

3

પ્રવાહવિદ્યુત

3.1 પ્રસ્તાવના (Introduction)

આગળનાં બંને પ્રકરણમાં બધા જ વિદ્યુતભારો (મુક્ત અથવા બંધિત) સ્થિર હતા અને મહદ્અંશે તેમની વચ્ચેની આંતરક્રિયાઓ ભણ્યા હતા. આવા અભ્યાસને સ્થિત-વિદ્યુતશાસ્ત્ર (electrostatics) કહે છે.

પ્રસ્તુત પ્રકરણમાં આપણે વિદ્યુતભારોને ઊર્જા આપીને ગતિ કરતા (દોડતા) કરીશું. આવા ગતિ કરતા વિદ્યુતભારો, વિદ્યુતપ્રવાહ (current)નું નિર્માણ કરે છે.

કુદરતમાં ઘણી પરિસ્થિતિઓમાં આવા વિદ્યુતભારો અસ્તિત્વ ધરાવે છે. આકાશમાં વીજળી થાય ત્યારે વાદળોમાંથી વાતાવરણ દ્વારા પૃથ્વી તરફ વિદ્યુતભારોનું વહન થાય છે. વિદ્યુતભારોનું આ વહન ક્ષણિક હોય છે, જેના કારણે ક્ષણિક પ્રવાહ (transient current) રચાય છે. વીજળીમાં થતું વિદ્યુતભારોનું વહન સ્થાયી હોતું નથી.

રોજિંદા જીવનમાં આપણે ઘણી બધી ઘટનાઓ જોઈએ છીએ, જેમાં વિદ્યુતભારોનું વહન નદીના સ્થાયી પ્રવાહની જેમ સ્થાયીપણે થાય છે. સેલ(બેટરી)થી ચાલતું ઘડિયાળ, ટોર્ચ, ટ્રાન્ઝિસ્ટર રેડિયો આનાં ઉદાહરણો છે.

પ્રસ્તુત પ્રકરણમાં આપણે સ્થિર વિદ્યુતપ્રવાહને લગતા કેટલાક પ્રાથમિક નિયમો અને વિદ્યુતવહન સાથે સંકલિત રાશિઓ જેવી કે, વિદ્યુતપ્રવાહઘનતા, ડ્રિફ્ટવેગ, મોબિલિટી વગેરેનો અભ્યાસ કરીશું. આ ઉપરાંત અવરોધો, વિદ્યુતકોષો અને તેમનાં વિવિધ જોડાણો, નેટવર્કનાં વિશ્લેષણ માટે કિર્ચોફના નિયમો અને વાહકમાં વિદ્યુતવહન દરમિયાન વિદ્યુત-ઊર્જાના ઉષ્મા-ઊર્જામાં થતાં રૂપાંતરણનો અભ્યાસ કરીશું. વળી, વિદ્યુતકોષના emfના માપન માટે પોટેન્શિયોમીટર તેમજ અવરોધના માપન માટે વપરાતા વ્હીસ્ટનબ્રિજ વિશે પણ માહિતી મેળવીશું.

આવા અભ્યાસને **પ્રવાહવિદ્યુતશાસ્ત્ર (current electricity)** કહે છે.

3.2 વિદ્યુતપ્રવાહ (Electric Current)

વિદ્યુતપ્રવાહનું નિર્માણ વિદ્યુતભારની ગતિને લીધે થાય છે. વાહકના કોઈ આડછેદમાંથી, t સમયમાં પસાર થતો ચોખ્ખો (net) વિદ્યુતભાર Q હોય, તો વિદ્યુતભારના સ્થાયી વહન માટે, $I = \frac{Q}{t}$ (3.2.1)

ને કોઈ આડછેદમાંથી પસાર થતા પ્રવાહ તરીકે વ્યાખ્યાયિત કરવામાં આવે છે.

વિદ્યુતભારોની ગતિની દિશાને લંબ એવા વાહકના કોઈ આડછેદમાંથી એકમસમયમાં પસાર થતા વિદ્યુતભારના જથ્થાને વિદ્યુતપ્રવાહ (I) કહે છે.

SI પદ્ધતિમાં વિદ્યુતપ્રવાહ (I)નો સમાવેશ મૂળભૂત રાશિ તરીકે કરવામાં આવ્યો છે. વિદ્યુતપ્રવાહનો SI એકમ એમ્પિયર (A) છે, જે $\frac{\text{coulomb}}{\text{second}}$ બરાબર છે.

ઉપરના સમીકરણ (3.2.1)માં

પ્રવાહવિદ્યુત

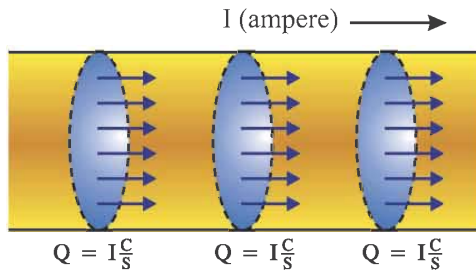
$t = 1$ second, $Q = 1$ coulomb લઈએ તો,

$I = 1$ ampere.

જો વાહકના કોઈ આડછેદમાંથી લંબરૂપે 1 second દીઠ પસાર થતો વિદ્યુતભારનો જથ્થો 1 coulomb હોય, તો તેમાંથી પસાર થતો વિદ્યુતપ્રવાહ 1 ampere છે તેમ કહેવાય.

નાના વિદ્યુતપ્રવાહો માટે milliampere ($\text{mA} = 10^{-3}\text{A}$) અને microampere ($\mu\text{A} = 10^{-6}\text{A}$) એકમો વપરાય છે.

ધાત્વિક વાહકોમાં વિદ્યુતવહન ઋણ વિદ્યુતભારી ઇલેક્ટ્રોનની ગતિને લીધે થાય છે. વિદ્યુતવિભાજ્ય દ્રાવણો (electrolytes)માં ધન અને ઋણ આયનોની પરસ્પર વિરુદ્ધ દિશામાંની ગતિને લીધે વિદ્યુતવહન થાય છે. જ્યારે સેમીકન્ડક્ટર્સ (અર્ધવાહકો)માં વિદ્યુતવહન આંશિક રીતે ઇલેક્ટ્રોન દ્વારા અને આંશિકરીતે હોલ (હોલ એટલે સહસંયોજક બંધમાં ઇલેક્ટ્રોનની ઊણપ)ના કારણે થતું હોય છે.



આકૃતિ 3.1 વિદ્યુતભારનું સંરક્ષણ

આકૃતિ 3.1માં દર્શાવેલ વાહકમાંથી ધારો કે I ampere પ્રવાહ વહે છે. આથી, વાહકના દરેક આડછેદમાંથી 1 secondમાં I coulomb વિદ્યુતભાર પસાર થાય છે. વિદ્યુતભાર

બીજા શબ્દોમાં, વાહકના કોઈ એક આડછેદમાં એક બાજુએથી જેટલો વિદ્યુતભાર જેટલા સમયમાં દાખલ થાય છે, તેટલા સમયમાં તેટલો જ વિદ્યુતભાર બીજી બાજુએથી બહાર આવે છે. આમ, **વાહકના કોઈ પણ બિંદુ પાસે વિદ્યુતભાર સંગ્રહ પામતો નથી કે સ્વયં ઉદ્ભવતો નથી કે નાશ પામતો નથી, એટલે કે વિદ્યુતભારનું સંરક્ષણ થાય છે.**

રૈવાજિક રીતે, વિદ્યુતપ્રવાહની દિશા ધન વિદ્યુતભારની ગતિની દિશામાં લેવામાં આવે છે. તેને રૈવાજિક વિદ્યુતપ્રવાહ (conventional current) કહેવાય છે. પરંતુ વાહકોમાં ઋણ વિદ્યુતભારી ઇલેક્ટ્રોનની ગતિને કારણે પ્રવાહ સર્જતો હોવાથી વિદ્યુતપ્રવાહની દિશા ઇલેક્ટ્રોનપ્રવાહની વિરુદ્ધ દિશામાં હોય છે.

કેટલાક કિસ્સાઓમાં વિદ્યુતપ્રવાહ (વિદ્યુતભાર વહનનો દર) સમય સાથે બદલાતો હોય છે. એટલે કે વિદ્યુતવહન સ્થાયી હોતું નથી. આવા સંજોગોમાં જો t અને $t + \Delta t$ સમયો વચ્ચેના Δt જેટલા સમયગાળામાં વાહકના કોઈ પણ આડછેદમાંથી પસાર થતો વિદ્યુતભારનો જથ્થો ΔQ હોય તો,

Δt સમયગાળા દરમિયાન વાહકમાં વહેતો સરેરાશ વિદ્યુતપ્રવાહ,

$$\langle I \rangle = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$

તેથી t સમયે વિદ્યુતપ્રવાહ,

$$I = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{dQ}{dt} \quad (3.2.2)$$

ઉદાહરણ 1 : એક તારમાંથી વહેતો વિદ્યુતપ્રવાહ સમય સાથે $I = I_0 + \alpha t$ સૂત્ર મુજબ બદલાય છે. જ્યાં, $I_0 = 10 \text{ A}$ અને $\alpha = 4 \text{ As}^{-1}$, તો તારના કોઈ આડછેદમાંથી પ્રથમ 10 sમાં પસાર થતો વિદ્યુતભાર શોધો.

ઉકેલ : વિદ્યુતપ્રવાહ $I = \frac{dq}{dt} = I_0 + \alpha t$

$$\therefore dq = (I_0 + \alpha t)dt$$

બંને બાજુ સંકલન કરતાં,

$$\int dq = \int_{t=0}^{t=10} (I_0 + \alpha t)dt$$

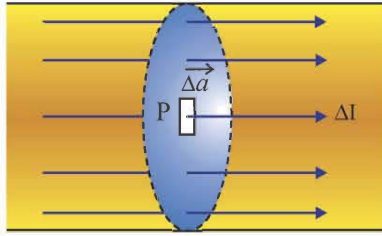
$$\therefore q = \left[I_0 t + \frac{\alpha t^2}{2} \right]_{t=0}^{t=10} = 10 I_0 + 50 \propto$$

$$I_0 = 10 \text{ અને } \alpha = 4 \text{ મૂકતાં,}$$

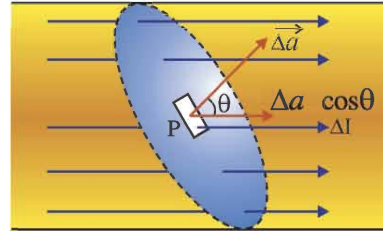
$$q = 10(10) + 50(4) = 300 \text{ C}$$

3.3 વિદ્યુતપ્રવાહઘનતા (Electric Current Density)

આપણે ધ્યાનમાં લીધેલ વાહકના આડછેદના બધાં બિંદુઓ પર વિદ્યુતભારના વહનનો દર સમાન ન હોય વળી, આડછેદ પણ વિદ્યુતપ્રવાહને લંબ ન હોય તેવી સ્થિતિમાં વાહકના આડછેદના આપેલ કોઈ ચોક્કસ બિંદુ પાસે વિદ્યુતભારના વહનનો દર જાણવા માટે વિદ્યુતપ્રવાહઘનતા જે નામની સદિશ રાશિ વ્યાખ્યાયિત કરવામાં આવે છે. આકૃતિ 3.2(a)માં દર્શાવ્યા પ્રમાણે વાહકના P બિંદુ પાસે વિદ્યુતપ્રવાહઘનતા વ્યાખ્યાયિત કરવા માટે વિદ્યુતભારની ગતિની દિશાને લંબ Δa જેટલું ક્ષેત્રફળ ધરાવતો નાનો આડછેદ કલ્પો.



(a)



(b)

આકૃતિ 3.2 વિદ્યુતપ્રવાહધારિત વાહકના આડછેદ

જો Δa ક્ષેત્રફળ ધરાવતા આડછેદમાંથી પસાર થતો પ્રવાહ ΔI હોય, તો સરેરાશ પ્રવાહઘનતા,

$$\langle J \rangle = \frac{\Delta I}{\Delta a}$$

P બિંદુ પાસે પ્રવાહઘનતા,

$$J = \lim_{\Delta a \rightarrow 0} \frac{\Delta I}{\Delta a} = \frac{dI}{da} \quad (3.3.1)$$

વિદ્યુતપ્રવાહઘનતા (J)ની દિશા વિદ્યુતપ્રવાહ(I)ની દિશામાં હોય છે.

જો વિદ્યુતપ્રવાહ I, વાહકના A ક્ષેત્રફળમાં સમાન રીતે વિતરીત થયેલો હોય અને આડછેદને લંબ હોય તો,

$$J = \frac{I}{A} \quad (3.3.2)$$

આમ, વાહકના કોઈ પણ બિંદુ પાસે પ્રવાહઘનતા એટલે તે બિંદુ પાસે પ્રવાહની દિશાને લંબ એવા એકમ આડછેદમાંથી પસાર થતો વિદ્યુતપ્રવાહ (એકમસમયમાં પસાર થતો વિદ્યુતભારનો જથ્થો)

પ્રવાહઘનતાનો SI એકમ Am^{-2} છે.

હવે, આપણે ધ્યાનમાં લીધેલ આડછેદ Δa વિદ્યુતપ્રવાહને લંબ ના હોય તો, આડછેદનો વિદ્યુતપ્રવાહની દિશામાંનો ઘટક $\Delta a \cos \theta$ ધ્યાનમાં લેવો જોઈએ. (આકૃતિ 3.2 (b))

P પાસે સરેરાશ પ્રવાહઘનતા,

$$\langle J \rangle = \frac{\Delta I}{\Delta a \cos \theta} \quad (3.3.3)$$

જ્યાં $\Delta I = P$ બિંદુ પાસેના આડછેદ Δa માંથી પસાર થતો પ્રવાહ
અને $\theta =$ આડછેદને દોરેલા લંબસદિશે વિદ્યુતપ્રવાહની દિશા સાથે બનાવેલ કોણ.

જો આડછેદ $\vec{\Delta a}$ અતિ સૂક્ષ્મ લઈએ તો,

$$\text{પ્રવાહઘનતા } J = \lim_{\Delta a \rightarrow 0} \frac{\Delta I}{\Delta a \cos \theta} = \frac{dI}{da \cos \theta}$$

$$\therefore dI = J da \cos \theta \quad (3.3.4)$$

$$\therefore dI = \vec{J} \cdot \vec{da} \quad (3.3.5)$$

સમીકરણ (3.3.5)નું સમગ્ર આડછેદ પર સંકલન લેતાં,

$$\int dI = \int \vec{J} \cdot \vec{da}$$

$$I = \int_a \vec{J} \cdot \vec{da} \quad (3.3.6)$$

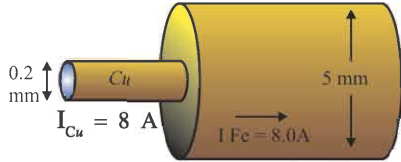
જો કોઈ આડછેદ સમગ્રતયા વિદ્યુતપ્રવાહને લંબ હોય અને જો સમગ્ર આડછેદ પર J સમાન હોય તો,

$$I = \int \vec{J} \cdot \vec{da} = J \int da$$

$$\therefore I = JA \quad (3.3.7)$$

વિદ્યુતપ્રવાહઘનતા એ વિદ્યુતભારવહનના વ્યાપક કિસ્સાઓ ચર્ચવા માટે ઉપયોગી રાશિ છે.

ઉદાહરણ 2 : આકૃતિમાં દર્શાવ્યા પ્રમાણે 0.2 mm વ્યાસના તાંબાના તારને 5.0 mm વ્યાસના લોખંડના તાર સાથે જોડવામાં આવ્યો છે. તે બંનેમાંથી પ્રવાહ પસાર થાય છે. જો તાંબાના તારમાં પ્રવાહનું મૂલ્ય 8.0 A હોય તો,



(1) લોખંડના તારમાં પ્રવાહ અને પ્રવાહઘનતા શોધો.

(2) તાંબાના તારમાં પ્રવાહઘનતા શોધો.

ઉકેલ : વિદ્યુતભારના સંરક્ષણના નિયમ અનુસાર જેટલા સમયમાં જેટલો વિદ્યુતભાર તાંબાના તારમાંથી પસાર થાય છે, તેટલા જ સમયમાં તેટલો જ વિદ્યુતભાર લોખંડના તારમાંથી પસાર થાય છે.

$$(1) \therefore I_{Cu} = 8.0 = I_{Fe}$$

હવે ધારો કે લોખંડના તારના આડછેદનું ક્ષેત્રફળ A_{Fe} અને વ્યાસ તથા ત્રિજ્યા અનુક્રમે d_{Fe} અને r_{Fe} છે.

$$\therefore J_{Fe} = \frac{I_{Fe}}{A_{Fe}} = \frac{8.0}{\pi r_{Fe}^2} = \frac{8.0}{\pi \left(\frac{d_{Fe} \times 10^{-3}}{2} \right)^2} = \frac{8.0 \times 4}{(3.14)(5 \times 10^{-3})^2}$$

$$\therefore J_{Fe} = 407 \text{ kA/m}^2$$

$$(2) \text{ તાંબાના તારમાં પ્રવાહઘનતા } = \frac{8.0}{(3.14)(0.1 \times 10^{-3})^2}$$

$$\therefore J_{Cu} = 2.5 \times 10^8 \text{ A/m}^2$$

ઉદાહરણ 3 : R ત્રિજ્યાના નળાકાર વાહકની અક્ષને સમાંતર પ્રવાહનતા $J = J_0 \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right)$ વડે આપેલ છે, તો વાહકની લંબાઈની દિશામાં પ્રવાહ શોધો. અહીં r એ અક્ષથી અંતર છે.

ઉકેલ : નળાકારની અક્ષને લંબ એવા આડછેદ પર અક્ષથી r જેટલા અંતરે dr જાડાઈની રિંગ વિચારો.

આ રિંગમાંથી પસાર થતો પ્રવાહ,

$$dI = \vec{J} \cdot d\vec{a} = J da \quad (\because \cos\theta = 1)$$

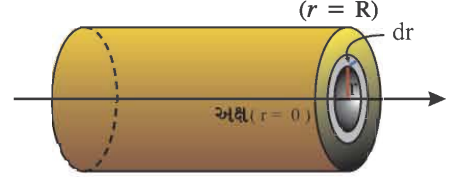
$$\therefore dI = J_0 \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right) (2\pi r dr)$$

નળાકાર વાહકની અક્ષને સમાંતર વાહકની લંબાઈની દિશામાં પસાર થતો પ્રવાહ,

$$I = \int dI = \int_{r=0}^{r=R} J_0 \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right) (2\pi r dr) = 2\pi J_0 \int_{r=0}^{r=R} \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right) (r) dr$$

$$I = 2\pi J_0 \int_0^R \left(r - \frac{r^3}{R^2}\right) dr = 2\pi J_0 \left[\frac{r^2}{2} - \frac{r^4}{4R^2} \right]_0^R = 2\pi J_0 \left[\frac{R^2}{2} - \frac{R^4}{4R^2} \right] = 2\pi J_0 \left[\frac{R^2}{4} \right]$$

$$I = \frac{\pi J_0 R^2}{2}$$



3.4 ઓહ્મનો નિયમ (Ohm's Law)

6Vના સપ્લાયને અડકતાં શોક(shock) લાગતો નથી, જ્યારે 230 Vના સપ્લાયને અડકતાં જીવલેશ શોક (fatal shock) લાગે છે. આવું શા માટે થતું હશે ?

આનું કારણ એ છે કે જુદા-જુદા વોલ્ટેજ માટે, આપણા શરીરમાંથી પસાર થતો પ્રવાહ જુદો-જુદો હોય છે.

ઈ. સ. 1828માં જર્મન ભૌતિકશાસ્ત્રી અને ગણિતશાસ્ત્રી જ્યોર્જ સાઈમન ઓહ્મ સૌપ્રથમ વિદ્યુતપ્રવાહ અને વોલ્ટેજ વચ્ચેનો ગાણિતીય સંબંધ મેળવ્યો. ઓહ્મને પ્રાયોગિક રીતે શોધી કાઢ્યું કે, “નિશ્ચિત ભૌતિક પરિસ્થિતિમાં (દા.ત., અચળ તાપમાને) રાખેલા કોઈ વાહક પદાર્થમાંથી વહેતો પ્રવાહ (I), તે વાહકના બે છેડા વચ્ચે લગાડેલ વિદ્યુતસ્થિતિમાનના તફાવત (V)ના સમપ્રમાણમાં હોય છે.” આ વિધાનને ઓહ્મનો નિયમ કહે છે.

ઓહ્મના નિયમ મુજબ, $I \propto V$

$$\therefore \frac{V}{I} = \text{અચળ}$$

આ અચળ ગુણોત્તર $\frac{V}{I}$ ને વાહકનો અવરોધ (R) કહે છે.

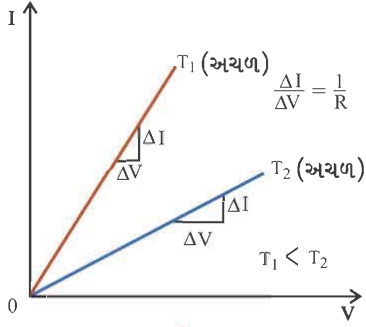
$$\therefore \frac{V}{I} = R \quad (3.4.1)$$

$$\text{અથવા } V = IR \quad (3.4.2)$$

SI પદ્ધતિમાં અવરોધનો એકમ $\frac{\text{volt}}{\text{ampere}}$ છે, જેને ohm કહે છે. તેની સંજ્ઞા Ω છે.

આપેલ તાપમાને, વાહકનો અવરોધ R વાહકની જાત ઉપરાંત વાહકના પરિમાણ (dimension) પર પણ આધાર રાખે છે.

અવરોધના વ્યસ્ત એટલે કે $\frac{1}{R}$ ને આપેલ વાહકના દ્રવ્યનું કન્ડક્ટન્સ કહે છે. તેનો એકમ Ω^{-1} અથવા mho છે. mhoનો સંકેત \oslash છે.

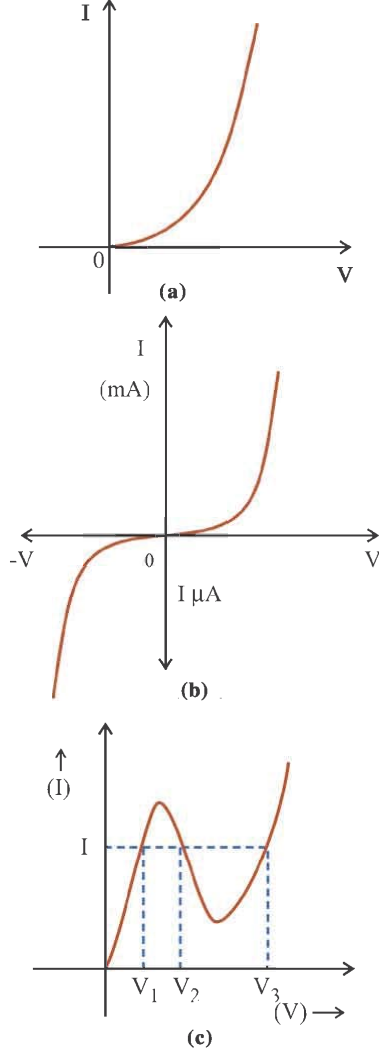


આકૃતિ 3.3

વાહક માટે I - V લાક્ષણિકતા

3.4.1 ઓહ્મના નિયમની મર્યાદાઓ (Limitations of Ohm's Law)

કેટલાંક દ્રવ્યો અને વિદ્યુતપરિપથમાં વપરાતી રચનાઓમાં V અને I એકબીજાના સમપ્રમાણમાં હોતા નથી. આવી રચનાઓમાં,



આકૃતિ 3.4

જુદી-જુદી રચનાઓમાં I-V લાક્ષણિકતા

ઓહ્મનો નિયમ એ ગુરુત્વાકર્ષણ માટેના ન્યૂટનના સાર્વત્રિક નિયમ કે સ્થિર વિદ્યુતભારો માટેના કુલંબના નિયમ જેવો કુદરતનો કોઈ મૂળભૂત નિયમ નથી. ઓહ્મનો નિયમ તો માત્ર ચોક્કસ ભૌતિક પરિસ્થિતિમાં રાખેલ વાહક માટે વિદ્યુતસ્થિતિમાનના તફાવત અને પ્રવાહ વચ્ચેનો પ્રાયોગિક સંબંધ છે.

બધી જ ધાતુઓ, કેટલીક અધાતુઓ અને કેટલીક વિદ્યુતરચનાઓ ઓહ્મના નિયમનું પાલન કરે છે. આવી રચનાઓને ઓહ્મિક રચનાઓ (Ohmic devices) કહે છે.

ઓહ્મનો નિયમ પળાતો હોય તેવા કિસ્સામાં અચળ તાપમાને, આપેલ વાહક માટે I વિરુદ્ધ V (I - V) આલેખ સુરેખા મળે છે. એટલે કે આવો સંબંધ રેખીય (linear) છે (જુઓ આકૃતિ 3.3).

(1) V - I સંબંધો અરેખીય (non-linear) હોય છે. દા. ત., સેમી કન્ડક્ટર રચનાઓ જેવી કે ડાયોડ, ટ્રાન્ઝિસ્ટર (જુઓ આકૃતિ 3.4(a)).

(2) V અને I વચ્ચેનો સંબંધ, Vની સંજ્ઞા પર આધારિત હોય છે. બીજા શબ્દોમાં, કોઈ ચોક્કસ વોલ્ટેજ V માટે પ્રવાહ I હોય તો, Vનું મૂલ્ય અચળ રાખી તેની દિશા ઊલટાવવામાં આવે તો તે જ મૂલ્યનો પ્રવાહ વિરુદ્ધ દિશામાં મળતો નથી. આવું સેમીકન્ડક્ટર ડાયોડમાં થાય છે. તેવું આપણે આગળ ઉપર ભણીશું. (જુઓ આકૃતિ 3.4(b))

(3) V-I સંબંધો જુદાં-જુદાં (એટલે કે non-unique) હોય છે. અર્થાત્ પ્રવાહ (I)ના આપેલ એક જ મૂલ્ય માટે Vની એક કરતાં વધુ કિંમતો મળે છે. આવી વર્તણૂક ધરાવતી રચના (દા.ત., ટનલ ડાયોડ)નો આલેખ આકૃતિ 3.4(c)માં દર્શાવ્યો છે.

ઓહ્મનો નિયમનું પાલન ન કરતાં કેટલાંક દ્રવ્યો અને રચનાઓને નોન-ઓહ્મિક (non-ohmic) રચનાઓ કહે છે. આવી રચનાઓનો વ્યાપકપણે ઇલેક્ટ્રોનિક પરિપથોમાં ઉપયોગ થાય છે.

3.5 વિદ્યુત-અવરોધકતા અને વાહકતા (Electrical Resistivity and Conductivity)

વાહકનો અવરોધ (R), વાહકના પરિમાણ (એટલે કે ભૌમિતિક પ્રાયલો) પર કેવી રીતે આધાર રાખે છે તે સમજવા માટે A આડછેદવાળો અને l લંબાઈનો એક વાહકતાર ધ્યાનમાં લો. હવે પ્રયોગો દ્વારા જાણી શકાયું છે કે આપેલા તાપમાને, વાહકનો અવરોધ (R) વાહકની લંબાઈ (l)ના સમપ્રમાણમાં અને આડછેદના ક્ષેત્રફળ (A)ના વ્યસ્ત પ્રમાણમાં ચલે છે.

$$R \propto l \text{ અને } R \propto \frac{1}{A}$$

$$\therefore R \propto \frac{l}{A}$$

$$\therefore R = \rho \cdot \frac{l}{A} \quad (3.5.1)$$

અહીં અચળાંક ρ ને વાહકના દ્રવ્યની અવરોધકતા (resistivity) કહે છે. તે વાહકના દ્રવ્યની જાત, વાહકના તાપમાન અને વાહક પરના દબાણ પર આધાર રાખે છે પણ વાહકના પરિમાણ (dimension) પર આધારિત નથી.

અવરોધકતા ρ નો એકમ ohm meter (Ωm) છે.

(નોંધ : ખૂબ ઊંચાં દબાણોએ અમુક દ્રવ્યના સ્ફટિકોનું બંધારણ બદલાતાં તેમની અવરોધકતામાં મોટા ફેરફારો જોવા મળે છે.)

સમીકરણ (3.5.1)નો ઉપયોગ કરતાં, ઓહ્મનો નિયમ નીચે મુજબ લખી શકાય :

$$V = IR$$

$$V = \frac{I\rho l}{A} \quad (3.5.2)$$

$$V = J\rho l \quad (3.5.3)$$

$$\text{જ્યાં, } \frac{I}{A} = J \text{ પ્રવાહઘનતા છે.}$$

જો, l લંબાઈના વાહકમાં વિદ્યુતક્ષેત્રની તીવ્રતા E હોય, તો વાહકના બે છેડા વચ્ચેનો p.d. $V = El$

$$\therefore El = J\rho l$$

$$\therefore E = J\rho \quad (3.5.4)$$

વિદ્યુતપ્રવાહઘનતા \vec{J} સદિશ રાશિ છે અને તેની દિશા Eની દિશામાં હોય છે. તેથી ઉપરના સમીકરણને સદિશ સ્વરૂપમાં નીચે મુજબ લખી શકાય :

$$\vec{E} = \vec{J}\rho$$

$$\text{અથવા } \vec{J} = \frac{\vec{E}}{\rho} = \sigma \vec{E} \quad (3.5.5)$$

જ્યાં, $\sigma = \frac{1}{\rho}$ (અવરોધકતાના વ્યસ્ત)ને તે પદાર્થના દ્રવ્યની વાહકતા (conductivity) કહે છે.

વાહકતા σ નો એકમ $(\Omega m)^{-1}$ અથવા mho m^{-1} (Ωm^{-1}) અથવા siemen m^{-1} (Sm^{-1}) છે.

અહીં નોંધો કે સમીકરણ (3.5.5) એ ઓહ્મના નિયમ $V = IR$ નું સદિશ સ્વરૂપ છે.

3.6 ડ્રિફ્ટવેગ, મોબિલિટી (ચાલકત્વ) અને તેમનો વિદ્યુતપ્રવાહ સાથે સંબંધ (Drift Velocity, Mobility and its Relations with Current)

આપણે જાણીએ છીએ કે અણુઓ અને પરમાણુઓમાં ઋણ વિદ્યુતભારી ઇલેક્ટ્રોન્સ અને ધન વિદ્યુતભારી ન્યુક્લિયસ વિદ્યુતીય કુલંબબળથી એકબીજા સાથે જકડાયેલા (bound) હોય છે. ઘન દ્રવ્ય (bulk matter) ઘણા બધા અણુઓનું બનેલું હોય છે.

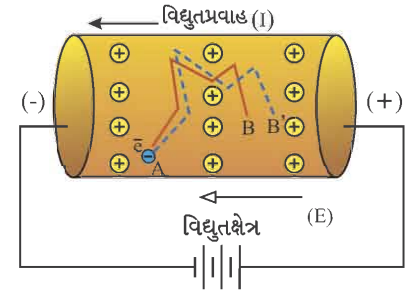
આપણી ચર્ચામાં આપણે ઘન વાહકો (solid conductors) જેમાં વિદ્યુતવહન ઋણ વિદ્યુતભારી મુક્ત ઇલેક્ટ્રોન્સને લીધે થાય છે તેના પર ધ્યાન કેન્દ્રિત કરીશું.

ધાત્વિક વાહકોમાં બહારની કક્ષામાંના ઇલેક્ટ્રોન ન્યુક્લિયસ સાથે ઓછા બળથી જકડાયેલા હોય છે. ઓરડાના તાપમાને ઉષ્મીય ઊર્જા ને કારણે આવા વેલેન્સ ઇલેક્ટ્રોન દ્રવ્યની અંદર પિત્તપરમાણુઓમાંથી છૂટા પડી જાય છે અને ધન આયનો ચોક્કસ ભૌમિતિક માળખું રચાય તે રીતે લેટિસ બિંદુઓ પર ગોઠવાય છે. આ છૂટા પડેલા ઇલેક્ટ્રોન્સને મુક્ત ઇલેક્ટ્રોન્સ કહે છે અને આયનો પોતાના મધ્યમાનસ્થાનની આસપાસ દોલનો કરતા હોય છે.

બાહ્ય વિદ્યુતક્ષેત્રની ગેરહાજરીમાં, વાહકોમાં ઇલેક્ટ્રોન વાયુના અણુઓની જેમ ઉષ્મીય ગતિ કરતા હોય છે અને ગતિ દરમિયાન તેઓ આયનો સાથે અથડામણ અનુભવે છે. અથડામણ પછી ઇલેક્ટ્રોન્સના વેગની દિશા સંપૂર્ણપણે અસ્તવ્યસ્ત હોય છે એટલે કે આપેલ સમયે, ઇલેક્ટ્રોનના વેગની કોઈ ચોક્કસ દિશા હોતી નથી. કોઈ એક ઇલેક્ટ્રોનની આવી અસ્તવ્યસ્ત ગતિ આકૃતિ 3.5માં સળંગ રેખા AB વડે દર્શાવેલ છે.

આમ, બાહ્ય વિદ્યુતક્ષેત્રની ગેરહાજરીમાં સરેરાશ રીતે, કોઈ દિશામાં ગતિ કરતા ઇલેક્ટ્રોન્સની સંખ્યા અને તે દિશાની વિરુદ્ધ દિશામાં ગતિ કરતા ઇલેક્ટ્રોન્સની સંખ્યા સમાન હોવાથી વાહકના કોઈ પણ આડછેદમાંથી પસાર થતો ચોખ્ખો વિદ્યુતભાર શૂન્ય હોય છે અને તેથી વાહકમાં વિદ્યુતપ્રવાહનું વહન થતું નથી.

હવે, જ્યારે વાહકના બે છેડા વચ્ચે બેટરી જોડી આકૃતિ 3.5માં દર્શાવ્યા અનુસાર વિદ્યુતક્ષેત્ર (E) લાગુ પાડવામાં આવે છે, ત્યારે ઇલેક્ટ્રોન પર વાહકમાં ઉત્પન્ન થતા વિદ્યુતક્ષેત્રની વિરુદ્ધ દિશામાં (બેટરીના ધન ધ્રુવ તરફ) બળ $F = Ee$ લાગતાં ઇલેક્ટ્રોનનો ગતિમાર્ગ ત્રુટક રેખાથી દર્શાવેલ



આકૃતિ 3.5 ડ્રિફ્ટવેગ

AB' બને છે. આમ થવાનું કારણ એ છે કે ઇલેક્ટ્રોન દોલન કરતાં આયનોના સતત બદલાતા જતાં વિદ્યુતક્ષેત્રમાં ગતિ કરતા કરતા સતત પ્રકીર્ણન અનુભવતા હોય છે. વાહકમાં અવરોધ ઉદ્ભવવાનું કારણ આવી અથડામણો છે.

આમ, બાહ્ય વિદ્યુતક્ષેત્રની હાજરીમાં ઇલેક્ટ્રોનનો, વિદ્યુતક્ષેત્રની વિરુદ્ધ દિશામાંનો, પ્રવેગ $a = \frac{F}{m} = \frac{E \cdot e}{m}$ જેટલો હોય છે, પરંતુ આ પ્રવેગ ક્ષણ પૂરતો (momentary) હોય છે, કારણ કે ઇલેક્ટ્રોન આયનો સાથે સતત અથડાતા-અથડાતા, (વાસ્તવમાં બદલાતા જતા ક્ષેત્રમાં ફંટાતા) ક્ષેત્રની વિરુદ્ધ દિશામાં ઘસડાતા હોય છે. આવી દરેક અથડામણ દરમિયાન ઇલેક્ટ્રોને પ્રાપ્ત કરેલ વેગ શૂન્ય થઈ જાય છે અને દરેક અથડામણ પછી વિદ્યુતક્ષેત્રને કારણે ઇલેક્ટ્રોન પાછા નવેસરથી પ્રવેગિત થાય છે અને પાછા અથડાય છે અને પાછા આમ ને આમ સતત ચાલ્યા કરે છે.

આથી, હવે કોઈ ઇલેક્ટ્રોન વિદ્યુતક્ષેત્રની ગેરહાજરીમાં Aથી B સુધી ગતિ કરતો હતો, તેને બદલે તેની ગતિ ક્ષેત્રની હાજરીમાં Aથી B' સુધી થાય છે. આવી સ્થિતિમાં તેણે ઘસડાઈને કરેલું અસરકારક સ્થાનાંતર BB' બને છે. આ સ્થાનાંતરને અનુરૂપ ઇલેક્ટ્રોનના વેગને ડ્રિફ્ટવેગ (v_d) કહે છે.

આ સ્થિતિમાં વાહકના કોઈ પણ આડછેદમાંથી પસાર થતા ઇલેક્ટ્રોનની સરેરાશ સંખ્યા શૂન્ય રહેતી નથી અને વાહકના આડછેદમાંથી પરિણામી વિદ્યુતભાર અને તેથી વિદ્યુતપ્રવાહ પસાર થાય છે તેમ કહેવાય.

વાહકમાં ઇલેક્ટ્રોનની આયનો સાથેની બે ક્ષમિક અથડામણો વચ્ચેના સરેરાશ સમયગાળાને રિલેક્સેશન-સમય (τ) કહે છે.

રિલેક્સેશન-સમય (τ) જેટલા સમયગાળામાં ઇલેક્ટ્રોન પ્રાપ્ત કરેલ ડ્રિફ્ટવેગ,

$$v_d = a\tau$$

$$v_d = \left(\frac{E \cdot e}{m}\right)\tau \quad (3.6.1)$$

ડ્રિફ્ટવેગ અને વિદ્યુતપ્રવાહનતા વચ્ચેનો સંબંધ મેળવવા આકૃતિ 3.6માં દર્શાવ્યા પ્રમાણે આડછેદનું સમાન ક્ષેત્રફળ A ધરાવતો નળાકારવાહક ધ્યાનમાં લો. આ વાહકના બે છેડા વચ્ચે બેટરી જોડતાં તેમાં E જેટલું વિદ્યુતક્ષેત્ર ઉત્પન્ન થાય છે.

જો ઇલેક્ટ્રોનનો ડ્રિફ્ટવેગ v_d હોય તો, Δt સમયમાં ઇલેક્ટ્રોન કાપેલું અંતર $l = v_d \Delta t$.

વાહકના $v_d \Delta t$ જેટલી લંબાઈ ધરાવતા ભાગનું કદ $= Al = Av_d \Delta t$.

જો વાહકના એકમકદ દીઠ મુક્ત ઇલેક્ટ્રોનની સંખ્યા (સંખ્યાઘનતા) n હોય તો વાહકના $Av_d \Delta t$ કદમાં સમાયેલા ઇલેક્ટ્રોનની સંખ્યા $= nAv_d \Delta t$.

આ બધા ઇલેક્ટ્રોન Δt સમયમાં વાહકના A ક્ષેત્રફળવાળા આડછેદમાંથી પસાર થાય છે.

આમ, Δt સમયમાં આડછેદમાંથી પસાર થતો વિદ્યુતભાર,

$$\Delta Q = nAv_d \Delta t e \quad (3.6.2)$$

$$\therefore \text{વિદ્યુતપ્રવાહ } I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = nAv_d e \quad (3.6.3)$$

$$\text{અને વિદ્યુતપ્રવાહનતા } J = \frac{I}{A} = nev_d \quad (3.6.4)$$

સમીકરણ (3.6.4)ને વ્યાપક રૂપે સદિશ સ્વરૂપમાં $\vec{J} = nq\vec{V}_d$ મુજબ લખી શકાય.

ઋણ વિદ્યુતભાર q માટે \vec{J} અને \vec{V}_d ની દિશા પરસ્પર વિરુદ્ધ હોય છે.

વિદ્યુતપ્રવાહનતા (J)નાં બે સૂત્રો (3.5.5) અને (3.6.4) સરખાવતાં,

$$\sigma E = nev_d$$

સમીકરણ (3.6.1)માંથી v_d નું મૂલ્ય આ સમીકરણમાં મૂકતાં,

$$\sigma E = ne \left(\frac{Ee}{m} \tau \right)$$

$$\therefore \sigma = \frac{ne^2 \tau}{m} \quad (3.6.5)$$

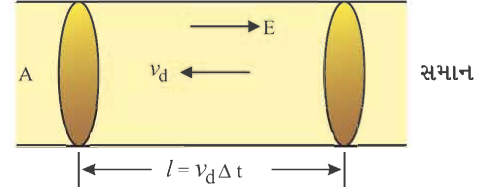
પરંતુ, $\sigma = \frac{1}{\rho}$ હોવાથી,

$$\rho = \frac{1}{\sigma}$$

$$\therefore \rho = \frac{m}{ne^2 \tau} \quad (3.6.6)$$

ધાતુ પદાર્થોમાં, સંખ્યાઘનતા n તાપમાન પર ખાસ આધાર રાખતી નથી, તેથી તાપમાન વધતાં આયનોનાં દોલનો ઝડપી, વધારે અસ્તવ્યસ્ત અને મોટા કંપવિસ્તારવાળાં બને છે. પરિણામે, બે ક્રમિક અથડામણો વચ્ચેનો રિલેક્સેશન-સમય (τ) ઘટે છે. તેથી ઉપરના સૂત્ર મુજબ તાપમાન સાથે ધાતુની અવરોધકતામાં વધારો થાય છે.

પ્રવાહવિદ્યુત

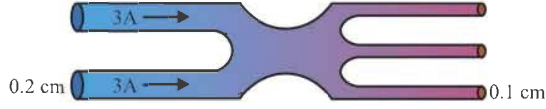


આકૃતિ 3.9 ડ્રિફ્ટવેગ અને વિદ્યુતપ્રવાહનતા વચ્ચેનો સંબંધ

અવાહકો અને સેમીકન્ડક્ટર્સમાં રિલેક્સેશન-સમય τ ની સાથે મહદ્અંશે મુક્ત વિદ્યુતભારવાહકોની સંખ્યાઘનતા n માં પણ તાપમાન સાથે ફેરફાર થાય છે.

સેમીકન્ડક્ટર્સમાં જેમ તાપમાન T વધે છે, તેમ વિદ્યુતભારવાહકોની સંખ્યાઘનતા (n)માં પણ વધારો થાય છે. આથી, તાપમાન વધતાં સેમીકન્ડક્ટર્સની વાહકતામાં વધારો થાય છે, અર્થાત્ તેમની અવરોધકતા (ρ)માં ઘટાડો થાય છે.

ઉદાહરણ 4 : આકૃતિમાં દર્શાવ્યા પ્રમાણે 0.2 cm વ્યાસવાળા એક બાજુ રહેલા બે તારોમાંથી 3Aનો સમાન પ્રવાહ વહી રહ્યો છે. હવે, આકૃતિમાં દર્શાવ્યા પ્રમાણે, આ તારોના 0.1 cm વ્યાસવાળા ત્રણ સમાન ભાગ કરવામાં આવ્યા છે, તો જાડા અને પાતળા તારોમાં ડ્રિફ્ટવેગ શોધો.



ઇલેક્ટ્રોન સંખ્યાઘનતા = $7 \times 10^{28} \text{ m}^{-3}$. બધા તારોનું દ્રવ્ય

સમાન છે. ઇલેક્ટ્રોનનો વિદ્યુતભાર = $1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$.

ઉકેલ : જાડા તારમાં પ્રવાહઘનતા $J = \frac{I}{A} = \frac{3}{\pi r^2} = \frac{3}{\pi(0.1 \times 10^{-2})^2}$

હવે, પ્રવાહઘનતા $J = nev_d$

$$\therefore v_d = \frac{J}{ne} = \frac{3}{\pi(0.1 \times 10^{-2})^2 \times 7 \times 10^{28} \times 1.6 \times 10^{-19}}$$

$$\therefore v_d = 8.5 \times 10^{-5} \text{ m s}^{-1}$$

હવે, ત્રણ સમાન તારોમાંથી કુલ 6A પ્રવાહ પસાર થાય છે. (કિર્યોફના પ્રથમ નિયમ અનુસાર).

= દરેક તારમાંથી વહેતો પ્રવાહ = 2A

$$\therefore v_d' = \frac{J'}{ne} = \frac{2}{\pi(\frac{0.1}{2} \times 10^{-2})^2 \times 7 \times 10^{28} \times 1.6 \times 10^{-19}}$$

$$= 2.3 \times 10^{-4} \text{ m s}^{-1}$$

ઉદાહરણ 5 : એક તાંબાના તારને ખેંચીને તેની લંબાઈ 0.1% વધારવામાં આવે, તો તેના અવરોધમાં થતો પ્રતિશત ફેરફાર ગણો. [તારનું કદ અચળ રહે છે તેમ ધારો.]

ઉકેલ : ધારો કે તારની લંબાઈ l અને આડછેદનું ક્ષેત્રફળ A છે.

તારનો અવરોધ $R = \rho \cdot \frac{l}{A}$

$$\therefore R = \frac{\rho l^2}{Al} = \frac{\rho l^2}{V} \quad (1)$$

$$\frac{dR}{dl} = \frac{\rho}{V} \cdot 2l$$

$$\therefore dR = \frac{\rho}{V} 2l \cdot dl \quad (2)$$

સમીકરણ (2) અને (1)નો ગુણોત્તર લેતાં,

$$\frac{dR}{R} = \frac{\frac{\rho}{V} \cdot 2l \cdot dl}{\frac{\rho l^2}{V}}$$

$$\therefore \frac{dR}{R} = 2 \cdot \frac{dl}{l}$$

$$\text{પ્રતિશત ફેરફાર } \frac{dR}{R} \times 100\% = 2 \left(\frac{dl}{l} \right) \times 100\% = 2 (0.1\%)$$

$$= 0.2 \%$$

તેથી, તારના અવરોધમાં 0.2%નો ફેરફાર થશે.

નોંધ : જો તારની લંબાઈમાં થતો ફેરફાર સૂક્ષ્મ (અતિ નાનો) હોય, તો ઉપર મુજબની વિકલનની રીતનો ઉપયોગ કરી અવરોધમાં થતો ફેરફાર ગણી શકાય, પણ જો લંબાઈમાં થતો ફેરફાર મોટો હોય, તો લંબાઈમાં થતા ફેરફાર અનુસાર તારના અવરોધમાં થતો ફેરફાર લઈ ગણતરી કરવી.

3.6.1 મોબિલિટી (Mobility)

કોઈ પણ પદાર્થની વાહકતા તેમાં રહેલ મોબાઈલ (ગતિશીલ) વિદ્યુતભારવાહકો (charge carriers)ને કારણે ઉદ્ભવે છે. ધાતુ પદાર્થોમાં મોબાઈલ વિદ્યુતભારવાહકો તરીકે મુક્ત ઇલેક્ટ્રોન, આયનીકરણ પામેલ વાયુમાં ઇલેક્ટ્રોન અને ધન આયનો, વિદ્યુતવિભાજ્ય દ્રાવણો (electrolytes)માં ધન અને ઋણ એમ બંને પ્રકારનાં આયનો મોબાઈલ વિદ્યુતભાર વાહકો તરીકે હોય છે. વળી, સેમીકન્ડક્ટર્સ (અર્ધવાહકો)માં વિદ્યુતવહન આંશિક રીતે ઇલેક્ટ્રોન દ્વારા અને આંશિક રીતે હોલના કારણે થતું હોય છે. (સેમીકન્ડક્ટર્સ અને હોલ વિષે આપણે આગળ ઉપર અભ્યાસ કરવાના છીએ. હાલ પૂરતું એટલું નોંધો કે હોલ તેના પર જાણે કે ધન વિદ્યુતભાર હોય તેમ વર્તે છે.)

વિદ્યુતપ્રવાહઘનતાનાં બે સૂત્રો (3.6.4) અને (3.5.5)ને સરખાવતાં,

$$nev_d = \sigma E$$

$$\therefore \frac{V_d}{E} = \frac{\sigma}{ne}$$

$\frac{V_d}{E}$ એટલે એકમ વિદ્યુતક્ષેત્ર દીઠ વિદ્યુતભારવાહકનો ડ્રિફ્ટવેગ આ રાશિને વિદ્યુતભાર વાહકની મોબિલિટી (μ) કહે છે.

$$\therefore \text{મોબિલિટી } \mu = \frac{V_d}{E} = \frac{\sigma}{ne} \quad (3.6.7)$$

મોબિલિટીનો SI એકમ $m^2V^{-1}s^{-1}$ છે.

સમીકરણ (3.6.7) પરથી,

$$\text{વાહકતા } \sigma = ne\mu \quad (3.6.8)$$

જો ઇલેક્ટ્રોન વિદ્યુતભારવાહક હોય તો,

$$\sigma_e = n_e e \mu_e \quad (3.6.9)$$

$$\text{અને વિદ્યુતભારવાહકો હોલ હોય તો, } \sigma_h = n_h e \mu_h \quad (3.6.10)$$

સેમીકન્ડક્ટર્સમાં, ઇલેક્ટ્રોન અને હોલ બંનેને કારણે સમાન દિશામાં પ્રવાહ રચાતો હોવાથી, કુલ વાહકતા,

$$\begin{aligned} \sigma &= \sigma_e + \sigma_h \\ \sigma &= n_e e \mu_e + n_h e \mu_h \end{aligned} \quad (3.6.11)$$

3.7 અવરોધકતાનું તાપીય અવલંબન (Temperature Dependence of Resistivity)

દ્રવ્યોની અવરોધકતા તાપમાન પર આધાર રાખતી જોવા મળે છે. જુદાં-જુદાં દ્રવ્યો માટે તાપીય અવલંબન એકસમાન હોતું નથી. તાપમાનના અમુક મર્યાદિત ગાળા માટે ધાત્વિક પદાર્થોની અવરોધકતા અને તાપમાન વચ્ચેનો સંબંધ નીચેના આનુભાવિક (empirical) સૂત્ર વડે આપી શકાય છે.

$$\rho_\theta = \rho_{\theta_0} [1 + \alpha (\theta - \theta_0)] \quad (3.7.1)$$

અહીં, $\rho_\theta = \theta$ તાપમાને અવરોધકતા

ρ_{θ_0} = કોઈ યોગ્ય સંદર્ભ-તાપમાન θ_0 એ અવરોધકતા
 અને α ને અવરોધકતાનો તાપમાન-ગુણાંક કહે છે અને તેનો એકમ $(^{\circ}\text{C})^{-1}$ અથવા K^{-1} છે.
 આ સમીકરણ અવરોધના સ્વરૂપમાં નીચે મુજબ લખી શકાય :

$$R_{\theta} = R_{\theta_0} [1 + \alpha (\theta - \theta_0)] \quad (3.7.2)$$

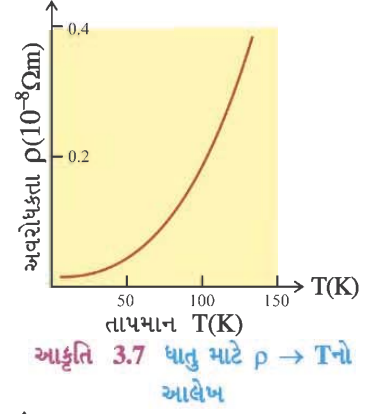
નીચેના ટેબલ 3.1માં કેટલાંક દ્રવ્યો માટે અવરોધકતા (ρ) અને તાપમાન-ગુણાંક (α)નાં મૂલ્યો આપેલ છે :

ટેબલ 3.1 : કેટલાંક દ્રવ્યો માટે અવરોધકતા (ρ) અને તાપમાન-ગુણાંક (α)નાં મૂલ્યો (માત્ર જાણકારી માટે)

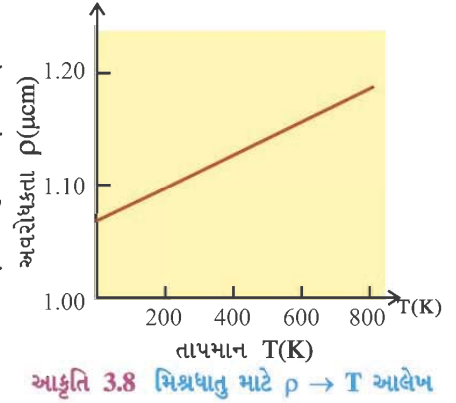
દ્રવ્ય	0°C તાપમાને અવરોધકતા ($\Omega \text{ m}$)	અવરોધકતાનો તાપમાન- ગુણાંક (α)($^{\circ}\text{C}$) $^{-1}$
(A) વાહકો		
ચાંદી	1.6×10^{-8}	0.0041
કોપર	1.7×10^{-8}	0.0068
એલ્યુમિનિયમ	2.7×10^{-8}	0.0043
ટંગસ્ટન	5.6×10^{-8}	0.0045
લોખંડ	10×10^{-8}	0.0065
પ્લેટિનમ	11×10^{-8}	0.0039
પારો	98×10^{-8}	0.0009
નાઈકોમ	$\sim 100 \times 10^{-8}$	0.0004
(B) સેમીકન્ડક્ટર્સ		
કાર્બન (ગ્રેફાઈટ)	3.5×10^{-5}	- 0.0005
જર્મેનિયમ	0.46	- 0.05
સિલિકોન	2300	-0.07
(C) અવાહકો		
શુદ્ધ પાણી	2.5×10^5	
કાચ	$10^{10} - 10^{14}$	
સખત રબર	$10^{13} - 10^{16}$	
NaCl	$\sim 10^{14}$	
Fused ક્વાર્ટ્ઝ	$\sim 10^{16}$	

આ ટેબલ પરથી એ નોંધો કે ધાતુ તત્વો માટે α ધન છે, તેથી ધાતુતત્વોની અવરોધકતામાં તાપમાન સાથે વધારો થાય છે.

આવા ધાત્વિક વાહકો માટે પ્રમાણમાં નીચા તાપમાને (< 50 K) અવરોધકતા (ρ)નો તાપમાન સાથેનો સંબંધ અરેખીય છે. ઓરડાના તાપમાનની આસપાસ આ સંબંધ રેખીય હોય છે અને ખૂબ ઊંચાં તાપમાનોએ તે પાછો અરેખીય હોય છે (આકૃતિ 3.7).

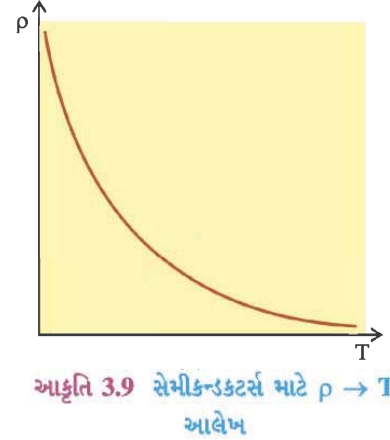


નાઇકોમ (જે નિકલ લોખંડ અને કોમિયમની મિશ્રધાતુ છે.) જેવા બીજા ધાત્વિક પદાર્થોમાં અવરોધકતાનું મૂલ્ય વધુ હોય છે, પરંતુ તેનો તાપમાન પરનો આધાર પ્રમાણમાં ઓછો છે. જુઓ આકૃતિ 3.8. આ જ રીતે, મેંગેનીન (તાંબું, મેંગેનીઝ અને નિકલ) નામની મિશ્રધાતુની અવરોધકતા તાપમાનથી લગભગ સ્વતંત્ર છે.



નાઇકોમ (મિશ્રધાતુ)ની અવરોધકતા નિરપેક્ષ શૂન્ય તાપમાને ($T = 0$ K) પણ શૂન્ય હોતી નથી, જ્યારે શુદ્ધ ધાતુની અવરોધકતા નિરપેક્ષ શૂન્ય તાપમાને લગભગ શૂન્ય હોય છે. આ હકીકતના આધારે ધાતુની શુદ્ધતા ચકાસી શકાય છે.

ટેબલ 3.1માં કાર્બન, જર્મેનિયમ, સિલિકોન જેવા સેમીકન્ડક્ટર્સ માટે તાપમાન-ગુણાંક α ઋણ છે જે દર્શાવે છે કે આવા પદાર્થોની અવરોધકતામાં તાપમાન સાથે ઘટાડો થાય છે (જુઓ આકૃતિ 3.9).



3.7.1 અવરોધકતાના સંદર્ભમાં દ્રવ્યોનું વર્ગીકરણ (Classification of materials on the basis of resistivity)

દ્રવ્યોનું સુવાહકો, અર્ધવાહકો (સેમીકન્ડક્ટર્સ) અને અવાહકો એમ ત્રણ પ્રકારમાં વર્ગીકરણ કરવામાં આવે છે.

સંપૂર્ણ (આદર્શ) વાહક દ્રવ્યની અવરોધકતાનું મૂલ્ય શૂન્ય અર્થાત્ વાહકતા અનંત હોય છે, જ્યારે સંપૂર્ણ અવાહક દ્રવ્યની અવરોધકતાનું મૂલ્ય અનંત (એટલે કે વાહકતા શૂન્ય) હોય છે, પરંતુ આ આદર્શ કિસ્સા છે.

ધાતુ પદાર્થોની અવરોધકતાનાં મૂલ્યો પ્રમાણમાં ઓછાં એટલે કે $10^{-8} \Omega\text{m}$ થી $10^{-6} \Omega\text{m}$ ના ગાળામાંનાં હોય છે જ્યારે કાચ, રબર અને પ્લાસ્ટિક જેવા અવાહક પદાર્થોની અવરોધકતાનાં મૂલ્યો ધાતુઓ કરતાં 10^{18} ગણાં કે તેથી પણ વધુ હોય છે.

આ બંનેની વચ્ચે સેમીકન્ડક્ટર્સ આવે છે, તેમની અવરોધકતા તાપમાનના વધારા સાથે લાક્ષણિક રીતે ઘટે છે. સેમીકન્ડક્ટર્સની અવરોધકતામાં અશુદ્ધિ (impurities)ને કારણે પણ ફેરફાર થાય છે.

સામાન્ય રીતે એવું જોવા મળે છે કે વિદ્યુતના સુવાહકો (દા.ત. ધાતુઓ) એ ઉષ્માના પણ સુવાહકો હોય છે. (આમાં સુપર કન્ડક્ટર્સ અપવાદ છે.), જ્યારે સિરેમિક, પ્લાસ્ટિક જેવા વિદ્યુતના અવાહકો એ ઉષ્માના પણ અવાહકો તરીકે વર્તે છે.

પ્રયોગશાળામાં વપરાતા અવરોધો મુખ્યત્વે બે પ્રકારના હોય છે.

(1) વાયર વાઉન્ડ અવરોધો (Wire Wound Resistors) : Wire wound અવરોધો યોગ્ય આધાર (base) પર મેંગેનીન, કોન્સ્ટન્ટન, નાઈકોમ જેવી મિશ્રધાતુઓના તાર વીંટાળીને બનાવવામાં આવે છે. આવા દ્રવ્યોની અવરોધકતા તાપમાનના ફેરફાર સાથે ખાસ બદલાતી નથી.

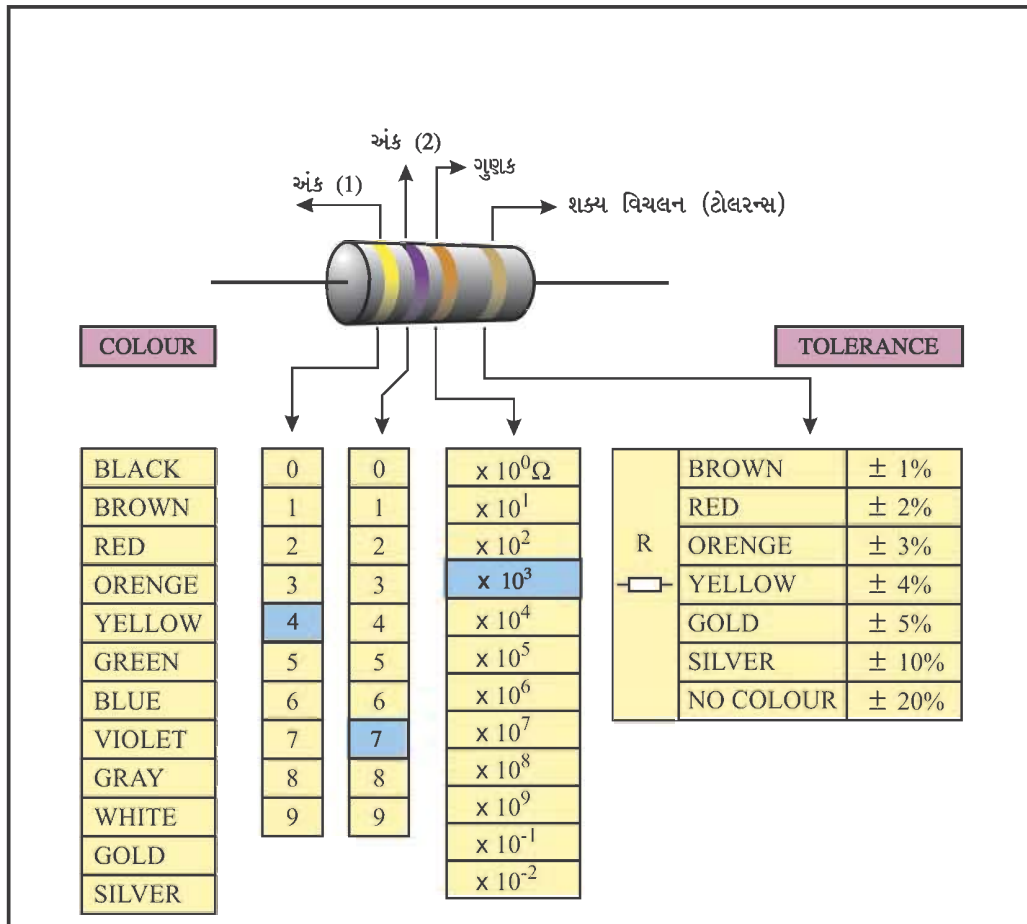
(2) કાર્બન-અવરોધો (Carbon Resistors) : કાર્બન અવરોધોનો બહોળા પ્રમાણમાં ઇલેક્ટ્રોનિક પરિપથો (જેવી કે રેડિયો, ટેલિવિઝન, એમ્પ્લિફાયર વગેરે)માં ઉપયોગ થાય છે. કાર્બન અવરોધોનો મુખ્ય ફાયદો તેમનું નાનું કદ અને ઓછી કિંમત છે. (જોકે ઇલેક્ટ્રોનિક પરિપથોમાં હવે બહોળા પ્રમાણમાં thin film અવરોધો પણ વપરાય છે.)

કાર્બન અવરોધ બનાવવા માટે, શુદ્ધ ગ્રેફાઈટનું રેઝિન જેવા પદાર્થ સાથે મિશ્રણ કરી તેને ઊંચા તાપમાન અને દબાણે નળાકારમાં ઢાળવામાં (mould કરવામાં) આવે છે. આ નળાકારના બે છેડે તારના જોડાણ-અગ્ર આપવામાં આવે છે અને આ સમગ્ર રચના પર અવાહક દ્રવ્ય (સિરામિક અથવા પ્લાસ્ટિક)નું આવરણ લગાડવામાં આવે છે. વ્યવહારમાં કાર્બન-અવરોધો 1 Ω થી 100 MΩ ના ગાળામાં ઉપલબ્ધ છે.

કાર્બન-અવરોધ માટે વર્ણસંકેત (Colour Code for Carbon Resistors) :

કાર્બન-અવરોધનું મૂલ્ય તેના પર દોરવામાં આવેલા વિવિધ રંગના પટ્ટાઓના રંગો પરથી જાણી શકાય છે. આ હકીકત સમજવા આકૃતિ 3.10માં દર્શાવેલ અવરોધ અને વર્ણસંકેત (colour code) ધ્યાનમાં લો.

કાર્બન-અવરોધો માટેનો કલરકોડ (વર્ણસંકેત) (ohm)



આકૃતિ 3.10 કાર્બન-અવરોધો માટેનો કલરકોડ (વર્ણસંકેત)

અહીં, પ્રથમ પટ્ટાનો રંગ એ અવરોધના મૂલ્યનો દશકનો આંકડો અને બીજા પટ્ટાનો રંગ અવરોધના મૂલ્યનો એકમનો આંકડો રજૂ કરે છે. જુદા-જુદા રંગ માટે આ આંકડાઓ વર્ણસંકેતમાં (આકૃતિ 3.10) દર્શાવ્યા છે.

હવે ત્રીજા પટ્ટાનો રંગ દર્શાવે છે કે ઉપર્યુક્ત આંકડાઓથી બનતી સંખ્યાને 10^n વડે ગુણવાની છે. અહીં વર્ણસંકેતમાં જુદા-જુદા રંગો માટે ગુણક 10^n પણ દર્શાવ્યા છે. ચોથા પટ્ટાનો રંગ અવરોધના મૂલ્યમાં શક્ય વિચલન (tolerance) દર્શાવે છે.

ઉદાહરણ તરીકે, આકૃતિ 3.10માં દર્શાવેલ અવરોધ પર પ્રથમ પટ્ટો પીળો (yellow) છે અને આ રંગ માટેનો અંક 4 છે. આથી દશકનો આંકડો 4 થયો. હવે બીજો પટ્ટો જાંબલી (violet) રંગનો છે અને તેને અનુરૂપ અંક 7 છે, તેથી એકમનો આંકડો 7 થયો. આ બંને અંકને ભેગા કરતાં સંખ્યા થઈ 47.

હવે ત્રીજો પટ્ટો કેસરી (orange) છે, જે ગુણક 10^3 . દર્શાવે છે. માટે ઉપરની સંખ્યા 47ને 10^3 . વડે ગુણવી જોઈએ. આમ કરતાં અવરોધનું મૂલ્ય થયું $= 47 \times 10^3 = 47 \text{ K}\Omega$ આ અવરોધ પર છેલ્લા પટ્ટાનો રંગ ગોલ્ડન છે, જે દર્શાવે છે કે આ અવરોધના મૂલ્યમાં 5%નું વિચલન શક્ય છે. આમ, આ અવરોધનું મૂલ્ય $(47 \text{ K}\Omega \pm 5\%)$ છે.

વિદ્યાર્થીમિત્રો, હવે તમે $1\text{K}\Omega \pm 10\%$ અવરોધ માટેનો વર્ણસંકેત શું થાય તે આકૃતિ 3.10માં આપેલ વર્ણસંકેત પરથી નક્કી કરો.

3.7.2 સુપર કન્ડક્ટિવિટી (Super Conductivity)

Kamerlingh Onnes નામના વિજ્ઞાનીએ ઈ.સ. 1911માં પ્રયોગો કરતાં જોયું કે પારા (Hg)નું તાપમાન જ્યારે 4.2 K કરતાં ઓછું કરવામાં આવે છે, ત્યારે તેનો અવરોધ ઝડપથી લગભગ શૂન્યવત્ થઈ જાય છે. તેના અવલોકન મુજબ 4.3 K તાપમાને પારાનો અવરોધ 0.084Ω છે અને 3 K તાપમાને તે $3 \times 10^{-6}\Omega$ (કે જે તેના 0°C તાપમાને મૂલ્ય કરતાં લાખમા ભાગનો છે.) થઈ જાય છે. આ પરથી એવું ફલિત થયું કે,

“અમુક પદાર્થોનું તાપમાન અમુક નિશ્ચિત મૂલ્ય (કે જેને ક્રિટિકલ તાપમાન T_c કહે છે) કરતાં ઓછું કરવામાં આવે છે, ત્યારે તેમનો અવરોધ લગભગ શૂન્ય થઈ જાય છે. આ સ્થિતિમાં રહેલા પદાર્થને સુપર કન્ડક્ટર કહે છે અને આ ઘટનાને સુપર કન્ડક્ટિવિટી કહે છે.” એ નોંધો કે સુપર કન્ડક્ટિવિટી એ પદાર્થની ચોક્કસ અવસ્થા (state) છે.

ઘણી બધી ધાતુઓ અને મિશ્રધાતુઓ સુપર કન્ડક્ટિવિટીની સ્થિતિ ધારણ કરે છે. Si, Se, Ge અને Te જેવા સેમીકન્ડક્ટરો ખૂબ ઊંચા દબાણો અને નીચા તાપમાને સુપર કન્ડક્ટિવિટી દર્શાવે છે.

સુપર કન્ડક્ટરમાંથી પસાર કરેલ વિદ્યુતપ્રવાહ ખૂબ જ લાંબા સમય સુધી જળવાઈ રહેતો હોય છે. આનું કારણ એવું છે કે સામાન્ય વાહકોમાંથી વિદ્યુતપ્રવાહ પસાર કરતાં અવરોધને લીધે વિદ્યુત-ઊર્જાનું ઉષ્મા-ઊર્જા સ્વરૂપે વિભેરણ થઈ જાય છે, જ્યારે સુપરકન્ડક્ટરનો અવરોધ (લગભગ) શૂન્ય હોવાના કારણે વિદ્યુત-ઊર્જા આવી રીતે વેડફાતી હોતી નથી અને પરિણામસ્વરૂપે પ્રવાહ ખૂબ લાંબા સમય સુધી જળવાઈ રહે છે.

આટલી વાત વાંચ્યા પછી તો તમારા મોઢામાં પાણી આવી જાય તેમ છે અને તમને એવું લાસવા લાગે કે (વિદ્યુત) ઊર્જાના ટ્રાન્સમિશનને લગતા પ્રશ્નનો ઉકેલ મળી ગયો છે. પરંતુ એક હકીકત તમે નજરઅંદાજ કરી છે અને તે એ કે પદાર્થ સુપર કન્ડક્ટર તરીકે વર્તે તે માટે તેને તેના ક્રિટિકલ તાપમાન કરતાં નીચા તાપમાને રાખવો પડે. પદાર્થને T_c કરતાં નીચા તાપમાને લઈ જવા પ્રવાહી હિલિયમ અને પ્રવાહી નાઈટ્રોજનની જરૂર પડે અને આવું કરતાં તો સોના કરતાં ઘડામણ મોંઘું થાય તેવી પરિસ્થિતિ ઉદ્ભવે છે.

અહીં નોંધો કે વિદ્યુતની સુવાહક એવી કેટલીક ધાતુઓનાં ક્રિટિકલ તાપમાન (T_c) કરતાં ઓક્સાઈડ સંયોજનો ધરાવતા સિરામિકનાં ક્રિટિકલ તાપમાન પ્રમાણમાં ઊંચાં હોય છે. (પરંતુ ઓરડાના તાપમાન કરતાં તો ઘણાં નીચાં હોય છે.) જે દર્શાવે છે કે સામાન્ય વાહકો કરતાં, સિરામિક જેવા અવાહકો સુપર કન્ડક્ટિવિટીની અવસ્થા સહેલાઈથી ધારણ કરી શકે છે. આમ, સુપર કન્ડક્ટિવિટી એ પદાર્થની ચોક્કસ અવસ્થા છે.

હાલમાં થયેલ સંશોધન અનુસાર Hg-Ba-Ca-Cu-O સંયોજનનું ક્રિટિકલ તાપમાન (T_c) 164 K સુધી ઊંચું લઈ જઈ શકાયું છે. આવા સુપર કન્ડક્ટર્સને high temperature superconductors (HTS) કહે છે. HTSના ઉપયોગોમાં જોઈએ, તો thin film devices, લાંબાં અંતરોએ વિદ્યુતનું ટ્રાન્સમિશન, ખૂબ જ તીવ્ર ગતિએ (550 km/h) એ દોડતી levitating trains (maglev trains) (મેગલેવ ટ્રેન) વગેરેને મૂકી શકાય.

ઉદાહરણ 6 : પ્લેટિનમ રેઝિસ્ટન્સ થર્મોમીટરમાં, પ્લેટિનમ તારનો બરફના તાપમાને અવરોધ 5Ω અને વરાળના તાપમાને અવરોધ 5.23Ω છે. જ્યારે થર્મોમીટરને હીટબાથમાં દાખલ કરવામાં આવે છે. ત્યારે પ્લેટિનમ તારનો અવરોધ 5.795Ω મળે છે, તો હીટબાથનું તાપમાન ગણો.

ઉકેલ : અહીં, $R_0 = 5\Omega$, $R_{100} = 5.23\Omega$ અને $R_\theta = 5.795\Omega$

$$R_\theta = R_{\theta_0} [1 + \alpha (\theta - \theta_0)] \text{ પરથી,}$$

$$R_\theta = R_0 [1 + \alpha \theta] (\because \theta_0 = 0)$$

$$\therefore R_\theta - R_0 = R_0 \alpha \theta$$

$$\text{વરાળ માટે, } R_{100} - R_0 = R_0 \alpha (100) \quad (1)$$

$$\text{હીટબાથ માટે, } R_\theta - R_0 = R_0 \alpha \theta \quad (2)$$

સમીકરણ (2)ને સમીકરણ (1) વડે ભાગતાં,

$$\frac{R_\theta - R_0}{R_{100} - R_0} = \frac{\theta}{100}$$

$$\therefore \theta = \frac{R_\theta - R_0}{R_{100} - R_0} \times 100 = \frac{5.795 - 5}{5.23 - 5} \times 100$$

$$\therefore \theta = 345.65^\circ \text{C}$$

ઉદાહરણ 7 : બે દ્રવ્યોનાં α_1 અને α_2 અનુક્રમે $6 \times 10^{-4} (^\circ\text{C})^{-1}$ અને $-5 \times 10^{-4} (^\circ\text{C})^{-1}$ છે. પ્રથમ દ્રવ્ય માટે અવરોધકતા $\rho_{20} = 2 \times 10^{-8} \Omega \text{m}$ છે. આ બે દ્રવ્યોના મિશ્રણથી જો એવું દ્રવ્ય બનાવવું હોય કે જેની અવરોધકતા-તાપમાન સાથે બદલાતી ના હોય તો બીજા દ્રવ્ય માટે અવરોધકતા ρ_{20} કેટલી હોવી જોઈએ ? સંદર્ભ-તાપમાન 20°C હો. મિશ્રણની અવરોધકતા એ બંને ઘટકોની અવરોધકતાનો સરવાળો થાય તેમ ધારો.

ઉકેલ : સંદર્ભ-તાપમાન 20°C આપેલ હોવાથી, θ તાપમાને દ્રવ્યની અવરોધકતા,

$$\rho_\theta = \rho_{20} [1 + \alpha (\theta - 20)]$$

$$\therefore \frac{d\rho_\theta}{d\theta} = \rho_{20} \alpha$$

$$\text{પ્રથમ દ્રવ્ય માટે, } \left(\frac{d\rho_\theta}{d\theta} \right)_1 = (\rho_{20})_1 \alpha_1$$

$$\text{બીજા દ્રવ્ય માટે, } \left(\frac{d\rho_\theta}{d\theta} \right)_2 = (\rho_{20})_2 \alpha_2$$

હવે, મિશ્રણની અવરોધકતા $\rho_\theta = (\rho_\theta)_1 + (\rho_\theta)_2$ તાપમાન

$$\text{સાથે બદલાતી ન હોવાથી } \left(\frac{d\rho_\theta}{d\theta} \right) = \left(\frac{d\rho_\theta}{d\theta} \right)_1 + \left(\frac{d\rho_\theta}{d\theta} \right)_2 = 0 \text{ થવું જોઈએ.}$$

$$\therefore \left(\frac{d\rho_\theta}{d\theta} \right)_1 = - \left(\frac{d\rho_\theta}{d\theta} \right)_2$$

$$\therefore (\rho_{20})_1 \alpha_1 = -(\rho_{20})_2 \alpha_2$$

$$\therefore (\rho_{20})_2 = - \frac{(\rho_{20})_1 \alpha_1}{\alpha_2}$$

$$= - \frac{(2 \times 10^{-8})(6 \times 10^{-4})}{-(5 \times 10^{-4})}$$

$$\therefore (\rho_{20})_2 = 2.4 \times 10^{-8} \Omega \text{ m}$$

ઉદાહરણ 8 : એક બલ્બના ટંગસ્ટન તારનો 20°C તાપમાને અવરોધ $18\ \Omega$ છે. આ બલ્બને $30.0\ \text{V}$ ના વોલ્ટેજ પ્રાપ્તિસ્થાન સાથે જોડતાં તેમાંથી $0.185\ \text{A}$ સ્થિર પ્રવાહ પસાર થાય છે. જો ટંગસ્ટનનો $\alpha = 4.5 \times 10^{-3}\ \text{K}^{-1}$ હોય, તો બલ્બના ફિલામેન્ટનું તાપમાન શોધો. ઓહ્મનો નિયમ જળવાય છે તેમ ધારો.

ઉકેલ : ઓહ્મના નિયમ અનુસાર

$$I = \frac{V}{R}, \quad R = \frac{V}{I} = \frac{30.0}{0.185} = 162\ \Omega$$

આમ, બલ્બ જ્યારે ON (ચાલુ) છે, ત્યારે તેના ફિલામેન્ટનો અવરોધ $162\ \Omega$ છે.

$$\text{હવે, } R_{\theta} = R_{\theta_0} [1 + \alpha (\theta - \theta_0)]$$

$$\therefore 162 = 18[1 + 4.5 \times 10^{-3} (\theta - 293)]$$

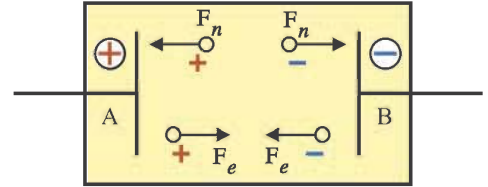
$$\therefore \frac{9-1}{4.5 \times 10^{-3}} = \theta - 293$$

$$\therefore \theta = 2070.7\ \text{K}$$

3.8 કોષનું વિદ્યુતચાલકબળ અને ટર્મિનલ વોલ્ટેજ (Electromotive Force and Terminal Voltage of a Cell)

આપણે જોયું કે વિદ્યુતભારિત કણોની ગતિને કારણે વિદ્યુતપ્રવાહનું નિર્માણ થાય છે. વિદ્યુતભારિત કણોને ગતિ કરાવવા માટે તેમના પર કંઈક બળ લગાડવું પડે અથવા તો બીજા શબ્દોમાં ઊર્જા આપવી પડે. જે સંરચના (device) દ્વારા આ હેતુ સિદ્ધ કરવામાં આવે છે. તેને વ્યાપક રીતે “emf” (electromotive force-વિદ્યુતચાલક બળ)નું પ્રાપ્તિસ્થાન (source) કહે છે. વિદ્યુતભારિત કણો પર ઘણી રીતે બળ લગાડી શકાય. ઉદાહરણ તરીકે વિદ્યુતકોષમાં થતી રાસાયણિક પ્રક્રિયાના પરિણામસ્વરૂપ લાગતું બળ, સમય સાથે બદલાતા જતા ચુંબકીય ક્ષેત્રને લીધે લાગતું બળ અથવા તાપમાનના તફાવતને લીધે લાગતું બળ, આવી રચનાઓને emfનાં પ્રાપ્તિસ્થાનો કહેવાય. આમ, વિદ્યુતકોષ (કે બેટરી)ને પણ આપણે emfનું પ્રાપ્તિસ્થાન ગણીશું, પણ આ emf એટલે શું ? આ સમજવા માટે આપણે વિદ્યુતકોષનું ઉદાહરણ ધ્યાનમાં લઈશું.

આકૃતિ 3.11માં બેટરીની રેખાકૃતિ દર્શાવી છે. બેટરીમાં ભરેલ રાસાયણિક દ્રવ્યમાં ધન અને ઋણ વિદ્યુતભારો હોય છે. બેટરીમાં થતી રાસાયણિક પ્રક્રિયાઓને પરિણામે ઉપર્યુક્ત વિદ્યુતભારો પર બળ લાગે છે. આ બળનું મૂળ રાસાયણિક પ્રક્રિયામાં હોવાથી આપણે તેને **રાસાયણિક બળ** અથવા **અવિદ્યુતીય** (non-electrical force) બળ F_n કહીશું. આવું બળ (F_n) ધન વિદ્યુતભારોને એક ધ્રુવ (ધન ધ્રુવ) A તરફ અને ઋણ વિદ્યુતભારોને બીજા ધ્રુવ (ઋણ ધ્રુવ) B તરફ ધકેલે છે. પરિણામે તેઓ આ ધ્રુવો પર એકઠા થાય છે.



આકૃતિ 3.11 બેટરીની રેખાકૃતિ

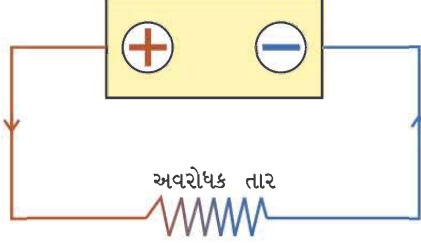
હવે, જેમજેમ ધન અને ઋણ વિદ્યુતભારો અનુક્રમે ધન અને ઋણ ધ્રુવ પર જમા થતા જાય છે, તેમતેમ બે ધ્રુવો વચ્ચે વિદ્યુતસ્થિતિમાનનો તફાવત (અથવા વિદ્યુતક્ષેત્ર \vec{E}) પ્રસ્થાપિત થતો જાય છે અને તેના મૂલ્યમાં ક્રમશઃ વધારો થતો જાય છે. આના પરિણામસ્વરૂપ વિદ્યુતભારો પર અવિદ્યુતીય બળો (F_n)ની વિરુદ્ધ દિશામાં વિદ્યુતીય બળ $\vec{F}_e = q\vec{E}$ પણ વધતું જાય છે. હવે એક સ્થિતિ એવી આવે છે કે $F_n = F_e$ થાય છે. આ સ્થિતિમાં હવે કોઈ વધારાના વિદ્યુતભારો ધ્રુવો પર જમા થતા નથી.

હવે, એકમ ધન વિદ્યુતભારને ઋણધ્રુવથી ધનધ્રુવ સુધી લઈ જવા અવિદ્યુતીય બળોએ કરેલું કાર્ય, $W = \int_{\text{રેખા}} \vec{F}_n \cdot d\vec{l}$, જ્યાં રેખા-સંકલન ઋણધ્રુવથી ધનધ્રુવ સુધીનું છે. emfની વ્યાખ્યા અનુસાર આ કાર્ય એટલે જ emf એમ કહી શકાય. પણ, આ કાર્ય જેટલી ઊર્જા, એકમ ધન વિદ્યુતભારને ઋણ ધ્રુવથી ધનધ્રુવ પર પહોંચતાં મળે છે. આથી, emfની વ્યાખ્યા નીચે પ્રમાણે આપવામાં આવે છે.

પ્રવાહવિદ્યુત

જ્યારે એકમ ધન વિદ્યુતભાર અવિદ્યુતીય બળને લીધે ઋણધ્રુવથી ધનધ્રુવ પર પહોંચે છે, ત્યારે તેને મળતી ઊર્જાને

બેટરીનું emf કહે છે. તેનો એકમ $\frac{\text{joule}}{\text{coulomb}} = \text{volt}$ છે (મહાન વિજ્ઞાની વોલ્ટાની યાદમાં). યાદ રાખો કે emf એ બળ નથી, પરંતુ એકમ વિદ્યુતભાર દીઠ ઊર્જા છે.



આકૃતિ 3.12 બેટરીનો ટર્મિનલ વોલ્ટેજ

બેટરીની આપણે જે અંતિમ સ્થિતિ ($F_n = F_e$ હોય ત્યારે) વર્ણવી તેમાં બેટરીમાં કોઈ વિદ્યુતભાર ગતિ કરતો નથી, એટલે કે બેટરીમાંથી વિદ્યુતપ્રવાહ વહેતો નથી ($I = 0$). આ સ્થિતિમાં બેટરી **open circuit condition**માં છે તેમ કહેવાય.

હવે આકૃતિ 3.12માં દર્શાવ્યા પ્રમાણે ધારો કે બેટરીના બે ધ્રુવો વચ્ચે એક અવરોધક તાર જોડેલ છે. આવી સ્થિતિમાં તારમાં વિદ્યુતક્ષેત્ર પ્રસ્થાપિત થાય છે. રૈવાજિક રીતે વિચારીએ તો ધન વિદ્યુતભાર, વધારે સ્થિતિમાને રહેલા બેટરીના ધનધ્રુવથી ઋણધ્રુવ તરફ તાર મારફતે

ગતિ કરવા લાગે છે અને વિદ્યુતપ્રવાહનું નિર્માણ થાય છે. તમને પ્રશ્ન થશે કે ધનધ્રુવ પરનો વિદ્યુતભાર બેટરીમાં જ ગતિ કરીને ઋણધ્રુવ પર કેમ ન ગયો ? અને તારમાં થઈને લાંબા માર્ગે ઋણધ્રુવ પર કેમ ગયો ? આનું કારણ અવિદ્યુતીય બળો છે જે ધન વિદ્યુતભાર બેટરીમાં જ ઋણધ્રુવ પર જવાનો પ્રયત્ન કરે, તો તેનો વિરોધ કરે છે.

હવે ધન વિદ્યુતભાર અવરોધક તારમાંથી પસાર થાય છે ત્યારે તેની ઊર્જા, અવરોધનો સામનો કરવામાં વપરાઈ જાય છે અને જ્યારે તે બેટરીના ઋણધ્રુવ પર પહોંચે છે, ત્યારે તેની ઊર્જા શૂન્ય થઈ જાય છે. આવું ગતિના દરેક પરિભ્રમણ દરમિયાન થાય છે.

હવે, વિદ્યુતપ્રવાહ વહેતો હોય તે દરમિયાન પણ બેટરીમાં અવિદ્યુતીય બળોને કારણે ધન વિદ્યુતભાર ઋણધ્રુવથી ધનધ્રુવ તરફ જતો હોય છે. આ વિદ્યુતભાર જ્યારે ગતિ કરતો હોય તે દરમિયાન તેણે બેટરીમાં ભરેલાં રાસાયણિક દ્રવ્યોમાંથી પસાર થવાનું હોવાથી તેને અવરોધનો સામનો કરવો પડે છે. આવા અવરોધને બેટરીનો આંતરિક અવરોધ (r) કહે છે.

આ આંતરિક અવરોધ (r)ને કારણે, પ્રવાહ વહેતો હોય ત્યારે, એકમ ધન વિદ્યુતભાર જ્યારે ધન ધ્રુવ પર પહોંચે, ત્યારે તેને અવિદ્યુતીય બળો દ્વારા થયેલા કાર્યથી મળતી ઊર્જામાંનો અમુક ભાગ આંતરિક અવરોધમાં વપરાઈ જાય છે. જો બેટરીમાંથી મળતો પ્રવાહ I હોય તો બેટરીના આંતરિક અવરોધ વિરુદ્ધ એકમ વિદ્યુતભાર દીઠ વપરાતી ઊર્જા $= Ir$.

આથી બેટરીના ધનધ્રુવ પર એકમ ધન વિદ્યુતભારની ઊર્જા, open circuit conditionમાં જે હતી (ε જેટલી) તેના કરતાં Ir જેટલી ઓછી હોય છે. અર્થાત્ open circuit condition કરતાં, જ્યારે પ્રવાહ વહેતો હોય ત્યારે બેટરી વડે બહારના પરિપથમાં મળતી ચોખ્ખી ઊર્જા, એકમ વિદ્યુતભાર દીઠ ($\varepsilon - Ir$) જેટલી હોય છે. આમ, બેટરીમાંથી પ્રવાહ વહેતો હોય ત્યારે આ ઊર્જાને બેટરીના બે ધ્રુવો વચ્ચેનો વિદ્યુતસ્થિતિમાનનો તફાવત અથવા બેટરીનો ટર્મિનલ વોલ્ટેજ (V) કહે છે.

$$\therefore V = \varepsilon - Ir$$

3.8.1 ગૌણ કોષ : લેડસંગ્રાહક (Secondary Cell : Lead Accumulator) :

વિદ્યુતરાસાયણિક કોષ (Electrochemical cells) બે પ્રકારના હોય છે.

(1) પ્રાથમિક કોષ (Primary Cell) : જે સેલ ફક્ત ડિસ્ચાર્જ થતા હોય તેમને પ્રાઈમરી સેલ કહે છે. દા.ત., વોલ્ટાનો સેલ. પ્રાથમિક કોષોને રિચાર્જ કરી શકાતા નથી.

(2) ગૌણ કોષ (Secondary Cell) : જે સેલમાં રાસાયણિક પ્રક્રિયાઓને ઉલટાવીને (એટલે કે રિચાર્જ કરીને) સેલને મૂળ સ્થિતિમાં પાછા લાવી શકાય છે, તેવા સેલને ગૌણ (સેકન્ડરી) સેલ કહે છે.

સેકન્ડરી સેલમાંથી વિદ્યુતપ્રવાહ બંને દિશામાં પસાર કરી શકાય છે.

(i) જો (રૈવાજિક) વિદ્યુતપ્રવાહ સેલના ધન ધ્રુવથી બહાર નીકળીને ઋણધ્રુવ વાટે સેલમાં દાખલ થતો હોય તો સેલ ડિસ્ચાર્જ થઈ રહ્યો છે તેમ કહેવાય. સેલનું આ સામાન્ય કાર્ય છે અને તે વખતે રાસાયણિક ઊર્જાનું વિદ્યુત-ઊર્જામાં રૂપાંતર થતું હોય છે.

(ii) પરંતુ જો સેલને તેના emf કરતાં મોટા emfવાળા પ્રાપ્તિસ્થાન સાથે એવી રીતે જોડવામાં આવે કે જેથી સેલના ધનધ્રુવમાંથી વિદ્યુતપ્રવાહ સેલમાં દાખલ થઈ સેલના ઋણધ્રુવ વાટે બહાર નીકળે તો સેલ ચાર્જ થઈ રહ્યો છે, તેમ કહેવાય અને તેવા સંજોગોમાં સેલમાં વિદ્યુત-ઊર્જાનું રાસાયણિક ઊર્જામાં રૂપાંતર થતું હોય છે.

વ્યવહારમાં સૌથી વધુ વપરાતો સેકન્ડરી સેલ એ લેડસંગ્રાહક સેલ છે.

લેડસંગ્રાહક : લેડસંગ્રાહકમાં તેની પૂર્ણ ચાર્જ સ્થિતિમાં PbO_2 માંથી બનાવેલો ઇલેક્ટ્રોડ ધન ધ્રુવ તરીકે, જ્યારે Pb માંથી બનાવેલો ઇલેક્ટ્રોડ ઋણધ્રુવ તરીકે હોય છે. આ સેલમાં ઇલેક્ટ્રોલાઇટ તરીકે H_2SO_4 નું મંદ દ્રાવણ હોય છે.

જ્યારે આ સેલ વપરાશમાં હોય છે, (એટલે કે ડિસ્ચાર્જ થતો હોય છે.) ત્યારે SO_4^{2-} આયનો Pb ના ઇલેક્ટ્રોડ તરફ ગતિ કરીને ત્યાં $PbSO_4$ નું નિર્માણ કરે છે અને H^+ આયનો PbO_2 ના ઇલેક્ટ્રોડ તરફ ગતિ કરીને PbO_2 નું PbO માં રૂપાંતર કરે છે.

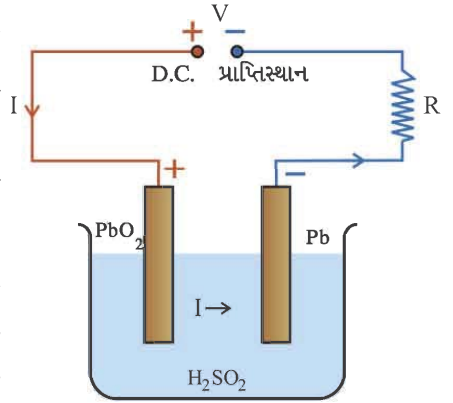
આ રીતે બનેલ PbO , H_2SO_4 સાથે પ્રક્રિયા કરી $PbSO_4$ અને પાણીનું નિર્માણ કરે છે.

આમ, સેલના બંને ઇલેક્ટ્રોડ પર, રાસાયણિક પ્રક્રિયાને પરિણામે $PbSO_4$ નું નિર્માણ થાય છે અને ઇલેક્ટ્રોલાઇટ વધારે મંદ પડતું જાય છે.

હાઇડ્રોમીટર નામના સાધન વડે ઇલેક્ટ્રોલાઇટની વિશિષ્ટ ઘનતા માપીને સેલની સ્થિતિ જાણી શકાય છે, જ્યારે લેડ સંગ્રાહક સેલ સંપૂર્ણ ચાર્જ હોય છે, ત્યારે તેના વોલ્ટેજ 2.1 volt અને ઇલેક્ટ્રોલાઇટની વિશિષ્ટ ઘનતા 1.285 હોય છે. જ્યારે આ સેલ સંપૂર્ણ ડિસ્ચાર્જ થઈ જાય છે, ત્યારે ઇલેક્ટ્રોલાઇટની વિશિષ્ટ ઘનતા ઘટીને 1.15 જેટલી થઈ જાય છે, ત્યારે emf ઘટીને 1.8 V જેટલું થાય છે.

ચાર્જિંગ (Charging) : ε જેટલા emfવાળા લેડસંગ્રાહક સેલને ચાર્જ કરવા માટે તેમાંથી d.c. પ્રવાહ વહેવડાવવામાં આવે છે (જુઓ આકૃતિ 3.13). ચાર્જિંગ કરતી વખતે સેલના ધન ધ્રુવને V વોલ્ટના d.c. પ્રાપ્તિસ્થાનના ધન છેડા સાથે અને ઋણ ધ્રુવને d.c. પ્રાપ્તિસ્થાનના ઋણ છેડા સાથે (એટલે કે વિરોધક સ્થિતિમાં) જોડવામાં આવે છે. (અહીં $V > \varepsilon$)

ચાર્જિંગ-પ્રક્રિયામાં થતી રાસાયણિક પ્રક્રિયાઓને પરિણામે બંને ઇલેક્ટ્રોડ પર જમા થયેલ $PbSO_4$ દ્રાવ્ય થઈ જાય છે. સેલના ઋણધ્રુવ પર Pb અને ધનધ્રુવ પર PbO_2 જમા થાય છે અને સાથેસાથે H_2SO_4 નું પણ નિર્માણ થાય છે. આમ, સેલ ચાર્જ થઈ ફરી વાર કાર્ય કરવા (વિદ્યુતપ્રવાહ આપવા) તૈયાર થઈ જાય છે.



આકૃતિ 3.13 ગૌણકોષનું ચાર્જિંગ

અહીં, d.c. પ્રાપ્તિસ્થાન વડે વપરાતી વિદ્યુત-ઊર્જા VIt સેલને ચાર્જ કરવામાં વપરાતી ઊર્જા εIt તેમજ બાહ્ય (શ્રેણી) અવરોધ R માં વેડફાતી ઊર્જા I^2Rt અને સેલના આંતરિક અવરોધ r માં વેડફાતી ઊર્જા I^2rt પૂરી પાડે છે.

$$\therefore VIt = \varepsilon It + I^2Rt + I^2rt \quad (3.8.2)$$

$$\therefore V = \varepsilon + I(R + r)$$

$$\therefore I = \frac{V - \varepsilon}{R + r} \quad (3.8.3)$$

ઉપર્યુક્ત સમીકરણ ચાર્જિંગપ્રવાહ દર્શાવે છે. અહીં અવરોધ R ચાર્જિંગપ્રવાહ નિયંત્રિત કરવા માટે જોડવામાં આવે છે.

ઉદાહરણ 9 : 2.0 V નો એક એવા 6 કોષો સહાયક સ્થિતિમાં શ્રેણીમાં જોડેલ છે. તે દરેકનો આંતરિક અવરોધ 0.50Ω છે. તેમને 110 V D.C. પ્રાપ્તિસ્થાન વડે ચાર્જ કરવામાં આવે છે. ચાર્જિંગપ્રવાહ નિયંત્રિત કરવા માટે બેટરીઓની શ્રેણીમાં 46 Ω નો અવરોધ જોડ્યો છે, તો (1) પ્રાપ્તિસ્થાનમાંથી મળતો પાવર અને ઉષ્મારૂપે વિખેરણ પામતો પાવર શોધો. આ બંને પાવરના તફાવતનું શું થાય છે ?

ઉકેલ : $V = \varepsilon + Ir + IR$ પરથી

$$V = 6\varepsilon + 6Ir + IR$$

પ્રવાહવિદ્યુત

$$V = 110 \text{ V} \quad \varepsilon = 2.0 \text{ V} \quad r = 0.50 \Omega \quad R = 46 \Omega$$

$$\text{હવે, } I = \frac{V - 6\varepsilon}{6r + R} = \frac{110 - 12}{6 \times 0.50 + 46} = \frac{98}{49}$$

$$\therefore I = 2 \text{ A}$$

પ્રાપ્તિસ્થાનમાંથી મળતો પાવર,

$$W = V \times I = 110 \times 2 = 220 \text{ W}$$

$$\begin{aligned} \text{ઉષ્મા રૂપે વપરાતો પાવર} &= 6I^2r + I^2R \\ &= I^2(6r + R) \\ &= 4 \times (6 \times 0.50 + 46) \\ &= 4 \times (3 + 46) \\ &= 196 \text{ W} \end{aligned}$$

$$\therefore \text{તફાવત} = (220 - 196) \text{ W} = 24 \text{ W}$$

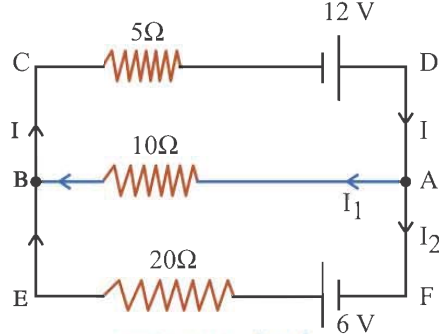
આ પાવર બેટરી(કોષો)ને ચાર્જ કરવામાં વપરાય છે.

3.9 કિર્ચોફના નિયમો (Kirchoff's Rules)

વ્યવહારમાં જુદા-જુદા હેતુઓ માટે વપરાતા વિદ્યુતપરિપથોમાં અવરોધો, કેપેસિટરો, ઇન્ડક્ટરો અને બેટરીઓ જેવા પરિપથ ઘટકો એકબીજા સાથે જટિલ રીતે જોડાયેલા હોય છે. આવા પરિપથોને સાદા શ્રેણી કે સમાંતર જોડાણના નિયમો લાગુ પાડી શકાય નહીં. વ્યાપક રીતે આવા પરિપથોને નેટવર્ક કહે છે.

નેટવર્કના વિશ્લેષણ માટે ઓહ્મનો નિયમ એકલો જ પૂરો પડતો નથી. વ્યવહારમાં નેટવર્કનું વિશ્લેષણ કરવા માટેના કેટલાક નિયમો છે. કિર્ચોફના નિયમો આ નિયમો પૈકીના બે નિયમો છે.

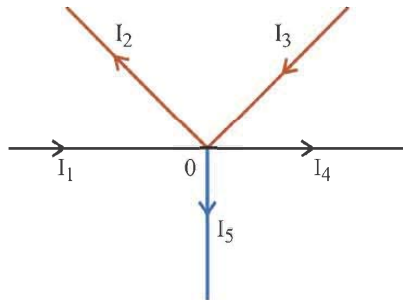
આ નિયમોની ચર્ચા કરીએ તે પહેલાં પરિપથોને લગતાં બે પદોની સમજૂતી મેળવવી જરૂરી છે. આ માટે આકૃતિ 3.14 ધ્યાનમાં લો.



આકૃતિ 3.14 નેટવર્ક

નેટવર્કના પૃથક્કરણમાં, આપેલ પરિપથમાં રહેલી અજ્ઞાત રાશિઓ જેવી કે, V , I , R , વગેરેને પરિપથમાં આપેલા જ્ઞાત (જાણીતી) રાશિઓ પરથી શોધી શકાય છે.

કિર્ચોફના નિયમો (Kirchoff's Rules) : કિર્ચોફનો પ્રથમ નિયમ : કિર્ચોફનો પ્રથમ નિયમ એ વિદ્યુતભારના સંરક્ષણના નિયમની વ્યાવહારિક દૃષ્ટિએ ઉપયોગી એવી એક રજૂઆત છે.



આકૃતિ 3.15

આકૃતિ 3.15માં દર્શાવ્યા પ્રમાણે કોઈ નેટવર્કનું જંકશન O ધ્યાનમાં લો. સમગ્ર નેટવર્કનો Oને સમાવતો ભાગ જ આકૃતિમાં દર્શાવ્યો છે. જંકશન પાસે ભેગા મળતા વિદ્યુતપ્રવાહો અનુક્રમે I_1 , I_2 ,, I_5 છે. તેમની દિશાઓ આકૃતિમાં તીરથી દર્શાવી છે.

ધારો કે t સમયમાં સંબંધિત વાહકોના આડછેદમાંથી અનુક્રમે Q_1 , Q_2 ,, Q_5 વિદ્યુતભારો પસાર થઈને I_1 , I_2 ,, I_5 પ્રવાહોનું નિર્માણ કરે છે.

$$\text{આથી, } I_1 = \frac{Q_1}{t} \Rightarrow Q_1 = I_1 t$$

$$I_2 = \frac{Q_2}{t} \Rightarrow Q_2 = I_2 t, \dots\dots,$$

$$I_5 = \frac{Q_5}{t} \Rightarrow Q_5 = I_5 t$$

પ્રવાહોની દિશાઓ પરથી જોઈ શકાય છે કે, t સમયમાં જંકશનની અંદર જતો કુલ વિદ્યુતભાર $Q_1 + Q_3$ છે, જ્યારે તેટલા જ સમયમાં જંકશનથી દૂર જતો કુલ વિદ્યુતભાર $Q_2 + Q_4 + Q_5$ છે.

હવે, વિદ્યુતભારના સંરક્ષણના નિયમ મુજબ,

$$Q_1 + Q_3 = Q_2 + Q_4 + Q_5 \quad (3.9.1)$$

$$\therefore I_1 t + I_3 t = I_2 t + I_4 t + I_5 t$$

$$\therefore I_1 + I_3 + (-I_2) + (-I_4) + (-I_5) = 0 \quad (3.9.2)$$

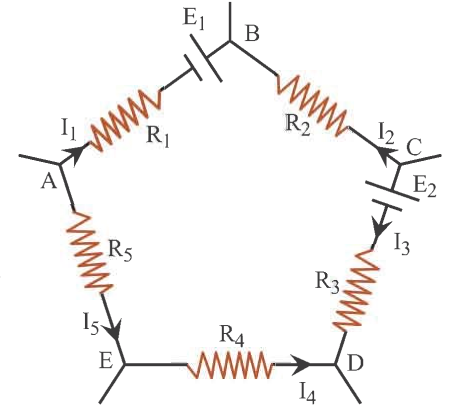
$$\therefore \text{જંકશન પાસે, } \Sigma I = 0 \quad (3.9.3)$$

આમ, “જંકશન પાસે ભેગા મળતા વિદ્યુતપ્રવાહોનો બૈજિક સરવાળો શૂન્ય હોય છે.” આ વિધાનને કિર્ચોફનો પ્રથમ નિયમ કહે છે.

અહીં, સરવાળામાં I_1 અને I_3 પ્રવાહો ધન છે, જ્યારે I_2 , I_4 અને I_5 ઋણ છે, આમ, બૈજિક સરવાળો લેવા માટે જંકશન તરફ આવતા પ્રવાહો ધન અને જંકશનથી દૂર જતા પ્રવાહોને ઋણ ગણવામાં આવે છે. આના કરતાં વિરુદ્ધ સંજ્ઞાઓ પણ ચાલી શકે, કારણ કે તેમ કરવાથી સમીકરણ (3.9.2)માં બધાં જ પદોની સંજ્ઞા ઊલટાઈ જાય છે.

કિર્ચોફનો બીજો નિયમ : ઊર્જા-સંરક્ષણના નિયમ અને વિદ્યુતસ્થિતિમાનની વિભાવનાનો ઉપયોગ કરીને કોઈ બંધ પરિપથનો અભ્યાસ કરી શકાય છે. કિર્ચોફનો બીજો નિયમ આવી ચર્ચાનો નિયોડ છે. આ માટે આકૃતિ 3.16માં દર્શાવેલ બંધ પરિપથ ABCDEA ધ્યાનમાં લો.

અહીં R_1, R_2, R_3, R_4, R_5 અવરોધો અને \mathcal{E}_1 તથા \mathcal{E}_2 વિદ્યુતચાલકબળ (emf)વાળા વિદ્યુતકોષો વડે બંધ પરિપથ ABCDEA રચાય છે. સરળતા ખાતર જો વિદ્યુતકોષોનો આંતરિક અવરોધ અવગણીએ તો તેના ઋણ ધ્રુવથી ધન ધ્રુવ પર જતાં વિદ્યુત-સ્થિતિમાનમાં થતો વધારો વિદ્યુતકોષના emf (\mathcal{E}) જેટલો હોય છે. વળી, અવરોધ R ના બે છેડા વચ્ચેનો p.d. તે અવરોધ અને તેમાંથી વહેતા વિદ્યુતપ્રવાહના ગુણાકાર (IR) જેટલો હોય છે.



આકૃતિ 3.16

વળી, સ્થિર પરિપથમાં દરેક બિંદુએ દરેક વખતે વિદ્યુતસ્થિતિમાન એકમૂલ્ય હોય છે. ધારો કે, બંધ પરિપથના A બિંદુએ વિદ્યુતસ્થિતિમાન યાદચ્છિક રીતે V_A છે. જો A બિંદુએથી શરૂ કરી સમગ્ર બંધ પરિપથ પર કોઈ એક દિશા (સમઘડી કે વિપ્રમઘડી)માં ‘મુસાફરી’ કરીએ અને વિદ્યુતસ્થિતિમાનમાં થતા ફેરફારો નોંધતા જઈ તેમનો બૈજિક સરવાળો કરતા જઈએ, તો A બિંદુએ પાછા આવીએ, ત્યારે વિદ્યુતસ્થિતિમાન V_A જ મળવું જોઈએ. આ થયો વિદ્યુતસ્થિતિમાનની એકમૂલ્યતાનો અર્થ હકીકતમાં વિદ્યુતસ્થિતિમાનના એક મૂલ્યતા ઊર્જાસંરક્ષણના નિયમને જ રજૂ કરે છે.

A બિંદુથી સમઘડી દિશામાં આગળ વધતાં અવરોધ R_1 માંથી પસાર થતાં વિદ્યુતસ્થિતિમાનમાં $I_1 R_1$ જેટલો ઘટાડો થયો છે. પ્રવાહની દિશા યાદચ્છિક રીતે Aથી B તરફ ધારેલ હોવાથી અવરોધ R_1 માંથી વિદ્યુતપ્રવાહ વધારે વિદ્યુતસ્થિતિમાનવાળા બિંદુ Aથી ઓછા વિદ્યુતસ્થિતિમાનવાળા બિંદુ તરફ જતો હોય છે. એટલે અવરોધ R_1 માં થઈને Aથી B તરફ જતાં વિદ્યુતસ્થિતિમાનમાં $I_1 R_1$ જેટલો ઘટાડો થાય છે. બેટરી E_1 ના ઋણ ધ્રુવથી ધન ધ્રુવ તરફ જતાં વિદ્યુતસ્થિતિમાનમાં \mathcal{E}_1 જેટલો વધારો થાય છે. R_2 અવરોધમાં થઈને Bથી C સુધી જતાં વિદ્યુતસ્થિતિમાનમાં $I_2 R_2$ જેટલો વધારો થાય છે. અત્રે પ્રવાહની દિશા Cથી B તરફ ધારેલ છે. એટલે C પાસેનું વિદ્યુતસ્થિતિમાન B પાસેના વિદ્યુતસ્થિતિમાન કરતાં વધારે છે અને તેથી Bથી C જતાં વિદ્યુતસ્થિતિમાનમાં $I_2 R_2$ જેટલો વધારો થાય છે.

તે જ પ્રમાણે \mathcal{E}_2 ના ધનધ્રુવથી ઋણધ્રુવ પર જતાં વિદ્યુતસ્થિતિમાનમાં \mathcal{E}_2 જેટલો ઘટાડો થાય છે. R_3 અવરોધમાંથી

જતા વિદ્યુતસ્થિતિમાનમાં I_3R_3 નો ઘટાડો, R_4 માંથી જતાં I_4R_4 નો વધારો અને R_5 માંથી જતાં I_5R_5 નો વધારો થાય છે. આ બધાનો બૈજિક સરવાળો લેતાં A પાસે ફરી V_A જેટલું વિદ્યુતસ્થિતિમાન મળવું જોઈએ.

$$\begin{aligned} \therefore V_A - I_1R_1 + \varepsilon_1 + I_2R_2 - \varepsilon_2 - I_3R_3 + I_4R_4 + I_5R_5 &= V_A \\ - I_1R_1 + \varepsilon_1 + I_2R_2 - \varepsilon_2 - I_3R_3 + I_4R_4 + I_5R_5 &= 0 \end{aligned} \quad (3.9.4)$$

આમ, સમગ્ર બંધ પરિપથ પર બધા જ વિદ્યુતસ્થિતિમાનના ફેરફારોનો બૈજિક સરવાળો શૂન્ય હોય છે.

$$\text{હવે, } (-I_1R_1) + I_2R_2 + (-I_3R_3) + I_4R_4 + I_5R_5 = (-\varepsilon_1) + \varepsilon_2 \quad (3.9.5)$$

$$\therefore \sum IR = \sum \varepsilon \quad (3.9.6)$$

આ સમીકરણ દર્શાવે છે કે “કોઈ બંધ પરિપથમાંના અવરોધો અને તેમનામાંથી વહેતા આનુષંગિક વિદ્યુતપ્રવાહોના ગુણાકારોનો સમગ્ર બંધમાર્ગ પરનો બૈજિક સરવાળો તે બંધમાર્ગમાં લાગુ પાડેલા emfના બૈજિક સરવાળા બરાબર હોય છે.” આ વિધાનને કિર્ચોફનો બીજો નિયમ કહે છે.

કિર્ચોફના નિયમો વાપરવા માટેની સંજ્ઞાપ્રણાલી (Sign convention for applying Kirchhoff's rules)

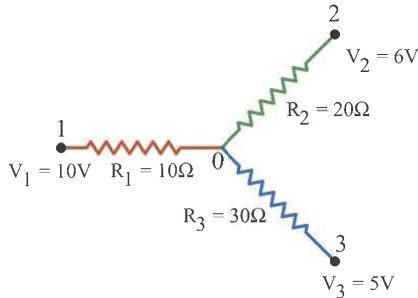
સમીકરણ (3.9.5) વાપરવા માટે સંજ્ઞાઓ નીચે મુજબ લેવી જોઈએ :

(1) જો કોઈ અવરોધમાંની આપણી મુસાફરી વિદ્યુતપ્રવાહની ધારેલી દિશામાં હોય, તો IR ઋણ લેવો જોઈએ અને જો મુસાફરીની દિશા અને પ્રવાહની દિશા પરસ્પર વિરુદ્ધ હોય, તો IR ધન લેવો જોઈએ.

(2) જો બેટરીમાં મુસાફરીની દિશા ઋણધ્રુવથી ધનધ્રુવ તરફ હોય તો તેને emf (જમણી બાજુએ લખતી વખતે) ઋણ લેવું જોઈએ. પણ જો બેટરીમાંથી ‘આપણી મુસાફરી’ ધનધ્રુવથી ઋણધ્રુવ તરફની હોય, તો તે બેટરીનું emf ધન ગણવું જોઈએ.

કિર્ચોફના નિયમો વાપરતી વખતે પરિપથમાં વિદ્યુતપ્રવાહની દિશા યાદચ્છિક રીતે (મન પડે તેમ) લઈ શકાય છે. જો કોઈ પ્રવાહની ખરેખર દિશા આપણે ધારેલ દિશા કરતાં ઊલટી હશે, તો તેવા સંજોગોમાં પ્રવાહનું મૂલ્ય ઋણ મળે અને તે સૂચવે છે કે આપણે લીધેલ દિશા કરતાં પ્રવાહ વિરુદ્ધ દિશામાં વહે છે.

ઉદાહરણ 10 : અહીં આપેલ પરિપથમાં અવરોધ R_1 માંથી વહેતો પ્રવાહ શોધો. $R_1 = 10 \Omega$, $R_2 = 20 \Omega$ અને



$R_3 = 30 \Omega$. બિંદુઓ 1, 2 અને 3નાં સ્થિતિમાનો અનુક્રમે, $V_1 = 10 \text{ V}$, $V_2 = 6 \text{ V}$ અને $V_3 = 5 \text{ V}$ છે. જંકશન પાસેનું સ્થિતિમાન પણ ગણો.

ઉકેલ : પરિપથમાં O જંકશન-બિંદુ છે. બિંદુ 1 પાસેનું સ્થિતિમાન બિંદુઓ 2 અને 3 પાસેના સ્થિતિમાનો કરતાં ઊંચું છે. આથી વિદ્યુતપ્રવાહોની દિશા 1થી O, અને Oથી 2 તથા Oથી 3 તરફ લઈ શકાય. આકૃતિમાં વિદ્યુતપ્રવાહો અને તેમની દિશાઓ દર્શાવી છે.

હવે 1O2 માર્ગે ગતિ કરતાં,

$$V_1 - IR_1 - I_2R_2 = V_2$$

$$\therefore 10 - 10I - 20I_2 = 6$$

$$\therefore 10I + 20I_2 = 4$$

(1)

તેવી જ રીતે 1O3 માર્ગે ગતિ કરતાં

$$10I + 30(I - I_2) = 5$$

$$\therefore 40I - 30I_2 = 5$$

(2)

સમીકરણો (1) અને (2) ઉકેલતાં

$$I = 0.2 \text{ A}$$

હવે, જો જંકશન O પાસે સ્થિતિમાન V_O હોય તો,

$$10 - V_O = IR_1$$

$$\therefore 10 - V_O = 2$$

$$\therefore V_O = 8 \text{ V}$$

ઉદાહરણ 11 : અહીં આપેલા પરિપથમાં કેપેસિટરની પ્લેટો A અને B વચ્ચે વિદ્યુતસ્થિતિમાનનો તફાવત શોધો.

ઉકેલ : આકૃતિમાં વિદ્યુતપ્રવાહનું વિતરણ દર્શાવ્યું છે.

abcdea બંધ ગાળા માટે કિર્ચોફનો બીજો નિયમ વાપરતાં,

$$- 10 I - 20 (I - I_1) + 4 = 0$$

$$\therefore 30 I - 20 I_1 = 4$$

edhge ગાળા માટે,

$$20(I - I_1) + 1 - 30I_1 = 0$$

$$\therefore 20I - 50I_1 = -1$$

સમીકરણ (1) અને (2) ઉકેલતાં,

$$I_1 = 0.1 \text{ A અને } I = 0.2 \text{ A.}$$

હવે કેપેસિટરના બે છેડા વચ્ચે વિદ્યુતસ્થિતિમાનનો તફાવત એટલે c અને h વચ્ચે વિદ્યુતસ્થિતિમાનનો તફાવત. આ માટે ધારો કે c પાસે સ્થિતિમાન V_c છે અને h અને V_h છે. cdh માર્ગે જતાં,

$$\therefore V_c - 10 \times 0.2 + 1 = V_h$$

$$\therefore V_c - V_h = 2 - 1 = 1$$

$$\therefore \text{કેપેસિટરના બે છેડા વચ્ચે વિદ્યુતસ્થિતિમાનનો તફાવત} = 1 \text{ V}$$

ઉદાહરણ 12 : આકૃતિમાં દર્શાવેલ પરિપથમાં A અને B તેમજ C અને B બિંદુઓ વચ્ચે સ્થિર સ્થિતિમાં વિદ્યુતસ્થિતિમાનનો તફાવત શોધો.

ઉકેલ : આકૃતિમાં $3 \mu\text{F}$ ના બે કેપેસિટરોના કોમન છેડાઓ e (અથવા a અથવા b) અને d છે. તે જ પ્રમાણે $1 \mu\text{F}$ નાં બે કેપેસિટરોના કોમન છેડાઓ k અને g (અથવા h અથવા f) છે.

આ રીતે ઉપરના પરિપથનો સમતુલ્ય પરિપથ નીચે પ્રમાણે મળે :

$3 \mu\text{F}$ ના બે કેપેસિટર્સમાં સમાંતરમાં છે.

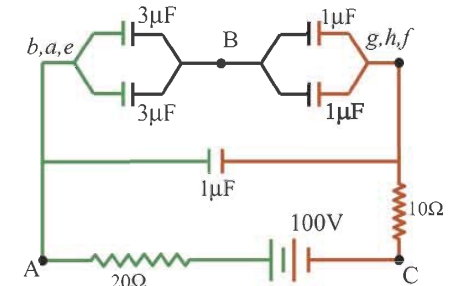
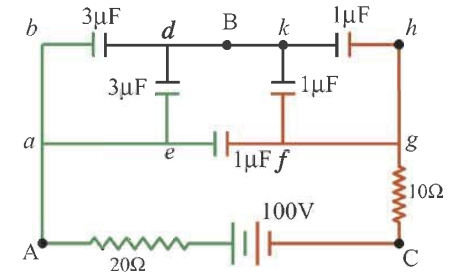
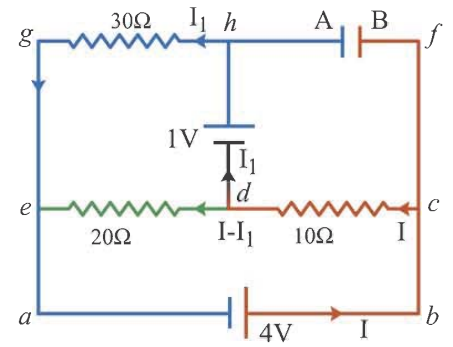
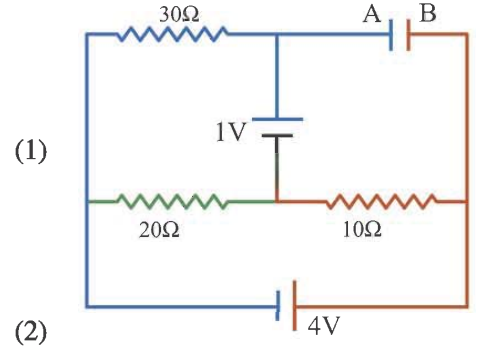
$$\therefore \text{તેમનો સમતુલ્ય કેપેસિટન્સ} = 6 \mu\text{F}$$

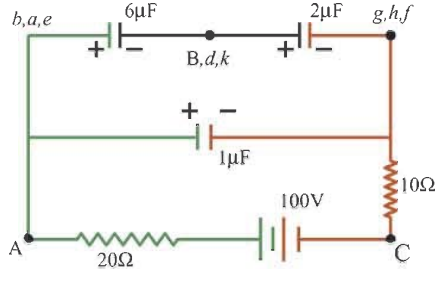
તે જ રીતે $1 \mu\text{F}$ ના બે કેપેસિટર્સનો સમતુલ્ય કેપેસિટન્સ $= 2 \mu\text{F}$.

આ સ્થિતિ નીચેની આકૃતિમાં દર્શાવી છે :

હવે પરિપથ સ્થાયી સ્થિતિમાં હોવાથી 20Ω અને 10Ω ના અવરોધોમાં કોઈ પ્રવાહ વહેતો નથી. આથી, આ અવરોધો જાણે કે પરિપથમાં છે જ નહિ તેમ ગણી શકાય. આ સ્થિતિમાં બેટરીના 100V નો વોલ્ટેજ b અને h બિંદુઓ વચ્ચે લાગે છે. હવે, $6 \mu\text{F}$ અને $2 \mu\text{F}$ ના કેપેસિટરો બેટરીના બે છેડાઓ વચ્ચે શ્રેણીમાં જોડાયેલાં છે.

પ્રવાહવિદ્યુત





જો $6 \mu\text{F}$ અને $2 \mu\text{F}$ ના કેપેસિટર્સ પર વિદ્યુતભાર q હોય તો,

$$V_1 + V_2 = V$$

$$\frac{q}{C_1} + \frac{q}{C_2} = V, \frac{q}{6} + \frac{q}{2} = 100$$

$$\therefore q = \frac{100 \times 12}{8} = 150 \mu\text{C}$$

હવે, A અને B વચ્ચેનો વિદ્યુતસ્થિતિમાનનો તફાવત એટલે $6 \mu\text{F}$ ના કેપેસિટર પરનો વોલ્ટેજ.

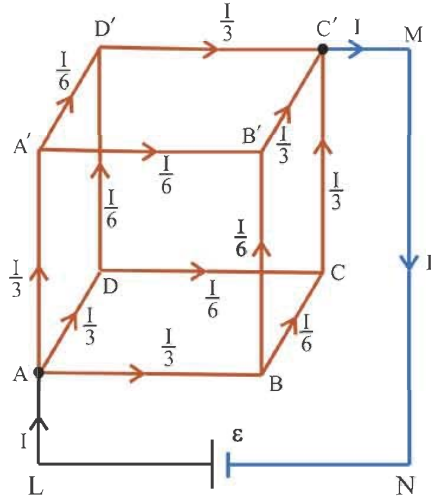
$$\therefore V_{AB} = \frac{150}{6} = 25 \text{ V}$$

હવે B અને C વચ્ચેનો વોલ્ટેજ,

$$V_{BC} = 100 - 25 = 75 \text{ V}$$

ઉદાહરણ 13 : સમાન અવરોધ R ધરાવતા 12 તારને જોડીને એક સમઘન બનાવ્યો છે. આ ઘનના કોઈ એક વિકર્ણનાં અંતિમ બિંદુઓ વચ્ચે સમતુલ્ય અવરોધ શોધો.

ઉકેલ : ધારો કે બેટરીમાંથી નીકળતો પ્રવાહ I છે.



આપેલ નેટવર્કમાં માર્ગો AB, AD અને AA' (અવરોધોની દૃષ્ટિએ) સંમિત (symmetrical) હોવાથી આ ત્રણેય માર્ગોમાંથી વહેતા પ્રવાહો સમાન ($\frac{I}{3}$ જેટલા) હશે. વળી, જંકશન B, D અને A' પાસે આવતા આ પ્રવાહો બે-બે શાખાઓમાં સમાન રીતે વહેંચાશે. જંકશન C, B' અને D' પાસે આ પ્રવાહો ભેગા થાય છે તેથી CC', B'C' અને D'C' શાખાઓમાં $\frac{I}{3}$ જેટલા સમાન પ્રવાહો વહે છે. આ ત્રણેય પ્રવાહો જંકશન C' આગળ ભેગા થતા કુલ I પ્રવાહ પાછો મળે છે.

બંધ પરિપથ AA'D'C'MNLA માટે, કિર્ચોફનો બીજો નિયમ લાગુ પાડતાં,

$$-\frac{I}{3} \cdot R - \frac{I}{6}R - \frac{I}{3}R = -\varepsilon$$

$$\therefore \varepsilon = \frac{5}{6}IR \quad (1)$$

ધારો કે, સમઘનના વિકર્ણ AC'નાં અંતિમ બિંદુઓ A અને C' વચ્ચે નેટવર્કનો સમતુલ્ય અવરોધ R' છે. આનો અર્થ એવો થાય કે R' ની સાથે આ જ બેટરી (ε emfવાળી) જોડીએ, તો તેમાંથી I જેટલો જ પ્રવાહ પસાર થાય.

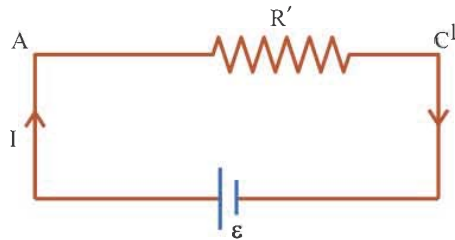
આકૃતિમાં દર્શાવેલ પરિપથ પરથી,

$$\varepsilon = IR' \quad (2)$$

સમીકરણ (1) અને (2) સરખાવતાં,

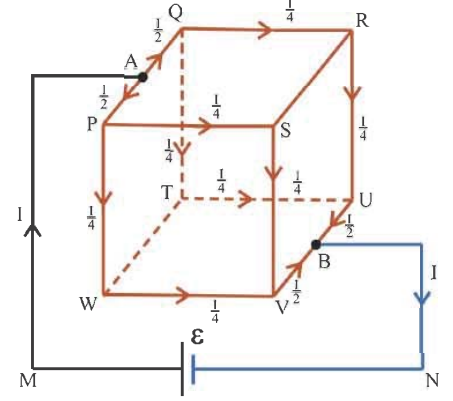
$$\frac{5}{6}IR = IR'$$

$$\therefore R' = \frac{5}{6}R$$



ઉદાહરણ 14 : સમાન-અવરોધ ધરાવતા 12 તાર જોડીને આકૃતિમાં દર્શાવ્યા અનુસાર એક સમઘન બનાવવામાં આવ્યો છે, તો આકૃતિમાંનાં A અને B બિંદુઓ વચ્ચે સમતુલ્ય અવરોધ શોધો. દરેક તારનો અવરોધ r છે. A અને B અનુક્રમે PQ અને VU બાજુઓનાં મધ્યબિંદુઓ છે.

ઉકેલ : આકૃતિમાં ABને જોડતી રેખાને અનુલક્ષીને AP અને UB, AQ અને VB, PW અને RU, QT અને SV, WV અને QR શાખાઓ સંમિતિ છે. આ દરેક સંમિતિ જોડકામાંથી એકસરખો વિદ્યુતપ્રવાહ પસાર થતો હોય છે. ઉદાહરણ તરીકે જો PWમાંથી પસાર થતો પ્રવાહ $\frac{I}{4}$ હોય, તો RUમાંથી પસાર થતો પ્રવાહ પણ $\frac{I}{4}$ હોય. આ પ્રમાણે સંમિતિ શાખાઓ ધ્યાનમાં લેતાં જુદી-જુદી શાખાઓમાંથી આકૃતિમાં દર્શાવ્યા અનુસાર વિદ્યુતપ્રવાહો મળે.



આકૃતિ પરથી સ્પષ્ટ છે કે, WT અને SR શાખામાંથી વિદ્યુતપ્રવાહ પસાર થાય નહિ.

APWVBNMA બંધ ગાળાને કિર્યોફનો બીજો નિયમ લગાડતાં (દરેક તારનો અવરોધ r ગણતાં)

$$-\frac{I}{2}\left(\frac{r}{2}\right) - \frac{I}{4}r - \frac{I}{4}r - \frac{I}{2}\left(\frac{r}{2}\right) = -\varepsilon$$

$$\therefore IR = \varepsilon \quad (1)$$

જો માંગેલ સમતુલ્ય અવરોધ r' હોય, તો

$$Ir' = \varepsilon \quad (2)$$

સમીકરણ (1) અને (2)ને સરખાવતાં,

$$r' = r$$

3.10 અવરોધોનું શ્રેણી અને સમાંતર જોડાણ (Series and Parallel Connections of Resistors)

એક કરતાં વધુ અવરોધોને કોઈ બે બિંદુઓ વચ્ચે શ્રેણીમાં, સમાંતરમાં કે મિશ્ર પ્રકારે જોડી શકાય છે. અવરોધોનાં શ્રેણી અને સમાંતર જોડાણનો અભ્યાસ તમે ધોરણ 10માં કર્યો છે, તેથી અહીં આપણે તેમનાં પરિણામો નોંધીશું.

અવરોધોનું શ્રેણીજોડાણ :

બે બિંદુઓ વચ્ચે એક કરતાં વધુ અવરોધોને એક પછી એક એવી રીતે જોડવામાં આવે કે જેથી દરેક અવરોધમાંથી પસાર થતો વિદ્યુતપ્રવાહ (I) સમાન હોય અને વિદ્યુતપ્રવાહને વહેવા માટે ફક્ત એક જ માર્ગ ઉપલબ્ધ હોય, તો તે અવરોધો તે બે બિંદુઓ વચ્ચે શ્રેણીમાં જોડેલા છે તેમ કહેવાય.

આકૃતિ 3.17માં બે બિંદુઓ A અને B વચ્ચે n અવરોધો $R_1, R_2, R_3, \dots, R_n$ નું શ્રેણીજોડાણ દર્શાવ્યું છે.

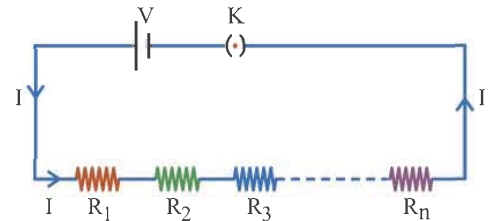
જો આ શ્રેણીજોડાણનો સમતુલ્ય અવરોધ R_s હોય તો,

$$R_s = R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_n = \sum_{i=1}^n R_i \quad (3.10.1)$$

આમ, શ્રેણી જોડાણનો સમતુલ્ય અવરોધ, શ્રેણીમાંના અવરોધોમાંના મોટામાં મોટા મૂલ્ય કરતાં વધુ હોય છે.

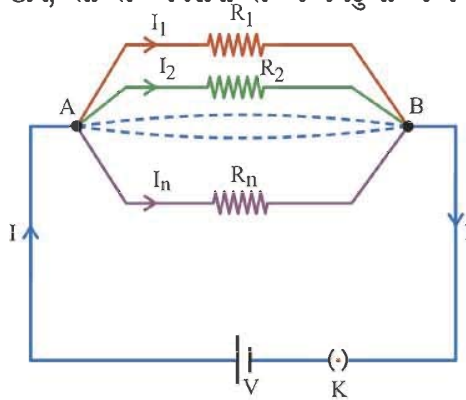
જો એક સમાન અવરોધ R ધરાવતા n અવરોધોને શ્રેણીમાં જોડવામાં આવે, તો સમતુલ્ય અવરોધ,

$$R_s = R + R + R + \dots n \text{ વખત} = nR \quad (3.10.2)$$



આકૃતિ 3.17 અવરોધોનું શ્રેણીજોડાણ

અવરોધોનું સમાંતર જોડાણ : બે બિંદુઓ વચ્ચે એક કરતાં વધુ અવરોધોને એવી રીતે જોડવામાં આવે કે જેથી વિદ્યુતપ્રવાહને વહેવા માટે એક કરતાં વધુ માર્ગો ઉપલબ્ધ હોય અને દરેક અવરોધના બે છેડા વચ્ચેનો p.d. (V) સમાન હોય, તો તે અવરોધો તે બે બિંદુઓ વચ્ચે સમાંતરમાં જોડેલા છે તેમ કહેવાય.



આકૃતિ 3.18 અવરોધોનું સમાંતર જોડાણ

આકૃતિ 3.18માં n અવરોધો $R_1, R_2, R_3, \dots, R_n$ ને બે બિંદુઓ A અને B વચ્ચે સમાંતરમાં જોડેલા દર્શાવ્યા છે.

આ સમાંતર જોડાણનો સમતુલ્ય અવરોધ R_p હોય તો,

$$\frac{1}{R_p} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots + \frac{1}{R_n} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i} \quad (3.10.3)$$

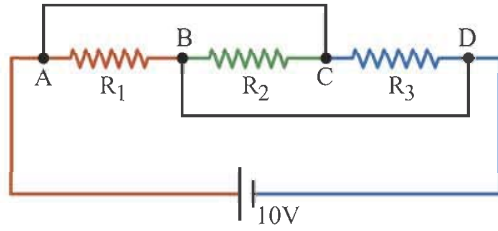
આમ, સમાંતર જોડાણમાં સમતુલ્ય અવરોધ, સમાંતરમાં જોડેલા અવરોધોમાંના નાનામાં નાના મૂલ્ય કરતાં ઓછો હોય છે.

જો એકસમાન અવરોધ R ધરાવતા n અવરોધોને સમાંતરમાં જોડવામાં આવે તો સમતુલ્ય અવરોધ,

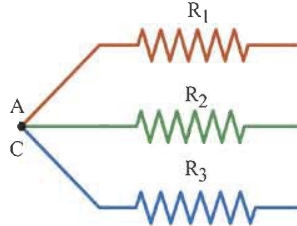
$$\frac{1}{R_p} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \dots n \text{ વખત} = \frac{n}{R}$$

$$\therefore R_p = \frac{R}{n} \quad (3.10.4)$$

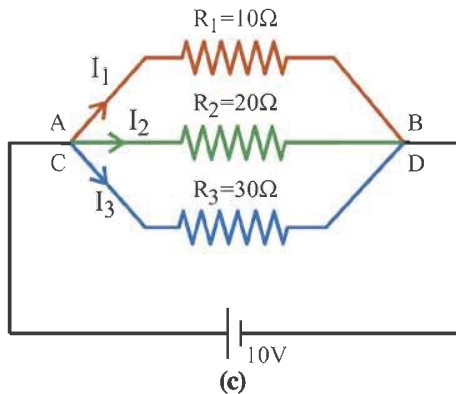
ઉદાહરણ 15 : આકૃતિમાં (a)માં દર્શાવેલ અવરોધ R_1, R_2 અને R_3 માંથી પસાર થતા પ્રવાહો શોધો. $R_1 = 10 \Omega$, $R_2 = 20 \Omega$ અને $R_3 = 30 \Omega$ અને બેટરીનો વોલ્ટેજ 10 V .



(a)



(b)



(c)

ઉકેલ : આ પરિપથનો સમતુલ્ય પરિપથ મેળવવા બિંદુ A થી શરૂ કરો. અહીં R_1 અવરોધનો એક છેડો A અને R_2 નો C છેડો તેમજ R_3 નો C છેડો એમ ત્રણ છેડાઓ A પાસે કોમન છે.

\therefore આંશિક રીતે પરિપથ આકૃતિ (b) પ્રમાણે થાય :

આ જ રીતે R_1 નો B છેડો, R_2 નો B છેડો અને R_3 નો D છેડો એમ ત્રણ છેડાઓ B પાસે કોમન છે.

\therefore સંપૂર્ણ પરિપથ હવે આકૃતિ (c) પ્રમાણે થશે.

આમ ત્રણ અવરોધો એકબીજા સાથે સમાંતરમાં છે.

\therefore તે દરેકના બે છેડા વચ્ચે વોલ્ટેજ 10 V છે.

$$\therefore R_1 \text{ માંથી પસાર થતો પ્રવાહ, } I_1 = \frac{V}{R_1} = \frac{10}{10} = 1 \text{ A તે}$$

$$\text{જ પ્રમાણે } R_2 \text{ માંથી પસાર થતો પ્રવાહ, } I_2 = \frac{V}{R_2} = \frac{10}{20} = 0.5 \text{ A}$$

$$\text{અને } R_3 \text{ માંથી પસાર થતો પ્રવાહ } I_3 = \frac{V}{R_3} = \frac{10}{30} = 0.33 \text{ A.}$$

ઉદાહરણ 16 : 5A જેટલો વિદ્યુતપ્રવાહ એકબીજાને સમાંતર જોડેલી ત્રણ શાખાઓમાં વહેંચાય છે. ત્રણ શાખાઓમાં જોડેલા તારની લંબાઈઓનો ગુણોત્તર 2 : 3 : 4 હોય અને તેમની ત્રિજ્યાઓનો ગુણોત્તર 3 : 4 : 5 છે. જો ત્રણેય શાખામાં જોડેલા તાર એક જ દ્રવ્યના હોય, તો દરેક શાખામાં પ્રવાહનું મૂલ્ય શોધો.

ઉકેલ : ત્રણેય શાખાઓમાં જોડેલા તારની લંબાઈઓ અનુક્રમે $2l$, $3l$ અને $4l$ અને તેમની ત્રિજ્યાઓ અનુક્રમે $3r$, $4r$ અને $5r$ હો.

તેમના અવરોધો અનુક્રમે,

$$R_1 = \rho \cdot \frac{2l}{\pi(3r)^2}$$

$$R_2 = \rho \cdot \frac{3l}{\pi(4r)^2}$$

$$\text{અને } R_3 = \rho \cdot \frac{4l}{\pi(5r)^2} \text{ થશે.}$$

$$\text{અથવા } R_1 : R_2 : R_3 = \frac{2}{9} : \frac{3}{16} : \frac{4}{25}$$

પ્રવાહો અવરોધના વ્યસ્ત પ્રમાણમાં હોવાથી,

$$\begin{aligned} \therefore I_1 : I_2 : I_3 &= \frac{9}{2} : \frac{16}{3} : \frac{25}{4} \\ &= 54 : 64 : 75 \end{aligned}$$

$$\therefore \text{પ્રથમ શાખામાં પ્રવાહ } I_1 = \frac{54 \times 5}{193} = 1.40 \text{ A}$$

$$\text{બીજી શાખામાં પ્રવાહ } I_2 = \frac{64 \times 5}{193} = 1.66 \text{ A}$$

$$\text{ત્રીજી શાખામાં, } I_3 = \frac{75 \times 5}{193} = 1.94 \text{ A}$$

3.11 કોષોનાં શ્રેણી અને સમાંતર જોડાણો (Series and Parallel Connections of Cells)

અવરોધોની જેમ કોષોને પણ કોઈ બે બિંદુઓ વચ્ચે શ્રેણીમાં સમાંતરમાં કે મિશ્ર પ્રકારે જોડી શકાય છે.

કોષોનું શ્રેણીજોડાણ :

આકૃતિ 3.19માં દર્શાવ્યા પ્રમાણે \mathcal{E}_1 અને \mathcal{E}_2 emfવાળા તથા r_1 અને r_2 આંતરિક અવરોધવાળા બે કોષોને A અને B બિંદુઓ વચ્ચે શ્રેણીમાં જોડેલા છે. આ જોડાણ સાથે એક બાહ્ય અવરોધ R પણ જોડેલો છે.

ABCD બંધગાળાને કિર્ચોફનો બીજો નિયમ લાગુ પાડતાં,

$$-\mathcal{E}_1 + Ir_1 - \mathcal{E}_2 + Ir_2 + IR = 0$$

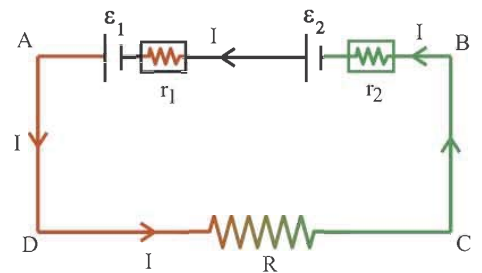
$$\therefore Ir_1 + Ir_2 + IR = \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2$$

$$\therefore I[R + (r_1 + r_2)] = \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2$$

$$\therefore I = \frac{\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2}{R + (r_1 + r_2)} = \frac{\mathcal{E}_{eq}}{R + r_{eq}}$$

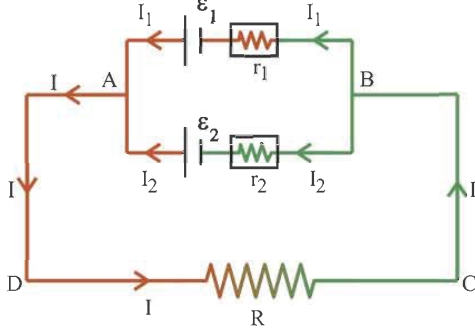
(3.11.1)

જ્યાં, I અવરોધ Rમાંથી પસાર થતો પ્રવાહ છે.



આકૃતિ 3.19 કોષોનું શ્રેણીજોડાણ

આમ, બે કોષોનું શ્રેણીજોડાણ, જેનું emf $\mathcal{E}_{eq} = \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2$ હોય અને આંતરિક અવરોધ $r_{eq} = r_1 + r_2$ હોય તેવા એક કોષની જેમ વર્તે છે. આ અર્થમાં \mathcal{E}_{eq} એ કોષોના શ્રેણીજોડાણનું સમતુલ્ય emf અને r_{eq} કોષોના આંતરિક અવરોધોનો સમતુલ્ય આંતરિક અવરોધ છે.



આકૃતિ 3.20 કોષોનું સમાંતર જોડાણ

જો ગમે તે એક કોષના ધ્રુવો ઉલટાવવામાં આવે તો સમતુલ્ય emfનું મૂલ્ય $|\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2|$ થશે, પરંતુ સમતુલ્ય આંતરિક અવરોધ $r_{eq} = r_1 + r_2$ જ રહેશે.

કોષોનું સમાંતર જોડાણ :

આકૃતિ 3.20માં A અને B બિંદુઓ વચ્ચે \mathcal{E}_1 અને \mathcal{E}_2 emf વાળા તથા r_1 અને r_2 આંતરિક અવરોધ ધરાવતા બે કોષોનું સમાંતર જોડાણ દર્શાવ્યું છે. આકૃતિમાં વિદ્યુતપ્રવાહની દિશાઓ પણ દર્શાવે છે.

આપણને આવા જોડાણમાં બાહ્ય અવરોધ Rમાંથી પસાર થતો પ્રવાહ શોધવામાં રસ છે.

જંકશન A પાસે, કિર્ચોફના પ્રથમ નિયમ અનુસાર,

$$I = I_1 + I_2 \quad (3.11.2)$$

હવે, બંધ ગાળા ADRCB \mathcal{E}_1 A માટે કિર્ચોફનો બીજો નિયમ વાપરતાં,

$$-IR - I_1 r_1 + \mathcal{E}_1 = 0$$

$$\therefore IR + I_1 r_1 = \mathcal{E}_1$$

$$\therefore I_1 = \frac{\mathcal{E}_1 - IR}{r_1} \quad (3.11.3)$$

તેવી જ રીતે બંધ ગાળા ADRCB \mathcal{E}_2 A પરથી,

$$I_2 = \frac{\mathcal{E}_2 - IR}{r_2} \quad (3.11.4)$$

સમીકરણ (3.11.3) અને (3.11.4)માંથી I_1 અને I_2 નાં મૂલ્યો સમીકરણ (3.11.2)માં મૂકતાં,

$$I = \left(\frac{\mathcal{E}_1 - IR}{r_1} \right) + \left(\frac{\mathcal{E}_2 - IR}{r_2} \right)$$

$$\therefore I = \frac{\mathcal{E}_1}{r_1} + \frac{\mathcal{E}_2}{r_2} - IR \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right)$$

$$\therefore I + IR \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) = \frac{\mathcal{E}_1}{r_1} + \frac{\mathcal{E}_2}{r_2}$$

$$\therefore I \left(1 + \frac{R}{r_1} + \frac{R}{r_2} \right) = \frac{\mathcal{E}_1}{r_1} + \frac{\mathcal{E}_2}{r_2}$$

$$\therefore I = \frac{\frac{\mathcal{E}_1}{r_1} + \frac{\mathcal{E}_2}{r_2}}{1 + \frac{R}{r_1} + \frac{R}{r_2}} \quad (3.11.5)$$

$$\text{અથવા } I = \frac{\mathcal{E}_1 r_2 + \mathcal{E}_2 r_1}{R(r_1 + r_2) + r_1 r_2} \quad (3.11.6)$$

સમીકરણ (3.11.6)માં અંશ અને છેદને $(r_1 + r_2)$ વડે ભાગતાં,

$$I = \frac{\frac{(\varepsilon_1 r_2 + \varepsilon_2 r_1)}{(r_1 + r_2)}}{R + \frac{r_1 r_2}{(r_1 + r_2)}} = \frac{\varepsilon_{eq}}{R + r_{eq}} \quad (3.11.7)$$

આમ, કોષોનું સમાંતર જોડાણ,

$$\text{જેનું emf } \varepsilon_{eq} = \frac{\varepsilon_1 r_2 + \varepsilon_2 r_1}{r_1 + r_2} \quad (3.11.8)$$

$$\text{અને આંતરિક અવરોધ } r_{eq} = \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2} \quad (3.11.9)$$

હોય તેવા એક કોષની જેમ વર્તે છે.

$$\frac{1}{r_{eq}} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \quad (\text{સમીકરણ 3.11.9 પરથી}) \quad (3.11.10)$$

સમીકરણ (3.11.8) અને (3.11.9)નો ગુણોત્તર લેતાં,

$$\frac{\varepsilon_{eq}}{r_{eq}} = \frac{\varepsilon_1}{r_1} + \frac{\varepsilon_2}{r_2} \quad (3.11.11)$$

જો બે કોષના emf $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon$ હોય અને આંતરિક અવરોધ $r_1 = r_2 = r$ હોય તો, $\varepsilon_{eq} = \varepsilon$ અને $r_{eq} = \frac{r}{2}$,

આકૃતિ 3.20માં આપણે બંને બેટરીના ધનધ્રુવોને એક સામાન્ય બિંદુ A સાથે અને ઋણધ્રુવોને બીજા એક સામાન્ય બિંદુ B સાથે જોડેલા છે, જેથી પ્રવાહો I_1 અને I_2 ધન ધ્રુવમાંથી બહાર નીકળે છે. પણ જો ε_2 બેટરીના ઋણધ્રુવને ε_1 બેટરીના ધનધ્રુવ સાથે જોડવામાં આવે તો સમીકરણમાં ε_2 ને બદલે $-\varepsilon_2$ મૂકવું જોઈએ.

વ્યાપકપણે, જો $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n$ જેટલા emfવાળા અને r_1, r_2, \dots, r_n આંતરિક અવરોધવાળા n કોષોને સમાંતરમાં જોડવામાં આવે તો,

$$\frac{1}{r_{eq}} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \dots + \frac{1}{r_n} \quad (3.11.12)$$

$$\frac{\varepsilon_{eq}}{r_{eq}} = \frac{\varepsilon_1}{r_1} + \frac{\varepsilon_2}{r_2} + \dots + \frac{\varepsilon_n}{r_n} \quad (3.11.13)$$

$$I = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{\varepsilon_i}{r_i}}{1 + R \sum_{i=1}^n \frac{1}{r_i}} \quad (3.11.14)$$

જો $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n$ જેટલા emfવાળા અને r_1, r_2, \dots, r_n આંતરિક અવરોધવાળા n કોષોની બનેલી એક એવી m હારોને સમાંતરમાં જોડી મિશ્રજોડાણ (Mixed Connection) તૈયાર કરવામાં આવે તો, આવા મિશ્ર જોડાણમાં મળતો પ્રવાહ નીચેના સૂત્ર વડે મળે છે :

$$I = \frac{\sum_{i=1}^n \varepsilon_i}{R + \frac{1}{m} \sum_{i=1}^n r_i} \quad (3.11.15)$$

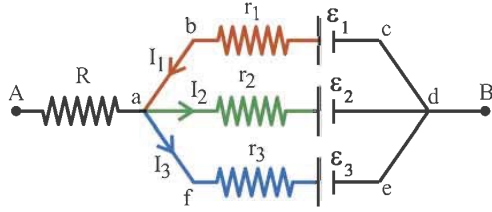
R = મિશ્રજોડાણના પરિપથમાં જોડેલો બાહ્ય અવરોધ

m = હારોની સંખ્યા

n = એક હારમાં જોડેલા કોષોની સંખ્યા

ઉદાહરણ 17 : આકૃતિમાં આપેલ પરિપથમાં $\mathcal{E}_1 = 3V$, $\mathcal{E}_2 = 2V$, $\mathcal{E}_3 = 1V$ અને $R = r_1 = r_2 = r_3 = 1\Omega$ છે. તો દરેક શાખામાં વહેતો પ્રવાહ શોધો તેમજ A અને B બિંદુઓ વચ્ચે p.d. શોધો.

ઉકેલ : ધારો કે r_1 , r_2 અને r_3 અવરોધોમાંથી વહેતા પ્રવાહો અનુક્રમે I_1 , I_2 અને I_3 છે, જે આકૃતિમાં દર્શાવ્યા છે. બંધ ગાળાઓ abcda અને abcdefને કિર્ચોફનો બીજો નિયમ લાગુ પાડતાં,



$$+I_1 r_1 - \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 + I_2 r_2 = 0 \quad \text{.....(1)}$$

$$\text{અને } I_1 r_1 - \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_3 + I_3 r_3 = 0 \quad \text{.....(2)}$$

સમીકરણ (1) અને (2) પરથી,

$$\mathcal{E}_1 - I_1 r_1 = \mathcal{E}_2 + I_2 r_2 = \mathcal{E}_3 + I_3 r_3 \quad \text{.....(3)}$$

જંકશન a પાસે કિર્ચોફનો પ્રથમ નિયમ લાગુ પાડતાં,

$$I_1 = I_2 + I_3 \quad \text{.....(4)}$$

સમીકરણ (4)નો ઉપયોગ સમીકરણ (3)માં કરતાં,

$$\mathcal{E}_1 - (I_2 + I_3)r_1 = \mathcal{E}_3 + I_3 r_3$$

$$\text{અથવા } 2I_3 + I_2 = 2 \quad \text{.....(5)}$$

$$\text{તથા } \mathcal{E}_2 + I_2 r_2 = \mathcal{E}_3 + I_3 r_3$$

$$\text{અથવા } I_3 - I_2 = 1 \quad \text{.....(6)}$$

સમીકરણ (4), (5) અને (6) પરથી,

$$I_1 = 1A, I_2 = 0A \text{ અને } I_3 = 1A$$

A અને B બિંદુઓ વચ્ચેનો p.d.

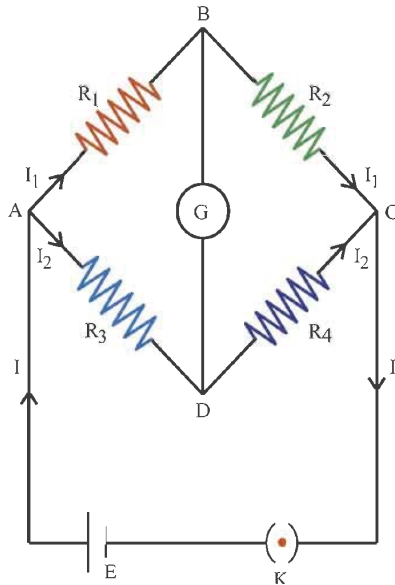
= a અને d વચ્ચેનો p.d.

$$= \mathcal{E}_1 - I_1 r_1$$

$$= 3 - 1 \times 1$$

$$= 2V$$

3.12 વ્હીસ્ટનબ્રિજ (Wheatstone Bridge)



આકૃતિ 3.21 વ્હીસ્ટનબ્રિજ

અજ્ઞાત અવરોધનું મૂલ્ય, પ્રમાણભૂત અવરોધની સાપેક્ષમાં ચોકસાઈપૂર્વક માપવા માટે ઈ. સ. 1843માં ચાર્લ્સ વ્હીસ્ટને જે પરિપથ વિકસાવ્યો, તેને વ્હીસ્ટનબ્રિજ તરીકે ઓળખવામાં આવે છે. આકૃતિ 3.21માં વ્હીસ્ટનબ્રિજ પરિપથ દર્શાવેલ છે. તેમાં અવરોધો R_1 , R_2 , R_3 અને R_4 વડે રચાતી ચાર અવરોધ-ભુજાઓ બંધ ગાળો રચે તેમ જોડેલી હોય છે. R_1 અને R_3 ના સામાન્ય બિંદુ A તથા R_2 અને R_4 ના સામાન્ય બિંદુ C વચ્ચે emfનું ઉદ્ભવ (બેટરી) જોડવામાં આવે છે. તેમજ R_1 અને R_2 ના સામાન્ય બિંદુ B તથા R_3 અને R_4 ના સામાન્ય બિંદુ D વચ્ચે સંવેદી ગેલ્વેનોમીટર જોડવામાં આવે છે.

આ ચાર અવરોધોમાંથી ત્રણ અવરોધો જ્ઞાત હોય છે અને ચોથો અજ્ઞાત હોય છે. આ ત્રણ જ્ઞાત અવરોધોનાં મૂલ્યો એવાં પસંદ કરવામાં આવે છે કે જેથી ગેલ્વેનોમીટર શૂન્ય આવર્તન દર્શાવે. આ સ્થિતિમાં B અને D બિંદુનાં વિદ્યુતસ્થિતિમાન સમાન હોય છે. આથી ગેલ્વેનોમીટરમાંથી પસાર થતો વિદ્યુતપ્રવાહ શૂન્ય થાય છે. આ સ્થિતિમાં વ્હીસ્ટનબ્રિજ સંતુલિત સ્થિતિ (Balanced Condition)માં છે, તેમ કહેવાય.

ઝિજની સંતુલિત સ્થિતિમાં લૂપ ABDAને કિર્ચોફનો બીજો નિયમ લગાડતાં,

$$-I_1 R_1 + I_2 R_3 = 0$$

$$\therefore I_1 R_1 = I_2 R_3$$

(3.12.1)

આ જ રીતે લૂપ BCDBને કિર્ચોફનો બીજો નિયમ લગાડતાં,

$$-I_1 R_2 + I_2 R_4 = 0$$

$$\therefore I_1 R_2 = I_2 R_4$$

(3.12.2)

સમીકરણ (3.12.1)ને સમીકરણ (3.12.2) વડે ભાગતાં,

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4}$$

(3.12.3)

આમ, આ ચાર અવરોધોમાંથી કોઈ પણ ત્રણનાં મૂલ્ય જ્ઞાત હોય, તો ચોથા અવરોધનું મૂલ્ય શોધી શકાય છે.

મીટરબ્રિજ : મીટરબ્રિજ એ વીસ્ટનબ્રિજના સિદ્ધાંતનો ઉપયોગ

કરીને બનાવેલી પ્રાયોગિક રચના છે, જેની મદદથી અજ્ઞાત અવરોધનું મૂલ્ય પ્રાયોગિક રીતે શોધી શકાય છે. આકૃતિ 3.22માં પ્રયોગશાળામાં વીસ્ટનબ્રિજ તરીકે વપરાતા મીટરબ્રિજની રચના દર્શાવી છે.

મીટરબ્રિજમાં R_3 અને R_4 અવરોધોને સ્થાને સમાન આડછેદવાળા 1 m લંબાઈના કોન્સ્ટન્ટનના અવરોધક તારને લાકડાના એક પાટિયા પર જડેલી મીટરપટ્ટી પર જડવામાં આવે છે. તારના બે છેડાઓ A અને C સાથે કાટખૂણે વાળેલી તાંબાની જાડી પટ્ટીઓ જડેલી હોય છે.

આ પટ્ટીઓ પર જોડાણ-અગ્રો આપવામાં આવે છે. જેથી તારના બે છેડાઓ વચ્ચે બેટરીનું જોડાણ થઈ શકે. કાટખૂણે વાળેલી બે જાડી પટ્ટીઓની વચ્ચે બીજી એક તાંબાની પટ્ટી એવી રીતે રાખવામાં આવે છે કે જેથી તેની બંને બાજુ એક-એક ગેપ રહે. બે ગેપના છેડાઓ પર જોડાણઅગ્ર લગાડવામાં આવ્યા હોય છે, જ્યાં અવરોધનું જોડાણ કરવામાં આવે છે. બે ગેપની વચ્ચે રહેલી પટ્ટીની મધ્યમાં પણ એક જોડાણઅગ્ર B હોય છે, જેની સાથે સંવેદી ગેલ્વેનોમીટરનો એક છેડો જોડવામાં આવે છે. ગેલ્વેનોમીટરના બીજા છેડાને જોકી D સાથે જોકી જોકીને તાર પર સરકાવી સંપર્ક કરાવી શકાય છે.

આકૃતિ 3.22માં દર્શાવ્યા પ્રમાણે અજ્ઞાત અવરોધ R_1 ને ઝિજની એક ગેપમાં અને પ્રમાણભૂત જ્ઞાત અવરોધ R_2 ને ઝિજની બીજી ગેપમાં જોડવામાં આવે છે. જ્ઞાત અવરોધ R_2 ના કોઈ એક મૂલ્ય માટે જોકીને તાર પર સરકાવી એવા સ્થાન D પર મૂકવામાં આવે છે કે જેથી ગેલ્વેનોમીટરનું આવર્તન શૂન્ય થાય. બિંદુ Dને તટસ્થબિંદુ કહે છે.

તારના A છેડાથી જોકી સુધીના તારની લંબાઈ $AD = l_1$ અને DC તારની લંબાઈ l_2 હોય, તો સમીકરણ (3.12.3) પરથી,

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{AD \text{ તારનો અવરોધ}}{DC \text{ તારનો અવરોધ}}$$

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{l_1 \rho}{l_2 \rho} = \frac{l_1}{l_2}$$

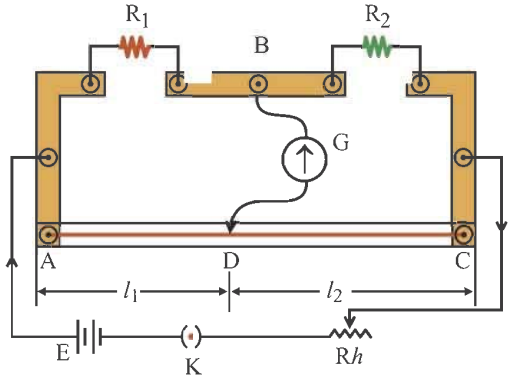
(3.12.4)

જ્યાં, ρ = તારની એકમલંબાઈ દીઠ અવરોધ

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{l_1}{(100-l_1)}$$

$$\therefore R_1 = R_2 \frac{l_1}{(100-l_1)}$$

(3.12.5)

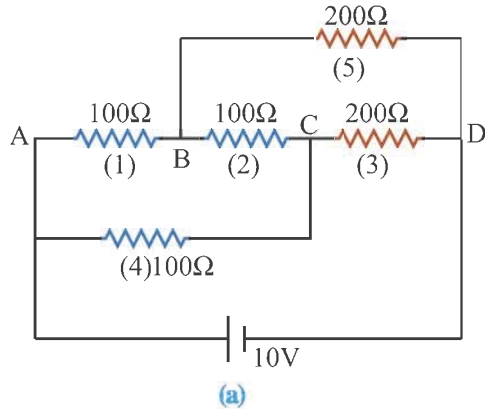


આકૃતિ 3.22 મીટરબ્રિજ

જ્ઞાત અવરોધ R_2 નાં જુદાં-જુદાં મૂલ્યો લઈ દરેક વખતે $\frac{1}{I_2}$ નું મૂલ્ય શોધી અજ્ઞાત અવરોધ R_1 નું સરેરાશ મૂલ્ય શોધવામાં આવે છે. આ રીતે મેળવેલ R_1 નું મૂલ્ય ઘણું ચોક્કસ હોય છે. જોકે લઘુ અવરોધના માપન માટે આ રીત બહુ ઉપયોગી નથી.

વ્યવહારમાં મીટરબ્રિજના તારની થોડીક લંબાઈ, બંને છેડે તાંબાની જાડી પટ્ટી નીચે રહેલી હોય છે, જેના માટે અંત્યસુધારો કરવામાં આવે છે.

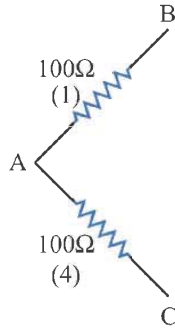
ઉદાહરણ 18 : અહીં આપેલા પરિપથ (a)માં BC તારમાંથી વહેતો પ્રવાહ શોધો.



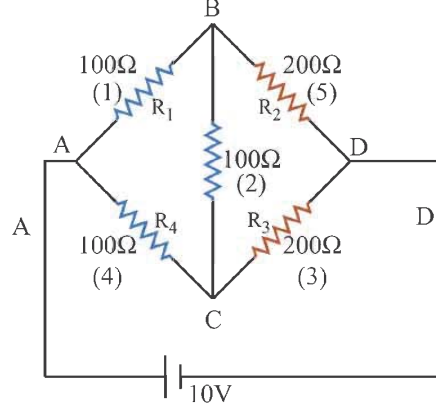
(a)

ઉકેલ : આ ઉદાહરણનો કિર્ચોફના નિયમો વાપરીને ઉકેલ મેળવી શકાય.

આપણે અહીં આપેલા પરિપથને જુદી રીતે દોરીને સહેલાઈથી જવાબ મેળવીશું. પ્રશ્નમાં આપેલી આકૃતિમાં ચાર બિંદુઓ ABCD જુદા-જુદા બે અવરોધ વચ્ચે કોમન છે. આપણે બિંદુ Aથી શરૂઆત કરીએ. A પાસે 100 Ωના અવરોધ (1) અને (4)ના એક એક છેડા કોમન છે. આથી આકૃતિ (b) પ્રમાણે તેઓને જોડેલા ગણી શકાય. હવે ABC એમ ત્રણ બિંદુઓ આવી ગયાં. હવે BC વચ્ચે 100 Ωનો અવરોધ (2) છે અને CD વચ્ચે 200 Ωનો અવરોધ (3) છે. માટે પરિપથ માટે નીચે મુજબ મળશે : જુઓ આકૃતિ (c).



(b)



(c)

આ પરિપથમાં આપણે A અને D વચ્ચે 10Vની બેટરી મૂકી છે. અહીં રકમની આકૃતિને આ રીતે પણ જોવાય : Aથી B જઈએ, Bથી D જઈએ, Dથી C જઈએ અને Cથી A પર આવીએ, તો આમાં આવતા અવરોધો એક બંધ ગાળો રચે છે અને BC વચ્ચે 100 Ωનો અવરોધ (2) તથા AD વચ્ચે બેટરી છે, તેથી પણ પરિપથ આકૃતિ 3.38(b)માં દર્શાવ્યા અનુસારનો મળી જાય.

આ વ્હીસ્ટનબ્રિજ (સમતોલનમાં)નો પરિપથ છે, કારણ કે $\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_4}{R_3}$ શરત પળાય છે.

\therefore B અને C વચ્ચેના અવરોધમાંથી કોઈ પ્રવાહ વહેતો નથી. $\therefore I_{BC} = 0$

ઉદાહરણ 19 : એક મીટરબ્રિજની એક ગેપમાં 200 Ω અવરોધ મૂકેલો છે અને બીજી ગેપમાં અજ્ઞાત અવરોધ X Ω અને 50 Ωનો અવરોધ શ્રેણીમાં જોડેલા છે. અત્રે અજ્ઞાત અવરોધ X Ω અમુક તાપમાન ધરાવતા હીટબાથમાં રાખેલ છે. જો તટસ્થબિંદુ 50 cm અંતરે મળતું હોય, તો અજ્ઞાત અવરોધનું મૂલ્ય અને તાપમાન શોધો. મીટરબ્રિજના તારની કુલ લંબાઈ 1 meter છે. અજ્ઞાત અવરોધનું 0°C તાપમાને મૂલ્ય 100 Ω છે. Xના દ્રવ્યનો $\alpha = 5 \times 10^{-3} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$.

ઉકેલ : અહીં $\frac{R_1}{R_2} = \frac{l_1}{l_2}$

$\therefore \frac{200}{X+50} = \frac{50}{50}$

$\therefore X = 150 \Omega$

હવે, $X = X_0[1 + \alpha(\theta - 0)]$

$\therefore 150 = 100[1 + 5 \times 10^{-3}\theta]$

$\therefore 1.5 = 1 + 5 \times 10^{-3}\theta$

$\therefore \theta = 100^\circ \text{C}$

$R_1 = 200 \Omega$

$R_2 = (X + 50)\Omega$

$l_1 = 50 \text{ cm}$

$l_2 = 100 - 50 = 50 \text{ cm}$

નોંધ : આ ઉદાહરણ પરથી તમે સમજી શકશો કે જુદાં-જુદાં તાપમાનોએ વીસ્ટનબ્રિજની મદદથી અવરોધ માપીને તાપમાનો નક્કી કરી શકાય છે.

અવરોધમાં તાપમાન સાથે થતા ફેરફારોની ઘટનાનો ઉપયોગ કરીને થરમોમીટર્સ તૈયાર કરવામાં આવે છે, જેને **રેઝિસ્ટન્સ થરમોમીટર્સ** કહે છે. આ થરમોમીટરના ઉત્પાદકો થર્મોમીટર સાથે $R \rightarrow T$ ના આલેખો પણ આપે છે. હાલમાં ડિજિટલ ડિસ્પ્લેવાળા થર્મોમીટર્સ પણ બને છે. રેઝિસ્ટન્સ થરમોમીટર એ ટ્રાન્સડ્યુસરનું એક ઉદાહરણ છે, જેમાં સામાન્ય રીતે કોઈ ભૌતિક રાશિને વિદ્યુતરાશિમાં કે તેનાથી ઊલટું રૂપાંતરણ કરવામાં આવતું હોય છે.

3.13 પોટેન્શિયોમીટર (Potentiometer)

(A) પોટેન્શિયોમીટરની જરૂરિયાત : આપણે જોઈ ગયા કે બેટરીનો ટર્મિનલ વોલ્ટેજ,

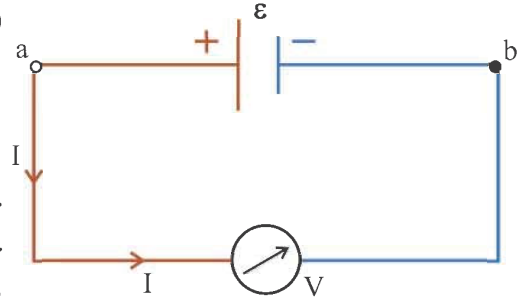
$V = \mathcal{E} - Ir$

(3.13.1)

જ્યાં, \mathcal{E} = બેટરીનું વિદ્યુતચાલક બળ (emf)

અને r = બેટરીનો આંતરિક અવરોધ છે.

આકૃતિ 3.23માં દર્શાવ્યા પ્રમાણે જો બેટરીના બે ધ્રુવો વચ્ચે (a અને b બિંદુઓ વચ્ચે) પ્રયોગશાળામાં વપરાતા વોલ્ટમીટર (ટેબલ વોલ્ટમીટર)ને જોડવામાં આવે તો તે બેટરીના બે ધ્રુવો વચ્ચેનો p.d. એટલે કે બેટરીનો ટર્મિનલ વોલ્ટેજ (V) જ માપે છે.



આકૃતિ 3.23

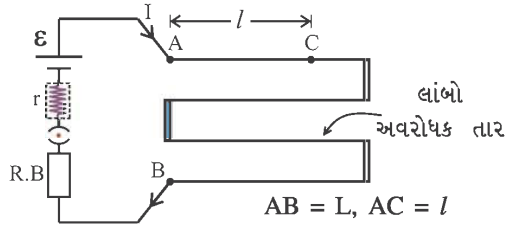
જો બેટરીનો આંતરિક અવરોધ શૂન્ય ($r = 0$) હોય અથવા વોલ્ટેજમાપન દરમિયાન બેટરીમાંથી પસાર થતો પ્રવાહ શૂન્ય ($I = 0$) હોય, તો સમીકરણ (3.13.1) અનુસાર $V = \mathcal{E}$ થાય, અને બેટરીનો ટર્મિનલ વોલ્ટેજ પોતાના emf જેટલો થાય. પણ બેટરીનો આંતરિક અવરોધ (r) તો કાંઈ શૂન્ય હોતો નથી. પરિણામે વોલ્ટમીટરને જોડ્યા બાદ જો બેટરીમાંથી વિદ્યુતપ્રવાહ પસાર ન થાય એટલે કે $I = 0$ થાય. (open circuit conditionમાં) તો જ વોલ્ટમીટર વડે બેટરીના emfનું માપ મળે.

સાદા વોલ્ટમીટરનો અવરોધ આશરે 5000Ω થી 6000Ω જેટલો હોય છે, એટલે કે તેને બેટરી સાથે જોડતાં થોડોક પ્રવાહ તો પસાર થાય જ છે. (એટલે કે $I \neq 0$). પરિણામે વોલ્ટમીટર એ બેટરીનું emf (\mathcal{E}) નહીં, પરંતુ ટર્મિનલ વોલ્ટેજ (V)નું જ માપન કરે છે.

આથી, બેટરીનું emf માપવા માટે કોઈ એવી રચના (device) તૈયાર કરવી જોઈએ કે જેથી માપન દરમિયાન બેટરીમાંથી પસાર થતો વિદ્યુતપ્રવાહ $I = 0$ હોય. આવી પરિસ્થિતિ પોટેન્શિયોમીટરની રચના દ્વારા સાકાર કરી શકાય છે.

પોટેન્શિયોમીટર એક એવી રચના છે કે જેમાં સતત બદલી શકાય તેવો અને સાથે સાથે માપી શકાય તેવો p.d. મેળવી શકાય છે. આ હકીકત નીચે વર્ણવેલ ‘પોટેન્શિયોમીટરના સિદ્ધાંત’ની મદદથી સમજી શકાય છે.

પ્રવાહવિદ્યુત



આકૃતિ 3.24 પોટેન્શિયોમીટરનો સિદ્ધાંત

(B) પોટેન્શિયોમીટરનો સિદ્ધાંત (Principle of Potentiometer) : આકૃતિ 3.24માં દર્શાવેલ પરિપથ ધ્યાનમાં લો. અહીં ε જેટલું emf અને r જેટલો આંતરિક અવરોધ ધરાવતી બેટરી સાથે અવરોધપેટી R અને સમાન આડછેદવાળો (દરેક એકમલંબાઈ દીઠ સમાન અવરોધ ધરાવતો) એક લાંબો અવરોધક તાર શ્રેણીમાં જોડ્યો છે. અવરોધપેટી R ની હંમેશાં જરૂર હોતી નથી.

(નોંધ : પોટેન્શિયોમીટરમાં કેટલાક મીટર લંબાઈના સમાન આડછેદવાળા લાંબા અવરોધક તારને લાકડાના પાટિયા પર જડેલી મીટરપટ્ટી પર જડવામાં આવે છે.)

ધારો કે, અવરોધક તાર AB ની કુલ લંબાઈ L અને એકમલંબાઈ દીઠ તારનો અવરોધ ρ હોય, તો AB તારનો અવરોધ $= L\rho$. જો અવરોધપેટીમાંથી વપરાતો અવરોધ R હોય, તો તાર AB માંથી વહેતો પ્રવાહ, ઓહ્મના નિયમ અનુસાર,

$$I = \frac{\varepsilon}{R + L\rho + r} \quad (3.13.2)$$

જો A થી C સુધી તારની લંબાઈ l હોય તો, તારના AC ભાગનો અવરોધ $= l\rho$ તેથી તારનાં A અને C બિંદુઓ વચ્ચે p.d. $= Il\rho$ થશે.

સ્થિતિમાનના આ તફાવતને V_l વડે દર્શાવતાં,

$$V_l = Il\rho \quad (3.13.3)$$

સમીકરણ (3.13.2)માંથી I નું મૂલ્ય સમીકરણ (3.13.3)માં મૂકતાં,

$$V_l = \left(\frac{\varepsilon}{R + L\rho + r} \right) l\rho$$

$$\therefore V_l = \left(\frac{\varepsilon \rho}{R + L\rho + r} \right) l \quad (3.13.4)$$

$$\therefore V_l \propto l \quad (3.13.5)$$

સિદ્ધાંત : પોટેન્શિયોમીટર તાર (અવરોધક તાર)ના કોઈ પણ બે બિંદુઓ વચ્ચેનો p.d. તે બે બિંદુઓ વચ્ચેના અંતરના સમપ્રમાણમાં હોય છે. આમ, અવરોધક તાર પર l નાં જુદાં-જુદાં મૂલ્યો લેવાથી p.d.નાં જુદાં-જુદાં મૂલ્યો મેળવી શકાય છે. આ સ્થિતિમાં તારનાં A અને C બિંદુઓ જાણે કે કોઈ બેટરીના અનુક્રમે ધન અને ઋણ ધ્રુવો હોય તેમ વર્તે છે. બિંદુ C નું સ્થાન (જોકી કળની મદદથી) બદલીને આવી ‘બેટરી’નું emf સતત બદલી શકાય છે.

સમીકરણ (3.13.4) પરથી,

$$\sigma = \frac{V_l}{l} = \frac{\varepsilon \rho}{R + L\rho + r} \quad (3.13.6)$$

અહીં, તારની એકમલંબાઈ દીઠ મળતા p.d. $\frac{V_l}{l}$ એટલે કે σ ને વિદ્યુતસ્થિતિમાન પ્રચલન કહે છે. તેનો એકમ Vm^{-1} છે.

પોટેન્શિયોમીટરની સંવેદિતા, તાર પર મળતા વિદ્યુતસ્થિતિમાન પ્રચલન પર આધાર રાખે છે. પોટેન્શિયોમીટરના તાર પર જેમ વિદ્યુતસ્થિતિમાન પ્રચલનનું મૂલ્ય ઓછું તેમ પોટેન્શિયોમીટરની સંવેદિતા વધુ. આપેલ V_{AB} માટે જો પોટેન્શિયોમીટર તારની લંબાઈ વધારવામાં આવે, તો વિદ્યુતસ્થિતિમાન પ્રચલન ઘટે એટલે કે પોટેન્શિયોમીટરની સંવેદિતા વધે.

(C) પોટેન્શિયોમીટરના ઉપયોગો :

(i) બે વિદ્યુતકોષોના emfની સરખામણી કરવા (Comparison of emf's of Two Cells) : ધારો કે પોટેન્શિયોમીટરની મદદથી આપેલ બે બેટરીઓનાં emf જે અનુક્રમે \mathcal{E}_1 અને \mathcal{E}_2 છે, તેની સરખામણી કરવી છે. આ માટે, પોટેન્શિયોમીટર પરિપથની મુખ્ય બેટરી (\mathcal{E}) વડે તારના બે છેડા વચ્ચે મળતો p.d. (V_{AB}), \mathcal{E}_1 અને \mathcal{E}_2 કરતાં વધુ હોવો જોઈએ.

આકૃતિ 3.25માં દર્શાવ્યા પ્રમાણે પ્રથમ \mathcal{E}_1 emfવાળી બેટરીના ધન ધ્રુવને પોટેન્શિયોમીટર તારના A બિંદુ સાથે અને તેના ઋણ ધ્રુવને સંવેદનશીલ ગેલ્વેનોમીટર મારફતે જોકી (સ્પર્શક કળ) સાથે જોડવામાં આવે છે. આ જોડાણ માટે કળ k_1 નો ઉપયોગ કરવામાં આવે છે.

જોકીને તાર પર સરકાવી એવા સ્થાન C_1 પર લાવવામાં આવે છે કે જેથી ગેલ્વેનોમીટરનું આવર્તન શૂન્ય થાય. આ સ્થિતિમાં \mathcal{E}_1 બેટરીમાંથી કોઈ પ્રવાહ વહેતો નથી, તેથી તેનો ટર્મિનલ વોલ્ટેજ તેના emf (\mathcal{E}_1) જેટલો થાય છે. તાર પર મળતા આવા બિંદુને તટસ્થબિંદુ (Null-Point) કહે છે. ધારો કે, તટસ્થબિંદુ C_1 , તારના A બિંદુથી l_1 અંતરે મળે છે. આ સ્થિતિમાં તારના A અને C_1 વચ્ચેનો p.d. બેટરીના emf \mathcal{E}_1 જેટલો હોવો જોઈએ.

આથી સમીકરણ (3.13.4) અનુસાર,

$$V_{AC_1} = \mathcal{E}_1 = \sigma l_1 \quad (3.13.7)$$

જ્યાં, $\sigma = \left(\frac{\mathcal{E} \cdot \rho}{R + L\rho + r} \right)$ વિદ્યુતસ્થિતિમાન પ્રચલન દર્શાવે છે.

હવે K_2 કળનો ઉપયોગ કરી સર્કિટમાં \mathcal{E}_1 બેટરીને સ્થાને \mathcal{E}_2 emfવાળી બેટરી જોડી, જોકીને તાર પર સરકાવી ગેલ્વેનોમીટરમાં શૂન્ય આવર્તન (તટસ્થબિંદુ) મેળવવામાં આવે છે. ધારો કે આ વખતે તટસ્થબિંદુનું સ્થાન C_2 હોય અને $AC_2 = l_2$ હોય તો,

$$V_{AC_2} = \mathcal{E}_2 = \sigma l_2 \quad (3.13.8)$$

સમીકરણ (3.13.7) અને સમીકરણ (3.13.8)નો ગુણોત્તર લેતાં,

$$\frac{\mathcal{E}_1}{\mathcal{E}_2} = \frac{l_1}{l_2} \quad (3.13.9)$$

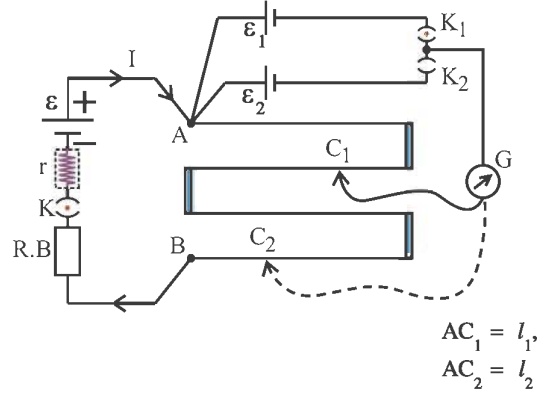
આ સૂત્ર પરથી આપેલી બે બેટરીના emfની સરખામણી કરી શકાય છે.

વ્યવહારમાં આપેલ બેટરીનું emf શોધવા માટે તેના emfની સરખામણી એક બીજી પ્રમાણભૂત બેટરીના emf સાથે કરવામાં આવે છે અને સમીકરણ (3.13.9)નો ઉપયોગ કરી આપેલ બેટરીનું emf શોધી શકાય છે.

અવરોધપેટીમાં Rના મૂલ્યમાં યોગ્ય ફેરફાર કરી તારનાં કોઈ પણ બે બિંદુઓ વચ્ચે ઇચ્છિત ક્રમનો p.d. મેળવી શકાય છે. Rના યોગ્ય મૂલ્ય સાથે આ તફાવત 10^{-6}V ($=1 \mu\text{V}$)ના ક્રમનો કે 10^{-3}V ($=1\text{mV}$)ના ક્રમનો પણ મેળવી શકાય છે. આમ, પોટેન્શિયોમીટર સૂક્ષ્મ emf માપવા માટે પણ ઉપયોગી છે.

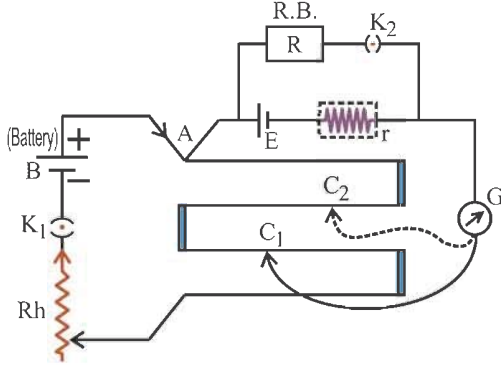
નોંધ : પોટેન્શિયોમીટરમાં \mathcal{E}_1 અને \mathcal{E}_2 emf ધરાવતી બે બેટરીઓને વારાફરતી એકબીજા સાથે પ્રથમ સહાયક સ્થિતિમાં અને ત્યાર બાદ વિરોધક સ્થિતિમાં જોડીને મેળવવામાં આવતાં તટસ્થબિંદુઓની લંબાઈ અનુક્રમે l_3 અને l_4 હોય તો,

$$\frac{\mathcal{E}_1}{\mathcal{E}_2} = \frac{l_3 + l_4}{l_3 - l_4} \quad (3.13.10)$$



આકૃતિ 3.25 બે કોષોના emfની સરખામણી

(ii) વિદ્યુતકોષનો આંતરિક અવરોધ શોધવા (To Determine the Internal Resistance of a Cell)



આકૃતિ 3.26 વિદ્યુતકોષનો આંતરિક અવરોધ

બેટરીનો આંતરિક અવરોધ (r) શોધવા માટે પણ પોટેન્શિયોમીટરનો ઉપયોગ કરી શકાય છે. આ માટે આકૃતિ 3.26માં દર્શાવ્યા પ્રમાણે જેનો આંતરિક અવરોધ (r) શોધવાનો હોય તેવી બેટરી (emf E) સાથે સમાંતરમાં નાની અવરોધપેટી R અને કળ K_2 જોડવામાં આવે છે.

જ્યારે કળ K_2 ખુલ્લી હોય (અર્થાત્ અવરોધપેટી જોડાતી ન હોય) ત્યારે પોટેન્શિયોમીટર તાર પર તટસ્થબિંદુ C_1 શોધવામાં આવે છે. આ સ્થિતિમાં બેટરી (E)માંથી પ્રવાહ પસાર થતો ન હોવાથી તે open circuit conditionમાં આવે છે. જો તટસ્થબિંદુ C_1 તારના A છેડાથી l_1 અંતરે મળતું હોય તો,

$$V_{AC_1} = E = \sigma l_1 \quad (3.13.11)$$

હવે, કળ K_2 બંધ કરતાં અવરોધપેટી જોડાય છે. અવરોધપેટીમાં R ના કોઈ એક મૂલ્ય માટે તાર પર તટસ્થબિંદુ C_2 મેળવવામાં આવે છે. આ સ્થિતિમાં બેટરી વડે અવરોધ R માંથી I પ્રવાહ વહે છે. જો બેટરીનો ટર્મિનલ વોલ્ટેજ V હોય અને તટસ્થબિંદુ $AC_2 = l_2$ લંબાઈએ મળતું હોય તો,

$$V_{AC_2} = V = \sigma l_2 \quad (3.13.12)$$

$$\therefore \frac{E}{V} = \frac{l_1}{l_2} \quad (3.13.13)$$

ઓહ્મના નિયમ પરથી, $E = I(R + r)$

અને $V = IR$

$$\text{આ પરથી, } \frac{E}{V} = \frac{R+r}{R} \quad (3.13.14)$$

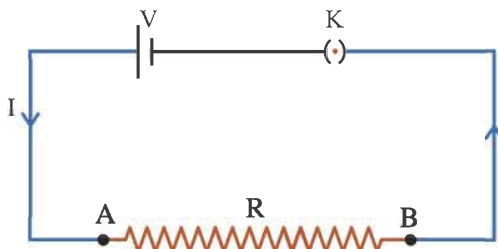
આ સમીકરણ (3.13.14)નો ઉપયોગ સમીકરણ (3.13.13)માં કરતાં,

$$\frac{R+r}{R} = \frac{l_1}{l_2}$$

$$\therefore r = R \left(\frac{l_1}{l_2} - 1 \right) \quad (3.13.15)$$

સમીકરણ (3.13.15)નો ઉપયોગ કરીને આપેલી બેટરીનો આંતરિક અવરોધ શોધી શકાય છે.

3.14 વિદ્યુત-ઊર્જા અને પાવર : જૂલનો નિયમ (Electrical Energy, Power : Joule's Law)



આકૃતિ 3.27

આકૃતિ 3.27માં V volt જેટલા ટર્મિનલ વોલ્ટેજ ધરાવતી એક બેટરીને અવરોધ R સાથે જોડીને સર્કિટ પૂરી કરેલ છે અને પરિણામે તેમાંથી વહેતો (રૈવાજિક) વિદ્યુતપ્રવાહ I છે. આગળ સમજાવ્યા અનુસાર, અવરોધના છેડા A પાસે 1 C ધન વિદ્યુતભાર દીઠ V Joule ઊર્જા હોય છે. આ ઊર્જા એટલે જ A પાસેનું વિદ્યુતસ્થિતિમાન અથવા એકમ ધન વિદ્યુતભાર દીઠ વિદ્યુત-ઊર્જા.

હવે, જો વિદ્યુતપ્રવાહ ઇલેક્ટ્રોનની ગતિના કારણે રચાતો લઈએ (જે વાસ્તવિકતા છે), તો છેડા B પાસે એકમ ઋણ વિદ્યુતભાર V Joule જેટલી ઊર્જા ધરાવે છે તેમ કહેવાય.

આપણે આગળ નોંધી ગયાં છીએ કે, આવાં ઇલેક્ટ્રોન જ્યારે વાહકમાંથી પસાર થાય છે, ત્યારે વાહકમાંના દોલન કરતા ધન આયનો સાથે ‘અથડામણો’ અનુભવે છે. આવી ‘અથડામણો’ દરમિયાન ઇલેક્ટ્રોનની ઊર્જાનો અમુક ભાગ દોલન કરતાં આયનોને મળે છે. પરિણામે આયનોનાં દોલનો વધારે ઝડપી અને વધારે અસ્તવ્યસ્ત બને છે. ધોરણ 11માં આપણે ભણી ગયાં છીએ કે, કોઈ પદાર્થનાં ઘટકકણોની અસ્તવ્યસ્ત ગતિ સાથે સંકળાયેલ ગતિ-ઊર્જા એટલે જ પદાર્થમાં રહેલ ઉષ્મા-ઊર્જા માટે અહીં કહી શકાય કે, ઇલેક્ટ્રોનની અથડામણ દરમિયાન આયનોને મળતી આ ઊર્જા, ઉષ્મા-ઊર્જાના સ્વરૂપમાં પ્રાદુર્ભાવ પામે છે.

વાહકમાં વિદ્યુતપ્રવાહ વહેવાડાવતાં અવરોધને કારણે મળતી ઉષ્મા-ઊર્જાને જૂલઉષ્મા કહે છે અને આ ઘટનાને જૂલ અસર કહે છે.

ધારો કે, વાહકના બે છેડા વચ્ચેનો p.d. V volt છે. આનો અર્થ એવો થયો કે એકમ વિદ્યુતભાર વાહકમાંથી પસાર થાય છે, ત્યારે તેની V joule જેટલી વિદ્યુત-ઊર્જા તેમાં વપરાય છે.

જો t સમયમાં વાહકમાંથી પસાર થતો વિદ્યુતભાર Q coulomb હોય, તો આ વિદ્યુતભારે t second સમયમાં ગુમાવેલી વિદ્યુત-ઊર્જા,

$$W = V Q \quad (3.14.1)$$

જે t સમયમાં ઉદ્ભવતી ઉષ્મા-ઊર્જા

જો આ વિદ્યુતભારને કારણે I ampere (સ્થિર) વિદ્યુતપ્રવાહનું નિર્માણ થતું હોય તો,

$$I = \frac{Q}{t}$$

$$\therefore Q = It$$

$$\therefore W = V I t \quad (3.14.2)$$

પણ, ઓહ્મના નિયમ અનુસાર, $V = IR$

$$\therefore W = I^2 R t \quad (3.14.3)$$

\therefore એકમસમયમાં વપરાતી વિદ્યુત-ઊર્જા (એટલે કે ઇલેક્ટ્રિક પાવર) અથવા ઉદ્ભવતી ઉષ્મા-ઊર્જા

$$P = I^2 R \quad (3.14.4)$$

અહીં, R એ વાહકનો ઓહ્મિક અવરોધ છે અને તેનું મૂલ્ય V અને I પર આધાર રાખતું નથી. આથી આપેલ તાપમાને R ને અચળ ગણતાં, એકમસમયમાં ઉદ્ભવતી ઉષ્મા-ઊર્જા (પાવર)

$$P \propto I^2 \quad (3.14.5)$$

આ સમીકરણને જૂલનો નિયમ કહે છે.

જૂલનો નિયમ : “આપેલા તાપમાને અવરોધમાં સ્થિર વિદ્યુતપ્રવાહ વહેતાં, તેમાં એકમસમયમાં ઉદ્ભવતી ઉષ્મા-ઊર્જા, પસાર થતા વિદ્યુતપ્રવાહના વર્ગના સમપ્રમાણમાં હોય છે.”

આ સમગ્ર ચર્ચામાં ઉષ્મા-ઊર્જા joule એકમમાં છે, તે ભૂલશો નહિ.

જો ઉષ્મા-ઊર્જાને ઉષ્માના એકમ calorieમાં મેળવવી હોય તો joule અને calorie વચ્ચેનો સંબંધ જાણવો જોઈએ. આવો સંબંધ પણ વિજ્ઞાની જૂલે (James Prescott Joule, 1818–1889) જ આપ્યો છે. તે અનુસાર W (joule) = JH (cal), જ્યાં J ને જૂલનો અચળાંક અથવા ઉષ્માનો યાંત્રિક તુલ્યાંક કહે છે અને તેનું મૂલ્ય $J = 4.2 \text{ J cal}^{-1}$ છે.

$$\therefore H = \frac{I^2 R t (\text{joule})}{J (\text{joule/cal})} = \frac{I^2 R t}{J} \text{ cal} \quad (3.14.6)$$

3.15 જૂલ-ઉષ્માના વ્યાવહારિક ઉપયોગ (Practical Applications of Joule Heating)

વાહકમાં વિદ્યુતપ્રવાહ વહેતાં ઉદ્ભવતી ઉષ્મા એ અનિવાર્ય ઘટના છે. મોટા ભાગના કિસ્સામાં તે અનિચ્છનીય છે, કારણે કે વિદ્યુતભારોએ પ્રાપ્ત કરેલ વિદ્યુત-ઊર્જા, ઉષ્મા-ઊર્જા સ્વરૂપે વેડફાઈ જાય છે. આને ‘ઓહ્મિક વ્યય’- ‘Ohmic dissipation’ અથવા તો ‘ઓહ્મિક લોસ’- ‘Ohmic loss’ કહે છે. ઉદાહરણ તરીકે આપણા ઘરમાં ઉપરની ટાંકીમાં પાણી ચડાવવા માટે મોટર ચાલુ કરીએ, ત્યારે વપરાતા વિદ્યુતપાવરમાંથી અમુક ભાગ (વ્યવહારમાં તો ઘણો

મોટો અંશ) ઉષ્મા-ઊર્જા સ્વરૂપે વેડફાઈ જાય છે. વળી, કોઈ સર્કિટમાં રહેલ ઘટકમાંથી વિદ્યુતપ્રવાહ પસાર થતાં તે ઘટકનું તાપમાન વધવાને પરિણામે તેના ગુણધર્મોમાં પણ ફેરફાર નોંધાય છે. મોટા અંતરે વિદ્યુતનું ટ્રાન્સમિશન ખૂબ ઊંચા વોલ્ટેજે કરવાનું કારણ પણ આ ઓહ્મિક વ્યય ઘટાડવાનું જ છે.

જેમ દરેક સિસ્કાને બે બાજુ હોય છે, તેમ અહીં પણ જૂલ-ઉષ્માની વ્યવહારમાં ઉપયોગિતા છે. ઇલેક્ટ્રિક ઇસ્ત્રી, ઇલેક્ટ્રિક ટોસ્ટર, ઇલેક્ટ્રિક અવન (oven), ઇલેક્ટ્રિક કીટલી, રૂમ-હીટર વગેરેનો વિચાર કરતાં જૂલ ઉષ્માની ઉપયોગિતા આપમેળે સમજાઈ જશે. વળી, ઇલેક્ટ્રિક બલ્બમાં પ્રકાશ મેળવવામાં પણ જૂલ-ઉષ્માનો જ ઉપયોગ થાય છે ને બલ્બના ફિલામેન્ટમાંથી વિદ્યુતપ્રવાહ પસાર કરતાં જે ઉષ્મા ઉત્પન્ન થાય, તેના પરિણામે ફિલામેન્ટના તાપમાનમાં ખૂબ વધારો થતાં તે પ્રકાશનું ઉત્સર્જન કરે છે. આ માટે જે ધાતુનું ગલનબિંદુ ખૂબ ઊંચું હોય (જેમકે ટંગસ્ટન કે જેનું ગલનબિંદુ 3380° C છે), તેવી ધાતુનો ફિલામેન્ટ બનાવવું જોઈએ. વળી, ફિલામેન્ટને તેના પરિસરથી શક્ય તેટલો ઉષ્મીય રીતે અલગ પણ કરવો જોઈએ. એ નોંધો કે ફિલામેન્ટ વડે વપરાતા મોટા ભાગના વિદ્યુતપાવરનું ઉષ્મામાં રૂપાંતર થાય છે અને બહુ નાના અંશનું જ પ્રકાશમાં રૂપાંતર થાય છે. સામાન્ય રીતે આવા બલ્બ 1 W વિદ્યુતપાવર દીઠ આશરે 1 Candela જેટલી પ્રકાશ-ઊર્જા આપતાં હોય છે.

જૂલ-ઉષ્માની એક સર્વસામાન્ય ઉપયોગિતા એ સર્કિટમાં (અને ઘરમાં) વપરાતા ફ્યુઝ (fuse) છે. કોઈ પણ વિદ્યુતીય રચનાની સાથે શ્રેણીમાં ફ્યુઝ (એટલે કે યોગ્ય ગલનબિંદુ ધરાવતી ધાતુ, જેવી કે એલ્યુમિનિયમ, લોખંડ, સીસું વગેરેના તારનો ટુકડો) જોડવામાં આવે છે. જો તે રચનામાંથી અમુક પૂર્વનિશ્ચિત વિદ્યુતપ્રવાહ કરતાં વધુ મોટા મૂલ્યનો પ્રવાહ પસાર થાય, તો આ તાર પીગળી જતાં સર્કિટમાં ભંગાણ પડે છે અને તે રચના સુરક્ષિત રહે છે.

ઉદાહરણ 20 : એકબીજાને સમાંતર જોડેલા અવરોધો વચ્ચે પ્રવાહનું વિભાજન એવી જ રીતે થાય છે કે જેથી ઉત્પન્ન થતી જૂલ-ઉષ્મા ન્યૂનતમ બને. આ હકીકતનો ઉપયોગ કરી પ્રવાહના વિભાજનનું સૂત્ર તારવો.

ઉકેલ : ધારો કે I જેટલો કુલ પ્રવાહ એકબીજાને સમાંતર જોડેલા બે અવરોધો R_1 અને R_2 વચ્ચે વિભાજિત થાય છે. વળી, ધારો કે R_1 માંથી વહેતો પ્રવાહ I_1 છે. તેથી R_2 માંથી વહેતો પ્રવાહ $I_2 = I - I_1$ થશે. આ સ્થિતિમાં એકમસમયમાં ઉત્પન્ન થતી જૂલ-ઉષ્મા,

$$H = I_1^2 R_1 + (I - I_1)^2 R_2$$

આ ઉષ્મા ન્યૂનતમ થવા માટે $\frac{dH}{dI_1} = 0$ થવું જોઈએ.

$$\therefore \frac{dH}{dI_1} = 2I_1 R_1 + 2(I - I_1)(-1)R_2 = 0$$

સાદું રૂપ આપતાં,

$$I_1 = \frac{IR_2}{R_1 + R_2},$$

$$\text{જે જરૂરી સૂત્ર છે. } I_2 = I - I_1 = I - \frac{IR_2}{R_1 + R_2}$$

$$\therefore I_2 = \frac{IR_1}{R_1 + R_2}$$

નોંધ : વિદ્યુતપ્રવાહને એવી ખબર કેવી રીતે પડતી હશે કે અમુક અવરોધ ઓછો છે, માટે તેમાં થઈને વધારે પ્રમાણમાં પસાર થઈએ !!! અહીં કુદરતનો (મિકેનિક્સમાં આવતો) એક મૂળભૂત સિદ્ધાંત કામ કરે છે, જે તમે ભવિષ્યમાં ભણશો. આ દાખલામાં આ સિદ્ધાંતનું પ્રતિબિંબ પડે છે.

ઉદાહરણ 21 : જ્યારે બે અવરોધોને વોલ્ટેજ, V સાથે એક પછી એક જોડવામાં આવે છે, ત્યારે પાવર અનુક્રમે P_1 અને P_2 મળે છે. તો,

(i) જ્યારે તેઓ શ્રેણીમાં જોડવામાં આવે,

(ii) જ્યારે તેઓ એકબીજાને સમાંતર જોડવામાં આવે,

ત્યારે સાબિત કરો કે (i) અને (ii)માં મળતાં પાવરનો ગુણાકાર $P_1 P_2$ હોય છે.

ઉકેલ : અહીં R_1 અને R_2 ધારો કે આપેલા અવરોધો છે. જ્યારે બંને અવરોધોને છૂટા-છૂટા જોડવામાં આવે છે, ત્યારે,

$$P_1 = \frac{V^2}{R_1} \text{ અને } P_2 = \frac{V^2}{R_2} \quad (1)$$

$$\therefore R_1 = \frac{V^2}{P_1} \text{ અને } R_2 = \frac{V^2}{P_2} \quad (2)$$

હવે તેઓને શ્રેણીમાં જોડતાં તેઓનો સંયુક્ત અવરોધ $R_1 + R_2$ થાય, આ સંયુક્ત અવરોધને વોલ્ટેજ V સાથે જોડવામાં આવે છે.

$$\therefore \text{આ શ્રેણીજોડાણ માટે પાવર, } P_s = \frac{V^2}{R_1 + R_2}.$$

આ સૂત્રમાં સમીકરણ (2)માંથી R_1 અને R_2 નાં મૂલ્યો મૂકતાં

$$P_s = \frac{V^2}{\frac{V^2}{P_1} + \frac{V^2}{P_2}} = \frac{P_1 P_2}{P_1 + P_2} \quad (3)$$

જ્યારે બંને અવરોધો એકબીજા સાથે સમાંતર જોડવામાં આવે છે, ત્યારે તેમનો સંયુક્ત અવરોધ $= \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$

$$\therefore \text{આ જોડાણનો પાવર } P_p = \frac{V^2}{\left(\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}\right)} = \frac{V^2}{R_1 R_2} (R_1 + R_2)$$

આ સૂત્રમાં R_1 અને R_2 નાં મૂલ્યો સમીકરણ(2)માંથી મૂલ્યો મૂકતાં,

$$P_p = \frac{V^2 \left(\frac{V^2}{P_1} + \frac{V^2}{P_2} \right)}{V^4 \left(\frac{1}{P_1} \times \frac{1}{P_2} \right)}$$

$$\therefore P_p = \frac{P_1 P_2 \times (P_1 + P_2)}{P_1 P_2}$$

$$\therefore P_p = P_1 + P_2 \quad (4)$$

નોંધ : સમાંતર જોડાણમાં બંને અવરોધોને એકસરખો વોલ્ટેજ મળતો હોવાથી આપણે P_p નું મૂળ સીધેસીધું સમીકરણ

(4) મુજબ મૂકી શક્યા હોત !

હવે, સમીકરણ (3) અને (4) પરથી,

$$P_s \times P_p = P_1 \times P_2$$

ઉદાહરણ 22 : \mathcal{E} જેટલું emf અને r આંતરિક અવરોધ ધરાવતી એક બેટરીને એક અવરોધ R સાથે જોડવામાં આવે છે. દર્શાવો કે $R = r$ હોય ત્યારે બાહ્ય અવરોધમાં પાવર મહત્તમ હોય છે.

ઉકેલ : બાહ્ય અવરોધમાં પાવર $P = I^2 R$

$$\therefore P = \left(\frac{\mathcal{E}}{R+r} \right)^2 R$$

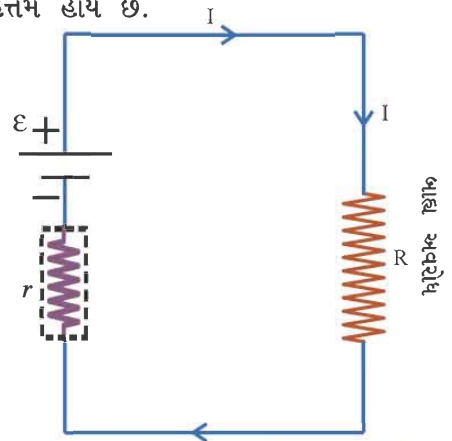
$$\therefore \frac{dP}{dR} = -\frac{2\mathcal{E}^2 R}{(R+r)^3} + \frac{\mathcal{E}^2}{(R+r)^2} = 0 \text{ થવું જોઈએ.}$$

(મહત્તમ કે ન્યૂનતમ માટે)

$$\therefore R = r$$

(હવે P નું R ની સાપેક્ષે દ્વિતીય વિકલન કરી તેમાં $r = R$ મૂકતાં, દ્વિતીય વિકલન ઋણ મળ્યું પડે છે, જે દર્શાવે છે કે $r = R$ શરત મહત્તમ પાવર માટેની છે.)

પ્રવાહવિદ્યુત



સારાંશ

1. **વિદ્યુતપ્રવાહ :** વિદ્યુતપ્રવાહનું નિર્માણ વિદ્યુતભારોની ગતિને લીધે થાય છે. વિદ્યુતભારોની ગતિની દિશાને લંબ એવા વાહકના કોઈ આડછેદમાંથી એકમસમયમાં પસાર થતા વિદ્યુતભારના જથ્થાને વિદ્યુતપ્રવાહ (I) કહે છે. વિદ્યુતભારના સ્થાયી વહન માટે, $I = \frac{Q}{t}$, જો વિદ્યુતભારના વહનનો દર સમય સાથે બદલાતો હોય

$$\text{તો, } I = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{dQ}{dt}.$$

2. **વિદ્યુતપ્રવાહઘનતા :** વાહકના કોઈ પણ બિંદુ પાસે પ્રવાહઘનતા એટલે કે બિંદુ પાસે પ્રવાહની દિશાને લંબ એવા એકમ આડછેદમાંથી પસાર થતો વિદ્યુતપ્રવાહ. આડછેદ વિદ્યુતપ્રવાહને લંબ ના હોય તો, કોઈ બિંદુ પાસે

$$\text{પ્રવાહઘનતા } J = \frac{dI}{da \cos \theta}$$

$$\therefore dI = J da \cos \theta = \vec{J} \cdot d\vec{a}$$

જો કોઈ આડછેદ સમગ્રતયા વિદ્યુતપ્રવાહને લંબ હોય અને જો સમગ્ર આડછેદ પર J સમાન હોય તો,

$$I = \int_a \vec{J} \cdot d\vec{a} = J \int da$$

$$\therefore I = JA$$

$$\therefore J = \frac{I}{A}$$

3. **ઓહ્મનો નિયમ :** નિશ્ચિત ભૌતિક પરિસ્થિતિમાં (દા.ત., અચળ તાપમાને) રાખેલા કોઈ વાહક પદાર્થમાંથી વહેતો પ્રવાહ (I), તે વાહકના બે છેડા વચ્ચે લગાડેલ વિદ્યુતસ્થિતિમાનના તફાવત (V)ના સમપ્રમાણમાં હોય છે. આ

$$\text{પરથી } \frac{V}{I} = R \text{ અથવા } V = IR$$

અવરોધ Rના વ્યસ્ત $\frac{1}{R}$ ને પદાર્થનું કન્ડક્ટન્સ કહે છે.

4. **અવરોધકતા :** વાહકનો અવરોધ $R = \rho \cdot \frac{l}{A}$

$$\therefore \text{અવરોધકતા } \rho = \frac{RA}{l}$$

અવરોધકતાના વ્યસ્ત $\frac{1}{\rho}$ ને દ્રવ્યની વાહકતા કહે છે.

$$\therefore \text{વાહકતા } \sigma = \frac{1}{\rho}$$

5. **ડ્રિફ્ટવેગ અને રિલેક્સેશન-સમય :** વિદ્યુતક્ષેત્રની હાજરીમાં ઇલેક્ટ્રોને ‘ઘસડાઈને’ કરેલા અસરકારક સ્થાનાંતરને અનુરૂપ તેના વેગને ડ્રિફ્ટવેગ કહે છે.

રિલેક્સેશન સમય : વાહકમાં ઇલેક્ટ્રોનની આયનો સાથેની બે ક્રમિક અથડામણો વચ્ચેના સરેરાશ સમયગાળાને રિલેક્સેશન-સમય કહે છે.

રિલેક્સેશન-સમય (τ) જેટલા સમયગાળામાં ઇલેક્ટ્રોને પ્રાપ્ત કરેલ ડ્રિફ્ટવેગ,

$$v_d = a\tau = \left(\frac{E \cdot e}{m}\right)\tau$$

વિદ્યુતપ્રવાહ અને ડ્રિફ્ટવેગ વચ્ચેનો સંબંધ $I = nA v_d e$.

ડ્રિફ્ટવેગ અને વિદ્યુતપ્રવાહઘનતા વચ્ચેનો સંબંધ $J = \frac{I}{A} = n e v_d$.

6. વાહકતા (σ) અને અવરોધકતા (ρ)નો રિલેક્સેશન-સમય સાથેનો સંબંધ :

$$\sigma = \frac{n e^2 \tau}{m} \text{ અને } \rho = \frac{m}{n e^2 \tau}$$

7. મોબિલિટી : એકમ વિદ્યુતક્ષેત્ર દીઠ વિદ્યુતભારવાહકના ડ્રિફ્ટવેગને મોબિલિટી કહે છે.

$$\mu = \frac{v_d}{E} = \frac{\sigma}{n e}$$

$$\therefore \sigma = n e \mu$$

સેમીકન્ડક્ટર માટે વાહકતા

$$\sigma = n_e e \mu_e + n_h e \mu_h$$

8. અવરોધકતાનું તાપીય અવલંબન :

ધાત્વિક પદાર્થોની અવરોધકતા અને તાપમાન વચ્ચેનો સંબંધ નીચેના આનુભાવિક (empirical) સૂત્ર વડે આપી શકાય છે.

$$\rho_\theta = \rho_{\theta_0} [1 + \alpha(\theta - \theta_0)]$$

જ્યાં, θ_0 = સંદર્ભ-તાપમાન

$$\text{અવરોધ માટે, } R_\theta = R_{\theta_0} [1 + \alpha(\theta - \theta_0)]$$

α = અવરોધકતાનો તાપમાન-ગુણાંક

ધાતુતત્વો માટે α ધન છે, તેથી તેની અવરોધકતામાં તાપમાન સાથે વધારો થાય છે.

સેમીકન્ડક્ટર્સ માટે α ઋણ હોવાથી તેમની અવરોધકતા તાપમાન સાથે ઘટે છે.

9. સુપર કન્ડક્ટિવિટી : અમુક પદાર્થોનું તાપમાન અમુક નિશ્ચિત મૂલ્ય (કે જેને ક્રિટિકલ તાપમાન T_C કહે છે.) કરતાં ઓછું કરવામાં આવે છે, ત્યારે તેમનો અવરોધ લગભગ શૂન્ય થઈ જાય છે. આ સ્થિતિમાં રહેલા પદાર્થને સુપર કન્ડક્ટર કહે છે અને આ ઘટનાને સુપરકન્ડક્ટિવિટી કહે છે. સુપર કન્ડક્ટિવિટી એ પદાર્થની ચોક્કસ અવસ્થા છે.

10. કોષનું વિદ્યુતચાલકબળ (emf) અને ટર્મિનલ વોલ્ટેજ : જ્યારે એકમ ધન વિદ્યુતભાર અવિદ્યુતીય બળને લીધે ઋણ ધ્રુવથી ધનધ્રુવ પર પહોંચે છે, ત્યારે તેને મળતી ઊર્જાને બેટરીનું emf (\mathcal{E}) કહે છે.

બેટરીના બે ધ્રુવો વચ્ચેના વિદ્યુતસ્થિતિમાનના તફાવતને બેટરીનો ટર્મિનલ વોલ્ટેજ (V) કહે છે.

$$\text{બેટરીનો ટર્મિનલ વોલ્ટેજ } V = \mathcal{E} - Ir$$

11. સેકન્ડરી સેલ (ગૌણ કોષ) : જે સેલમાં રાસાયણિક પ્રક્રિયાઓને ઉલટાવીને (એટલે કે રિચાર્જ કરીને) સેલને મૂળ સ્થિતિમાં પાછા લાવી શકાય છે, તેવા સેલને ગૌણ (સેકન્ડરી) સેલ કહે છે. દા.ત., લેડસંગ્રાહક સેલ.

12. ચાર્જિંગ : જો સેકન્ડરી સેલને તેના emf કરતાં મોટા emfવાળા પ્રાપ્તિસ્થાન સાથે એવી રીતે જોડવામાં આવે કે જેથી સેલના ધન ધ્રુવમાંથી વિદ્યુતપ્રવાહ સેલમાં દાખલ થઈ સેલના ઋણધ્રુવ વાટે બહાર નીકળે તો સેલ ચાર્જ થઈ રહ્યો છે, તેમ કહેવાય અને તેવા સંજોગોમાં સેલમાં વિદ્યુત-ઊર્જાનું રાસાયણિક-ઊર્જામાં રૂપાંતર થતું હોય છે.

લેડસંગ્રાહક (એક્યુમ્યુલેટર) સેલના ચાર્જિંગ માટે,

$$VIt = \mathcal{E}It + I^2Rt + I^2rt$$

13. જંકશન અથવા બ્રાન્ચ-પોઈન્ટ : નેટવર્કમાં જે બિંદુ પાસે બેથી વધારે (એટલે કે ઓછામાં ઓછા ત્રણ) વાહકો ભેગાં થતાં હોય તેવા બિંદુને જંકશન અથવા બ્રાન્ચ-પોઈન્ટ કહે છે.

14. લૂપ : વાહકોથી બનતા બંધ પરિપથને લૂપ કહે છે.

15. કિર્ચોફના નિયમો :

પ્રથમ નિયમ : “જંકશન પાસે ભેગા મળતા વિદ્યુતપ્રવાહોનો બૈજિક સરવાળો શૂન્ય હોય છે.”

$$\therefore \sum I = 0$$

બીજો નિયમ : “કોઈ બંધ પરિપથમાંના અવરોધો અને તેમનામાંથી વહેતા આનુષંગિક વિદ્યુતપ્રવાહોના ગુણાકારોનો સમગ્ર બંધ માર્ગ પરનો બૈજિક સરવાળો તે બંધ માર્ગમાં લાગુ પાડેલા emfના બૈજિક સરવાળા બરાબર હોય છે.”

$$\therefore \sum IR = \sum \mathcal{E}$$

16. અવરોધોનાં જોડાણ : શ્રેણીજોડાણ :

$$R_s = R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_n$$

જ્યાં, R_s = શ્રેણીમાં જોડેલા અવરોધોનો સમતુલ્ય અવરોધ

સમાંતર જોડાણ :

$$\frac{1}{R_p} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots + \frac{1}{R_n}$$

જ્યાં, R_p = સમાંતરમાં જોડેલા અવરોધોનો સમતુલ્ય અવરોધ

17. કોષોનું શ્રેણીજોડાણ : \mathcal{E}_1 અને \mathcal{E}_2 emfવાળા તથા r_1 અને r_2 આંતરિક અવરોધ ધરાવતા બે કોષોને શ્રેણીમાં જોડતાં,

$$I = \frac{\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2}{R + (r_1 + r_2)} = \frac{\mathcal{E}_{eq}}{R + r_{eq}}$$

જ્યાં, I = શ્રેણીજોડાણમાં રહેલા બાહ્ય અવરોધ R માંથી પસાર થતો પ્રવાહ

$$\text{સમતુલ્ય emf } \mathcal{E}_{eq} = \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2$$

$$\text{સમતુલ્ય આંતરિક અવરોધ } r_{eq} = r_1 + r_2$$

18. કોષોનું સમાંતર જોડાણ : \mathcal{E}_1 and \mathcal{E}_2 emf તથા r_1 અને r_2 આંતરિક અવરોધ ધરાવતાં બે કોષોને સમાંતરમાં જોડતાં,

$$I = \frac{\frac{\mathcal{E}_1}{r_1} + \frac{\mathcal{E}_2}{r_2}}{1 + \frac{R}{r_1} + \frac{R}{r_2}} = \frac{\mathcal{E}_1 r_2 + \mathcal{E}_2 r_1}{R(r_1 + r_2) + r_1 r_2}$$

$$\therefore I = \frac{\frac{\mathcal{E}_1 r_2 + \mathcal{E}_2 r_1}{(r_1 + r_2)}}{R + \frac{r_1 r_2}{(r_1 + r_2)}} = \frac{\mathcal{E}_{eq}}{R + r_{eq}}$$

$$\text{સમતુલ્ય emf } \mathcal{E}_{eq} = \frac{\mathcal{E}_1 r_2 + \mathcal{E}_2 r_1}{r_1 + r_2}$$

$$\text{સમતુલ્ય આંતરિક અવરોધ } r_{eq} = \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2}$$

19. વીસ્ટનબ્રિજ : વીસ્ટનબ્રિજની સંતુલિત સ્થિતિમાં,

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4}$$

20. પોટેન્શિયોમીટર : પોટેન્શિયોમીટર એક એવી રચના છે કે જેમાં સતત બદલી શકાય અને સાથે સાથે માપી શકાય તેવો p.d. મેળવી શકાય છે.

સિદ્ધાંત : પોટેન્શિયોમીટર તાર (અવરોધક તાર)નાં કોઈ પણ બે બિંદુઓ વચ્ચેનો p. d. તે બે બિંદુઓ વચ્ચેના અંતરના સમપ્રમાણમાં હોય છે.

$$\therefore V_l \propto l$$

$$V_l = \left(\frac{\varepsilon \cdot \rho}{R + L\rho + r} \right) \cdot l$$

$$\text{જ્યાં, } \sigma = \frac{VI}{l} = \left(\frac{\varepsilon \cdot \rho}{R + L\rho + r} \right) = \text{વિદ્યુત્સ્થિતિમાન પ્રચલન}$$

21. જૂલ અસર : “વાહકમાં વિદ્યુતપ્રવાહ વહેવાવતાં અવરોધને કારણે મળતી ઉષ્મા-ઊર્જાને જૂલ ઉષ્મા કહે છે અને આ ઘટનાને ‘જૂલ અસર’ કહે છે.”

$$\text{જૂલ ઉષ્મા } W = I^2 R t \text{ (joule)}$$

$$H = \frac{I^2 R t}{J} \text{ (cal)}$$

એકમસમયમાં વપરાતી વિદ્યુત-ઊર્જા (એટલે કે ઇલેક્ટ્રિક પાવર) અથવા ઉદ્ભવતી ઉષ્મા-ઊર્જા

$$P = I^2 R$$

$$P \propto I^2$$

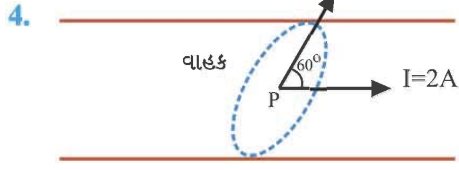
જૂલનો નિયમ : “આપેલા તાપમાને અવરોધમાં સ્થિર વિદ્યુતપ્રવાહ વહેતાં, તેમાં એકમસમયમાં ઉદ્ભવતી ઉષ્મા-ઊર્જા, તેમાંથી પસાર થતા વિદ્યુતપ્રવાહના વર્ગના સમપ્રમાણમાં હોય છે.”

22. ઓહ્મિક લૉસ (વ્યય) : “વાહકમાં વિદ્યુતપ્રવાહ વહેતાં, વિદ્યુતભારોએ પ્રાપ્ત કરેલી વિદ્યુત-ઊર્જા, ઉષ્મા-ઊર્જા સ્વરૂપે વેડફાઈ જાય છે. આને ‘ઓહ્મિક લૉસ’ (વ્યય) કહે છે.”

સ્વાધ્યાય

નીચે વિધાનો માટે આપેલા વિકલ્પોમાંથી યોગ્ય વિકલ્પ પસંદ કરો :

- હાઇડ્રોજન પરમાણુમાં ઇલેક્ટ્રોન $5.3 \times 10^{-11} \text{m}$ ત્રિજ્યાની વર્તુળાકાર કક્ષામાં અચળ ઝડપ $2.2 \times 10^6 \text{ms}^{-1}$ થી ગતિ કરે છે, તો તેના વડે રચાતો પ્રવાહ
(A) 1.12 A (B) 1.06 mA (C) 1.06 A (D) 1.12 mA
- પોતાના પરિઘ પર λ જેટલી રેખીય વિદ્યુતભારઘનતા ધરાવતી R ત્રિજ્યાની એક રિંગ તેના સમતલને લંબ એવી અક્ષને અનુલક્ષીને ω જેટલી કોણીય ઝડપથી ભ્રમણ કરતી હોય, તો આ રીતે કેટલા વિદ્યુતપ્રવાહનું નિર્માણ થાય ?
(A) $R\omega\lambda$ (B) $R^2\omega\lambda$ (C) $R\omega\lambda^2$ (D) $R\omega\lambda^2$
- એક બેટરી સાથે જ્યારે 2Ω અવરોધ જોડવામાં આવે છે, ત્યારે મળતો પ્રવાહ 0.9 A છે અને 7Ω નો અવરોધ જોડવામાં આવે, ત્યારે મળતો પ્રવાહ 0.3 A થાય છે, તો બેટરીનો આંતરિક અવરોધ =
(A) 0.5Ω (B) 1.0Ω (C) 1.2Ω (D) 2.0Ω



આકૃતિમાં દર્શાવેલ વાહકના સમતલનું ક્ષેત્રફળ 1 cm^2 છે. જો વાહકમાંથી 2 A પ્રવાહ પસાર થતો હોય તો, વાહકના P બિંદુ પર વિદ્યુતપ્રવાહચનતા હશે.

(A) $\frac{4}{\sqrt{3}} \times 10^4 \text{ Am}^{-2}$

(B) $\frac{\sqrt{3}}{2} \times 10^4 \text{ Am}^{-2}$

(C) $\frac{\sqrt{3}}{2} \times 10^{-4} \text{ Am}^{-2}$

(D) $\frac{\sqrt{3}}{4} \times 10^{-4} \text{ Am}^{-2}$

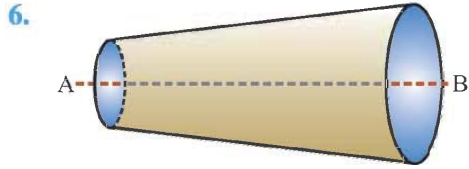
5. એક વાહક તારને વિદ્યુતક્ષેત્ર $5 \times 10^{-8} \text{ Vm}^{-1}$ લાગુ પાડતાં પ્રવાહચનતા 2.5 Am^{-2} માલૂમ પડે છે, તો વાહકની અવરોધકતા

(A) $1 \times 10^{-8} \Omega \text{m}$

(B) $2 \times 10^{-8} \Omega \text{m}$

(C) $0.5 \times 10^{-8} \Omega \text{m}$

(D) $12.5 \times 10^{-8} \Omega \text{m}$



અસમાન આડછેદ ધરાવતો એક તાર આકૃતિમાં દર્શાવેલ છે. જો તારમાંથી સ્થિર વિદ્યુતપ્રવાહ વહેતો હોય, તો A થી B તરફ જતાં ઇલેક્ટ્રોનનો ડ્રિફ્ટવેગ.....

(A) અચળ રહેશે.

(B) ઘટશે.

(C) વધશે.

(D) ગમે તે રીતે (randomly) બદલાશે.

7. એક અવરોધક તારને ખેંચીને તેની લંબાઈમાં 100 %નો વધારો કરવામાં આવે છે, પરિણામે તારના વ્યાસમાં ઘટાડો થાય છે. ખેંચેલા તારના અવરોધમાં થતો ફેરફાર હશે.

(A) 300 %

(B) 200 %

(C) 100 %

(D) 50 %

8. કયા તાપમાને તાંબાના વાહકનો અવરોધ તેના 0°C તાપમાનના અવરોધ કરતાં બમણો થશે ? તાંબા માટે $\alpha = 3.9 \times 10^{-3} \text{ }^\circ \text{C}^{-1}$

(A) 256.4°C

(B) 512.8°C

(C) 100°C

(D) 256.4 K

9. તમને n અવરોધો આપેલા છે. દરેક અવરોધનું મૂલ્ય $r \Omega$ છે. પ્રથમ તેમને શક્ય લઘુત્તમ અવરોધ મેળવવા માટે જોડવામાં આવે છે અને ત્યાર બાદ તેમને શક્ય મહત્તમ અવરોધ મેળવવા માટે જોડવામાં આવે છે. આ રીતે મેળવેલ લઘુત્તમ અને મહત્તમ અવરોધોનો ગુણોત્તર છે.

(A) $\frac{1}{n}$

(B) n

(C) n^2

(D) $\frac{1}{n^2}$

10. સમાન આડછેદ ધરાવતી વર્તુળાકાર રિંગનો અવરોધ R છે. રિંગનું કેન્દ્ર O છે અને રિંગ પર બે બિંદુઓ P અને Q આવેલ છે. જો $\angle POQ = \theta$ હોય તો, બિંદુઓ P અને Q વચ્ચેનો સમતુલ્ય અવરોધ
[રિંગની ત્રિજ્યા = r અને એકમલંબાઈ દીઠ રિંગનો અવરોધ = ρ]

(A) $\frac{R\theta}{4\pi^2} (2\pi - \theta)$

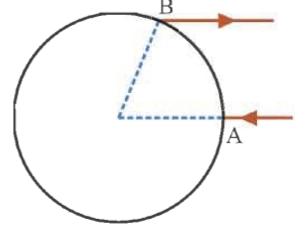
(B) $R \left(1 - \frac{\theta}{2\pi}\right)$

(C) $\frac{R\theta}{2\pi}$

(D) $R \left(\frac{2\pi - \theta}{4\pi}\right)$

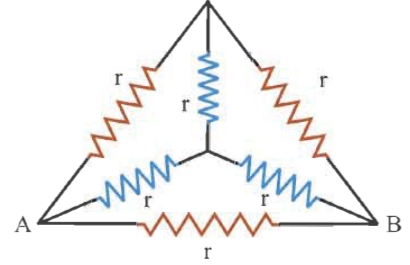
11. $10\ \Omega$ અવરોધવાળો એક તાર આકૃતિમાં દર્શાવ્યા પ્રમાણે વર્તુળ આકારમાં વાળેલો છે. તારનો 1 m લંબાઈ દીઠ અવરોધ $1\ \Omega$ છે. જો A અને B વચ્ચે સમતુલ્ય અવરોધ $2.4\ \Omega$ હોય, તો નાના ચાપની લંબાઈ m હશે.

- (A) 2.4 (B) 4
(C) 4.8 (D) 6



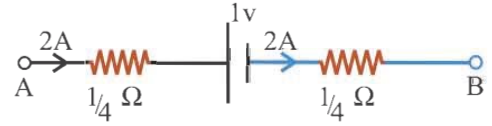
12. આકૃતિમાં દર્શાવેલ પરિપથમાં A અને B વચ્ચેનો અસરકારક અવરોધ કેટલો થાય ?

- (A) r (B) $\frac{r}{2}$
(C) $\frac{r}{3}$ (D) $2r$



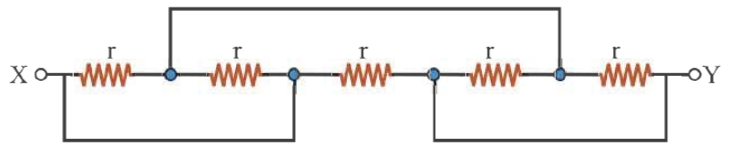
13. નીચેની આકૃતિ બંધ પરિપથનો એક ભાગ દર્શાવે છે. તેમાંથી 2 A પ્રવાહ વહેતો હોય, તો A અને B બિંદુઓ વચ્ચેનો p. d. કેટલો હશે ?

- (A) $+2\text{ V}$ (B) $+1\text{ V}$
(C) -2 V (D) -1 V



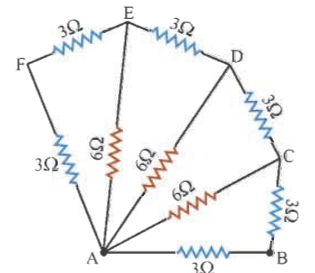
14. આકૃતિમાં દર્શાવેલ નેટવર્કમાં X અને Y બિંદુઓ વચ્ચેનો સમતુલ્ય અવરોધ

- (A) r (B) $\frac{r}{2}$
(C) $2r$ (D) $\frac{r}{3}$

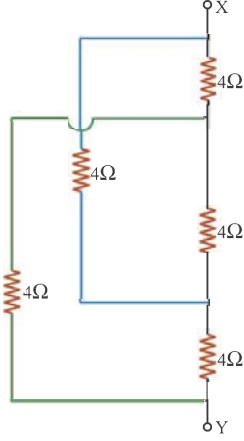


15. બાજુની આકૃતિમાં દર્શાવેલ નેટવર્કમાં A અને B બિંદુઓ વચ્ચે અસરકારક અવરોધ

- (A) $2\ \Omega$ (B) $3\ \Omega$
(C) $6\ \Omega$ (D) $12\ \Omega$



16. બાજુની આકૃતિમાં X અને Y બિંદુઓ વચ્ચેનો સમતુલ્ય અવરોધ છે..



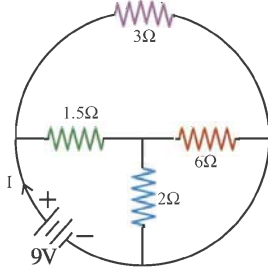
(A) 4 Ω

(B) 2 Ω

(C) 1 Ω

(D) 3 Ω.

17. આપેલ પરિપથને બેટરીમાંથી મળતો કુલ પ્રવાહ કેટલો હશે ?



(A) 2 A

(B) 4 A

(C) 6 A

(D) 9 A

18. સમાન આડછેદ ધરાવતા R અવરોધવાળા એક વાહક તારને 20 સરખા ભાગમાં કાપવામાં આવે છે. આમાંના અડધાને શ્રેણીમાં અને બાકીના અડધાને સમાંતરમાં જોડવામાં આવે છે. જો આ બે સંયોજનને શ્રેણીમાં જોડવામાં આવે તો, આ બધા ટુકડાઓનો અસરકારક અવરોધ કેટલો હશે ?

(A) R

(B) $\frac{R}{2}$

(C) $\frac{101R}{200}$

(D) $\frac{201R}{200}$

19. 3 A પ્રવાહનું વહન કરતા 3 m લાંબા તાંબાના વાહકમાં એક ઇલેક્ટ્રોનને ડ્રિફ્ટવેગથી એક છેડાથી બીજા છેડા પર જતાં કેટલો સમય લાગશે ?

[વાહકના આડછેદનું ક્ષેત્રફળ $= 2 \times 10^{-6} \text{ m}^2$ અને તાંબામાં ઇલેક્ટ્રોન સંખ્યાઘનતા $n = 8.5 \times 10^{28} \text{ m}^{-3}$ છે.]

(A) $2.72 \times 10^3 \text{ s}$

(B) $2.72 \times 10^4 \text{ s}$

(C) 2.72s

(D) $2.72 \times 10^{-4} \text{ s}$

20. ત્રણ તાંબાના તારનાં દળોનો ગુણોત્તર 5 : 3 : 1 અને તેમની લંબાઈઓનો ગુણોત્તર 1 : 3 : 5 છે, તો તેમના વિદ્યુત-અવરોધોનો ગુણોત્તર

(A) 5 : 3 : 1

(B) $\sqrt{125} : 15 : 1$

(C) 1 : 15 : 125

(D) 1 : 3 : 5

21. 10 m લાંબા પોટેન્શિયોમીટર તારનો અવરોધ 20 Ω છે. તેને 3 Vની બેટરી અને 10 Ωના અવરોધ સાથે શ્રેણીમાં જોડવામાં આવે છે, તો તાર પર એકબીજાથી 30 cm અંતરે રહેલાં બિંદુઓ વચ્ચે વિદ્યુતસ્થિતિમાનનો તફાવત હશે.

(A) 0.02 V

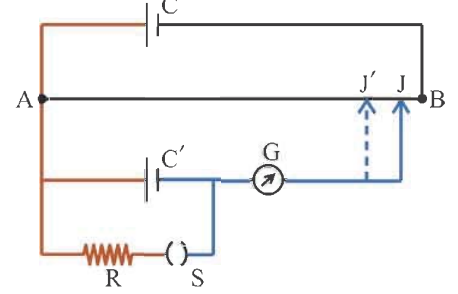
(B) 0.06 V

(C) 0.1 V

(D) 1.2 V

22. આકૃતિમાં કોષનો આંતરિક અવરોધ માપવા માટે વપરાતી પોટેન્શિયોમીટરની સર્કિટ દર્શાવેલ છે. જ્યારે કળ S ખુલ્લી હોય ત્યારે તટસ્થબિંદુ AJ = 60 cm અંતરે મળે છે, જ્યારે કળ S બંધ કરવામાં આવે છે અને Rનું મૂલ્ય 5 Ω હોય, ત્યારે તટસ્થબિંદુ AJ' = 50 cm અંતરે મળે છે, તો કોષ C'નો આંતરિક અવરોધ કેટલો હશે ?

- (A) 0.5 Ω (B) 1 Ω
(C) 1.5 Ω (D) 0.1 Ω



23. સમાન emf ε અને સમાન આંતરિક અવરોધ r ધરાવતા n વિદ્યુતકોષોને અવરોધ R સાથે સમાંતરમાં જોડવામાં આવે, તો Rમાંથી વહેતો પ્રવાહ $I = \dots\dots\dots$ હોય છે.

- (A) $\frac{n\varepsilon}{R+nr}$ (B) $\frac{n\varepsilon}{nR+r}$ (C) $\frac{\varepsilon}{R+r}$ (D) $\frac{\varepsilon}{nR+r}$

24. એક તારને નિયમિત રીતે ખેંચીને તેના આડછેદનું ક્ષેત્રફળ $\frac{1}{n}$ ગણું ($n > 0$) કરવામાં આવે, તો નવો અવરોધ કેટલો થાય ?

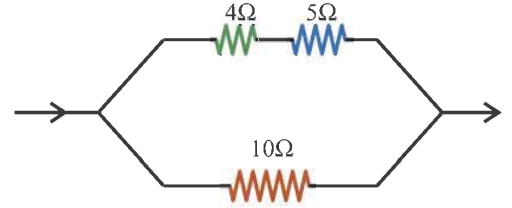
- (A) $\frac{1}{n^2}$ ગણો (B) n^2 ગણો (C) $\frac{1}{n}$ ગણો (D) n ગણો

25. જો વિદ્યુતબલ્બમાંથી વહેતો પ્રવાહ 1 % વધારવામાં આવે, તો બલ્બના પાવરમાં શું ફેરફાર થશે ? [બલ્બના ફિલામેન્ટનો અવરોધ અચળ ધારો]

- (A) 1 % જેટલો વધારો (B) 1 % જેટલો ઘટાડો
(C) 2 % જેટલો વધારો (D) 2 % જેટલો ઘટાડો

26. આકૃતિમાં દર્શાવેલ પરિપથમાં 10 Ωના અવરોધમાંથી પસાર થતા પ્રવાહને કારણે એક સેકન્ડમાં 10 cal ઉષ્મા ઉત્પન્ન થાય છે, તો 4 Ω અવરોધમાં પ્રતિ સેકન્ડે આશરે cal ઉષ્મા ઉત્પન્ન થતી હશે.

- (A) 4 (B) 5
(C) 10 (D) 20



27. 220 V અને 100 Wના બે બલ્બ પ્રથમ શ્રેણીમાં અને પછી સમાંતરમાં જોડવામાં આવે છે. આ દરેક સંયોજનને 220 Vના સપ્લાય સાથે જોડવામાં આવે છે, તો દરેક કિસ્સામાં અનુક્રમે મળતો કુલ પાવર હશે.

- (A) 50 W, 100 W (B) 100 W, 50 W
(C) 200 W, 150 W (D) 50 W, 200 W

જવાબો

1. (B) 2. (A) 3. (A) 4. (A) 5. (B) 6. (B)
7. (A) 8. (A) 9. (D) 10. (A) 11. (B) 12. (B)
13. (A) 14. (B) 15. (A) 16. (A) 17. (C) 18. (C)
19. (B) 20. (C) 21. (B) 22. (B) 23. (B) 24. (B)
25. (C) 26. (B) 27. (D)

નીચે આપેલ પ્રશ્નોના જવાબ ટૂંકમાં આપો :

1. વિદ્યુતપ્રવાહઘનતા શા માટે વ્યાખ્યાયિત કરવામાં આવે છે ?
2. 1 નેનો કુલંબ (1 nc) વિદ્યુતભારમાં ઇલેક્ટ્રોનની સંખ્યા કેટલી હોય છે ?
3. 2 V ટર્મિનલ વોલ્ટેજ ધરાવતી બેટરીનો આંતરિક અવરોધ 0.2Ω હોય અને તેમાંથી 0.5 A વિદ્યુતપ્રવાહ વહેતો હોય, તો બેટરીનું emf કેટલું હશે ?
4. વિદ્યુતભાર વાહકની મોબિલિટી વ્યાખ્યાયિત કરો.
5. વાહકમાંથી વહેતા વિદ્યુતપ્રવાહ અને ડ્રિફ્ટવેગ વચ્ચેનો સંબંધ દર્શાવો.
6. r ત્રિજ્યાવાળા વાહકમાંથી I પ્રવાહ પસાર કરતાં ઇલેક્ટ્રોનનો ડ્રિફ્ટવેગ v મળે છે, તો $2r$ ત્રિજ્યાવાળા આવા જ વાહકમાંથી I પ્રવાહ પસાર કરતાં ડ્રિફ્ટવેગ કેટલો મળે ?
7. ધાત્વિક વાહકો માટે અવરોધકતા અને તાપમાન વચ્ચેનો સંબંધ દર્શાવતું આનુભવિક (empirical) સૂત્ર આપો.
8. 10Ω અવરોધ ધરાવતા તારની લંબાઈ કેટલા ગણી વધારવી જોઈએ કે જેથી તેનો અવરોધ 1000Ω થાય ?
9. વિદ્યુતભારના સંરક્ષણનો નિયમ આપો.
10. કિર્ચોફના બીજા નિયમનું મૂળ શેમાં છે ?
11. સુપરકન્ડક્ટરમાં વિદ્યુતપ્રવાહ ખૂબ લાંબા સમય સુધી કેમ જળવાઈ રહે છે ?
12. સાદા વોલ્ટમીટર વડે બેટરીનું emf (\mathcal{E}) કેમ માપી શકાતું નથી ?
13. પોટેન્શિયોમીટરનો સિદ્ધાંત જણાવો.
14. જૂલનો નિયમ લખો.
15. ઓહ્મિક લોસનાં ઉદાહરણ આપો.
16. સેમીકન્ડક્ટર્સની વાહકતા ઘટાડવી હોય તો તેના તાપમાનમાં શું ફેરફાર કરવો જોઈએ ?

નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ આપો :

1. વિદ્યુતપ્રવાહઘનતા વ્યાખ્યાયિત કરો. વિદ્યુતપ્રવાહ અને વિદ્યુતપ્રવાહઘનતા વચ્ચેનો ભેદ સ્પષ્ટ કરો.
2. બેટરીના emfની સમજૂતી આપો. બેટરી 'open circuit condition'માં છે તેમ ક્યારે કહેવાય ?
3. ઓહ્મનો નિયમ લખો. ઓહ્મના નિયમનું પાલન કરતા વાહક માટે $I-V$ લાક્ષણિકતાઓ કેવી હોય તે સમજાવો.
4. બાહ્ય વિદ્યુતક્ષેત્રની હાજરીમાં વાહકમાં ઇલેક્ટ્રોનનો ડ્રિફ્ટવેગ જરૂરી આકૃતિ દોરી સમજાવો.
5. વિદ્યુતભારવાહકની મોબિલિટી સમજાવી સેમીકન્ડક્ટર્સની વાહકતા માટેનું સૂત્ર મેળવો.
6. ડ્રિફ્ટવેગ અને વિદ્યુતપ્રવાહઘનતા વચ્ચેનો સંબંધ દર્શાવતું સૂત્ર મેળવો.
7. કોઈ એક બંધ પરિપથ માટે વિદ્યુતસ્થિતિમાનની એકમૂલ્યતા સ્વીકારી જરૂરી પરિપથ દોરી કિર્ચોફનો બીજો નિયમ તારવો.
8. પોટેન્શિયોમીટરનો સિદ્ધાંત જરૂરી પરિપથ સહિત સમજાવો.
9. પોટેન્શિયોમીટરની મદદથી વિદ્યુતકોષનો આંતરિક અવરોધ શોધવાની રીત સમજાવો.
10. લેડસંગ્રાહક સેલ (એક્યુમ્યુલેટર)નું ચાર્જિંગ કરવા માટેનો પરિપથ દોરી સમજાવો. ચાર્જિંગપ્રવાહનું સૂત્ર મેળવો.
11. વ્હીસ્ટનબ્રિજની સંતુલન સ્થિતિમાં અજ્ઞાત અવરોધ શોધવા માટેનું સૂત્ર મેળવો.
12. બે વિદ્યુતકોષોનાં સમાંતર જોડાણમાં સમતુલ્ય emf અને સમતુલ્ય આંતરિક અવરોધનાં સૂત્રો મેળવો.
13. ઓહ્મના નિયમની મર્યાદાઓ જણાવો.
14. સુપરકન્ડક્ટિવિટી પર નોંધ લખો.
15. જૂલ અસર અને જૂલ ઉષ્મા એટલે શું ? જૂલ ઉષ્માનું સૂત્ર મેળવી, જૂલનો નિયમ લખો.

નીચેના દાખલા ગણો :

1. એક ટી.વી. સેટમાં ઇલેક્ટ્રોન્સનું કિરણ જૂથ ઇલેક્ટ્રોન-ગનથી પડદા તરફ ગતિ કરે છે, આથી રચાતો વિદ્યુતપ્રવાહ $10 \mu A$ છે, તો દર સેકન્ડે ટી.વી.ના સ્ક્રીન પર અથડાતા ઇલેક્ટ્રોનની સંખ્યા શોધો. વળી એક મિનિટમાં ટી.વી.ના સ્ક્રીન પર કેટલો વિદ્યુતભાર અથડાશે ?

[જવાબ : $n = 6.25 \times 10^{13}$ electrons/sec., $Q = - 600 \mu C$]

2. હાઈડ્રોજનના પરમાણુમાં એક ઇલેક્ટ્રોન, ન્યુક્લિયસની આસપાસ $\frac{\hbar^2}{me^2}$ ત્રિજ્યાની વર્તુળાકાર કક્ષામાં $\frac{e^2}{\hbar}$ જેટલી ઝડપથી ભ્રમણ કરે છે, તો રચાતા વિદ્યુતપ્રવાહનું સૂત્ર મેળવો. $m =$ ઇલેક્ટ્રોનનું દળ, $e =$ ઇલેક્ટ્રોનનો વિદ્યુતભાર. (Hint : $\hbar = \frac{h}{2\pi}$)

[જવાબ : $I = \frac{4\pi^2 me^5}{h^3}$]

3. $1.0 A$ વિદ્યુતપ્રવાહનું વહન કરતા તાંબાના એક તારની લંબાઈ $0.1 m$ અને આડછેદનું ક્ષેત્રફળ $1.0 \times 10^{-6} m^2$ છે.

(i) જો તાંબાની અવરોધકતા $1.7 \times 10^{-8} \Omega m$ હોય, તો તારના બે છેડા વચ્ચેનો વિદ્યુતસ્થિતિમાનનો

તફાવત (p.d.) શોધો.

(ii) તારમાં ઇલેક્ટ્રોનનો ડ્રિફ્ટવેગ શોધો.

[તાંબાની ઘનતા $= 8.9 \times 10^3 kgm^{-3}$, તાંબાની સંયોજકતા $= 1$, તાંબાનો પરમાણુભાર $= 63.5 g mol^{-1}$, એવોગ્રેડો-અંક $= 6.02 \times 10^{23} mol^{-1}$]

[જવાબ : $V = 1.7 \times 10^{-3} V$ અને $v_d = 7.4 \times 10^{-5} ms^{-1}$]

4. $4 \times 10^{-3} m$ પહોળાઈ, $25 \times 10^{-5} m$ જાડાઈ અને $6 \times 10^{-2} m$ લંબાઈ ધરાવતા એક n પ્રકારના સેમીકન્ડક્ટરમાંથી $4.8 mA$ પ્રવાહ પસાર થઈ રહ્યો છે. અહીં વોલ્ટેજ લંબાઈને સમાંતર લગાડ્યો છે, તો પ્રવાહઘનતા કેટલી હશે ? જો સેમ્પલમાં મુક્ત ઇલેક્ટ્રોન સંખ્યાઘનતા $10^{22} m^{-3}$ હોય, તો ઇલેક્ટ્રોનને આ સેમ્પલમાંથી લંબાઈ પર, પસાર થતાં કેટલો સમય લાગશે ?

[જવાબ : $4.8 \times 10^3 Am^{-2}$, $2 \times 10^{-2} s$]

5. એક નળાકાર વાહક તારને ખેંચીને તેની લંબાઈ 10% વધારવામાં આવે, તો તેના અવરોધમાં થતો પ્રતિશત ફેરફાર ગણો.

[જવાબ : 21%]

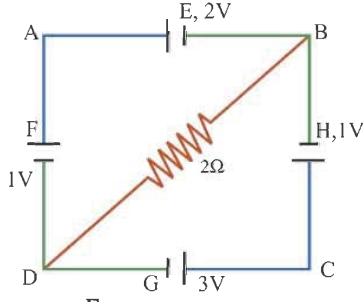
6. $1 m$ લાંબા વાહક તારના બે અસમાન તારો P અને Q એમ બે ટુકડા કરવામાં આવે છે. હવે P તારને નિયમિત રીતે ખેંચીને તેની લંબાઈ બમણી કરી R તાર તૈયાર કરવામાં આવે છે. જો R તાર અને Q તારના અવરોધો સમાન હોય, તો P અને Q તારોની લંબાઈઓ શોધો.

[જવાબ : Pની લંબાઈ $\frac{1}{5} m$, Qની લંબાઈ $\frac{4}{5} m$]

7. એક સમાન લંબાઈ ધરાવતા એક એલ્યુમિનિયમ અને એક તાંબાના તારના અવરોધો સમાન છે, તો આ બે તારમાંથી કયો તાર હલકો હશે ? $\rho_{Al} = 2.63 \times 10^{-8} \Omega m$, $\rho_{Cu} = 1.72 \times 10^{-8} \Omega m$, એલ્યુમિનિયમની ઘનતા $2.7 \times 10^3 kg m^{-3}$ તથા તાંબાની ઘનતા $8.9 \times 10^3 kg m^{-3}$.

[જવાબ : એલ્યુમિનિયમ]

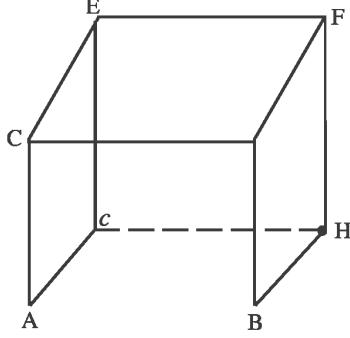
8.



આકૃતિમાં દર્શાવેલ નેટવર્કમાં E, F, G અને H વિદ્યુતકોષોના emf અનુક્રમે 2V, 1V, 3V અને 1V છે. તેમના આંતરિક અવરોધો અનુક્રમે 2Ω , 1Ω , 3Ω અને 1Ω છે, તો B અને D વચ્ચેનો p.d. શોધો.

[જવાબ : $\frac{2}{13}$ V]

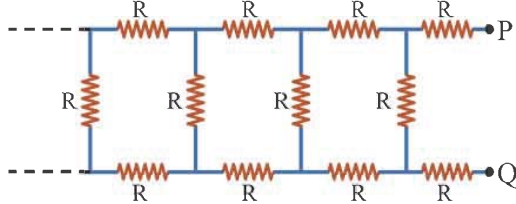
9.



બાજુની આકૃતિમાં દર્શાવેલ નેટવર્કમાં A અને B વચ્ચે અસરકારક અવરોધ શોધો. નેટવર્કમાં દરેક તારનો અવરોધ ' r ' ઓહ્મ છે.

[જવાબ : $\frac{7r}{5}$ ઓહ્મ]

10.



એક અનંત નેટવર્કમાં આકૃતિમાં દર્શાવ્યા પ્રમાણે R મૂલ્યના અવરોધો જોડ્યા છે, તો P અને Q બિંદુઓ વચ્ચે સમતુલ્ય અવરોધ શોધો.

[જવાબ : $R(1 + \sqrt{3})$]

11.

એક પોટેન્શિયોમીટર તારની લંબાઈ 200 cm છે. એક વિદ્યુતકોષને સમતોલવા માટે 80 cm લંબાઈના તારની જરૂર પડે છે. જો પોટેન્શિયોમીટર તારની લંબાઈ 300 cm કરવામાં આવે, તો આ વિદ્યુતકોષને સમતોલવા માટે કેટલી લંબાઈના તારની જરૂર પડશે ?

[જવાબ : 120 cm]

12.

12 volt emfવાળી અને 2Ω આંતરિક અવરોધ ધરાવતી એક બેટરીને 18 volt emf અને 2Ω આંતરિક અવરોધવાળી બીજી બેટરી સાથે વિરોધક સ્થિતિમાં જોડી પરિપથ પૂર્ણ કરવામાં આવેલ છે. આ સ્થિતિમાં નીચે માંગેલી રાશિઓ શોધો :

- (1) પરિપથમાં વહેતો પ્રવાહ
- (2) બંને બેટરીમાં વિદ્યુત-પાવર
- (3) બંને બેટરીઓનાં ટર્મિનલ વોલ્ટેજ
- (4) બંને બેટરીઓમાં વ્યય થતો વિદ્યુત-પાવર

[જવાબ : (1) 1.5 A (2) 18 W, 27 W (3) 15 V, 15 V (4) 4.5 W, 4.5 W]

13.

એક ઇલેક્ટ્રિક કીટલીમાં બે હીટિંગ કોઈલ (ગૂંચળાં) છે. જ્યારે એક કોઈલ ચાલુ કરવામાં આવે છે ત્યારે કીટલીમાંનું આપેલ જથ્થાનું પાણી 6 minમાં ઊકળવા લાગે છે અને જ્યારે માત્ર બીજી કોઈલ ચાલુ કરવામાં આવે છે, ત્યારે આટલું જ પાણી 8 minમાં ઊકળવા લાગે છે. જો બંને કોઈલ એકબીજાને સમાંતર જોડી ચાલુ કરવામાં આવે, તો આ પાણી કેટલા વખતમાં ઊકળવા લાગશે ? દરેક વખતે એક સરખો વોલ્ટેજ વાપરવામાં આવે છે.

[જવાબ : 3.43 min]

14.

I_1 અને I_2 લંબાઈના તેમજ સમાન આડછેદનું ક્ષેત્રફળ A ધરાવતા એક જ દ્રવ્યના બે તાર ફ્યુઝ તરીકે વાપરવાના છે. સાબિત કરો કે, જ્યારે તેમનામાંથી સમાન પ્રવાહ વહેતો હશે, ત્યારે તેઓ એકસરખા સમયમાં પીગળવા લાગશે.

15.

A અને B વિદ્યુતગોળાઓના રેટિંગ અનુક્રમે 40 W, 110 V અને 100 W અને 110 V છે. તો તેમનાં ફિલામેન્ટના અવરોધો શોધો. જો આ વિદ્યુતગોળાઓને 220 V ના સપ્લાય સાથે શ્રેણીમાં જોડવામાં આવે, તો કયો ગોળો ઊડી જશે ?

[જવાબ : $R_A = 302.5\Omega$, $R_B = 121\Omega$, ગોળો A]