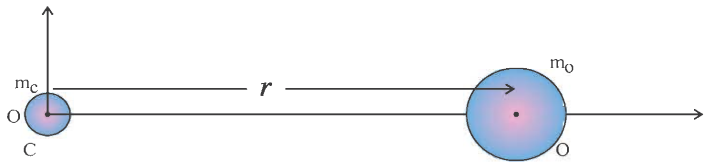
ઉકેલો (SOLUTION)

પ્રકરણ 1

1.



અહીં ઊગમબિંદુ કાર્બન (C)ના કેન્દ્ર પર લીધું છે :

r = ઑક્સિજનનું કાર્બન-પરમાણુથી અંતર = 1.130×10^{-10} m,

m_O = ઑક્સિજનનું દળ = 16 g mol^{-1}, m_C = કાર્બનનું દળ = 12 g mol^{-1},

r_C = કાર્બનનું ઊગમબિંદુથી અંતર = 0,

r_O = ઑક્સિજનનું ઊગમબિંદુથી અંતર = r = 1.130×10^{-1}m,

$$\therefore\ r_{cm} = \frac{m_C r_C + m_o r_o}{m_C + m_o}$$

2. દ્રવ્યમાનકેન્દ્રનો વેગ $\vec{v}_{cm} = \dfrac{m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 + m_3\vec{v}_3}{m_1 + m_2 + m_3}$

3. અહીંયાં કાર માટે m_1 = 1000 kg, a_1 = 4.0 m s^{-2}, પ્રારંભિક ઝડપ v_{0_1} = 0 m s^{-1},

ટ્રક માટે m_2 = 2000 kg, a_2 = 0 m s^{-2}, $v_{0_2} = v_2$ = 8.0 m s^{-1},

3 સેકન્ડ પછી કારની ઝડપ $v_1 = v_{0_1} + a_1 t$, 3 સેકન્ડમાં કાર વડે કપાયેલ અંતર

$d_1 = v_{0_1}t + \frac{1}{2}a_1 t^2$, 3 સેકન્ડમાં ટ્રક વડે કપાયેલ અંતર $d_2 = v_2 t$ ($\because a_2 = 0$)

(*a*) કાર-ટ્રક વડે બનતા તંત્રના દ્રવ્યમાનકેન્દ્રનું ટ્રાફિક સિગ્નલથી અંતર

$$d_{cm} = \frac{m_1 d_1 + m_2 d_2}{m_1 + m_2}$$

(*b*) $M\vec{v}_{cm} = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2$

$$\therefore\ \vec{v}_{cm} = \frac{m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2}{m_1 + m_2} \quad (\because M = m_1 + m_2)$$

4. t = 0 sec સમયે $x_1 = -15\ m$, $x_2 = 15\ m$,

m_1 = 40 kg, m_2 = 20 kg,

$$\therefore\ x_{cm} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}$$

x_{cm} નું આ મૂલ્ય અચળ રહેતું હોવાથી t = 2, 4, 6 sec માટે x_1 અને x_{cm}નાં મૂલ્યો પરથી x_2 શોધો. t = 0 sec માટે કૂતરો અને બિલાડી ઊભાં હોવાથી

$\therefore\ v_1 = v_2 = 0 \ \Rightarrow p_1 = p_2 = 0$

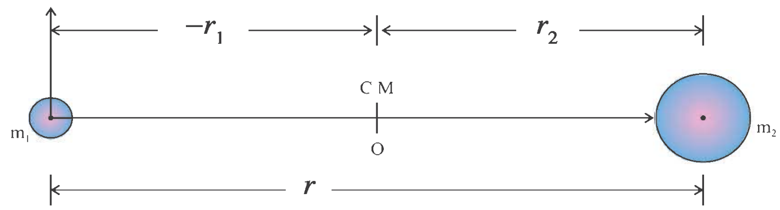
$\Rightarrow p = p_1 + p_2 = 0$

$t = 2$ sec માટે $v_1 = \dfrac{x_1(2\text{ s}) - x_1(0\text{ s})}{2\text{ s}} = \dfrac{\Delta x}{\Delta t}$

$$v_2 = \frac{x_2(2\text{ s}) - x_2(0\text{ s})}{2\text{ s}}$$

આ પરથી, $p_1 = m_1v_1$, $p_2 = m_2v_2$ અને $p = p_1 + p_2$ શોધો.
તે જ રીતે $t = 4$ sec અને $t = 6$ sec માટે બાકીની ગણતરી કરો.

5.



આકૃતિમાં ઊગમબિંદુને દ્રવ્યમાનકેન્દ્ર પર લીધું છે.
$\therefore$ ઊગમબિંદુથી m_1 નું સ્થાન $= -r_1$, ઊગમબિંદુથી m_2નું સ્થાન $= r_2$

$$\therefore r_{cm} = 0 = \frac{m_1(-r_1) + m_2r_2}{m_1 + m_2}, \ \therefore m_1r_1 = m_2r_2, \ \therefore \frac{m_1}{m_2} = \frac{r_2}{r_1} \qquad (1)$$

છેદમાં યોગ કરતાં $\dfrac{m_1}{m_1 + m_2} = \dfrac{r_1}{r_1 + r_2} = \dfrac{r_2}{r}$ $\quad (\because\ r = r_1 + r_2)$

$$\therefore r_2 = r\left[\frac{m_1}{m_1 + m_2}\right]$$

સમીકરણ (1) માં અંશમાં યોગ કરતાં $\dfrac{m_1 + m_2}{m_2} = \dfrac{r_1 + r_2}{r_1} = \dfrac{r}{r_1}$

$$\therefore r_1 = r\left[\frac{m_2}{m_1 + m_2}\right]$$

6. ત્રણ ગોળાઓ વડે બનતા તંત્રનું દ્રવ્યમાનકેન્દ્ર $\vec{r}_{cm} = \dfrac{m\vec{r}_{cm_1} + m\vec{r}_{cm_2} + m\vec{r}_{cm_3}}{m + m + m}$

જ્યાં $\vec{r}_{cm}$ = ગોળા 1નું દ્રવ્યમાનકેન્દ્ર, ... વગેરે.

7. અહીંયા R ત્રિજ્યાના ગોળાની ઘનતા ρ છે. માટે મૂળ ગોળાનું દળ

$$M = \rho V = \rho \times \frac{4}{3}\pi R^3 \qquad \text{(i)}$$

'a' ત્રિજ્યાની નાની ગોળીનું દળ $m_1 = \rho \times \dfrac{4}{3}\pi a^3$ $\qquad$ (ii)

'R' ત્રિજ્યાના ગોળામાંથી 'a' ત્રિજ્યાની ગોળી કાપી લીધા પછી બાકીના ગોળાનું દળ

$$m_2 = M - m_1 \ \therefore m_2 = \frac{4}{3}\pi\rho\ (R^3 - a^3) \qquad \text{(iii)}$$

મૂળ ગોળાનું દ્રવ્યમાનકેન્દ્ર $\vec{r}_{cm} = (0, 0, 0)$

'a' ત્રિજ્યાની ગોળીનું દ્રવ્યમાનકેન્દ્ર $\vec{r_1} = (b, 0, 0)$

બાકીના ગોળાની X-અક્ષ માટે સંમિતિ છે, પરંતુ Y અને Z-અક્ષ માટે નથી. આથી બાકીના ગોળાનું દ્રવ્યમાનકેન્દ્ર ધારો કે $\vec{r_2} = (-x, 0, 0)$

હવે R ત્રિજ્યાનો મૂળ ગોળો 'a' ત્રિજ્યાની નાની ગોળી અને બાકીના (નાની ગોળી સિવાયના) ગોળાનો બનેલો હોવાથી $M\vec{r}_{cm} = m_1\vec{r_1} + m_2\vec{r_2}$

$\therefore$ M(0, 0, 0) = m_1(b, 0, 0) + $m_2(-x, 0, 0)$

x-યામ સરખાવતાં $M(0) = m_1 b - m_2 x$

$$\therefore x = \frac{m_1}{m_2} b \qquad \text{(iv)}$$

અહીં સમીકરણો (ii) અને (iii), પરથી x શોધો.

8. આકૃતિ પરથી ત્રણ કણોના દ્રવ્યમાન તથા સ્થિર સ્થિતિ દરમિયાન તેમના સ્થાન અને તેમના પર લાગતાં બળો અનુક્રમે

$m_1 = 4.0$ kg, $\vec{r_1} = (-2, 3)\ m$, $\vec{F_1} = (-6, 0)$ N

$m_2 = 8.0$ kg, $\vec{r_2} = (4, 2)\ m$, $\vec{F_2} = (12 \cos 45°, 12 \sin 45°)$ N

$m_3 = 4.0$ kg, $\vec{r_3} = (1, -2)\ m$, $\vec{F_3} = (14, 0)$ N

$$\therefore \vec{r}_{cm} = \frac{m_1\vec{r_1} + m_2\vec{r_2} + m_3\vec{r_3}}{m_1 + m_2 + m_3}$$

ન્યૂટનના બીજા નિયમ મુજબ $\vec{F} = M\vec{a}_{cm}$, $M = m_1 + m_2 + m_3$

$$\therefore \vec{F_1} + \vec{F_2} + \vec{F_3} = M\vec{a}_{cm},\ \vec{a}_{cm} = \frac{\vec{F_1} + \vec{F_2} + \vec{F_3}}{M},\ \therefore \vec{a}_{cm} = (a_{x_{cm}}, a_{y_{cm}})$$

પ્રવેગનું મૂલ્ય $|\vec{a}_{cm}| = \sqrt{(a_{xcm})^2 + (a_{ycm})^2}$

પ્રવેગની X-અક્ષ સાથેની દિશા $\theta = tan^{-1}\left(\frac{a_{ycm}}{a_{xcm}}\right)$

9. આકૃતિ પરથી, 'R' ત્રિજ્યાની સમાન પૃષ્ઠ ઘનતાવાળી તકતીનું દ્રવ્યમાનકેન્દ્ર સંમિતિ મુજબ 'ρ' ઊગમબિંદુ પર હશે. $\vec{r}_{cm} = (0, 0)$ (1)

ફક્ત $\frac{R}{2}$ ત્રિજ્યાની તકતી હોય, તો તેનું દ્રવ્યમાનકેન્દ્ર તકતીના ભૌમિતિક કેન્દ્ર પર હોય, જેને $\vec{r}_{cm_1}$ વડે દર્શાવીએ તો, $\vec{r}_{cm_1} = \left(\frac{R}{2}, 0\right)$ (2)

$\frac{R}{2}$ ત્રિજ્યાની તકતીને R ત્રિજ્યાની તકતીમાંથી કાપતાં, બનતી તકતીની સંમિતિ X-અક્ષની

સાપેક્ષે જળવાતી હોવાથી તેનું દ્રવ્યમાનકેન્દ્ર X-અક્ષ પર હશે, પરંતુ Y-અક્ષની સાપેક્ષે સંમિતિ ન જળવાતી હોવાથી તકતીનું દ્રવ્યમાનકેન્દ્ર ઊગમબિંદુથી દૂર X-અક્ષ પર હશે. ધારો કે તે ઊગમબિંદુથી

$(-x)$ પર છે. $\therefore\ \vec{r}_{cm_2} = (-x, 0)$ (3)

સંપૂર્ણ તકતી, એ તકતી 1 અને 2 થી બનતી હોવાથી

$$\therefore\ \vec{r}_{cm} = \frac{M_1 \vec{r}_{cm_1} + M_2 \vec{r}_{cm_2}}{M_1 + M_2} \quad (4)$$

જ્યાં, M_1 = તકતી 1નું દ્રવ્યમાન = $\pi\left(\frac{R}{2}\right)^2 t\rho$ તથા M_2 = તકતી 2નું દ્રવ્યમાન =

$\pi R^2 t\rho - M_1 = \pi R^2 t\rho - \pi\left(\frac{R}{2}\right)^2 t\rho,\ M_2 = \pi t\rho\left[R^2 - \left(\frac{R}{2}\right)^2\right]$

જ્યાં, ρ = તકતીની ઘટના, t = તકતીની જાડાઈ.

આથી સમીકરણ (4) પરથી $\vec{r}_{cm2}$ શોધો.

પ્રકરણ 2

1. સમીકરણ $\theta = \left(\frac{\omega + \omega_0}{2}\right)t$ નો ઉપયોગ કરી ω_0 મેળવો અને $\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2}t^2$ પરથી α મેળવો.

2. $\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2}t^2$ પરથી α મેળવો. હવે $\theta = \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{2\alpha}$ પરથી θ મેળવો અને તેને પરિભ્રમણમાં દર્શાવો. (2π rad = 1 પરિભ્રમણ)

3. $\alpha = \frac{\omega - \omega_0}{t}$ નો ઉપયોગ કરી α મેળવો. હવે $I = m\,r^2$ અને $\tau = I\alpha$નો ઉપયોગ કરી τ મેળવો. $\theta = \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{2\alpha}$ પરથી θ મેળવો. હવે કાર્ય = $\tau \cdot \theta$

4. $\vec{l} = \vec{r} \times \vec{p}$નો ઉપયોગ કરો. $\vec{r} = 4\hat{i} + 6\hat{j} + 12\hat{k}$ અને $\vec{p} = m\vec{v} = 50\,(2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k})$

5. θ કોણવાળા ઢાળ પર સરક્યા સિવાય ગબડતા પદાર્થના પ્રવેગનું સૂત્ર $a = \frac{g\sin\theta}{\left[1 + \frac{K^2}{R^2}\right]}$માં પોલા નળાકાર માટે K = R મૂકી a મેળવો.

6. તંત્રની જડત્વની ચાકમાત્રા $I_z = I_{1z} + I_{2z}$; I_{1z} = 100 kg પદાર્થની Z-અક્ષને અનુલક્ષીને જડત્વની ચાકમાત્રા; I_{2z} = 200 k પદાર્થની Z-અક્ષને અનુલક્ષીને જડત્વની ચાકમાત્રા છે.

$$I_z = I_x + I_y = m(x^2 + y^2) \quad (1)$$

અત્રે અંતરો Z-અક્ષની સાપેક્ષે લેવાના હોવાથી Z-યામ ગણતરીમાં આવતો નથી.

$\therefore I_{1z} = I_{1x_1} + I_{2y_1} = 100\ ({x^2}_1 + {y^2}_1)$

તે જ રીતે,

$I_{2z} = I_{1x_2} + I_{2y_2}$

આ મૂલ્યો (1)માં મૂકો.

7. $v^2 = \dfrac{g\sin\theta}{\left[1 + \dfrac{K^2}{R^2}\right]}$ અને નક્કર ગોળા માટે $K = \sqrt{\dfrac{2}{5}}R$નો ઉપયોગ કરી v મેળવો.

હવે $mgh = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2$નો ઉપયોગ કરી ચાકગતિ-ઊર્જા $\frac{1}{2}I\omega^2$ મેળવો.

8. પૃથ્વીને નક્કર ગોળા તરીકે સ્વીકારી તેની જડત્વની ચાકમાત્રા $I = \frac{2}{5}MR^2$ લઈ $L = I\omega$માં $\omega = \dfrac{2\pi}{T} = \dfrac{2\pi}{24 \times 3600}$ મૂકી L મેળવો.

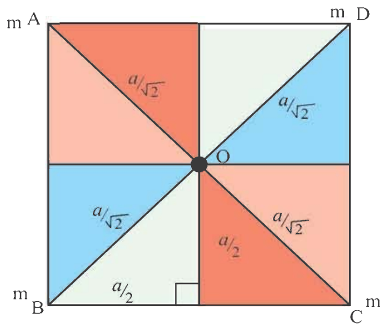
9. $I_1 = I_C + Md_1^{\ 2} \quad \therefore I_C = I_1 - Md_1^{\ 2}$

હવે, $I_2 = I_C + Md_2^{\ 2} = I_1 - Md_1^{\ 2} + Md_2^{\ 2}$

$= I_1 + M(d_2^{\ 2} - d_1^{\ 2})$ પરથી I_2 મેળવો.

10. આકૃતિ પરથી Oમાંથી પસાર થતી અક્ષને અનુલક્ષીને આ તંત્રની જડત્વની ચાકમાત્રા I.

$$I = \frac{ma^2}{2} + \frac{ma^2}{2} + \frac{ma^2}{2} + \frac{ma^2}{2} = 2ma^2$$

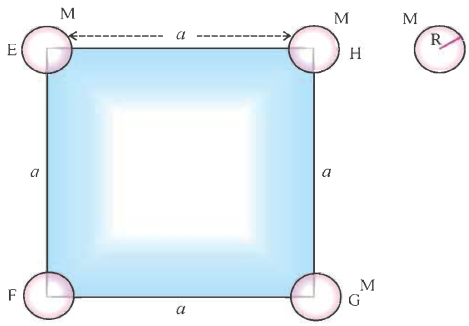


11. ગોળાની તેના કેન્દ્રમાંથી પસાર થતી અક્ષને અનુલક્ષીને જડત્વની ચાકમાત્રા $I_C = \frac{2}{5}MR^2$, EF અક્ષને અનુલક્ષીને તંત્રની જડત્વની ચાકમાત્રા

$I = I_E + I_F + I_G + I_H$

$I = I_C + Md^2$ ઉપયોગમાં લેતાં,

$I_E = \frac{2}{5}MR^2$; $I_F = \frac{2}{5}MR^2$;



$I_G = \frac{2}{5}MR^2 + Ma^2$; $I_H = \frac{2}{5}MR^2 + Ma^2$

$$\therefore I = \frac{2}{5}MR^2 + \frac{2}{5}MR^2 + \frac{2}{5}MR^2 + Ma^2 + \frac{2}{5}MR^2 + Ma^2$$

$$= 2\left(\frac{4}{5}MR^2 + Ma^2\right)$$

12. $r_1 = 0$, $r_2 = 2$ m, $r_3 = 4$ m, $r_4 = 6$ m, $m_1 = 1$ kg, $m_2 = 2$ kg, $m_3 = 3$ kg, $m_4 = 4$ kg, હવે, $I_{AB} = m_1r_1^2 + m_2r_2^2 + m_3r_3^2 + m_4r_4^2$ નો ઉપયોગ કરો.

13. કુલ ગતિ-ઊર્જા = રેખીય ગતિ-ઊર્જા + ચાક ગતિ-ઊર્જા

$$= \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2$$

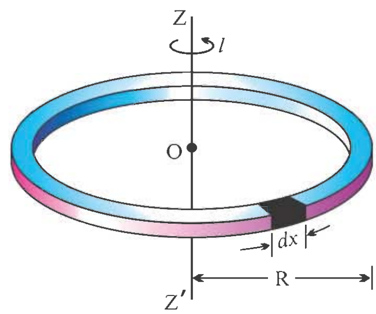
તકતી માટે $I = \frac{mr^2}{2}$ તથા $\omega = \frac{v}{r}$ $(\because v = r\omega)$

કુલ ગતિ-ઊર્જા $= \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}\frac{mr^2}{2}\frac{v^2}{r^2} = \frac{3}{4}mv^2$

કુલ ગતિ-ઊર્જા $= \frac{1}{4}mv^2$

કુલ ગતિ-ઊર્જાનો, ચાકગતિ-ઊર્જા રૂપે રહેલો ભાગ $= \dfrac{\frac{1}{4}mv^2}{\frac{3}{4}mv^2} = \frac{1}{3}$

14. પાતળી વર્તુળાકાર વીંટી (circular ring) અથવા વર્તુળાકાર તાર (circular wire)ની તેના કેન્દ્રમાંથી પસાર થતી અને સમતલને લંબઅક્ષને અનુલક્ષીને જડત્વની ચાકમાત્રા તથા ચક્રાવર્તનની ત્રિજ્યા શોધવા માટે આકૃતિ (2.29)માં દર્શાવ્યા પ્રમાણે R ત્રિજ્યા તથા M દળવાળી એક પાતળી રીંગ (વીંટી) ધ્યાન લો. આ રિંગની લંબાઈ l એટલે કે તેનો પરિઘ = $2\pi R$ થશે.



તથા રિંગનું એકમલંબાઈ દીઠ દ્રવ્યમાન $\lambda = \dfrac{\text{રિંગનું દળ}}{\text{રિંગની લંબાઈ (પરિઘ)}} = \dfrac{M}{2\pi R}$

આકૃતિમાં દર્શાવ્યા પ્રમાણે dx લંબાઈના ખંડનું દ્રવ્યમાન $= \lambda \cdot dx$

$$= \frac{M}{2\pi R}dx$$

આ ખંડની ZZ'-અક્ષને અનુલક્ષીને જડત્વની ચાકમાત્રાને dI કહીએ તો,

dI = (ખંડનું દ્રવ્યમાન) (ખંડનું ZZ' અક્ષથી લંબઅંતર)^2 $= \left(\frac{M}{2\pi R}\cdot dx\right)(R^2)$

$$dI = \frac{M}{2\pi}R \cdot dx \qquad (1)$$

ZZ'-અક્ષની સાપેક્ષે સમગ્ર રિંગની જડત્વની ચાકમાત્રા શોધવા માટે સમીકરણ(1)નું $x = 0$થી $x = 2\pi R$ના અંતરાલ વચ્ચે સંકલન કરતાં

$$\therefore I = \int dI = \int_0^{2\pi R} \frac{M}{2\pi}R \cdot dx$$

$$\therefore I = \frac{M}{2\pi}R \int_0^{2\pi R} dx$$

$$= \frac{M}{2\pi}R[x]_0^{2\pi R}$$

$$= \frac{M}{2\pi}R[2\pi R - 0]$$

$$I = MR^2 \qquad (2)$$

સમીકરણ (2)ને $I = MK^2$ સાથે સરખાવતાં $K^2 = R^2$ $\therefore$ ચક્રાવર્તનની ત્રિજ્યા $K = R$.

15. હલકા સળિયા પર લાગતાં બળોનો સદિશ સરવાળો પરિણામી બળ F આપશે.

$\vec{F} = + \vec{F_1} + \vec{F_2} + \vec{F_3} + \vec{F_4} + \vec{F_5}$ ($\vec{F}$ પરિણામી બળ છે.)

$\vec{F} = \vec{F_1}\,\hat{j} + \vec{F_2}\,\hat{j} + \vec{F_3}(-\hat{j}) + \vec{F_4}\,\hat{j} + \vec{F_5}(-\hat{j})$

Aને અનુલક્ષીને $\vec{F}$ની ચાકમાત્રા = ઘટકબળોની ચાકમાત્રાનો સદિશ સરવાળો

$\therefore F \cdot x = [F_1 \times 0] + [F_2 \times x_1] - [F_3 \times (x_1 + x_2)] + [F_4 \times (x_1 + x_2 + x_3) - [F_5 \times (x_1 + x_2 + x_3 + x_4)]$

$$\therefore x = \frac{x_1F_2 - (x_1+x_2)F_3 + (x_1+x_2+x_3)F_4 - (x_1+x_2+x_3+x_4)F_5}{F_1+F_2+F_4-F_3-F_5}$$

પ્રકરણ 3

1. પૃથ્વીના કેન્દ્રથી x અંતરે બંને બળો સમાન મૂલ્યનાં થતાં હોય તો,

$$\frac{GM_e m}{x^2} = \frac{GM_s m}{(r-x)^2},$$

M_e = પૃથ્વીનું દળ, M_s = સૂર્યનું દળ, r = પૃથ્વી અને સૂર્ય વચ્ચેનું અંતર આ પરથી x શોધો.

2. M_e = કદ $\times$ ઘનતા = $\left(\frac{4}{3}\pi R_e^{\,3}\right)(\rho)$

$\therefore g = \frac{GM_e}{R_e^{\,2}} = \frac{4}{3}\pi G\rho R_e$ આ પરથી g શોધો.

3. $$\left\{\begin{matrix}\text{પૃથ્વીની વર્તુળગતિ માટે જરૂરી}\\ \text{કેન્દ્રગામી બળ}\\ \dfrac{M_e v_0^2}{r}\end{matrix}\right\} = \left\{\begin{matrix}\text{સૂર્યનું પૃથ્વી પરનું ગુરુત્વબળ}\\ \dfrac{GM_s M_e}{r^2}\end{matrix}\right\}$$

$$\therefore M_s = \frac{r v_0^2}{G}$$

4. ઉપગ્રહની વર્તુળગતિમાં $v_0 = \sqrt{\dfrac{GM_e}{r}} = \sqrt{\dfrac{GM_e}{2R_e}}$ $(\because r = R_e + R_e = 2R_e)$

આ પરથી v_0 શોધો.

હવે, $T^2 = \left(\dfrac{4\pi^2}{GM_e}\right) r^3$ આ પરથી T શોધો.

5. ઉપગ્રહની વર્તુળગતિ માટે $mv^2/r = GM_e\ m/r^2$

$\therefore$ ઉપગ્રહની ગતિ-ઊર્જા $\dfrac{1}{2}mv^2 = \dfrac{GM_e m}{2r}$.

પરંતુ સ્થિતિ-ઊર્જા $= \dfrac{-GM_e m}{r}$

$\therefore$ કુલ ઊર્જા = ગતિ-ઊર્જા + સ્થિતિ-ઊર્જા $= \dfrac{-GM_e m}{2r}$

$\therefore$ નિષ્ક્રમણ-ઊર્જા $= \dfrac{GM_e m}{2r}$

$\therefore \dfrac{1}{2}mv_e^2 = \dfrac{GM_e m}{2r}$ આ પરથી v_e શોધો.

6. ઉપગ્રહની વર્તુળગતિ માટે $\dfrac{mv^2}{R_e} = \dfrac{GM_e m}{R_e^2} = (g)m$ (1)

$(\because g = \dfrac{GM_e}{R_e^2})$ $\therefore v^2 = gR_e$ પણ $v = \dfrac{2\pi R_e}{T}$

આ મૂલ્ય સમીકરણ (1)માં મૂકી T શોધો.

7. ઉપગ્રહની વર્તુળગતિ માટે $\dfrac{mv_0^2}{R_e} = \dfrac{GM_e m}{R_e^2}$ $\therefore v_0 = \sqrt{\dfrac{GM_e}{R_e}}$

પૃથ્વી પર સ્થિર રહેલા પદાર્થ માટે $v_e = \sqrt{\dfrac{2GM_e}{R_e}}$ હવે $\dfrac{v_0}{v_e}$ શોધો.

8. આપેલ બિંદુએ કુલ ઊર્જા $= \left[-\dfrac{GM_1 m}{d/2}\right] + \left[\dfrac{-GM_2 m}{d/2}\right] = \dfrac{-2G(M_1+M_2)m}{d}$

$\therefore$ નિષ્ક્રમણ-ઊર્જા $= \dfrac{2G(M_1+M_2)m}{d}$

જો નિષ્ક્રમણ-વેગ v_e હોય તો, $\dfrac{1}{2}mv_e^2 = \dfrac{2G(M_1+M_2)m}{d}$, આ પરથી v_e શોધો.

9. આ ખાસ કિસ્સામાં, વર્તુળગતિ માટે

$$\left(\text{કેન્દ્રગામી બળ } \frac{mv^2}{r}\right) = \left(\text{ગુરુત્વ બળ } \frac{GMm}{r^{5/2}}\right)$$

હવે $v = \frac{2\pi r}{T}$ મૂકીને T^2 શોધો.

પ્રકરણ 4

1. અહીં તારનું વજન = પ્રતાન બળ = $Aldg$, બ્રેકિંગ પ્રતિબળ = $\frac{\text{પ્રતાનબળ}}{\text{ક્ષેત્રફળ}} = ldg$

$\therefore\ l = \frac{\text{બ્રેકિંગ પ્રતિબળ}}{dg}$

2. જો AB, BC અને CD માં લંબાઈમાં વધારો Δl_{AB}, Δl_{BC} અને Δl_{CD} હોય, તો ત્રણેયનાં મૂલ્ય $\Delta l = \frac{Fl}{AY}$ સૂત્રથી મેળવો.

Bનું સ્થાનાંતર = Δl_{AB}, Cનું સ્થાનાંતર = $\Delta l_{AB} + \Delta l_{BC}$,
Dનું સ્થાનાંતર = $\Delta l_{AB} + \Delta l_{BC} + \Delta l_{CD}$

3. વર્તુળગતિ માટે જરૂરી કેન્દ્રગામી બળ પુનઃસ્થાપકબળ દ્વારા પૂરું પડાય છે.

$y = \frac{FL}{A\Delta l}$ $\therefore$ $F = \frac{YA\Delta L}{L}$ અને $F = \frac{mv^2}{L} = \frac{m\omega^2L^2}{L}$ બંને Fને સરખાવો.

4. બંને દળના F.B.D. બનાવી તારમાં તણાવ T શોધો.

અહીં પ્રતિબળ = $\frac{T}{A}$ અને $\frac{\Delta l}{l} = \frac{\text{પ્રતિબળ}}{Y}$

5. સૌપ્રથમ $Y = \frac{Fl}{A\Delta L}$ નો ઉપયોગ કરી Δl મેળવો. હવે ઉદાહરણ 3નો ઉપયોગ કરો.

$U = \frac{1}{2}Y \times$ પ્રતિબળ $\times$ વિકૃતિ $\times$ કદનો ઉપયોગ કરો.

6. $\Delta l = l\,\alpha\,\Delta t$, $\therefore\ \frac{\Delta l}{l} = \alpha\Delta t$ હવે $Y = \frac{F}{A}\frac{l}{\Delta t}$; જ્યાં અહીં F તણાવમાં થતો ફેરફાર છે. હવે F ગણો.

પ્રકરણ 5

1. $A_1v_1 = A_2v_2$ ની મદદથી નોઝલમાંથી બહાર આવતા પાણીનો વેગ શોધો.

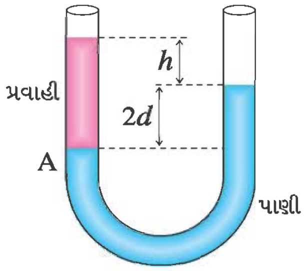
શિરોલંબ ગતિ માટે $y = \frac{1}{2}gt^2$ અને $y = 1$ m અને સમક્ષિતિજ ગતિ માટે $x = v_{L2}t$

$\therefore\ y = \frac{1}{2}g\left(\frac{x}{v_2}\right)^2$ $\quad\therefore\ x = \sqrt{\frac{2yv_2^{\,2}}{g}}$

2. A આગળનું દબાણ = B આગળનું દબાણ

$\therefore (h + 2d)\rho_e g + Pa = Pa + 1(2d)g$

હવે ρ_l મેળવો.



3. સમક્ષિતિજ પ્રવાહ માટે

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2$$

$$\therefore P_1 - P_2 = \frac{1}{2}\rho(v_2^2 - v_2^2)$$

$\therefore \rho_{Hg}\, g(h_1 - h_2) = \frac{1}{2}\rho_{water}\,(r_2^2 - r_1^2)$ h_2 ની કિંમત શોધવા બાકીની કિંમતો મૂકો.

4. કાર્ય = $T\Delta A = T2\pi\ (r_2^2 - r_1^2)$

5. $T = \dfrac{rh\rho g}{2cos\theta}$

$\therefore h = \dfrac{2Tcos\theta}{r\rho g}$ પરથી બીજા ભુજ માટે ઊંચાઈ મેળવો અને તફાવત શોધો.

6. $\eta = \dfrac{2}{9}\dfrac{v^2}{v_t}(\rho - \rho_0)g$

અહીં પરપોટાનો અચળ વેગ તેનો અંતિમ વેગ છે.

7. અને **8.** સૂચનમાં આપેલ સૂત્રનો ઉપયોગ કરો.

9. $P_i - P_o = \dfrac{4T}{R}$ પરથી P_i શોધો. $P_o = 10^5$ Pa

હવે સમતાપી સંકોચન માટે ત્રિજ્યા અડધી થાય માટે કદ આઠમા ભાગનું થાય.

$P_iV = P_i'\dfrac{V}{8}$ પરથી P_i' મેળવો.

હવે $P_i' - P_o' = \dfrac{4T}{R'}$ માટે $R' = R_{12}$ લઈને P_o' મેળવો.

પ્રકરણ 6

1. $m = 200$ g, $\Delta T = T_f - T_i$, $C = 0.215$ cal g^{-1} C^{o-1}, $Q = mC\Delta T$

અને $H_C = \dfrac{Q}{\Delta T}$

2. (*a*) 32 g O_2 = 1 મોલ

$\therefore$ 10 g $O_2 = \dfrac{10}{32} = \dfrac{5}{6}$ મોલ

$\therefore \mu = \dfrac{5}{6}$ મોલ

$P = 3 \times 10^5$ N m^{-2}, $T = 273 + 10 = 283$ K

આદર્શવાયુ અવસ્થા-સમીકરણ પરથી,

$PV_1 = \mu RT_1 \Rightarrow V_1 = \dfrac{\mu RT_1}{P}$

તથા $V_2 = 10$ L $= 10^{-2}$ m^3

આથી વાયુ વડે થતું કાર્ય

$W = P(V_2 - V_1)$

(*b*) O_2 દ્વિપરમાણ્વિક (rigid rotator) હોવાથી

$$C_V = \frac{5}{2}R$$

તથા $PV_2 = \mu RT_2 \Rightarrow T_2 = \frac{PV_2}{\mu R}$

$$\therefore \Delta E_{int} = \mu C_V (T_2 - T_1)$$

(*c*) $\Delta E_{int} = Q - W$

$$\therefore Q = \Delta E_{int} + W$$

3. અહીં, $T_2 = 300$ K, $\eta = 40\ \% = 0.4$, $\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1}$, પરથી T_1 શોધો.

T_1 = અચળ રાખીને $\eta' = 50\ \% = 0.5$ કરવા $T_2 = ?$

$\eta' = 1 - \frac{T_2}{T_1}$ પરથી T_2' શોધો.

4. $T_1 = 500$ K, $T_2 = 375$ K, $Q_1 = 600$ k cal

(i) કાર્યક્ષમતા $\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1}$, (ii) $\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{T_2}{T_1}$ $\therefore Q_2 = \frac{T_2}{T_1} \times Q_1$

ચોખ્ખું કાર્ય $W = (Q_1 - Q_2) \times 4.2\frac{J}{cal}$ (iii) ઠારણ-વ્યવસ્થામાં પાછી મેળવાતી ઉષ્મા $= Q_2$

5. $T_i = 27\ °C = 27 + 273 = 300$ K

$P_i = 2$ atm, $\mu = 1$ mol, $V = 1.5$, $V_f = \frac{1}{8}V_i$

(*a*) સમોષ્મી સંકોચન માટે PV^γ = અચળ

$$\therefore P_iV_i^\gamma = P_f V_f^\gamma \Rightarrow P_f = P_i\left(\frac{V_i}{V_f}\right)^\gamma$$

(*b*) આદર્શ વાયુ અવસ્થા-સમીકરણ મુજબ, $P_iV_i = \mu RT_i$

$$P_fV_f = \mu RT_f \therefore \frac{P_iV_i}{P_fV_f} = \frac{T_i}{T_f} \Rightarrow T_f = T_i\frac{P_fV_f}{P_iV_i}$$

6. સમોષ્મી પ્રક્રિયા માટે $W = \frac{\mu R(T_i - T_f)}{\gamma - 1}$, પરંતુ અહીંયાં કદ સંકોચન થતું હોવાથી કાર્ય ઋણ મળે છે.

$$\therefore W = \frac{-\mu R(T_i - T_f)}{\gamma - 1} = \frac{\mu R(T_f - T_i)}{\gamma - 1}$$

7. થરમૉડાઇનેમિક્સના પ્રથમ નિયમ મુજબ $\therefore \Delta E_{int} = Q - W$

પરંતુ બંધ વાયુપાત્ર માટે કદ અચળ હોવાથી $\Rightarrow \Delta V = 0 \therefore W = 0$

$$\Delta E_{int} = Q = \mu C_V\Delta T = \frac{PV}{RT}C_V\Delta T \quad (\because PV = \mu RT, \therefore \mu = \frac{PV}{RT})$$

$$\therefore \Delta T = \frac{QRT}{PVC_V}$$ (એક-પરમાણ્વિક વાયુ માટે $C_V = \frac{3}{2}R$)

$\therefore$ અંતિમ તાપમાન $T_f = T_i + \Delta T$, આ ઉપરાંત આદર્શવાયુ માટે $P_iV_i = \mu RT_i$

$P_fV_i = \mu RT_f$ ($\because V_f = V_i$)

$$\therefore \frac{P_f}{P_i} = \frac{T_f}{T_i} \Rightarrow P_f = P_i\frac{T_f}{T_i}$$

8. અહીંયાં $\mu = 1$ મોલ, $\Delta T = 30\ C^o = 30\ K$, $V \alpha\ T^{\frac{2}{3}}$

$\therefore\ V = AT^{\frac{2}{3}}$, A = અચળ $\therefore\ dV = A\frac{2}{3}T^{-\frac{1}{3}}dT$

આથી $W = \int_{T}^{T+\Delta T} PdV = \int_{T}^{T+\Delta T} \frac{RT}{V}dV$ ($\because PV = \mu RT,\ \therefore\ PV = RT,\ \mu = 1$)

$$= \int_{T}^{T+\Delta T} \frac{RT}{AT^{\frac{2}{3}}} A\frac{2}{3}T^{-\frac{1}{3}}dT = \frac{2R}{3}\int_{T}^{T+\Delta T} dT = \frac{2}{3}R\ [T]_{T}^{T+\Delta T}$$

$$= \frac{2}{3}R[T + \Delta T - T]\ \therefore\ W = \frac{2}{3}R\Delta T$$

9. અહીંયાં $P = 1.0$ atm $= 1.01 \times 10^5\ N\ m^{-2}$, $T = 300$ K, $\mu = 2$ mol, $R = 8.31\ J\ mol^{-1}\ K^{-1}$

દ્વિ-પરમાણ્વિક (rigid rotator) માટે $\gamma = \frac{7}{5}$

આદર્શવાયુ અવસ્થા-સમીકરણ મુજબ $PV = \mu RT$

$\therefore\ V = \frac{\mu RT}{P}$

સમોષ્મી પ્રક્રિયા માટે PV^{γ} = અચળ

$\therefore$ અચળાંક $= P\left(\frac{\mu RT}{P}\right)^{\gamma}$

10. અહીંયાં $T_1 = 300$ K, $T_2 = 600$ K, $T_3 = 455$ K, એક-પરમાણ્વિક વાયુ માટે $f = 3$

આથી 1 મોલ વાયુ માટે

$E_{int',\ 1} = \frac{fRT_1}{2}$, $E_{int',\ 2} = \frac{fRT_2}{2}$ અને $E_{int',\ 3}$ = બિંદુ 3 પાસે આંતરિક ઊર્જા $= \frac{fRT_3}{2}$

પ્રક્રિયા 1 → 2 : સમકદ પ્રક્રિયા હોવાથી $\Rightarrow W_1 = 0$

$\therefore\ Q_1 = \Delta E_{int',\ 12} = E_{int',\ 2} - E_{int',\ 1}$

પ્રક્રિયા 3 → 1 : સમદાબ પ્રક્રિયા હોવાથી

$\therefore\ \Delta E_{int',\ 31} = Q_3 - W_3,\ W_3 = PdV$

પરંતુ વાયુનું કદ સંકોચન થતું હોવાથી W ઋણ હોય છે.

$\therefore\ W_3 = -PdV = -\mu R(T_3 - T_1)$ અને $\Delta E_{int',\ 31} = \Delta E_{int',\ 1} - \Delta E_{int',\ 3}$

આથી, $Q_3 = \Delta E_{int',\ 31} + W_3$

11. $\eta = 22\% = 0.22$, $Q_1 - Q_2 = 75$ J, $\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} \Rightarrow Q_1 = \frac{Q_1 - Q_2}{\eta}$

અને $Q_2 = Q_1 - 75$ J

12. અહીંયા $Q_1 = 10{,}000$ J, $W = 2000$ J, $L_C = 5.0 \times 10^4$ J/g

(*a*) એન્જિનની કાર્યક્ષમતા $\eta = \frac{W}{Q_1}$,

(*b*) દરેક ચક્ર દરમિયાન ઠારણ-વ્યવસ્થામાં આપેલી ઉષ્મા $Q_2 = Q_1 - W$, (*c*) ધારો કે દરેક ચક્ર દરમિયાન m ગ્રામ ગેસોલિન વપરાય છે.

$\therefore Q_1 = mL_C \therefore m = \dfrac{Q_1}{L_C}$

(*d*) એક ચક્ર દરમિયાન વપરાતું ગેસોલિન = m ગ્રામ, $\therefore$ 1 સેકન્ડમાં 25 ચક્ર દરમિયાન વપરાતું ગેસોલિન, M = 25 × m ગ્રામ, $\therefore$ 1 કલાકમાં વપરાતું ગેસોલિન = 60 × 60 × M g/h = ... kg/h

(*e*) 1 સેકન્ડમાં એન્જિને ઉત્પન્ન કરેલ પાવર = 1 સેકન્ડમાં થતા ચક્ર × 1 ચક્ર દીઠ થતું કાર્ય

પ્રકરણ 7

1. (*a*) $T = 3$ s, $A = 2$ cm, $\omega = \dfrac{2\pi}{T} = \dfrac{2\pi}{3}$, $\phi = 60° = \dfrac{\pi}{3}$

$\therefore y = 2 \sin\left(\dfrac{2\pi}{3}t + \dfrac{\pi}{3}\right)$

(*b*) $T = 1$ min $= 60$ s, $A = 3$ cm, $\omega = \dfrac{2\pi}{T} = \dfrac{2\pi}{60}$, $\phi = -90° = -\dfrac{\pi}{2}$

$\therefore y = 3 \cos\left(\dfrac{\pi}{30}t\right)$

2. $K = k + 2k + k = 8 \text{ N m}^{-1}$, $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{K}} = 0.628$ s

3. અહીં $F = -kl = -k(l_1 + l_2)$, ઉપરાંત $F_1 = -k_1 l_1 = -k(l_1 + \dfrac{l_1}{n}) \therefore k_1 = (1 + \dfrac{l_1}{n})\, k$,

અને $F_2 = -k_2 l_2 = -k(l_2 + l_2) \therefore k_2(n + 1)k$

4. $m = 100$ g, $A(t) = \dfrac{A}{2}$, $t = 100 \times 2 = 200$ s, $A(t) = A^{-bt/2m}$

5. $v = \pm\omega\sqrt{4A^2 - 3y^2}$, $v_{new} = \pm\omega\sqrt{A_1^2 - y_1^2}$ $\quad v_{new} = 2\, v$,

$2\sqrt{A^2_{new} - y^2} = \sqrt{A^2_{new} - y^2}$, $4(A^2 - y^2) = A^2_{new} - y^2$

$\therefore A^2_{new}\, A4^2 - 4y^2 + y$, $A_{new} = \sqrt{4A^2 - 3y^2}$

6. $v = \omega\sqrt{A^2 - y^2}$, $a = -\omega^2 y$, $T = \dfrac{2\pi}{\omega}$, $a^2T^2 + 4\pi^2v^2 = 4\pi^2\omega^2A^2$ = અચળ

7. $T - mg\cos\theta = mv^2/L$, $\therefore T = mg\cos\theta + mv^2/L$

જ્યારે $\cos\theta = 1$ અને v મહત્તમ હોય, તો $T = T_{max}$

$v^2_{max} = 2\,hg = 2g\,L\,\dfrac{\theta_0^{\,2}}{2}$, $v^2_{max} = 2\,hg = 2g\,L\,(1 - \cos\theta_1)$,

$= 2g\,L\,(\sin^2\dfrac{\theta_0}{2})\ (\because\ \sin^2\theta = \dfrac{1 - \cos^2\theta}{2}) = 2g\,L\,\dfrac{\theta_0^{\,2}}{2}$

$gL\left(\dfrac{A}{L}\right)^2 \quad T_{max} = mg\left[1 + \left(\dfrac{A}{L}\right)^2\right]$

8. $y_1 = 10 \sin (3\pi t + \frac{\pi}{4})$, $A_1 = 10$, $\omega_1 = 3\pi \Rightarrow T_1 = \frac{2}{3}$ s.

$y_2 = 5 \ (\sin 3\pi t + \sqrt{3} \cos 3\pi t) = A_2 \cos\phi \ \sin 3\pi t + A_2 \sin\phi \ \cos 3\pi t$
$y_2 = A_2 \sin (3\pi t + \phi)$

$A_2 = \sqrt{(5)^2 + (5\sqrt{3})^2} = 10$, $\omega_2 = 3\pi$, $T_2 = \frac{2}{3}$ s, અને $\frac{A_1}{A_2} = 1$

9. $PE = \frac{1}{2} k y^2$, કુલ યાંત્રિક-ઊર્જા $E = K + U \therefore K = E - U$

10. $v_1 = \omega\sqrt{A^2 - y_1^2}$, $v_2 = \omega\sqrt{A^2 - y_2^2}$, $v_1^2 - v_2^2 = \omega^2(y_2^2 - y_1^2)$,
$T = \frac{2\pi}{\omega}$.

પ્રકરણ 8

1. તરંગ-સમીકરણ $y = A\sin(\omega t - kx)$નું t સાપેક્ષે વિકલન કરતાં, t સમયે કણનો તત્કાલીન વેગ મળશે. $v_p = \frac{dy}{dt} = A\omega \cos (\omega t - kx)$

હવે તરંગ-ઝડપ $v = \omega/k$

તરંગનો x અંતરે ઢાળ $= \frac{dy}{dx} = -kA\cos (\omega t - kx)$

ઉપર્યુક્ત ત્રણેય સમીકરણો પરથી $\frac{v_P}{v} = -\frac{dy}{dx}$

2. P તરંગનો વેગ $v_P = \frac{d}{t}$, S તરંગનો વેગ $v_S = \frac{d}{t+240}$,
($\because$ 4 મિનિટ $= 60 \times 4 = 240$ s) આ બંને સમીકરણોને ઉકેલતાં, $t = 240$ s મળશે.

હવે $v_P = \frac{d}{t}$ સમીકરણમાં t નું અને v_P નું મૂલ્ય મૂકી d શોધો.

3. $A = 10$ m, $x_1 = 2$ m, $t_1 = 2$ s અને $y_1 = 5$ m, $x_2 = 16$ m, $t_2 = 8$ s અને $y_z = 5\sqrt{3}$ m.

હવે, $y_1 = A \sin (\omega t_1 - kx_1)$માં કિંમતો મૂકતાં, $\omega - k = \frac{\pi}{12}$ (1)

$y_2 = A\sin (\omega t_2 - kx_2)$ માં કિંમતો મૂકતાં, $\omega - 2k = \frac{\pi}{24}$ (2)

સમીકરણ (1) માંથી (2) બાદ કરતાં, $k = \frac{\pi}{24}$ rad/m, k નું મૂલ્ય સમીકરણ (1)માં મૂકતાં,

$\omega = \pi/8$ rad/s

4. $y = 3 \sin ((3.14)x - (314)t)$નું t સાપેક્ષે વિકલન કરતાં,

$v = \frac{dy}{dx} = -(3)\ (314) \cos (\ (3.14)x - (314)t\ )$

$\therefore$ કણનો મહત્તમ વેગ $= (3)\ (314) = 9.4$ m s^{-1}

ઉપર્યુક્ત સમીકરણનું tની સાપેક્ષે વિકલન કરતાં,

$a = \frac{dv}{dt} = -(3)(314)(314)\sin((3.14)x - (314)t)$

હવે $x = 6$ cm અને $t = 0.11$ s મૂકતાં,

$a = -(3)(314)^2 \sin(6\pi - 11\pi) = (-3)(314)^2 \sin(-5\pi) = 0.$

5. $T_1 = 0. + 273 = 273$ K, $\lambda_1 = 1.32$ m, $T_2 = 27 + 273 = 300$ K, $\lambda_2 = ?$

હવે, $\frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{T_1}{T_2}} \therefore \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \sqrt{\frac{T_1}{T_2}}$ $\quad (\because v = f\lambda)$

ઉપર્યુક્ત સમીકરણમાં કિંમતો મૂકતાં, $\lambda_2 = 1.384$ m

તરંગલંબાઈમાં વધારો $\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1 = 0.064$ m

6. $T_0 = 1200 + 273 = 1473$ K, $\rho_0 = 16\,\rho_H$, $T_H = ?$ હવે, $v_0 = v_H$

$\therefore \sqrt{\frac{\gamma R T_0}{\rho_0 V}} = \sqrt{\frac{\gamma R T_H}{\rho_H V}} \therefore T_H = T_0 \times \frac{\rho_H}{\rho_0} = 1473 \times \frac{1}{16} = 92.06$ K

$\therefore T_H = 92.06 - 273 = -180.94\,^\circ C$

7. અહીં $L_1 + L_2 + L_3 = 100$ cm છે. સમગ્ર તાર એક જ માધ્યમ હોવાથી બધા વિભાગોમાં તરંગ ઝડપ v સમાન હોય છે. $\therefore v = f_1\lambda_1 = f_2\lambda_2 = f_3\lambda_3$

તારનો દરેક વિભાગ મૂળભૂત આવૃત્તિથી ($f = 2L$) દોલનો કરે છે.

$\therefore f_1(2L_1) = f_2(2L_2) = f_3(2L_3)$

આ સમીકરણમાં $f_1 : f_2 = 1 : 2$ અને $f_1 : f_3 = 1 : 3$ મૂકીને L_1, L_2 અને L_3 શોધો.

8. $\mu = 0.05$ g/cm, $f_n = 420$ Hz, $f_{n+1} = 490$ Hz, T = 490 N

ધારો કે તાર એ 420 Hz આવૃત્તિ માટે nમી હાર્મોનિક સાથે અને 490 Hz આવૃત્તિ માટે $(n + 1)$મી હાર્મોનિક સાથે અનુનાદ કરે છે.

$f = \frac{n}{2L}\sqrt{\frac{T}{\mu}}$ અનુસાર, $f_n = \frac{n}{2L}\sqrt{\frac{T}{\mu}}$ (1) અને $f_{n+1} = \frac{n+1}{2L}\sqrt{\frac{T}{\mu}}$ (2)

બંને સમીકરણોનો ગુણોત્તર લેતાં,

$\frac{f_{n+1}}{f_n} = \frac{n+1}{n} \quad \therefore n = 6 \quad$ (f_{n+1} અને f_nની કિંમતો મૂકતાં)

$420 = \frac{6}{2L}\sqrt{\frac{450}{5 \times 10^{-3}}} = \frac{900}{L}$

$\therefore L = \frac{900}{420} = 2.1$ m

9. L = 100 cm, $f_n = 300$ Hz, $f_{n+1} = 400$ Hz, 2A = 10 cm

હવે, $f_{n+1} - f_n = (n + 1)f_1 - nf_1$, $\therefore f_1 = 100$ Hz, $\lambda_1 = \frac{2L}{1} = 200$ cm,

$\therefore k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\pi}{100}$ rad/cm, $\omega = 2\pi f_1 = 2\pi(100)$ rad/s

આથી, સ્થિત તરંગનું સમીકરણ, $y = -10\sin(\frac{\pi}{100}x)\cos(200\pi)t$ cm

10. કાર શ્રોતા તરફ ગતિ કરે ત્યારે, $f_{L_1} = \left(\frac{v + 0}{v - v_S}\right) f_s$

કાર શ્રોતાથી દૂર તરફ ગતિ કરે ત્યારે $f_{L_2} = \left(\dfrac{v+0}{v+v_S}\right) f_S$

$\therefore \; f_{L_1} - f_{L_2} = \left(\dfrac{v}{v-v_S} - \dfrac{v}{v+v_S}\right) f_S$ સમીકરણમાં, $v = 340$ m/s, $v_S = 15$ m/s અને $f_S = 500$ Hz મૂકતાં, $f_{L_1} - f_{L_2} = 44.2$Hz

11. $f_S = 600$ Hz, $v = 340$ m/s, $v_L = 10$ m s^{-1}

એન્જિન જ્યારે ટેકરી તરફ 10 m s^{-1}ના વેગથી ગતિ કરે છે ત્યારે તેનું પ્રતિબિંબ તેનાથી વિરુદ્ધ દિશામાં ગતિ કરતું ગણી શકાય. શ્રોતા એન્જિનમાં બેઠેલો છે અને એન્જિન ટેકરી તરફ ગતિ કરે છે. આથી v_L ની દિશા L થી S તરફ અને v_S ની દિશા S થી L તરફ થશે.

$$\therefore f_L = \frac{v+v_L}{v-v_S} \times f_S = \frac{340+10}{340-10} \times 660 = 700 \text{ Hz}$$

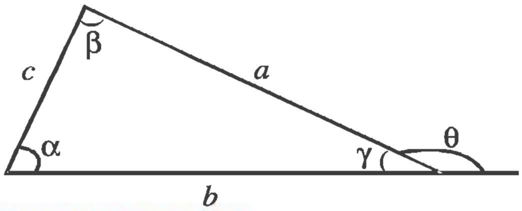
પરિશિષ્ટ

SINE અને COSINEના નિયમો

(i) $\dfrac{\sin\ \alpha}{a} = \dfrac{\sin\ \beta}{b} = \dfrac{\sin\ \gamma}{c}$

(ii) $c^2 = a^2 + b^2 - 2\ abcos\ \gamma$

(iii) બહિર્કોણ $\theta = \alpha + \beta$



ત્રિકોણમિતીય સૂત્રો (TRIGONOMETRIC IDENTITIES)

(i) $sin^2\theta + cos^2\theta = 1$

(ii) $1 + tan^2\theta = sec^2\theta$

(iii) $1 + cot^2\theta = cosec^2\theta$

(iv) $sec^2\theta - tan^2\theta = 1$

(v) $cosec^2\theta - cot^2\theta = 1$

(vi) $sin2\theta = 2sin\theta\ cos\theta$

(vii) $cos2\theta = cos^2\theta - sin^2\theta = 2cos^2\theta - 1 = 1 - 2sin^2\theta$

(viii) $sin(\alpha \pm \beta) = sin\alpha cos\beta \pm cos\alpha sin\beta$

(ix) $cos(\alpha \pm \beta) = cos\alpha cos\beta \mp sin\alpha sin\beta$

(x) $sin\alpha \pm sin\beta = 2sin\ \dfrac{\alpha \pm \beta}{2}\ cos\ \dfrac{\alpha \mp \beta}{2}$

(xi) $cos\alpha + cos\beta = 2cos\ \dfrac{\alpha + \beta}{2}\ cos\ \dfrac{\alpha - \beta}{2}$

(xii) $cos\alpha - cos\beta = -2sin\ \dfrac{\alpha + \beta}{2}\ sin\ \dfrac{\alpha - \beta}{2}$

ખાસ ખૂણાઓ માટે sine અને cosineનાં મૂલ્યો

વિધેય	$0°$ 0 rad.	$30°$ $\frac{\pi}{6}$ rad	$45°$ $\frac{\pi}{4}$ rad	$60°$ $\frac{\pi}{3}$ rad	$90°$ $\frac{\pi}{2}$ rad	$180°$ π rad	$270°$ $\frac{3\pi}{2}$ rad	$360°$ 2π rad
sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	–1	0
cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0	–1	0	1
tan	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	∞	0	∞	0