી, પ્રતિબિંબને યોગ્ય બિંદુ આગળ કેન્દ્રિત કરવા, વગેરે માટે અગત્યનાં છે. તે જ રીતે લેન્સ અને અરીસાનાં સંયોજન પણ ઉપયોગી છે. આપણે આવું એક બહિર્ગોળ લેન્સ અને બહિર્ગોળ અરીસાનું સંયોજન વિચારીશું.



આકૃતિ 6.21 બહિર્ગોળ લેન્સની મદદથી બહિર્ગોળ અરીસાની કેન્દ્રલંબાઈ

આકૃતિ 6.21 માં દર્શાવ્યા પ્રમાણે, પ્રતિબિંબ O' એ વસ્તુ તરફની જ બાજુએ રચાય છે. આપેલ વસ્તુ-અંતર (u) માટે અરીસાનું લેન્સથી અંતર (d) એવી રીતે ગોઠવવામાં આવે કે જેથી વસ્તુનું પ્રતિબિંબ વસ્તુના જ સ્થાન આગળ રચાય (અર્થાત્ વસ્તુ અને તેના પ્રતિબિંબ વચ્ચે દૃષ્ટિસ્થાનભેદ (parallex) દૂર થાય). આ કિસ્સામાં, અરીસા પર આપાત કિરણો તેને લંબ હશે. જો અરીસો ના હોત તો પ્રતિબિંબ બિંદુ C આગળ મળત, જેનું લેન્સથી અંતર v હશે. હવે અરીસા પર આપાત કિરણો અરીસાને લંબ હોવાથી, બિંદુ C એ અરીસાનું વક્રતાકેન્દ્ર હશે.

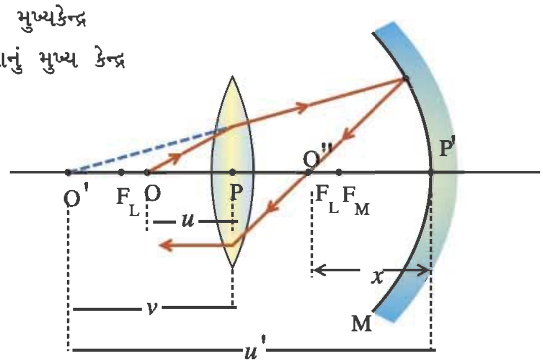
આમ, v અને dનાં મૂલ્યો માપીને, અરીસાની કેન્દ્રલંબાઈ નીચે મુજબ શોધી શકાય છે :

$$f = \frac{R}{2} = \frac{1}{2}(v - d)$$

ઉદાહરણ 9 : મુખ્ય અક્ષ સંપાત થાય તે રીતે 15 cm કેન્દ્રલંબાઈ ધરાવતો બહિર્ગોળ લેન્સ અને 20 cm કેન્દ્રલંબાઈ ધરાવતો અંતર્ગોળ અરીસો મૂકેલો છે. લેન્સથી 12 cm અંતરે બિંદુવત્ વસ્તુ રાખેલ છે. લેન્સથી વક્રીભૂત કિરણ અરીસા દ્વારા પરાવર્તન પામી વળી પાછું લેન્સ દ્વારા વક્રીભવન અનુભવે છે. જો લેન્સમાંથી છેલ્લું વક્રીભૂત કિરણ એ મુખ્ય અક્ષને સમાંતર હોય, તો અરીસા અને લેન્સ વચ્ચેનું અંતર શોધો.

F_L = લેન્સનું મુખ્યકેન્દ્ર

F_M = અરીસાનું મુખ્ય કેન્દ્ર



ઉકેલ : લેન્સને ગૉસનું સૂત્ર લગાવતાં,

$$-\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{1}{f}$$

$$\therefore \frac{1}{v} = \frac{1}{f} + \frac{1}{u}$$

$$\therefore v = \frac{u \cdot f}{u + f} = \frac{(-12)\times(15)}{-12+15}$$

(કાર્તેઝિયન સંજ્ઞાપ્રણાલી પ્રમાણે)

$$= -60 \text{ cm}$$

અત્રે, ઋણ ચિહ્ન સૂચવે છે કે પ્રતિબિંબ O' આભાસી હશે. આ પ્રતિબિંબ અરીસા માટે વસ્તુ તરીકે વર્તે છે.

અરીસા માટે વસ્તુ-અંતર

$u' = O'O'' + O''P' = (PO' + PO'') + O''P'$

$= (60 + 15) + x = (75 + x)$ cm (અરીસા માટે, PO' = vને ધન લેતાં)

અરીસા દ્વારા મળતું પ્રતિબિંબ O'' આગળ મળતું હોવાથી અરીસા માટે પ્રતિબિંબ-અંતર x થશે.

અરીસા માટે ગૉસનું સૂત્ર લગાડતાં,

$$\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{1}{f}$$

$$\therefore \frac{1}{-(75+x)} + \frac{1}{-x} = \frac{1}{-f}$$

સાદું રૂપ આપતાં, $\frac{(75+2x)}{(75+x)\cdot x} = \frac{1}{20}$

$\therefore x^2 + 35 \cdot x - 1500 = 0$

$\therefore x = 25$ cm અથવા $x = -60$ cm.

પણ ભૌતિક રીતે સ્વીકાર્ય ઉકેલ $x = 25$ cm થશે. તેથી, અરીસા અને લેન્સ વચ્ચેનું અંતર = 25 + 15 = 40 cm થશે.

ઉદાહરણ 10 : એક વસ્તુ અને પડદા વચ્ચેનું અંતર d છે. સાબિત કરો કે પાતળા બહિર્ગોળ લેન્સની એવી બે સ્થિતિઓ શક્ય છે કે જેથી વસ્તુનું પ્રતિબિંબ બંને વખત પડદા પર જ મળે. આ માટેની શરત તારવો. પ્રતિબિંબ ક્યારે નહિ મળે ?

ઉકેલ : ધારો કે વસ્તુ-અંતર u છે.

$$\therefore \frac{1}{v} - \frac{1}{u} = \frac{1}{f}$$

બહિર્ગોળ લેન્સ માટે u ઋણ હોવાથી,

$$\frac{1}{v} + \frac{1}{u} = \frac{1}{f}$$

પણ, $u + v = d$ (આપેલ છે.)

$\therefore v = d - u$

$$\therefore \frac{1}{d-u} + \frac{1}{u} = \frac{1}{f}$$

$$\therefore \frac{u+d-u}{u(d-u)} = \frac{1}{f}$$

$\therefore u^2 - ud + fd = 0$

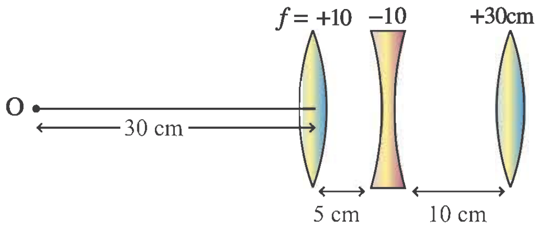
આ સમીકરણ uમાં દ્વિઘાત સમીકરણ છે. તેનાં બીજ નીચે પ્રમાણે છે :

$$u = \frac{d \pm \sqrt{d^2 - 4fd}}{2}$$

આમ, જો $d > 4f$ હોય તો u નાં બે મૂલ્યો મળે છે. જો $d < 4f$ તો, u સંકર સંખ્યા થશે અને પ્રતિબિંબ મળશે નહિ.

ઉદાહરણ 11 : આકૃતિમાં આપેલ લેન્સના સંયોજન વડે રચાતા પ્રતિબિંબનું સ્થાન નક્કી કરો.

ઉકેલ : પ્રથમ લેન્સથી મળતા પ્રતિબિંબ માટે



$$\frac{1}{v_1} - \frac{1}{u_1} = \frac{1}{f}$$

$$\therefore \frac{1}{v_1} - \frac{1}{-30} = \frac{1}{10}$$

$$\therefore v_1 = 15 \text{ cm}$$

આમ, પ્રથમ લેન્સથી પ્રતિબિંબ જમણી બાજુ 15 cm અંતરે રચાય છે. આ પ્રતિબિંબ દ્વિતીય લેન્સથી જમણી બાજુ $15 - 5 = 10$ cm અંતરે છે અને તે બીજા લેન્સ માટે આભાસી વસ્તુ તરીકે વર્તે છે.

હવે, બીજા લેન્સ માટે,

$$\frac{1}{v_2} - \frac{1}{u_2} = \frac{1}{f_2}$$

$$\therefore \frac{1}{v_2} - \frac{1}{10} = -\frac{1}{10}$$

$$\therefore v_2 = \infty$$

આ v_2 અંતર $(= \infty)$ ત્રીજા લેન્સ માટે વસ્તુ-અંતર બને છે, તેથી તેમને લીધે મળતું પ્રતિબિંબ ત્રીજા લેન્સના મુખ્ય કેન્દ્ર પર હોવું જોઈએ. હવે, ત્રીજા લેન્સની કેન્દ્રલંબાઈ 30 cm અંતરે મળે.

ઉદાહરણ 12 : પાતળા બહિર્ગોળ લેન્સ માટે સાબિત કરો કે, જ્યારે વસ્તુ અને પ્રતિબિંબની ઊંચાઈઓ સમાન હોય છે, ત્યારે વસ્તુ-અંતર અને પ્રતિબિંબ-અંતર બંને $2f$ જેટલા મૂલ્યનાં હોય છે.

ઉકેલ : અહીં, $|h| = |h'|$

$\therefore |v| = |u|$

લેન્સનું સમીકરણ

$\frac{1}{v} - \frac{1}{u} = \frac{1}{f}$ વાપરતાં,

$$\frac{1}{v} - \frac{1}{-u} = \frac{1}{f}$$

$$\therefore \frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{1}{f}$$

$$\therefore \frac{2}{v} = \frac{1}{f}$$

$$\therefore v = 2f$$

$$\therefore u = v = 2f$$

અત્રે, લેન્સથી બંને બાજુના $2f$ અંતરે રહેલાં બિંદુઓ **conjugate focii** (અનુબદ્ધ કેન્દ્રો) કહેવાય છે.

ઉદાહરણ 13 : 5D અને 4D પાવર ધરાવતા બે બહિર્ગોળ લેન્સને એકબીજાથી 5 cm અંતરે રાખેલા છે, તો આ સંયોજનની કેન્દ્રલંબાઈ અને પાવર શોધો.

ઉકેલ : પ્રથમ લેન્સ માટે કેન્દ્રલંબાઈ, $f_2 = \frac{1}{5} = 0.2 \text{ m} = 20 \text{ cm}$

બીજા લેન્સ માટે કેન્દ્રલંબાઈ, $f_2 = \frac{1}{4} = 0.25$ m = 25 cm

બે લેન્સ વચ્ચેનું અંતર, d = 5 cm

આ સંયોજનની સમતુલ્ય કેન્દ્રલંબાઈ,

$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{d}{f_1 \cdot f_2}$ પરથી

$$f = \frac{f_1 f_2}{(f_1 + f_2) - d} = \frac{20 \times 25}{(20+25)-5} = 12.5 \text{ cm}$$

અને સમતુલ્ય પાવર,

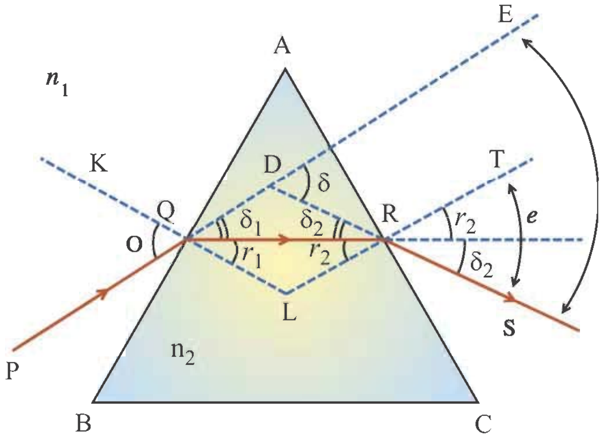
$P = (P_1 + P_2) - d.P_1P_2$

$= (5 + 4) - (0.05) \times (5)(4)$ (d SI એકમમાં લેતાં)

$\therefore$ P = 8 D અથવા $P = \frac{1}{f} = \frac{1}{0.125} = 8D$

6.14 પ્રિઝમ દ્વારા પ્રકાશનું વક્રીભવન અને વિભાજન (Refraction અને Dispersion of Light due to a Prism)

આકૃતિ 6.22માં દર્શાવ્યા અનુસાર, પ્રિઝમનો તેની લંબચોરસ સપાટીઓને લંબ એવો આડછેદ દર્શાવેલ છે. પ્રિઝમની સપાટી AB પર Q બિંદુએ એકરંગી પ્રકાશનું કિરણ PQ આપાત કરવામાં આવે છે. સ્નેલના નિયમાનુસાર તે વક્રીભવન પામી QR માર્ગે જાય છે. આમ, તે આપાતકિરણ કરતાં δ_1 જેટલું વિચલન પામે છે. આ કિરણ QR સપાટી AC પર R બિંદુએ આપાત થઈ કિરણ RS તરીકે નિર્ગમન પામે છે. તે δ_2 જેટલું વિચલન અનુભવે છે. આપાતકિરણ PQને લંબાવતા PQE આપાતકિરણ અને નિર્ગમિત કિરણ વચ્ચેનું કુલ વિચલન શોધી શકાય છે. નિર્ગમિત કિરણ RSને પાછળ લંબાવતાં PEને બિંદુ Dમાં મળે છે. આપાતકિરણ અને નિર્ગમન કિરણ વચ્ચેના કોણને **વિચલન કોણ, δ** કહે છે.



આકૃતિ 6.22 પ્રિઝમ દ્વારા વક્રીભવન

આકૃતિ 6.22માં □AQLR માટે, ∠AQL અને ∠ARL કાટકોણ છે.

$\therefore m\angle A + m\angle QLR = 180°$ (6.14.1)

અને ΔQLR માટે $r_1 + r_2 + m\angle QLR = 180°$ (6.14.2)

ઉપરોક્ત સમીકરણો સરખાવતાં,

$r_1 + r_2 + m\angle QLR = m\angle A + m\angle QLR$

$\therefore r_1 + r_2 = A$ (6.14.3)

ΔDQR માટે, $\angle EDR \equiv \angle EDS = \delta$ એ બહિષ્કોણ છે.

તેથી, $\delta = \angle DQE + \angle DRQ$

$\therefore \delta = \delta_1 + \delta_2$ (6.14.4)

પણ, $\delta_1 + r_1 = i$ ($\because$ અભિકોણ)

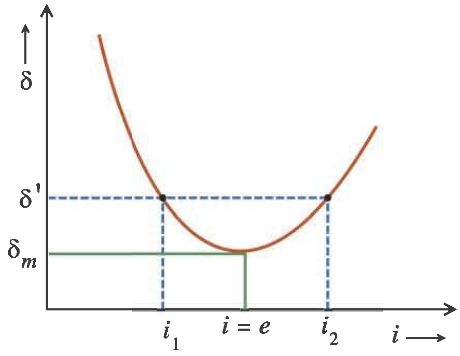
$\therefore \delta_1 = i - r_1$ (6.14.5)

તે જ રીતે, $\delta_2 = e - r_2$ (6.14.6)

$\therefore \delta = (i - r_1) + (e - r_2) = (i + e) - (r_1 + r_2)$

સમીકરણ (6.14.3)નો ઉપયોગ કરતાં,

$\delta = i + e - A$ અથવા $i + e = A + \delta$ (6.14.7)



આકૃતિ 6.23 વિચલન કોણનો આપાતકોણ સાપેક્ષ ફેરફાર

સમીકરણ (6.14.7) એ વિચલનકોણ, આપાતકોણ અને નિર્ગમન કોણ વચ્ચેનો સંબંધ આપે છે. તેને **પ્રિઝમ સમીકરણ** કહે છે.

ઉપર્યુક્ત સમીકરણ પરથી સ્પષ્ટ જ છે કે આપેલા પ્રિઝમ માટે વિચલનકોણનું મૂલ્ય આપાતકોણ iના મૂલ્ય પર આધાર રાખે છે. ફક્ત સમજવા ખાતર, સમબાજુ પ્રિઝમ માટે આપાતકોણને અનુરૂપ માપેલા વિચલનકોણનો આલેખ આકૃતિ 6.23માં દર્શાવેલ છે.

આલેખ પરથી જોઈ શકાય છે કે આપાતકોણનાં કોઈ બે મૂલ્યો (i_1 અને i_2) માટે એકસમાન વિચલનકોણ δ' મળે છે. આ હકીકત પ્રકાશ-કિરણની પ્રતિવર્તતા પરથી સમજી શકાય છે.

ધારો કે આપાતકિરણ PQને બદલે SR હોય તો, વક્રીભૂતકિરણ એ તદ્દન ઊલટો પથ, SRQPને અનુસરતાં નિર્ગમન કિરણ PQ થાય. આ કિસ્સામાં પણ વિચલન કોણ તો સમાન જ રહેશે. પરંતુ કોઈ એક ચોક્કસ વિચલન કોણના મૂલ્યને અનુરૂપ એક જ આપાતકોણ મળે છે. વળી, પ્રાયોગિક રીતે એવું જોવા મળે છે કે આ વિચલનકોણ લઘુતમ (δ_m) હોય છે. આપાત કિરણની લઘુતમ વિચલનની સ્થિતિમાં મળતા વિચલન કોણને લઘુતમ વિચલન કોણ કહે છે. આ પરિસ્થિતિમાં, $i = e$ થાય છે.

સમીકરણ (6.14.7) પરથી,

$\delta_m = i + i - A = 2i - A$

$$i = \frac{A+\delta_m}{2} \qquad (6.14.8)$$

બિન્દુ Q આગળ સ્નેલનો નિયમ લાગુ પાડતાં, $n_1 \sin i = n_2 \sin r_1$ (6.14.9)

બિન્દુ R પાસે, SRને આપાતકિરણ તરીકે સ્વીકારી, $n_1 \sin e = n_2 \sin r_2$

$i = e$ હોવાથી,

$$\therefore\ n_1 \sin i = n_2 \sin r_2 \qquad (6.14.10)$$

સમીકરણો (6.14.9) અને (6.14.10) પરથી

$$\therefore\ r_1 = r_2 \qquad (6.14.11)$$

સમીકરણ (6.14.3) પરથી, અને ધારો કે $r_1 = r_2 = r$

$r + r = A$

$$\therefore\ r = \frac{A}{2} \qquad (6.14.12)$$

સમીકરણ (6.14.8) અને (6.14.12)ની કિંમતો સમીકરણ (6.14.9) અથવા (6.14.10)માં મૂકતાં,

તેથી, $$\therefore\ n_1 \sin\left(\frac{A+\delta_m}{2}\right) = n_2 \sin\left(\frac{A}{2}\right) \qquad (6.14.13)$$

અથવા $$\frac{n_2}{n_1} = \frac{\sin\left(\frac{A+\delta_m}{2}\right)}{\sin\left(\frac{A}{2}\right)} \qquad (6.14.14)$$

જો પ્રિઝમ હવામાં મૂકવામાં આવે તો, અર્થાત્ $n_1 = 1$ અને $n_2 = n$,

$$\therefore\ n = \frac{\sin\left(\frac{A+\delta_m}{2}\right)}{\sin\left(\frac{A}{2}\right)} \qquad (6.14.15)$$

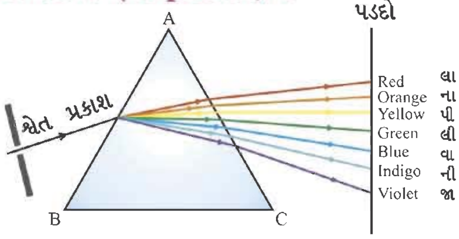
સમીકરણ (6.14.15) દર્શાવે છે કે δ_mનું મૂલ્ય પ્રિઝમ કોણ, પ્રિઝમના માધ્યમનો વક્રીભવનાંક અને પ્રિઝમ જે માધ્યમમાં મૂકેલો હોય તેની જાત પર આધાર રાખે છે.

સમકોણ પ્રિઝમ માટે જ્યારે δ લઘુતમ હોય છે ત્યારે પ્રિઝમમાં વક્રીભૂત કિરણ (QR) એ આધાર BCને સમાંતર બને છે. સમીકરણ (6.14.15) એ પ્રાયોગિક રીતે પ્રિઝમના દ્રવ્યનો વક્રીભવનાંક માપવા માટે ઉપયોગી છે.

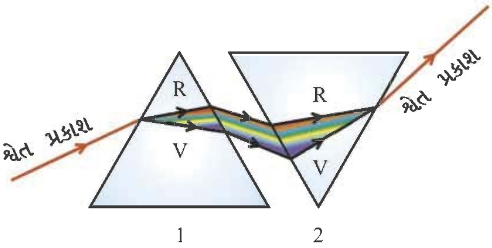
કિસ્સો : નાના પ્રિઝમ કોણ ધરાવતા પ્રિઝમને **પાતળો પ્રિઝમ** કહે છે. આવા પ્રિઝમ માટે, વિચલનકોણ પણ નાનો હોય છે. આ કિસ્સામાં સમીકરણ (6.14.15) પરથી,

$$\delta_m = A(n - 1) \tag{6.14.16}$$

વિભાજન (Dispersion) :



આકૃતિ 6.24 શ્વેત પ્રકાશનું વિભાજન



આકૃતિ 6.25 શ્વેત પ્રકાશનું વિભાજન અને સંયોજન

આકૃતિ 6.24માં દર્શાવ્યા અનુસાર, શ્વેત પ્રકાશને અથવા સૂર્યપ્રકાશના કિરણપુંજને પ્રિઝમમાંથી પસાર કરી નિર્ગમન પ્રકાશને જોવામાં આવે ત્યારે તે જુદા-જુદા રંગોનો બનેલો દેખાય છે. આ ઘટનાને સમજવા માટે ન્યુટને આકૃતિ 6.25 માં દર્શાવ્યા પ્રમાણે બે સમાન પ્રિઝમોને ગોઠવ્યા હતા. શ્વેત પ્રકાશકિરણને જ્યારે પ્રિઝમ-1 પર આપાત કરાવીને નિર્ગમન કિરણને પ્રિઝમ-2માંથી પસાર કરાવી તેનું અવલોકન કરવામાં આવે છે ત્યારે એવું માલૂમ પડે છે કે પ્રિઝમ-2માંથી બહાર નીકળતું કિરણ પણ સફેદ છે. આમ, આ પ્રયોગ દર્શાવે છે કે પ્રથમ પ્રિઝમ એ શ્વેત પ્રકાશનું જુદા-જુદા રંગોમાં વિભાજન કરે છે, જ્યારે પ્રિઝમ-2 તેમનું સંયોજન કરે છે.

શ્વેત પ્રકાશનું તેના ઘટકરંગોમાં છૂટા પાડવાની ઘટનાને **પ્રકાશનું વિભાજન** કહે છે.

એવું જોવા મળે છે કે વિદ્યુતચુંબકીય તરંગોનાં દશ્યપ્રકાશ માટે જાંબલી (વાયોલેટ) રંગનો વક્રીભવનાંક સૌથી વધારે, જ્યારે લાલ રંગનો વક્રીભવનાંક સૌથી ઓછો હોય છે. સમીકરણ (6.14.16) પરથી, તેમને અનુરૂપ વિચલન કોણ

$\delta_v = A(n_v - 1)$

અને $\delta_r = A(n_r - 1)$

હવે એ સ્પષ્ટ છે કે જેમ $n_v > n_r$, $\delta_v > \delta_r$.

આમ, વાયોલેટ રંગનું વક્રીભવન લાલ રંગની સરખામણીમાં વધારે થશે.

કુલ કોણ કે જેની વચ્ચે વર્ણપટ ફેલાયેલો હોય તેને **કોણીય વિભાજન** (angular dispersion) કહે છે. તે નીચે મુજબ વ્યાખ્યાયિત કરી શકાય.

$$\theta = \delta_v - \delta_r = (n_v - n_r)A \tag{6.14.17}$$

દા. ત., સામાન્ય ક્રાઉન કાચ કરતાં ફ્લિન્ટ કાચથી બનેલા પ્રિઝમ માટે મળતો વર્ણપટ વધારે ફેલાયેલો, વધારે વિભાજિત અને વધારે સૂક્ષ્મ બંધારણ ધરાવે છે.

ઉદાહરણ 14 : એક 60°ના કોણવાળા કાચના પ્રિઝમના દ્રવ્યનો વક્રીભવનાંક 1.5 છે, તો (1) લઘુતમ વિચલન માટે આપાતકોણ અને (2) મહત્તમ વિચલન વખતે નિર્ગમનકોણ શોધો.

ઉકેલ : (1) લઘુતમ વિચલન માટે.

$r_1 = r_2$ અને $A = r_1 + r_2$

$\therefore \ A = 2r_1$

અથવા $r_1 = \frac{A}{2} = \frac{60}{2} = 30°$

હવે $n = 1.5$ અને

$$n = \frac{\sin i}{\sin r_1}$$

$\therefore \ n \sin r_1 = \sin i$

$\therefore \ 1.5 \times \sin 30° = \sin i$

$\therefore \ 1.5 \times 0.5 = \sin i$

$\therefore \ i = 48° \ 35'$

(2) મહત્તમ વિચલન માટે, $i = 90°$

$\therefore \ 1.5 = \frac{\sin 90°}{\sin r_1} \quad \therefore \ r_1 = 41° \ 48'$

$\therefore \ r_2 = A - r_1 = 60 - 41° \ 48' = 18° \ 12'$ ($\because r_1 + r_2 = A$, સમીકરણ (6.9.3))

$1.5 \sin r_2 = \sin e$ ($\because n \sin r_2 = \sin e$)

$\therefore \ 1.5 \times \sin 18° \ 12' = \sin e$

$\therefore \ \sin e = 0.4685$

$\therefore \ e = 27° \ 56'$

ઉદાહરણ 15 : એક સમબાજુ પ્રિઝમ જ્યારે હવામાં મૂકવામાં આવે છે, ત્યારે એક કિરણ માટે લઘુતમ વિચલન કોણ 38°નો છે. જો આ પ્રિઝમને પાણીમાં ડુબાડી પ્રયોગ કરવામાં આવે, તો લઘુતમ વિચલન કોણ કેટલો થશે ? પાણીનો વક્રીભવનાંક = 1.33.

ઉકેલ : $\frac{n_g}{n_a} = \frac{\sin\left(\frac{60+38}{2}\right)^{\circ}}{\sin 30^{\circ}}$

$n_a = 1$ લેતાં, $n_g = \frac{\sin 49^{\circ}}{\sin 30^{\circ}} = 1.509$

હવે પ્રિઝમને પાણીમાં ડુબાડવામાં આવે ત્યારે, $\frac{n_g}{n_\omega} = \frac{\sin\left(\frac{60+\delta_m}{2}\right)^{\circ}}{\sin 30^{\circ}}$

પણ $n_\omega = 1.33$

$$\therefore \ \frac{1.509}{1.33} = \frac{\sin\left(\frac{60+\delta_m}{2}\right)^{\circ}}{0.5}$$

$$\therefore \ \sin\left(\frac{60+\delta_m}{2}\right)^{\circ} = \frac{0.5 \times 1509}{1.33} = 0.5673$$

$$\therefore \ \frac{60+\delta_m}{2} = 34°36'$$

$\therefore \ \delta_m = 9° \ 12'$

6.15 પ્રકાશનું પ્રકીર્ણન (Scattering of Light)

રોજિંદા જીવનમાં જોવા મળતી વસ્તુઓ માટે બે મુખ્ય ભૌતિક પ્રક્રિયા પૈકી એક એ પ્રકાશનું પ્રકીર્ણન છે અને બીજી શોષણની પ્રક્રિયા છે. મુખ્યત્વે પ્રકીર્ણનને બે ભાગમાં વર્ગીકૃત કરી શકાય છેઃ સ્થિતિસ્થાપક અને અસ્થિતિસ્થાપક. કુદરતી ઘટનાઓ જેવી કે સૂર્યોદય અને સૂર્યાસ્ત સમયે જોવા મળતો આકાશનો રંગ, દિવસ દરમિયાન આકાશનો રંગ, વાદળોના રંગ, વગેરે પ્રકાશની વાતાવરણના અણુઓ, પરમાણુઓ, પાણીનાં બિંદુઓ, વગેરે સાથેની સ્થિતિસ્થાપક અથડામણ દ્વારા સમજી શકાય છે. જ્યારે પ્રકાશ આવા કણો પર સંપાત થાય છે, ત્યારે તેનું પ્રથમ શોષણ અને તરત જ આ કણો પ્રકાશનું વિવિધ દિશામાં જુદા-જુદા પ્રમાણમાં વિખેરણ કરે છે. આમ, પ્રકાશની તીવ્રતા એ જુદી-જુદી દિશામાં જુદા-જુદા પ્રમાણમાં વહેંચાઈ જાય છે.

એવું જાણવા મળે છે કે વિખેરિત પ્રકાશની તીવ્રતા એ કણોના પરિમાણ (અર્થાત્ ગોળાકાર કણો માટે તેમના વ્યાસ) અને પ્રકાશની તરંગલંબાઈનો ગુણોત્તર (α) પર આધાર રાખે છે.

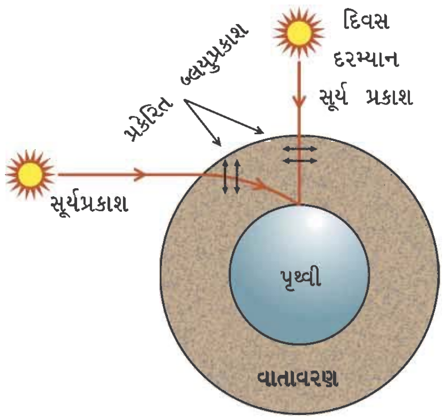
જો $\alpha << 1$: પ્રકીર્ણનને રેલે-પ્રકીર્ણન (Rayleigh Scattering) કહે છે.

$\therefore \alpha \approx 1$: પ્રકીર્ણન મી-પ્રકીર્ણન (Mie-Scattering)થી ઓળખાય છે.

$\therefore \alpha >> 1$: ભૌમિતિક પ્રકીર્ણન (Geometric Scattering).

6.15.1 રેલે-પ્રકીર્ણન (Rayleigh Scattering) : જો પ્રકિર્ણન કરતા કણોનું પરિમાણ, આપાત પ્રકાશની તરંગલંબાઈ કરતાં નાનું હોય તો ઉદ્ભવતા પ્રકીર્ણનને **રેલે-પ્રકીર્ણન** કહે છે. લૉર્ડ રેલે સૈદ્ધાંતિક રીતે દર્શાવ્યું છે કે પ્રકેરિત પ્રકાશની તીવ્રતા પ્રકાશની તરંગલંબાઈના ચતુર્ઘાતના વ્યસ્ત પ્રમાણમાં હોય છે. દશ્યપ્રકાશમાં બ્લ્યુ પ્રકાશની તરંગલંબાઈ લાલ પ્રકાશની તરંગલંબાઈ કરતાં લગભગ 1.7 ગણી ઓછી હોવાથી પ્રકેરિત બ્લ્યુ પ્રકાશની તીવ્રતા લાલ રંગના પ્રકાશની તીવ્રતા કરતાં લગભગ 8થી 9 ગણી વધારે હોય છે. આમ, બ્લ્યુ પ્રકાશના તીવ્ર પ્રકીર્ણનને કારણે આકાશ ભૂરું દેખાય છે. સૂર્યોદય કે સૂર્યાસ્ત વખતે સૂર્યનું રાતાપણું પણ રેલ-પ્રકીર્ણનનું જ ઉદાહરણ છે.

આકૃતિ 6.26માં દર્શાવ્યા પ્રમાણે, સૂર્યોદય અને સૂર્યાસ્ત સમયે સૂર્યપ્રકાશને અવલોકનકાર સુધી પહોંચતાં બપોર કરતાં વાતાવરણમાં વધારે અંતર કાપવું પડે છે. વાતાવરણમાં ગતિ દરમિયાન દશ્ય પ્રકાશની નાની તરંગલંબાઈ ધરાવતા પ્રકાશનું પ્રકીર્ણન વધારે થાય છે અને તેથી ફક્ત મોટી તરંગલંબાઈ ધરાવતા રાતા અથવા રતુંબડા (reddish અથવા yellowish-red) રંગની તીવ્રતા જ અવલોકનકાર સુધી પહોંચે છે. આમ, સૂર્ય રાતાશ પડતો દેખાય છે. છતાં, ઉપર તરફ જોતાં આકાશ તો બ્લ્યુ જ દેખાય છે. આ અસર આપાતકિરણથી લંબ દિશામાં મહત્તમ અનુભવાય છે. આ જ કારણ છે કે પૂર્ણિમાનો ઊગતો કે આથમતો ચંદ્ર પણ રતાશ પડતો દેખાય છે.



આકૃતિ 6.26 વાતાવરણ દ્વારા સૂર્યપ્રકાશનું પ્રકીર્ણન

એવું જાણવા મળે છે કે રેલે-પ્રકીર્ણનની તીવ્રતા જેમ ગુણોત્તર α વધે તેમ ઝડપથી વધે છે. વધારામાં રેલે-પ્રકેરિત પ્રકાશની તીવ્રતા આગળ અને પાછળ એમ બધી જ દિશામાં સમાન હોય છે.

6.15.2 મી-પ્રકીર્ણન (Mie-Scattering) : જો પ્રકેરિત કરતા કણોનું પરિમાણ પ્રકાશની તરંગલંબાઈ કરતાં થોડું વધારે હોય, તો તેવા પ્રકીર્ણનને મી-પ્રકીર્ણન કહે છે. તેનો અભ્યાસ ઈ. સ. 1908માં ગુસ્તાવ મી (Gustav Mie)એ કર્યો હતો. એવું સાબિત કરી શકાય કે જેમ કણોનું પરિમાણ વધતું જાય તેમ **પ્રસારિત** પ્રકિર્ણન (diffused scattering)નું પ્રમાણ પણ વધતું જાય છે. વાદળમાં રહેલા પાણીના બુંદનું પરિમાણ દશ્યપ્રકાશની તરંગલંબાઈ જેટલું હોવાથી વાદળમાંથી થતા સૂર્યપ્રકાશનું પ્રકીર્ણન ડિફ્યુઝ પ્રકીર્ણન હોય છે. તે પ્રકાશની તરંગલંબાઈથી સ્વતંત્ર હોય છે. આમ, દરેક તરંગલંબાઈના પ્રકાશનું પ્રકીર્ણન સરખા પ્રમાણમાં થાય છે અને તેથી વાદળ સફેદ દેખાય છે. રેલે-પ્રકીર્ણનથી વિરુદ્ધ, મી-પ્રકીર્ણન એ આગળની દિશામાં (forward direction) પાછળની દિશા (reverse direction) કરતાં વધારે જોવા મળે છે. કણનું પરિમાણ વધતાં પ્રકાશનું આગળની દિશામાં પ્રકીર્ણન પણ વધે છે.

માત્ર જાણકારી માટે : મી-પ્રકીર્ણનનો અભ્યાસ દર્શાવે છે કે જો પ્રકીર્ણન કરતા કણોનાં પરિમાણ કોઈ બે તરંગલંબાઈઓની વચ્ચે હોય, તો વધારે તરંગલંબાઈવાળા પ્રકાશનું ઓછી તરંગલંબાઈવાળા પ્રકાશ કરતાં વધારે પ્રકીર્ણન થાય છે. જો ધૂળનાં વાદળોનાં કણો આ શરતનું પાલન કરતા હોય તો ઊગતો કે આથમતો સૂર્ય કે ચંદ્ર બ્લ્યુ કે ગ્રીન રંગનો દેખાત !

આવી સ્થિતિ ભાગ્યે જ જોવા મળે છે. 19મી સદીમાં ઈન્ડોનેશિયામાં કાકાટોઆ (Krakotoa)નો જ્વાળામુખી ફાટ્યો ત્યારે, અને 1950 પૂર્વ કૅનેડા અને ઉત્તર-પૂર્વ યુ.એસ.એ.માં આવા સંજોગો ઊભા થયા હતા.

જો પૃથ્વીને વાતાવરણ જ ન હોત, તો આકાશ કાળું દેખાત અને ધોળે દિવસે પણ તારા દેખાત ! આપણે જો વાતાવરણમાં 20 km કે તેથી ઉપર જઈએ, તો આ પરિસ્થિતિ જોવા મળે છે.

વધારે પ્રદૂષણ ધરાવતા વાતાવરણનાં સ્થળોએ આકાશ ચોખ્ખું દેખાવાને બદલે ભૂખરી છાંટ (greyish) સાથે ધૂંધળું (hazy) દેખાય છે.

6.15.3 રામન પ્રકીર્ણન (Raman Scattering) : રામન-અસરને સૌપ્રથમ રજૂ કરનાર ભારતના નૉબેલ પારિતોષિક વિજેતા C. V. Raman હતા. આ અસ્થિતિસ્થાપક પ્રકીર્ણનની માહિતી Adolf Smekal એ પણ ઈ. સ. 1923 માં આપી હતી. અને તેથી આ અસરને Smekal-Raman અસર પણ કહેવામાં આવે છે.

જ્યારે શક્તિશાળી દૃશ્ય કે પારજાંબલી પ્રકાશને વાયુ, પ્રવાહી કે પારદર્શક ઘન પદાર્થ પર આપાત કરવામાં આવે છે, ત્યારે પ્રકાશનો થોડોક ભાગ બધી જ દિશામાં પ્રકેરિત થાય છે. એવું જોવા મળે છે કે આ પ્રકેરિત પ્રકાશનો વર્ણપટ (spectrum) એ આપાતપ્રકાશની બનેલી રેખાઓ (Rayleigh lines) અને વધારાની નબળી અને બદલાયેલી તરંગલંબાઈ ધરાવતી રેખાઓનો બનેલો હોય છે. આ અસ્થિતિસ્થાપક પ્રકીર્ણનને કારણે મળતી વધારાની રેખાઓને **Raman lines** કહે છે. રામન-રેખાઓ કેન્દ્રમાં રહેલ રેલે-રેખાની બંને બાજુ સંમિત રીતે આવેલી હોય છે. ઓછી આવૃત્તિ (અથવા ઊંચી તરંગલંબાઈ) ધરાવતી રામન-રેખાઓને **સ્ટોક્સ રેખાઓ (Stokes lines)**, અને વધારે આવૃત્તિ ધરાવતી (અથવા નીચી તરંગલંબાઈ) રેખાઓને **પ્રતિસ્ટોક્સ** (Antistokes lines) કહે છે.

રામન-રેખા એ પદાર્થની લાક્ષણિકતા દર્શાવે છે.

પદાર્થોના ગુણધર્મો ચકાસવા, પદાર્થોમાં જુદાં-જુદાં ઉત્તેજનોનાં અભ્યાસ કરવા, ઑપ્ટિકલ ઍમ્પ્લિફાયરમાં, જૈવિક, પ્રક્રિયા અને મનુષ્યના તંતુઓનો અભ્યાસ કરવા માટે રામન-પ્રકીર્ણન પદ્ધતિ એ ખૂબ જ ઉપયોગી છે.

6.16 પ્રકાશીય ઉપકરણો (Optical Instruments) : મોટા ભાગનાં પ્રકાશીય ઉપકરણોનો હેતુ આપણને વસ્તુને સારી રીતે જોઈ શકાય તે માટે હોય છે. તેઓ વક્રીભવનકારક અને/અથવા પરાવર્તનકારક ઉપકરણો જેવાં કે લેન્સ, અરીસા એ પ્રિઝમના સંયોજનનાં બનેલાં હોય છે. તેઓને બે સમૂહમાં વહેંચી શકાય છે : જેઓ વસ્તુનું સાચું પ્રતિબિંબ આપે (દા.ત., પ્રોજેક્ટર (projectors)) અને જે આભાસી પ્રતિબિંબ આપે (દા.ત. માઇક્રોસ્કોપ અને ટેલિસ્કોપ) તેવાં ઉપકરણો.

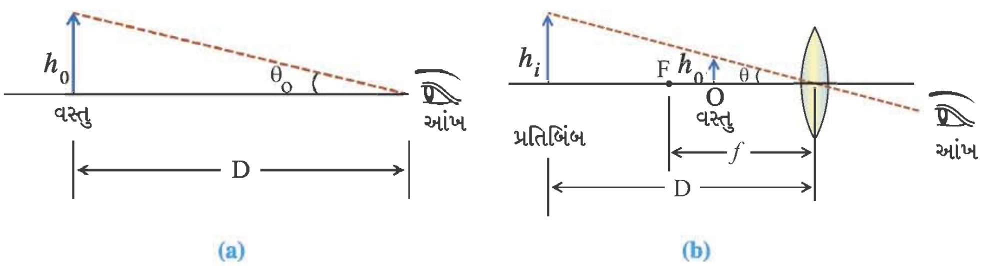
6.16.1 સાદું માઈક્રોસ્કોપ (Simple Microscope) : સૌપ્રથમ આપણે સાદા માઈક્રોસ્કોપનો અભ્યાસ કરીશું.

ધારો કે આપણને સૂક્ષ્મ વસ્તુને સ્પષ્ટ અને વિવર્ધિત કરીને જોવી છે.

ઓછામાં ઓછા જે અંતરે વસ્તુને આરામદાયક રીતે સ્પષ્ટ જોઈ શકાય તે અંતરને **નજીકબિંદુ (near point)** અથવા **distance of most distinct vision** (D) કહે છે.

સામાન્ય દૃષ્ટિ ધરાવતા મનુષ્ય માટે તે અંતર 25 cm જેટલું હોય છે.

ધારો કે h_0 જેટલી ઊંચાઈ ધરાવતી રેખીય વસ્તુ આંખથી near point (એટલે કે, $u \equiv D = 25$ cm) જેટલા અંતરે મૂકેલ છે. ધારો કે તે આંખ સાથે θ_0 જેટલો ખૂણો બનાવે છે (જુઓ આકૃતિ 6.27 (a)).



આકૃતિ 6.27 સાદો મૅગ્નિફાયર

હવે, ધારો કે વસ્તુને બહિર્ગોળ લેન્સની કેન્દ્રલંબાઈ કરતાં ઓછા અંતરે એવી રીતે મૂકવામાં આવે કે જેથી વસ્તુનું આભાસી, ચત્તુ અને મોટું પ્રતિબિંબ near point આગળ મળે. અત્રે લેન્સ આંખથી ઘણો નજીક હોવાથી, આંખ સાથે વસ્તુએ અને પ્રતિબિંબે આંતરેલ કોણ (θ) લગભગ સમાન બનશે. કોણીય મૅગ્નિફિકેશન (angular magnification)ની વ્યાખ્યા મુજબ,

$$m' = \frac{\tan\theta}{\tan\theta_0} \approx \frac{\theta}{\theta_0} \text{ (નાના } \theta \text{ અને } \theta_0 \text{ માટે)} \tag{6.16.1}$$

વળી, આકૃતિ 6.27 (a) અને (b) પરથી,

$$\tan\theta_0 \approx \theta_0 = \frac{h_0}{D}$$

$$\text{અને } \tan\theta \approx \theta_0 = \frac{h_i}{D}$$

$$\therefore\ m' = \frac{h_i}{h_0} \tag{6.16.2}$$

પણ બહિર્ગોળ લેન્સ માટે લેટરલ મૅગ્નિફિકેશન,

$$|\ m\ | = \frac{v}{u}$$

$$|\ m\ | = \frac{D}{u} \tag{6.16.3}$$

ગૉસનું સૂત્ર વાપરતાં,

$$\frac{1}{(-u)} + \frac{1}{(-D)} = \frac{1}{f} \text{ (આભાસી પ્રતિબિંબ માટે } v = D \text{ ઋણ લેવામાં આવે છે.)}$$

$$\therefore\ \frac{1}{u} = \frac{1}{D} + \frac{1}{f} = \frac{D+f}{D\cdot f}$$

$$\therefore\ u = \frac{Df}{D+f} \tag{6.16.4}$$

સમીકરણ (6.16.3)નો ઉપયોગ સમીકરણ (6.16.4)માં કરતાં,

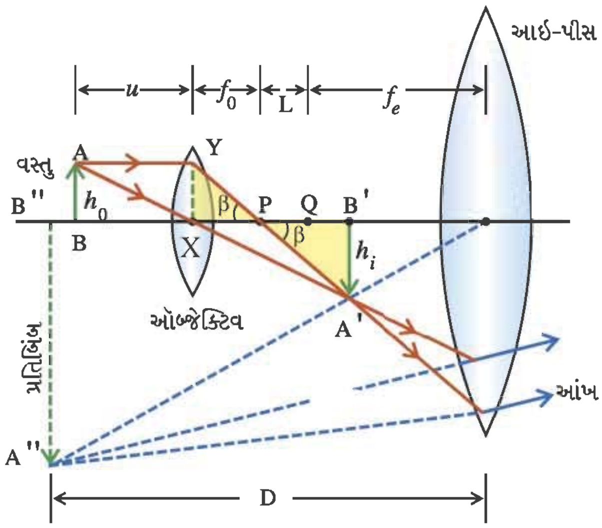
$$|\ m\ | = 1 + \frac{D}{f} \tag{6.16.5}$$

જ્યારે પ્રતિબિંબ ખૂબ જ દૂર મળે ત્યારે,

$$|\ m\ | \approx \frac{D}{f} \tag{6.16.6}$$

સમીકરણો (6.16.5) અને (6.16.6)ને સંયુક્ત રીતે વિચારતાં, mનું મૂલ્ય $\frac{D}{f}$ અને $1 + \frac{D}{f}$ની વચ્ચે આપે છે.

6.16.2 સંયુક્ત માઈક્રોસ્કોપ (Compound Microscope) : આપણે સાદા માઈક્રોસ્કોપમાં જોયું કે તેની મોટવણી $\frac{D}{f}$ પર આધાર રાખે છે. આમ, આપણે નાની કેન્દ્રલંબાઈ ધરાવતો બહિર્ગોળ લેન્સ લેવા પ્રેરાઈએ છીએ. પરંતુ તેવું જોવા મળ્યું કે કેન્દ્ર લંબાઈનું મૂલ્ય ઘટાડતાં પ્રતિબિંબ વિકૃત થતું જાય છે. આમ, ખૂબ મોટું અને સ્પષ્ટ પ્રતિબિંબ સાદા માઈક્રોસ્કોપથી મળી શકે નહીં, પરંતુ જો કોઈ એક સાદા માઈક્રોસ્કોપથી મળેલું મોટું પ્રતિબિંબ બીજા સાદા માઈક્રોસ્કોપ માટે વસ્તુ તરીકે વર્તે, તો પરિણામે આપણને ઘણું મોટું પ્રતિબિંબ મળી શકે. અને આ જ સંયુક્ત માઈક્રોસ્કોપનો મૂળભૂત સિદ્ધાંત છે.



આકૃતિ 6.28 સંયુક્ત માઇક્રોસ્કોપ

વસ્તુની નજીક ગોઠવેલા લેન્સને **ઑબ્જેક્ટિવ** અને જે આંખની નજીક છે તેને **આઈ-પીસ** કહે છે. ઑબ્જેક્ટિવનાં દ્વિતીય મુખ્ય કેન્દ્ર (P) અને આઈ-પીસના પ્રથમ મુખ્ય કેન્દ્ર (Q) વચ્ચેના અંતરને માઇક્રોસ્કોપની **ટ્યૂબ-લંબાઈ** (L) કહે છે.

આકૃતિ પરથી સ્પષ્ટ છે કે ઑબ્જેક્ટિવ દ્વારા મળતું પ્રતિબિંબ વાસ્તવિક, ઊલટું અને મોટું હશે. આ પ્રતિબિંબ આઈ-પીસ માટે વસ્તુ તરીકે વર્તે છે. આઈ-પીસ એક સાદા માઇક્રોસ્કોપની જેમ વર્તે છે અને ખૂબ મોટું અને આભાસી અંતિમ પ્રતિબિંબ (A''B'') આપે છે. ઑબ્જેક્ટિવથી મળતું પ્રતિબિંબ આઈ-પીસના મુખ્ય કેન્દ્રની બહુ જ નજીક રચાય છે. પરિણામે, અંતિમ પ્રતિબિંબ ખૂબ જ મોટા અંતરે મળે છે.

મોટવણી : ઑબ્જેક્ટિવની મોટવણી,

$$m_0 = \frac{h_i}{h_0} \tag{6.16.7}$$

ΔXYP અને $\Delta PA'B'$ પરથી,

$$\tan\beta = \frac{XY}{PX} = \frac{h_0}{f_0} \Rightarrow h_0 = f_0 \cdot tan\beta$$

અને $\tan\beta = \frac{A'B'}{PB'} \approx \frac{h_i}{PQ}$ ($\because$ Q અને B' ખૂબ જ નજીક આવેલા હોય છે.)

$\therefore \; h_i = PQ\tan\beta = L\tan\beta$

$$m_0 = \frac{L}{f_0}. \tag{6.16.8}$$

આઈ-પીસની મોટવણી,

$$m_e = (1 + \frac{D}{f_e}) \text{ (જુઓ સમીકરણ (6.16.5))} \tag{6.16.9}$$

સંયુક્ત માઇક્રોસ્કોપની પરિણામી મોટવણી (સમીકરણ (6.12.10)),

$$m = m_0 \times m_e$$

$$= \frac{L}{f_0} \times (1 + \frac{D}{f_e}) \tag{6.16.10}$$

વ્યવહારમાં, આઈ-પીસને એવી રીતે ગોઠવવામાં આવે છે કે પ્રતિબિંબ A'B' એ તેના મુખ્યકેન્દ્ર Q ની ખૂબ જ નજીક મળે, આમ, આઈ-પીસ દ્વારા મળતું પ્રતિબિંબ ખૂબ જ મોટા અંતર (D) આગળ મળે છે. આમ, સમીકરણને નીચે મુજબ લખી શકાય :

$$m \approx \frac{L}{f_0} \times \frac{D}{f_e} \tag{6.16.11}$$

આમ, ખૂબ જ મોટી મોટવણી મેળવવા માટે લંબાઈ (L) બને તેટલી મોટી રાખવામાં આવે છે.

ઉદાહરણ 16 : સંયુક્ત માઇક્રોસ્કોપના ઑબ્જેક્ટિવથી વસ્તુ 10 mm અંતરે રહેલ છે. બન્ને લેન્સ 30 cm અંતરે રહેલા છે. ઑબ્જેક્ટિવ દ્વારા મળતું પ્રતિબિંબ આઇ-પીસથી 50 mm અંતરે મળે છે, તો સાધન દ્વારા મળતી સમગ્ર મોટવણી કેટલી હશે ?

ઉકેલ : આકૃતિ 6.28 પરથી, ઑબ્જેક્ટિવને ગૉસનું સૂત્ર લગાવતાં,

$$\frac{1}{-u} + \frac{1}{v} = \frac{1}{f_0} \qquad (1)$$

જ્યાં, v = ઑબ્જેક્ટિવ દ્વારા મળતા પ્રતિબિંબનું અંતર $\approx f_0$ + L (Q અને B' ખૂબ જ નજીક આવેલા હોવાથી).

હવે, ઑબ્જેક્ટિવથી મળેલ પ્રતિબિંબ આઈ-પીસથી 50 mm અંતરે અને બન્ને લેન્સો વચ્ચેનું અંતર 30 cm = 300 mm હોવાથી, ઑબ્જેક્ટિવથી પ્રતિબિંબ-અંતર,

$v = 300 - 50 = 250$ mm

સમીકરણ (1) પરથી,

$$\frac{-1}{-10} + \frac{1}{250} = \frac{1}{f_0} \text{ (સંજ્ઞાપ્રણાલી વાપરતાં)}$$

$$\therefore f_0 = \frac{250 \times 10}{(250+10)} = 9.62 \text{ mm} \approx 10 \text{ mm}$$

હવે, $v \simeq f_0 + L \Rightarrow L = 250 - 10 = 240$ mm

અંતિમ પ્રતિબિંબ વસ્તુની ખૂબ જ નજીક હોવાથી,

D $\approx$ (ઑબ્જેક્ટિવ માટે વસ્તુ-અંતર) + (બન્ને લેન્સો વચ્ચેનું અંતર)

$= 10 + 300 = 310$ mm

આઈ-પીસને ગૉસનું સૂત્ર લગાવતાં,

$$\frac{1}{-u} + \frac{1}{v} = \frac{1}{f_e}$$

$$\therefore \frac{1}{f_e} = \frac{-1}{-50} + \frac{1}{-310} \text{ (આભાસી પ્રતિબિંબ માટે } v = -D)$$

$$= \frac{-310+50}{(50 \times 310)}$$

$\therefore |f_e| = 59.6 \approx 60$ mm

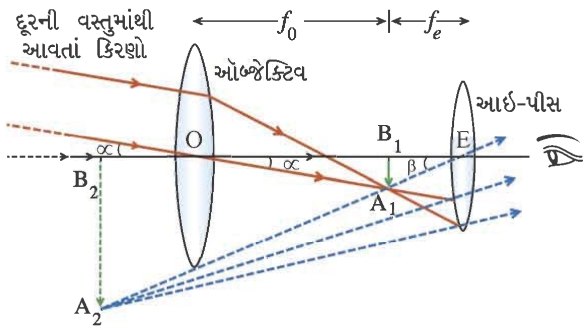
આમ, અંતિમ મૅગ્નિફિકેશન,

$$m = \frac{L}{f_0} \times \frac{D}{f_e} = \frac{240}{10} \times \frac{310}{60} = 124$$

નોંધ : અંતિમ પ્રતિબિંબ આઈ-પીસથી 31 cm જેટલા અંતરે મળતું હોવાથી તે near point કરતાં વધારે છે, તેથી પ્રતિબિંબ આરામદાયક (comfortably) રીતે જોઈ શકાશે.

6.16.3 ઍસ્ટ્રોનોમિકલ ટેલિસ્કોપ (Astronomical Telescope) : માઇક્રોસ્કોપ વડે સૂક્ષ્મ વસ્તુઓનું નિરીક્ષણ કર્યા પછી હવે વારો આવે છે કરોડો કિલોમીટર દૂર રહેલી મોટી વસ્તુઓનું નિરીક્ષણ કરવાનો. આવી વસ્તુઓ ખૂબ મોટી અને એકબીજાથી દૂર હોવા છતાં તેઓ નરી આંખે એકબીજાની અત્યંત નજીક અને નાની દેખાય છે (દા.ત., તારાઓ). આવી વસ્તુઓનું નિરીક્ષણ કરવા ઍસ્ટ્રોનોમિકલ ટેલિસ્કોપનો ઉપયોગ થાય છે. આવા ટેલિસ્કોપની રચના અને કાર્ય આકૃતિ 6.29માં દર્શાવેલ છે.

આ ટેલિસ્કોપમાં એક જ મુખ્ય અક્ષ બને તે રીતે બે બહિર્ગોળ લેન્સ મૂકેલા હોય છે. દૂરની વસ્તુ સામે આવતાં બહિર્ગોળ લેન્સને ઑબ્જેક્ટિવ અને આંખની પાસે આવતા બહિર્ગોળ લેન્સને આઈ-પીસ કહે છે. ટેલિસ્કોપમાં ઑબ્જેક્ટિવનો વ્યાસ અને કેન્દ્રલંબાઈ મોટી રાખવામાં આવે છે, જ્યારે આઈ-પીસનો વ્યાસ અને કેન્દ્રલંબાઈ નાના રાખવામાં આવે છે. આઈ-પીસ ટેલિસ્કોપની નળી (tube)માં આગળ-પાછળ સરકાવી શકાય છે.



આકૃતિ 6.29 ઍસ્ટ્રોનોમિકલ ટેલિસ્કોપ

જ્યારે ટેલિસ્કોપને દૂરની વસ્તુ સામે ગોઠવવામાં આવે છે, ત્યારે દૂરની વસ્તુમાંથી આવતાં સમાંતર કિરણો ઑબ્જેક્ટિવના દ્વિતીય મુખ્ય કેન્દ્ર પર સાચું અને ઊલટું પ્રતિબિંબ A_1B_1 રચે છે. આ પ્રતિબિંબ આઈ-પીસ માટે વસ્તુ તરીકે કાર્ય કરે છે. આઈ-પીસને આગળ-પાછળ સરકાવી એવી ગોઠવણી કરવામાં આવે છે કે જેથી મૂળ વસ્તુનું ઊલટું પ્રતિબિંબ A_2B_2 મોટા પરિમિત અંતરે રચાય.

હવે ટેલિસ્કોપના મૅગ્નિફાઈંગ પાવર માટેનું સૂત્ર મેળવીએ.

$$\text{ટેલિસ્કોપનું મૅગ્નિફિકેશન } m = \frac{\text{અંતિમ પ્રતિબિંબે આંખ સાથે આંતરેલ કોણ}}{\text{વસ્તુએ ઑબ્જેક્ટિવ (અથવા આંખ) સાથે આંતરેલ કોણ}} = \frac{\beta}{\alpha}$$

આકૃતિ 6.29 પરથી,

$$\text{મૅગ્નિફિકેશન } m = \frac{\beta}{\alpha}$$

$$= \frac{A_1B_1}{f_e} \times \frac{f_0}{A_1B_1}$$

$$\therefore m = \frac{f_0}{f_e}$$

આ સમીકરણ દર્શાવે છે કે ટેલિસ્કોપનું મૅગ્નિફિકેશન વધારવા માટે objectiveની કેન્દ્રલંબાઈ વધારવી જોઈએ અને eye-pieceની કેન્દ્રલંબાઈ ઘટાડવી જોઈએ. $f_0 + f_e$ એ ટેલિસ્કોપની **ઑપ્ટિકલ લંબાઈ** છે. નળીની લંબાઈ $L \ge f_0 + f_e$ રાખવી જોઈએ.

જો આઈ-પીસની કેન્દ્રલંબાઈ 1.0 cm હોય અને ઑબ્જેક્ટિવની કેન્દ્રલંબાઈ 200 cm હોય, તો આવા ટેલિસ્કોપનું મૅગ્નિફિકેશન 200 થાય. જો આવા ટેલિસ્કોપ વડે $1'$ જેટલું કોણીય અંતર ધરાવતા બે તારાઓનું નિરીક્ષણ કરવામાં આવે, તો બંને તારાઓ એકબીજાથી $200 \times 1' = 200' = 3.33^\circ$ જેટલા કોણીય અંતરે હોય તેમ જણાશે.

ટેલિસ્કોપ માટે તેના ઑબ્જેક્ટિવની **પ્રકાશ સમાવેશ-ક્ષમતા (Light Gathering Power)** અને **વિભેદનશક્તિ** (એટલે કે બે ખૂબ નજીકની વસ્તુઓને જુદી-જુદી બતાવવાની ક્ષમતા) એ બે મહત્ત્વની બાબતો છે.

ટેલિસ્કોપના ઑબ્જેક્ટિવમાં દાખલ થતો પ્રકાશનો જથ્થો ઑબ્જેક્ટિવના વ્યાસના વર્ગના સમપ્રમાણમાં હોય છે. વળી, ઑબ્જેક્ટિવના લેન્સનો વ્યાસ વધે તેમ વિભેદનશક્તિ પણ વધે છે.

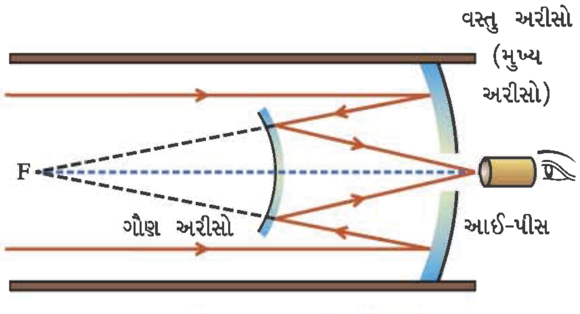
(આપણે જે ટેલિસ્કોપની ચર્ચા કરી છે, તેમાં વસ્તુમાંથી આવતા પ્રકાશનાં કિરણો ઑબ્જેક્ટિવમાંથી પસાર થઈ વક્રીભવન પામીને પ્રતિબિંબ રચે છે. આવા ટેલિસ્કોપને **રિફ્રેક્ટિંગ** પ્રકારના ટેલિસ્કોપ કહે છે.

આ પ્રકારના ટેલિસ્કોપમાં રચાતું પ્રતિબિંબ ઊલટું હોય છે. તમે આ ટેલિસ્કોપથી પૃથ્વી પરની દૂર રહેલી વસ્તુઓનું નિરીક્ષણ કરો, તો દૃશ્ય ઊલટાઈ ગયેલું દેખાય છે. સ્પેક્ટ્રૉમિટરના ટેલિસ્કોપથી ક્રિકેટમૅચનું નિરીક્ષણ કરો. બધા ખેલાડીઓ કેવા દેખાય છે ? આ મુશ્કેલી નિવારવા **ટેરેસ્ટ્રિયલ ટેલિસ્કોપ (Terrestrial Telescope)**માં ઈન્વર્ટિંગ લેન્સની એક વધારાની જોડ હોય છે, જેથી દૂરની વસ્તુઓનું પ્રતિબિંબ સૂલટું (સીધું) પડે. આ પ્રકારના ટેલિસ્કોપને Terrestrial Telescope કહે છે. જોકે ગેલિલિયોએ આવા ટેલિસ્કોપમાં બહિર્ગોળ લેન્સ અને અંતર્ગોળ લેન્સનો ઉપયોગ કર્યો હતો.

ઊંચી વિભેદનશક્તિ તથા વધુ મોટા મૅગ્નિફાઈંગ પાવરવાળા ટેલિસ્કોપને બનાવવા માટેની વ્યવહારિક મુશ્કેલીઓને કારણે આધુનિક ટેલિસ્કોપમાં લેન્સના બદલે અરીસાનો ઉપયોગ થાય છે. આવા ટેલિસ્કોપ **પરાવર્તક** (Reflecting) પ્રકારના ટેલિસ્કોપ કહેવાય છે. આ પ્રકારના ટેલિસ્કોપમાં **વર્ણવિપથન (Chromatic Aberration)** (સફેદ વસ્તુનું રંગોવાળું પ્રતિબિંબ મળે તે), અને જો પેરેબોલિક અરીસો વાપરવામાં આવે, તો **ગોળીય વિપથન (Spherical Aberration)** (બિંદુવત્ વસ્તુનું ફેલાઈ ગયેલ પ્રતિબિંબ)ની ક્ષતિ નાબૂદ થાય છે.

કેસેગ્રેઈને બનાવેલ **પરાવર્તક ટેલિસ્કોપ**ની રચના આકૃતિ 6.30માં દર્શાવેલ છે.

આકૃતિમાં દર્શાવ્યા પ્રમાણે દૂરની વસ્તુમાંથી આવતાં સમાંતર કિરણો મુખ્ય (કે પ્રાથમિક) અરીસાની અંદરની પરાવર્તક સપાટી પર આપાત થાય છે. આ અરીસાની પરાવર્તક સપાટી parabolic હોય છે. આ સપાટી પરથી કિરણો પરાવર્તન પામી આ અરીસાના મુખ્ય કેન્દ્ર Fમાં કેન્દ્રિત થાય છે. (F પાસે આઈ-પીસ રાખવામાં આવે, તો વસ્તુનું પ્રતિબિંબ જોઈ શકાય, પરંતુ નળીની અંદરના ભાગમાં આવી ગોઠવણી કરવાનું મુશ્કેલ છે.) કેસેગ્રેઇને Fમાં કેન્દ્રિત થતાં કિરણોના માર્ગમાં બીજો બહિર્ગોળ અરીસા ગોઠવ્યો તેને **ગૌણ અરીસો (Secondary Mirror)** કહે છે. બહિર્ગોળ અરીસા પરથી પરાવર્તિત કિરણો અરીસાના ધ્રુવ પર રાખેલ વર્તુળાકાર છિદ્ર (Hole)માંથી પસાર થઈને આઇ-પીસ પર કેન્દ્રિત થાય છે. આ પ્રકારના ટેલિસ્કોપમાં મુખ્ય અરીસાની કેન્દ્રલંબાઈ મોટી હોય છે. તેમજ તેનો વ્યાસ પણ મોટો હોય છે.



આકૃતિ 6.30 પરાવર્તક ટેલિસ્કોપ

આપણે મૅચ જોતી વખતે કે bird watching કરતી વખતે જે **બાયનોક્યુલર (binoculars)** વાપરીએ છીએ તે એક ડબલ-ટેલિસ્કોપ છે. આ ટેલિસ્કોપમાં અંતિમ પ્રતિબિંબ ચત્તું હોય છે. બાયનોક્યુલરમાં બે પ્રિઝમોની રચના વડે ઑબ્જેક્ટિવ અને આઇ-પીસ વચ્ચેનું અંતર ઓછું રાખી શકાય છે. આપણે બાયનોક્યુલરમાં બંને આંખથી નિરીક્ષણ કરતા હોવાથી તેને binocular કહે છે.

6.16.4 માનવઆંખ (Human Eye) : કુદરતમાં જો કોઈ શ્રેષ્ઠ પ્રકાશીય ઉપકરણ હોય, તો તે છે માનવ-આંખ (જુઓ આકૃતિ 6.31).

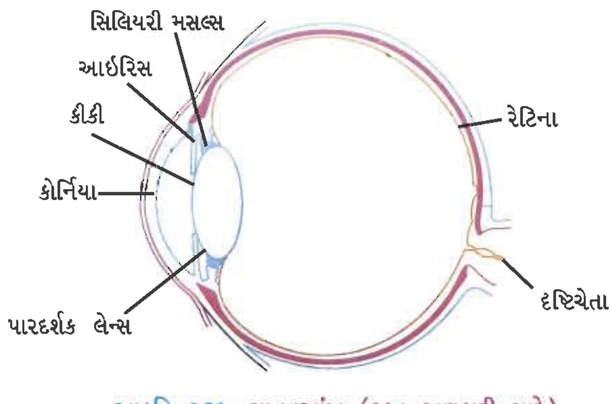
આંખમાં પ્રવેશતું પ્રકાશનું કિરણ સૌપ્રથમ કોર્નિયા (cornea)માં વક્રીભૂત થાય છે. આમ છતાં આંખનો લેન્સ એ મુખ્ય વક્રીભવનકારક તરીકે જવાબદાર છે તેમ ગણી શકાય. લેન્સ વડે રેટિના (ratina) પર ઊંધું અને વાસ્તવિક પ્રતિબિંબ રચાય છે. આ પ્રતિબિંબનું માનવ મગજમાં પ્રોસેસિંગ થઈને અંતે પ્રતિબિંબ ચત્તું દેખાય છે.

રેટિનામાં બે પ્રકારના કોષો (cells) હોય છે :

(1) Rods : આ કોષો દ્વારા પ્રકાશની ઓછી તીવ્રતાની સંવેદના મેળવી શકાય છે.

(2) Cones : આ કોષ દ્વારા રંગની તેમજ તીવ્ર પ્રકાશની સંવેદના મેળવી શકાય છે.

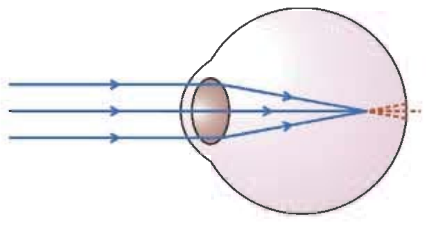
આંખના કિસ્સામાં એક વસ્તુ ખાસ છે : આંખના લેન્સ અને રેટિના વચ્ચેનું અંતર નિશ્ચિત છે. આથી જ તો આપણે જુદાં-જુદાં અંતરોએ રહેલી વસ્તુઓને જોઈએ છીએ, ત્યારે આંખના લેન્સની કેન્દ્રલંબાઈમાં એવો ફેરફાર થાય છે કે જેથી પ્રતિબિંબ રેટિના પર જ મળે. (આંખનો લેન્સ smart લેન્સ કહેવાય, બરાબર ને !) આ કાર્ય (કેન્દ્રલંબાઈમાં ફેરફાર કરવાનું) આંખમાં રહેલા સિલિયરી મસલ્સ (Ciliary Muscles) દ્વારા થાય છે. આ સ્નાયુઓ આંખના લેન્સને જાડો-પાતળો કરી પ્રતિબિંબને રેટિના પર ફોક્સ કરી આપે છે.



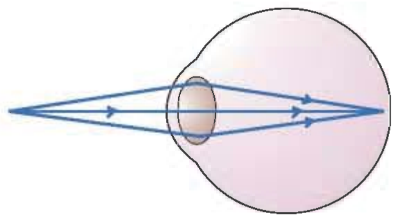
આકૃતિ 6.31 માનવઆંખ (ફક્ત જાણકારી માટે)

આઇરિસ (Iris) વડે આંખમાં પ્રવેશતા પ્રકાશના જથ્થા પર નિયંત્રણ લાવી શકાય છે. તે માટે આંખના દર્પણમુખ (Pupil - કીકી)ને નાનીમોટી (જરૂર મુજબ) કરવાનું કામ આઇરિસ કરે છે. આપણે જ્યારે સાઇડની વસ્તુઓને જોઈએ છીએ, ત્યારે આંખનો લેન્સ ભ્રમણ કરી, પ્રતિબિંબને રેટિનાના કેન્દ્રીય વિસ્તાર (fovea) પર લાવે છે.

દૃષ્ટિક્ષતિઓ (Defects of Vision) : જો આંખનો લેન્સ જરૂરિયાત પ્રમાણે પાતળો ન થઈ શકે, પરંતુ જાડો જ રહે, તો દૂરની વસ્તુમાંથી આવતા પ્રકાશનાં સમાંતર કિરણો લેન્સથી વધુ પડતું વક્રીભવન પામીને આકૃતિ 6.32માં દર્શાવ્યા પ્રમાણે રેટિનાની આગળ કેન્દ્રિત થાય છે અને દૂરની વસ્તુ અસ્પષ્ટ બને છે. પરંતુ નજીકની વસ્તુઓનું સ્પષ્ટ પ્રતિબિંબ રેટિના પર રચાય છે. (જુઓ આકૃતિ 6.33) આ પ્રકારની ખામીને **લઘુદૃષ્ટિ (Near sightedness કે Myopia)** કહે છે.

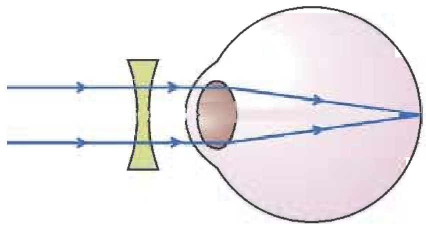


આકૃતિ 6.32 દૂરની વસ્તુનું પ્રતિબિંબ રેટિનાથી આગળ રચાય છે.



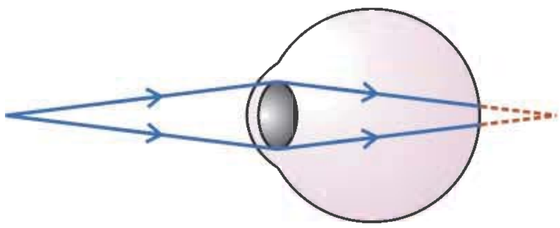
આકૃતિ 6.33 નજીકની વસ્તુનું પ્રતિબિંબ રેટિના પર રચાય છે.

આ ખામી પ્રકાશના વધુ પડતા અભિસરણથી ઉદ્ભવે છે, તેથી તેને સુધારવા માટે યોગ્ય કેન્દ્રલંબાઈવાળા અંતર્ગોળ લેન્સનો ઉપયોગ કરવામાં આવે છે (જુઓ આકૃતિ 6.34).

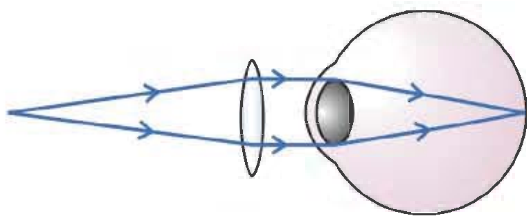


આકૃતિ 6.34 વસ્તુ અને આંખ વચ્ચે અંતર્ગોળ લેન્સ

જો આંખનો લેન્સ પાતળો જ રહે અને જરૂરિયાત પ્રમાણે જાડો ન થઈ શકે, તો નજીકની વસ્તુઓમાંથી આવતાં પ્રકાશનાં કિરણો લેન્સથી ઓછું વક્રીભવન પામીને આકૃતિ 6.35માં દર્શાવ્યા પ્રમાણે રેટિનાની પાછળ કેન્દ્રિત થાય છે. આથી રેટિના પર નજીકની વસ્તુનું અસ્પષ્ટ પ્રતિબિંબ રચાય છે, પરંતુ દૂરની વસ્તુઓનું સ્પષ્ટ પ્રતિબિંબ રેટિના પર રચાય છે. આવી વ્યક્તિઓ દૂરની વસ્તુઓ સ્પષ્ટ જોઈ શકે છે, પરંતુ નજીકની વસ્તુઓ સ્પષ્ટ જોઈ શકતી નથી. આંખની આ પ્રકારની ખામીને ગુરુદૃષ્ટિ **(Farsightedness કે Hypermetropia)** કહે છે. આ પ્રકારની ખામી પ્રકાશના પ્રમાણમાં ઓછા અભિસરણથી ઉદ્ભવે છે, તેથી તેને સુધારવા માટે આકૃતિ 6.36માં દર્શાવ્યા પ્રમાણે યોગ્ય કેન્દ્રલંબાઈવાળો બહિર્ગોળ લેન્સ વાપરવામાં આવે છે.



આકૃતિ 6.35 હાઈપરમેટ્રોપિયા



આકૃતિ 6.36 વસ્તુ અને આંખ વચ્ચે બહિર્ગોળ લેન્સ

કેટલીક વ્યક્તિઓને આડા-ઊભા તારવાળી જાળી દેખાડતાં તેમને બંને તાર સ્પષ્ટ ન દેખાતાં આડા કે ઊભા તારમાંથી કોઈ એક જ દિશાના તાર વધુ સ્પષ્ટ દેખાય છે. આંખની આ પ્રકારની ખામીને **એસ્ટિગ્મેટિઝમ (Astigmatism)** કહે છે. લેન્સ અને કોર્નિયાની વક્રતા (Curvature) સરખી ન હોય, તો આ ખામી ઉદ્ભવે છે. ઉદાહરણરૂપે ધારો કે કોઈ વ્યક્તિને આડા તાર સ્પષ્ટ દેખાય છે, પરંતુ ઊભા તાર સ્પષ્ટ દેખાતાં નથી. આ પરિસ્થિતિમાં આંખના લેન્સ અને કોર્નિયાની વક્રતા સમક્ષિતિજ સમતલમાં સમાન હોય છે. પરંતુ શિરોલંબ સમતલમાં અસમાન હોય છે. આથી સમક્ષિતિજ સમતલમાં કિરણોનું વક્રીભવન સમાનપણે થાય છે, પરંતુ શિરોલંબ સમતલમાં કિરણોનું વક્રીભવન જુદું-જુદું થાય છે. પરિણામે આડા તાર સ્પષ્ટ દેખાય છે અને ઊભા તાર સ્પષ્ટ દેખાતા નથી. આ પ્રકારની ખામી નિવારવા માટે **નળાકાર (Cylindrical) લેન્સ**નો ઉપયોગ કરવામાં આવે છે. ઉપર્યુક્ત કિસ્સામાં સમક્ષિતિજ દિશામાં અક્ષ ધરાવતા યોગ્ય વક્રતાવાળા નળાકાર લેન્સ વાપરીને આ ક્ષતિ સુધારી શકાય છે.

સારાંશ

1. અરીસા માટે ગૉસનું સૂત્ર $\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{2}{R} = \frac{1}{f}$; જ્યાં, u = વસ્તુ-અંતર, v = પ્રતિબિંબ-અંતર, R = વક્રતાત્રિજ્યા અને f = કેન્દ્રલંબાઈ
2. અરીસા માટે લેટરલ મૅગ્નિફિકેશન, $m = \frac{h'}{h} = -\frac{v}{u}$
3. જુદાં-જુદાં પારદર્શક માધ્યમોના બનેલાં સંયુક્ત ચોસલાં (slab) માટે સ્નેલના નિયમનું વ્યાપક સ્વરૂપ નીચે મુજબ લખી શકાય. $n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2 = n_3 \sin\theta_3 = ...$
4. પૂર્ણઆંતરિક પરાવર્તનની ઘટના પરાવર્તક તરીકે ઉપયોગી છે. દા.ત., ફ્લિન્ટ ગ્લાસ પ્રિઝમનો ઉપયોગ ઊંચી ગુણવત્તાવાળા પરાવર્તક તરીકે વપરાય છે, હવા-ગ્લાસ (કાચ) આંતરપૃષ્ઠ માટે, ક્રાંતિકોણ (C)નું મૂલ્ય, $C = sin^{-1}\left(\frac{1}{n}\right)$; પરથી શોધી શકાય છે. જ્યાં, n = કાચનો વક્રીભવનાંક
5. પૂર્ણઆંતરિક પરાવર્તનની ઘટનાનો ઉપયોગ ઑપ્ટિકલ ફાઇબરમાં પણ થાય છે.
6. પાતળા લેન્સ માટે : $\frac{-1}{u} + \frac{1}{v} = \left(\frac{n_2 - n_1}{n_1}\right) \cdot \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$ અને $\frac{1}{f} = \frac{-1}{u} + \frac{1}{v}$
7. પ્રતિવર્તતાનો સિદ્ધાંત સૂચવે છે કે વસ્તુ અને તેનું પ્રતિબિંબ એકબીજાને સંલગ્ન (Conjugate) હોવાથી, વસ્તુનું સ્થાન અદલ-બદલ કરવાથી પ્રતિબિંબ-અંતર શોધી શકાય છે.
8. સંપર્કમાં રહેલા લેન્સ માટે પાવર, $P = P_1 + P_2 + ...$.
9. સંપર્કમાં રહેલા લેન્સ માટે મોટવણી, $m = m_1 \times m_2 \times ....$.
10. સંપર્કમાં રહેલા લેન્સ માટે કેન્દ્રલંબાઈ $\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} + ...$.
11. પ્રિઝમ સમીકરણ $\delta = i + e - A$ છે. લઘુતમ વિચલનકોણની સ્થિતિમાં, $\delta_m = 2i - A$ થશે. પાતળા પ્રિઝમ માટે (A < <), $\delta_m = A(n - 1)$; જ્યાં, n = પ્રિઝમના દ્રવ્યનો વક્રીભવનાંક
12. પ્રકીર્ણનને બે પાત્રમાં વર્ગીકૃત કરી શકાય : સ્થિતિસ્થાપક પ્રકીર્ણન (રેલે-પ્રકીર્ણન અને મી-પ્રકીર્ણન) અને અસ્થિતિસ્થાપક પ્રકીર્ણન (દા.ત., રામન પ્રકીર્ણન). જો પ્રકાશને પ્રકેરિત કરતા કણોનું પરિમાણ આપાત પ્રકાશની તરંગલંબાઈ કરતાં ઓછું હોય તો તેવા પ્રકીર્ણનને રેલે-પ્રકીર્ણન અને જો તેનાથી ઊલટું હોય તો તેને મી-પ્રકીર્ણન કહે છે.
13. સંયુક્ત માઇક્રોસ્કોપ બે શ્રેણીમાં જોડેલા સાદા માઇક્રોસ્કોપ તરીકે વિચારી શકાય, જેમાં પ્રથમ સાદા માઇક્રોસ્કોપ દ્વારા મળતા મોટું પ્રતિબિંબ બીજા માટે વસ્તુ તરીકે વર્તે છે.
14. વધારે વિભેદન (Resolution) અને મોટવણી (Magnification) મેળવવા માટે આધુનિક ટેલિસ્કોપમાં અરીસાનો ઉપયોગ થાય છે.
15. રેટિનામાં બે પ્રકારના કોષો હોય છે : Rods કે જે ઓછા પ્રકાશની સંવેદના આપે છે અને Cones કે જે રંગ અને તીવ્ર પ્રકાશની સંવેદના આપે છે.
16. દૃષ્ટિની ખામીઓ યોગ્ય પ્રકારના લેન્સની મદદથી દૂર કરી શકાય છે.

સ્વાધ્યાય

નીચે વિધાનો માટે આપેલા વિકલ્પોમાંથી યોગ્ય વિકલ્પ પસંદ કરો :

1. અંતર્ગોળ અરીસાની અક્ષ પર 25 cm અંતરે એક વસ્તુ રાખેલ છે. અરીસાની કેન્દ્રલંબાઈ 20 cm હોય, તો મળતું લેટરલ મૅગ્નિફિકેશન કેટલું થશે ?
   (A) 2 (B) 4 (C) –4 (D) –2
2. તળાવમાં એક માછલી તળાવના કિનારેથી 6.3 m અંતરે રહેલ છે. હવે જો તે કિનારા પરના એક ઝાડને just જોઈ શકતી હોય, તો તેની તળાવમાં ઊંડાઈ .... m હશે. પાણીનો વક્રીભવનાંક 1.33 લો.
   (A) 6.30 (B) 5.52 (C) 7.5 (D) 1.55

3. બહિર્ગોળ લેન્સ માટે, જ્યારે વસ્તુની ઊંચાઈ પ્રતિબિંબની ઊંચાઈ કરતાં બે ગણી હોય, તો વસ્તુ-અંતર .... જેટલું થશે. લેન્સની કેન્દ્રલંબાઈ f છે.

(A) f (B) $2f$ (C) $3f$ (D) $4f$

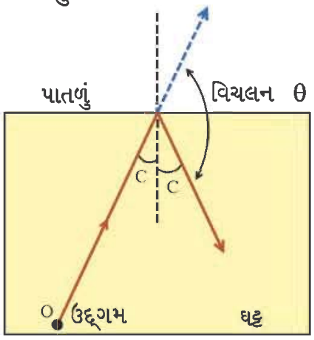
4. એક ટાંકીમાં n વક્રીભવનાંક ધરાવતું પ્રવાહી ભરવામાં આવે છે. એક સમતલ અરીસો ટાંકીના તળિયે મૂકેલ છે. પ્રવાહીની સપાટી પર એક બિંદુવત્ વસ્તુ (P) અરીસાથી h ઊંચાઈએ રાખેલ છે, એક અવલોકનકાર આ વસ્તુનું અને તેના પ્રતિબિંબનું ઉપરથી નીચે લંબ તરફ અવલોકન કરે છે, તો વસ્તુ અને તેના પ્રતિબિંબ વચ્ચેનું અંતર કેટલું હશે ?

(A) $2n{\cdot}h$ (B) $\frac{2h}{n}$ (C) $\frac{2h}{(n-1)}$ (D) $h{\cdot}\left(1+\frac{1}{n}\right)$

5. એક કૂવાની ઊંડાઈ 5.5 m છે. જો કૂવો પાણીથી સંપૂર્ણ ભરેલો હોય અને પાણીનો વક્રીભવનાંક 1.33 હોય, તો ઉપરથી શિરોલંબ જોતાં કૂવાનું તળિયું કેટલું ઊચું આવેલું જણાશે ?

(A) 5.5 m (B) 2.75 M (C) 4.13 m (D) 1.37 m

6. એક પ્રકાશકિરણ ઘટ્ટ માધ્યમમાંથી પાતળા માધ્યમમાં ગતિ કરે છે. આ માધ્યમો માટેનો ક્રાંતિકોણ C છે, તો કિરણનું મહત્તમ વિચલન .... જેટલું થશે.

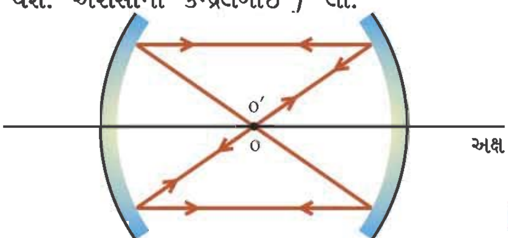


(A) $\pi - 2$ (B) $\pi - 2c$

(C) 2C (D) $\frac{\pi}{2} + C$

Hint : પૂર્ણ આંતરિક પરાવર્તન વખતની સ્થિતિ આકૃતિમાં દર્શાવેલ છે.

7. સમાન કેન્દ્રલંબાઈ ધરાવતા બે અંતર્ગોળ અરીસાની સમાન અક્ષ પર, અરીસાની વચ્ચે મધ્યમાં બિંદુવત્ વસ્તુ O મૂકેલી છે. જો અંતિમ પ્રતિબિંબ વસ્તુના સ્થાન આગળ જ રચાતું હોય, તો બે અરીસા વચ્ચેનું અંતર .... થશે. અરીસાની કેન્દ્રલંબાઈ f લો.



(A) f (B) $2f$

(C) $\frac{3}{2}f$ (D) $\frac{1}{2}f$

Hint : આ પરિસ્થિતિ આકૃતિમાં દર્શાવેલ છે.

નોંધ : બીજી એક શક્ય પરિસ્થિતિ કે જેમાં પણ વસ્તુ અને તેનું પ્રતિબિંબ એકબીજા પર સંપાત થાય ત્યારે બે અરીસાઓ વચ્ચેનું અંતર $4f$ હશે.

8. 1.5 જેટલો વક્રીભવનાંક ધરાવતા પાતળા લેન્સની કેન્દ્રલંબાઈ 20 cm છે. જ્યારે તેને 1.33 જેટલો વક્રીભવનાંક ધરાવતા પ્રવાહી ઉપર મૂકવામાં આવે, ત્યારે તેની કેન્દ્રલંબાઈ .... cm થશે.

(A) 80.81 (B) 45.48 (C) 60.25 (D) 78.23

9. એક ટાંકીમાં 30 cm ઊંચાઈ સુધી પાણી અને તેની ઉપર બીજા 30 cm સુધી તેલ ભરેલું છે. ઉપરથી શિરોલંબ દિશામાં ટાંકીનું તળિયું જોતાં તે. .... cm ઉપર ખસેલું દેખાશે. પાણી અને તેલનો વક્રીભવનાંક અનુક્રમે 1.33 અને 1.28 લો.

(A) 7.44 (B) 6.46 (C) 14.02 (D) 6.95

Hint : $\frac{h'}{h} = \frac{n_1}{n_2}$ પરથી, $\frac{h'-h}{h} = \frac{\Delta h}{h} = \frac{n_1-n_2}{n_2}$

$\therefore -\frac{\Delta h}{h} = \left(\frac{n_1}{n_2}-1\right)$ (Δh ઋણ લીધેલ છે, કારણ કે તે આભાસી ઊંડાઈ દર્શાવે છે.)

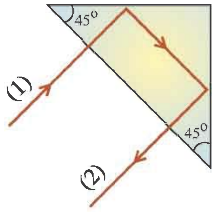
$\therefore \Delta h = h \times \left(1-\frac{n_1}{n_2}\right) = h \times \left(1-\frac{1}{n_{21}}\right)$

10. એક પાતળા કાચના લેન્સ માટે વક્રતાત્રિજ્યા 20 cm હોય, તો તેની કેન્દ્રલંબાઈ .... cm થશે. લેન્સના દ્રવ્યનો વક્રીભવનાંક (n) 1.5 છે અને તેને હવામાં રાખવામાં આવેલ છે.

(A) 20 (B) 40 (C) 60 (D) 80

Hint : હવા-કાચના લેન્સ માટે, $\frac{-1}{u} + \frac{n}{v} = \frac{1}{f} = \frac{(n-1)}{R}$

11. આકૃતિમાં દર્શાવ્યા પ્રમાણે કાટકોણ પ્રિઝમ માટે કિરણ-1 એ આપાતકિરણ છે, જ્યારે કિરણ-2 નિર્ગમનકિરણ છે, તો પ્રિઝમના દ્રવ્યનો વક્રીભવનાંક .... થશે.



(A) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

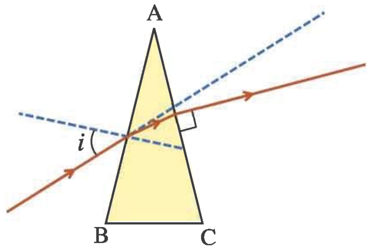
(C) $\frac{2}{\sqrt{3}}$ (D) $\sqrt{2}$

12. 1.5 વક્રીભવનાંક ધરાવતા સમબાજુ પ્રિઝમની બાજુ પર લંબરૂપે કિરણ આપાત થાય છે. તો વિચલન કોણ .... થશે.

(A) 30° (B) 45° (C) 60° (D) 75°

Hint : $\sin C = \frac{1}{n}$ નો આ ઘટના સમજવા ઉપયોગ કરો.

13. ખૂબ નાના પ્રિઝમકોણ A ધરાવતા પ્રિઝમની સપાટી પર કિરણ i જેટલા કોણે આપાત કરવામાં આવે ત્યારે નિર્ગમનકિરણ વિરુદ્ધ સપાટી પરથી લંબરૂપે નિર્ગમન પામે છે. જો પ્રિઝમના દ્રવ્યનો વક્રીભવનાંક μ હોય, તો આપાતકોણ iનું મૂલ્ય ....ની નજીકનું હશે.



(A) $\frac{A}{\mu}$ (B) $\frac{\mu A}{2}$

(C) $\frac{A}{2\mu}$ (D) μA

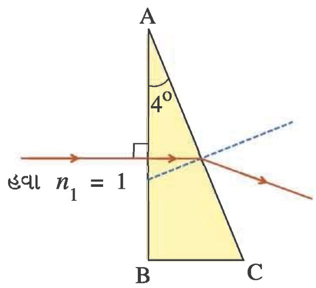
Hint : બાજુની આકૃતિનો ઉપયોગ કરો.

14. એક અંતર્ગોળ અરીસાની અક્ષ પર b લંબાઈની રેખીય વસ્તુ મૂકેલી છે. વસ્તુનો અરીસા તરફનો છેડો અરીસાથી u અંતરે છે. જો અરીસાની કેન્દ્રલંબાઈ f હોય, તો પ્રતિબિંબની લંબાઈ .... લગભગ હશે.

(A) $b\left(\frac{u-f}{f}\right)^2$ (B) $b\left(\frac{f}{u-f}\right)$ (C) $\left(\frac{u-f}{f}\right)$ (D) $b\left(\frac{f}{u-f}\right)^2$

[**Hint :** જરૂર જણાય ત્યાં b અવગણો.]

15. 4°નો પ્રિઝમકોણ ધરાવતા કાટકોણ પ્રિઝમ પર સમક્ષિતિજ કિરણ આપાત થાય છે. જો પ્રિઝમના માધ્યમનો વક્રીભવનાંક 1.5 હોય, તો નિર્ગમન કોણ .... થશે. બાજુની આકૃતિનો ઉપયોગ કરો.



(A) 4° (B) 6°

(D) 10° (D) 0°

16. નીચેનામાંથી કયું કારણ હીરાના ચળકાટ માટે જવાબદાર છે ?

(A) વ્યતિકરણ (B) વિવર્તન (C) પૂર્ણઆંતરિક પરાવર્તન (D) વક્રીભવન

17. બહિર્ગોળ લેન્સની બંને બાજુની વક્રતાત્રિજ્યા 15 cm અને માધ્યમનો વક્રીભવનાંક 1.5 હોય તો, લેન્સની હવાની સાપેક્ષ કેન્દ્રલંબાઈ .... cm થશે.

(A) 10 (B) 15 (C) 20 (D) 30

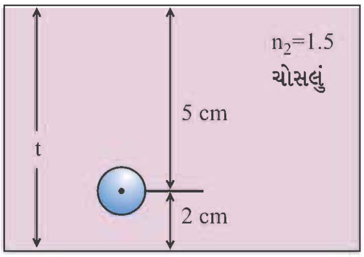
18. એક બહિર્ગોળ અરીસા વડે મળતું વસ્તુનું પ્રતિબિંબ વસ્તુ કરતાં n ગણું નાનું છે. જો અરીસાની કેન્દ્રલંબાઈ f હોય, તો વસ્તુ-અંતર .... હશે.

(A) $\frac{f}{n}$ (B) $\frac{f}{(n-1)}$ (C) $(n - 1)f$ (D) nf

19. 4 mm જાડાઈના ચોસલામાંથી સૂર્યપ્રકાશને પસાર થતાં લાગતો સમય .... sec હશે. ચોસલાના દ્રવ્યનો વક્રીભવનાંક 1.5 છે.

(A) 2×10^{-8} (B) 2×10^{8} (C) 2×10^{-11} (D) 2×10^{11}

20. 1.5 વક્રીભવનાંક ધરાવતા કાચનાં ચોસલામાં રહેલ હવાના પરપોટાની ઊંડાઈ એક બાજુથી જોતાં 5 cm અને બીજી બાજુથી જોતાં 2 cm છે, તો ચોસલાની જાડાઈ .... cm હશે.



(A) 10.5 (B) 7

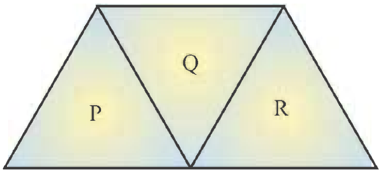
(C) 105 (D) 70

Hint : $\frac{h'}{h} = \frac{n_2}{n_1}$નો ઉપયોગ કરો.

21. બંને બાજુ સમાન વક્રતાત્રિજ્યા ધરાવતા બહિર્ગોળ લેન્સની કેન્દ્રલંબાઈ તેની કોઈ એક બાજુની વક્રતાત્રિજ્યા જેટલી છે, તો લેન્સના દ્રવ્યનો વક્રીભવનાંક .... હશે.

(A) $\frac{4}{3}$ (B) 1.5 (C) 2.5 (D) 0.8

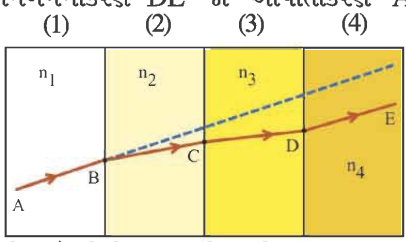
22. એક પ્રકાશકિરણ સમબાજુ પ્રિઝમ Pથી લઘુતમ વિચલનકોણની સ્થિતિમાં છે. હવે પ્રિઝમ Pના જ દ્રવ્યથી બનેલા અને પ્રિઝમ P જેવા જ બીજા બે પ્રિઝમો Q અને Rને આકૃતિમાં દર્શાવ્યા મુજબ ગોઠવો. આ સંજોગોમાં હવે પ્રકાશકિરણ .... અનુભવશે. (P, Q અને Rનાં પરિમાણ સમાન છે.)



(A) વધારે વિચલન (B) વિચલન નહીં

(C) P જેટલું જ વિચલન (D) પૂર્ણઆંતરિક પરાવર્તન

23. આકૃતિમાં દર્શાવ્યા પ્રમાણે ચાર માધ્યમોના વક્રીભવનાંક અનુક્રમે n_1, n_2, n_3 અને n_4 છે. AB આપાતકિરણ છે. નિર્ગમનકિરણ DE જો આપાતકિરણ ABને સમાંતર હોય તો..........



(A) $n_1 = n_2$ (B) $n_2 = n_3$

(C) $n_3 = n_4$ (D) $n_4 = n_1$

24. જો એસ્ટ્રોનોમિકલ ટેલિસ્કોપની ટ્યૂબ-લંબાઈ 105 cm અને સામાન્ય સ્થિતિમાં મોટવશક્તિ 20 હોય, તો ઑબ્જેક્ટિવની કેન્દ્રલંબાઈ .... cm હશે.

(A) 10 (B) 20 (C) 25 (D) 100

[**Hint :** ટેલિસ્કોપની ઑપ્ટિકલ લંબાઈ, $L \geq f_0 + f_e$ સૂત્ર વડે અપાય છે.]

25. સવારના સમયે ઊર્ધ્વ દિશામાંનું આકાશ બ્લ્યુ રંગનું દેખાય છે. કારણ કે ....

(A) લાલ રંગનું શોષણ થઈ જાય છે.

(B) બ્લ્યુ પ્રકાશનું સૌથી વધારે પ્રમાણમાં પ્રકીર્ણન થાય છે.

(C) સવારના સમયે સૂર્ય ફક્ત બ્લ્યુ પ્રકાશનું ઉત્સર્જન કરે છે.

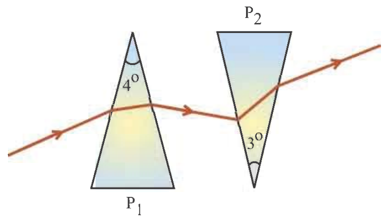
(D) બ્લ્યુ પ્રકાશનું આકાશ દ્વારા શોષણ થાય છે.

26. આંખની ખામી કે જેમાં એક સમતલમાં રહેલ વસ્તુને સ્પષ્ટ રીતે જોઈ શકાય છે, પરંતુ બીજા સમતલમાં રહેલી વસ્તુને નહીં, તેને .... કહે છે.
(A) એસ્ટિગ્મેટિઝ્મ (B) વિકૃતિ (C) લઘુદૃષ્ટિ (માયોપિયા) (D) ગુરુદૃષ્ટિ (હાઈપરમાયોપિયા)

27. રામન પ્રકિર્ણનમાં જોવા મળતી સ્ટોક્સ અને એન્ટીસ્ટોક્સ વર્ણપટરેખાઓ પ્રકાશના ....ને આભારી છે.
(A) પરાવર્તન (B) સ્થિતિસ્થાપક પ્રકીર્ણન
(C) અસ્થિતિસ્થાપક પ્રકીર્ણન (D) વિભાજન

28. 10 cm કેન્દ્રલંબાઈ ધરાવતો બહિર્ગોળ લેન્સનો સાદા માઈક્રોસ્કોપ તરીકે ઉપયોગ કરવામાં આવે છે. જ્યારે વસ્તુનું પ્રતિબિંબ અનંત અંતરે મળે, ત્યારે મોટવણી .... થશે. સામાન્ય દૃષ્ટિ માટે Near point અંતર 25 cm લો.
(A) 1.0 (B) 2.5 (C) 0.4 (D) 25

29. આકૃતિમાં દર્શાવ્યા પ્રમાણે બે પ્રિઝમો P_1 અને P_2નો સંયુક્ત રીતે વિચલન વગર વિભાજન કરવા માટે ઉપયોગ લેવામાં આવે છે. પ્રિઝમ P_1 માટે, પ્રિઝમકોણ 4° અને વક્રીભવનાંક 1.54 છે. પ્રિઝમ P_2 માટે પ્રિઝમકોણ 3° હોય, તો તેનો વક્રીભવનાંક .... થશે.



(A) 1.72 (B) 1.5
(C) 2.4 (D) 0.58

Hint : પાતળા પ્રિઝમ માટે $\delta = A(n - 1)$

30. એક ગોળાકાર બહિર્ગોળ સપાટી વસ્તુ અને પ્રતિબિંબ વચ્ચેના અંતરને અલગ પાડે છે. તેઓનો અનુક્રમે વક્રીભવનાંક 1.0 અને 1.5 છે. બહિર્ગોળ સપાટીની વક્રતાત્રિજ્યા 25 cm હોય, તો તેનો પાવર .... D થશે.
(A) 13 (B) 33 (C) 3.3 (D) 1.3

[**Hint :** $\frac{-n_1}{u} + \frac{n_2}{v} = \frac{n_2 - n_1}{R}$ અને $P = \frac{1}{f}$]

31. 3 cm જાડા અને $n = 2$ જેટલો વક્રીભવનાંક ધરાવતા સમતલ ચોસલા પર લંબ સાથે 30°નો ખૂણો બનાવે તે રીતે પ્રકાશકિરણ આપાત થાય છે. આ કિસ્સામાં લેટરલ શિફ્ટ .... cm થશે.
(A) 0.835 (B) 8.35 (C) 1.5 (D) 1.197
Hint : અત્રે આપાતકોણ θ_1 નાનો ના હોવાથી, લેટરલ શિફ્ટ નીચેના સૂત્રની મદદથી ગણાશે.

$$x = \frac{t\sin(\theta_1 - \theta_2)}{\cos\theta_2}$$

જવાબો

1. (C)	2. (B)	3. (C)	4. (B)	5. (D)	6. (B)
7. (B)	8. (D)	9. (C)	10. (B)	11. (D)	12. (C)
13. (D)	14. (D)	15. (B)	16. (C)	17. (B)	18. (C)
19. (C)	20. (A)	21. (B)	22. (C)	23. (D)	24. (D)
25. (B)	26. (A)	27. (C)	28. (B)	29. (A)	30. (B)
31. (A)					

નીચે આપેલ પ્રશ્નોના જવાબ ટૂંકમાં આપો :

1. પેરેક્સિઅલ કિરણો એટલે શું ?
2. સ્નેલનો નિયમ લખો.
3. પૂર્ણ આંતરિક પરાવર્તન એટલે શું ?
4. 1.67 જેટલો વક્રીભવનાંક ધરાવતા કાચના ચોસલા પર લંબરૂપે પ્રકાશ આપાત કરવામાં આવે છે. આપાત પ્રકાશની સરખામણીમાં પરાવર્તન પામતા પ્રકાશની પ્રતિશત તીવ્રતા શોધો.
5. ઑપ્ટિકલ ફાઈબરમાં ક્લેડિંગનો ઉપયોગ લખો.

6. ઑપ્ટિકલ કેન્દ્રની વ્યાખ્યા આપો.
7. લેન્સ-મેકર્સના સૂત્ર કરતા ન્યૂટનમાં સૂત્રના ઉપયોગનો એક ફાયદો જણાવો.
8. પ્રારંભમાં બે લેન્સોને એકબીજાના સંપર્કમાં રાખવામાં આવે છે. હવે, જો તેમને d જેટલા અંતરે અલગ કરવામાં આવે, તો આ સંયુક્ત તંત્રની કેન્દ્રલંબાઈમાં શું ફેરફાર થશે ?
9. અનુબદ્ધ કેન્દ્રો (Conjugate Foci) એટલે શું ?
10. નજીકબિંદુ (Near Point) અથવા Distance of Most Distinct Vision વ્યાખ્યાયિત કરો.
11. Rods કોષોનું રેટિનામાં કાર્ય જણાવો.

નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ આપો :

1. બહિર્ગોળ અરીસા માટે કેન્દ્રલંબાઈ અને વક્રતાત્રિજ્યા વચ્ચેનો સંબંધ તારવો.
2. અંતર્ગોળ અરીસા માટે અરીસાનું સૂત્ર તારવો.
3. અરીસા માટે લેટરલ મૅગ્નિફિકેશનની વ્યાખ્યા આપો. કાર્તેઝિયન સંજ્ઞાપ્રણાલીનો ઉપયોગ કરી વસ્તુ-અંતર અને પ્રતિબિંબ વચ્ચેનો સંબંધ તારવો.
4. લંબચોરસ ચોસલા માટે લેટરલ શિફ્ટ માટેનું સૂત્ર તારવો.
5. સાચી ઊંડાઈ અને આભાસી ઊંડાઈ વચ્ચેનો સંબંધ સમજાવો.
6. પૂર્ણઆંતરિક પરાવર્તનની વ્યાખ્યા આપો અને સમજાવો.
7. કેવી રીતે કાટકોણ પ્રિઝમો પૂર્ણપરાવર્તક તરીકે ઉપયોગી છે ?
8. ઑપ્ટિકલ ફાઇબરમાં પૂર્ણઆંતરિક પરાવર્તનની ઉપયોગિતા સમજાવો.
9. ગોળીય વક્રસપાટી માટે $\frac{-n_1}{u} + \frac{n_2}{v} = \frac{(n_2 - n_1)}{R}$ સૂત્ર તારવો.
10. પાતળા લેન્સ દ્વારા પ્રતિબિંબની રચના કેવી રીતે થાય છે તે સમજાવો અને $\frac{-1}{u} + \frac{1}{v} = \left(\frac{n_2 - n_1}{n_1}\right)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$ સૂત્ર તારવો.
11. પાતળા લેન્સ માટે લેન્સ-મેકર્સનું સૂત્ર તારવો.
12. પાતળા લેન્સ માટે ન્યૂટનનું સૂત્ર તારવો.
13. સંલગ્નિત બિંદુઓ અને સંલગ્નિત અંતરો પર સમજાવો લખો.
14. લેન્સ માટે લેટરલ મૅગ્નિફિકેશનની વ્યાખ્યા આપો. તેનો એક્સ્ટ્રા ફોકલ-અંતરો સાથેનો સંબંધ મેળવો.
15. સંપર્કમાં રહેલા બે પાતળા લેન્સના સંયોજન માટે અસરકારક કેન્દ્રલંબાઈ માટેનું સૂત્ર તારવો.
16. બહિર્ગોળ અરીસાની કેન્દ્રલંબાઈ માટેનું $f = \frac{1}{2}(v - d)$ સૂત્ર બહિર્ગોળ અરીસા અને બહિર્ગોળ લેન્સના સંયોજન પરથી તારવો.
17. સમબાજુ ત્રિકોણ માટે $\delta = i + e - A$ સૂત્ર તારવો.
18. સમબાજુ ત્રિકોણ માટેના $\delta = i + e - A$ સૂત્રનો ઉપયોગ કરી પ્રિઝમના દ્રવ્યના વક્રીભવનાંક માટેનું સૂત્ર તારવો.
19. રેલે-પ્રકીર્ણન પર નોંધ લખો.
20. પ્રકીર્ણન એટલે શું ? રામન પ્રકીર્ણન સમજાવો.
21. સાદા માઇક્રોસ્કોપ માટે મોટવણીનું સૂત્ર તારવો.
22. સંયુક્ત માઇક્રોસ્કોપ માટે યોગ્ય આકૃતિની મદદથી મોટવણીનું સૂત્ર મેળવો.
23. વક્રીભવન પ્રકારના ટેલિસ્કોપ પર નોંધ લખો.
24. પરાવર્તક ટેલિસ્કોપ એટલે શું ? વક્રીભવન પ્રકારના ટેલિસ્કોપ કરતાં પરાવર્તક ટેલિસ્કોપના ફાયદાઓ લખો.
25. માનવઆંખની એસ્ટિગ્મેટિઝમ ખામીની ચર્ચા કરો.

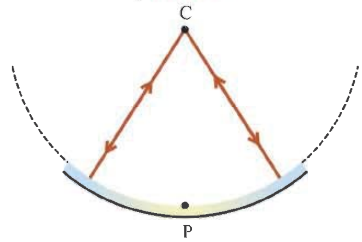
નીચેના દાખલા ગણો :

1. અંતર્ગોળ અરીસાની મુખ્ય અક્ષ પર રહેલી એક વસ્તુ v_0 જેટલા નિયમિત વેગથી અંતર્ગોળ અરીસા તરફ જઈ રહેલ છે, તો વસ્તુ જ્યારે અરીસાથી u અંતરે હોય ત્યારે તેના પ્રતિબિંબનો વેગ $v_i = \left(\frac{R}{2u-R}\right)^2 v_0$; છે, તેમ સાબિત કરો. જ્યાં, R અરીસાની વક્રતાત્રિજ્યા છે.

2. 10 cm કેન્દ્રલંબાઈવાળા બહિર્ગોળ અરીસા વડે એકરેખીય વસ્તુનું પ્રતિબિંબ, વસ્તુની લંબાઈ કરતાં ચોથા ભાગનું મળે છે, તો વસ્તુ અને પ્રતિબિંબ વચ્ચેનું અંતર શોધો. રેખીય વસ્તુ અક્ષ પર અક્ષને લંબરૂપે મૂકેલ છે.

[જવાબ : 37.5 cm]

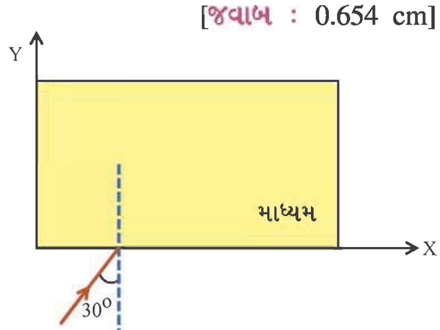
3. એક અંતર્ગોળ અરીસો એક ટેબલ પર એવી રીતે મૂક્યો છે કે જેથી તેની અક્ષ શિરોલંબ ઉપર તરફ રહે. P અને C અનુક્રમે અરીસાનાં ધ્રુવ અને વક્રતાકેન્દ્ર છે. એક બિંદુવત્ વસ્તુને C પર મૂકતાં તેનું સાચું પ્રતિબિંબ C પાસે રચાય છે. હવે જો અરીસામાં પાણી ભરવામાં આવે, તો અરીસાના ધ્રુવથી પ્રતિબિંબ-અંતર મેળવો.



4. એક અંતર્ગોળ અરીસાના ધ્રુવ પાસે સૂર્યનો વ્યાસ 0.5°નો કોણ આંતરે છે. અરીસાની વક્રતાત્રિજ્યા 1.5 m છે, તો અરીસાથી મળતા સૂર્યના પ્રતિબિંબનો વ્યાસ શોધો. સૂર્યનું અરીસાથી અંતર અનંત ગણો.

[જવાબ : 0.654 cm]

5. આકૃતિમાં દર્શાવ્યા પ્રમાણે એક કિરણ 30° જેટલા આપાતકોણે આપાત થઈ માધ્યમમાં આગળ વધે છે. માધ્યમનો વક્રીભવનાંક $n(y) = 1.5 - ky$ વડે આપવામાં આવે છે, તો yના કયા મૂલ્ય માટે કિરણ સમક્ષિતિજ બની જશે ? અહીં y મીટરમાં છે અને $k = 0.25 m^{-1}$ એક અચળાંક છે. [જવાબ : y = 3 m]



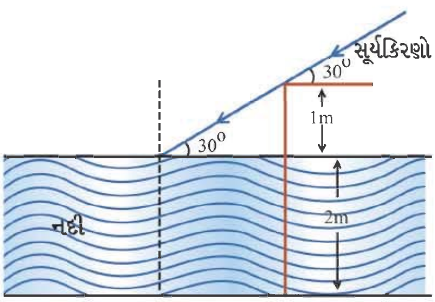
6. એક પાતળું પ્રકાશ-કિરણપુંજ 1.6 વક્રીભવનાંક ધરાવતી કાચની તકતી સપાટીના લંબ સાથે 53°નો કોણ બનાવે છે, તો તેના નિર્ગમનબિંદુ આગળ લેટરલ શિફ્ટ માપો, જ્યાં તકતીની જાડાઈ 20 mm છે. sin 53° = 0.8 લો. [જવાબ : 9 mm]

7. અંતર્ગોળ અરીસા દ્વારા મળતું પ્રતિબિંબ વસ્તુ કરતાં 4 ગણું મોટું છે. હવે જો વસ્તુને અરીસાથી 3 cm દૂર ખસેડવામાં આવે, તો પ્રતિબિંબ વસ્તુ કરતાં 3 ગણું મોટું બને છે, તો અરીસાની કેન્દ્રલંબાઈ શોધો.

[જવાબ : 36 cm]

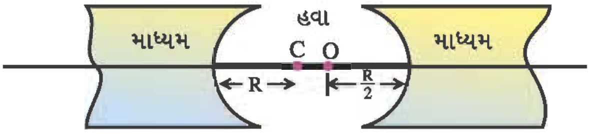
8. એક ખાસ ઑપ્ટિકલ ફાઈબરના દ્રવ્યનો વક્રીભવનાંક 1.75 છે. આ ફાઈબરમાં પૂર્ણઆંતરિક પરાવર્તન મેળવવા માટે વધારેમાં વધારે કેટલા ખૂણે કિરણને આપાત કરી શકાય ? ફાઈબરની બહારનું માધ્યમ હવા લો. હવા માટે વક્રીભવનાંક 1.0 છે. [જવાબ : $\frac{\pi}{2}$]

9. 2 m ઊંડાઈની એક નદીના પાણીમાં લેવલ માપવા માટેનો સળિયો (લેવલ મેઝરિંગ પોસ્ટ) નદીમાં શિરોલંબ એવી રીતે રાખ્યો છે કે જેથી તેનો 1 m જેટલો ભાગ પાણીની બહાર રહે. આ વખતે સૂર્ય ક્ષિતિજ સાથે 30°નો કોણ બનાવતી દિશામાં છે, તો નદીના તળિયે આ સળિયાના પડછાયાની લંબાઈ કેટલી હશે ? પાણીનો વક્રીભવનાંક $\frac{4}{3}$ છે. (આકૃતિ જુઓ.) [જવાબ : 3.44 m]



10. $\frac{5}{3}$ જેટલો વક્રીભવનાંક ધરાવતા એક પ્રવાહીને એક વાસણમાં ભરેલું છે. આ વાસણના તળિયે એક બિંદુવત્ પ્રકાશ-ઉદ્‌ગમ મૂકેલ છે. એક અવલોકનકાર આ પ્રકાશ-ઉદ્‌ગમને શિરોલંબ દિશામાંથી જુએ છે. પ્રવાહીની સપાટીથી ઉદ્‌ગમની શિરોલંબ દિશામાં એક અપારદર્શક તકતી એવી રીતે મૂકી છે કે જેથી તેનું કેન્દ્ર પ્રકાશ ઉદ્‌ગમની બરાબર ઉપર તરફ આવે. હવે, આ પ્રવાહીને ધીમે-ધીમે વાસણના તળિયેથી બહાર કાઢવામાં આવે છે, તો બહારથી જોતાં ઉદ્‌ગમ ન જોઈ શકાય તે માટે પ્રવાહીની વધારેમાં વધારે ઊંચાઈ કેટલી રાખવી જોઈએ ? તકતીની ત્રિજ્યા 1 cm છે. [જવાબ : 1.33 cm]

11. આકૃતિમાં દર્શાવ્યા પ્રમાણે સમાન વક્રીભવનાંક (1.5) અને સમાન વક્રતાત્રિજ્યાઓ (R) ધરાવતી બે અંતર્ગોળ વક્રીભવનકારક સપાટીઓને એકબીજાની સામે હવામાં (n = 1.0) મૂકેલ છે.



એક બિંદુવત્ વસ્તુ (O)ને કોઈ એક વક્રસપાટીના શિરોબિંદુ અને કેન્દ્રની બરાબર વચ્ચે મૂકવામાં આવે છે, તો આ જ વસ્તુનું કોઈ એક સપાટી વડે રચાતું પ્રતિબિંબ O' અને બીજી સપાટી વડે રચાતા પ્રતિબિંબ O'' વચ્ચેનું અંતર Rના પદમાં શોધો. [**Hint :** $\frac{-n_1}{u} + \frac{n_2}{v} = (n_2 - n_1)\frac{1}{R}$ નો ઉપયોગ બંને વક્રીભવનકારક સપાટીઓ માટે કરો.] [જવાબ : 0.114 R]

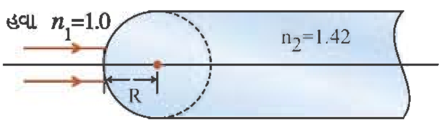
12. (1) જો $f = +\ 0.5m$ હોય, તો લેન્સનો પાવર કેટલો હશે ?

(2) એક બહિર્ગોળ લેન્સની ગોળીય સપાટીઓની ત્રિજ્યાઓ 10 cm અને 15 cm હોય અને તેની કેન્દ્રલંબાઈ 12 cm હોય, તો લેન્સના દ્રવ્યનો વક્રીભવનાંક કેટલો હશે ?

(3) એક બહિર્ગોળ લેન્સની હવામાં કેન્દ્રલંબાઈ 20 cm છે, તો પાણીમાં તેની કેન્દ્રલંબાઈ કેટલી હશે ? પાણીનો વક્રીભવનાંક 1.33 અને લેન્સના દ્રવ્યનો વક્રીભવનાંક 1.5 લો.

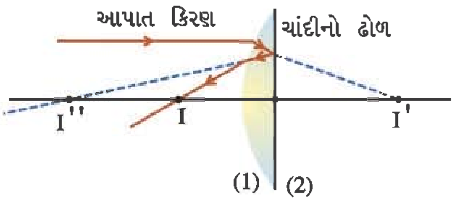
[જવાબ : (1) 12 D (2) 1.5 (3) 78.2 cm]

13. 1.42 વક્રીભવનાંક ધરાવતા દ્રવ્યમાંથી બનાવેલ એક નળાકારીય સળિયાનો એક છેડો અર્ધગોળાકાર છે. એક સાંકડું



સમાંતર કિરણજૂથ આકૃતિમાં દર્શાવ્યા પ્રમાણે આપાત કરવામાં આવે, તો આ કિરણજૂથ અર્ધગોળીય સપાટીથી કેટલા અંતરે કેન્દ્રિત થશે ? [જવાબ : 3.38 R]

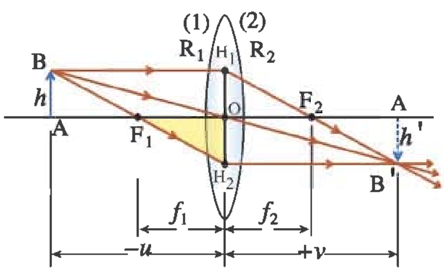
14. આકૃતિમાં દર્શાવ્યા પ્રમાણે 20 cmની કેન્દ્રલંબાઈ ધરાવતા અને સમતલ બહિર્ગોળ (Plano Convex) લેન્સની



સમતલ સપાટી પર ચાંદીનો ઢોળ ચઢાવીને પરાવર્તક બનાવવામાં આવી છે, તો આ તંત્ર માટેની નવી કેન્દ્રલંબાઈ શોધો.

[જવાબ : 10 cm]

15. પાતળા લેન્સ માટે કે જેની પ્રથમ મુખ્ય કેન્દ્રલંબાઈ (f_1) અને દ્વિતીય મુખ્ય કેન્દ્રલંબાઈ (f_2) હોય તેવો કિસ્સો



વિચારો. મોટવણી માટેનું f_1 અને f_2નાં પદમાં, સૂત્ર $\left(\frac{v - f_2}{f_1}\right)$ મેળવો. વળી, ખાસ કિસ્સા $f_1 = f_2 = f$ માટે, ગૉસનું સમીકરણ મોટવણીના સમીકરણ પરથી તારવો. કાર્તેઝિયન સંજ્ઞાપ્રણાલીનો ઉપયોગ કરો.

[**Hint :** આકૃતિમાં ΔBH_1H_2 અને ΔF_1OH_2 સમરૂપ છે અને $\Delta B'H_2H_1$ અને ΔF_2OH_1 સમરૂપ છે.]

•