

# 5

## પરમાણુઓ

### 5.1 પ્રસ્તાવના (Introduction)

ગ્રીક તત્ત્વચિંતકો (Philosophers)એ સૌપ્રથમ સૂચવ્યું કે દરેક પદાર્થ (તત્ત્વ) નાના અવિભાજ્ય કણો, પરમાણુઓ (Atoms)ના બનેલા હોય છે. પરંતુ આ વિચારને અંગ્રેજ રસાયણશાસ્ત્રી (Chemist) જહોન ડાલ્ટને (John Dalton) (1803) જુદાં-જુદાં રસાયણો પર કરેલા શ્રેણીબદ્ધ પ્રયોગો સુધી કોઈ જ વૈજ્ઞાનિક સમર્થન મળ્યું નહીં. આ પ્રયોગો દ્વારા ડાલ્ટને દર્શાવ્યું કે, ખરેખર દ્રવ્ય એ મૂળભૂત કણો, પરમાણુઓનો બનેલો છે. તેણે સૂચવ્યું કે (1) પરમાણુ એ તત્ત્વનો સૌથી નાનો (મૂળભૂત) અવિભાજ્ય ભાગ છે કે જે રાસાયણિક પ્રક્રિયાઓમાં ભાગ લે છે અને (2) દરેક તત્ત્વ એ કોઈ એક જ પ્રકારના પરમાણુઓનું બનેલું હોય છે. વાસ્તવમાં, ઓગણીસમી સદીના અંત બાદ જ આ અંગેનાં પ્રાયોગિક પરિણામો એકઠાં થવાને કારણે દ્રવ્ય અંગેના આ પરમાણુવાદની પ્રગતિ થઈ શકી.

દા.ત., જીન પેરીને (Jean Perin) ઋણવિદ્યુતભારિત ઇલેક્ટ્રોનની શોધ કરી. પછી, જે. જે. થોમ્સને (J.J. Thomson) ઇલેક્ટ્રોન પરના વિદ્યુતભાર (e) અને તેના દળ (m)નો ગુણોત્તર શોધ્યો, જ્યારે મિલિકાને (Milikan) ઇલેક્ટ્રોન પરનો વિદ્યુતભાર માપ્યો.

બીજી બાજુ, હેન્રી બેકવરેલ (Henry Becquerel) અને મેડમ ક્યૂરિ (Madam Curie) એ અમુક ભારે તત્ત્વો (પરમાણુઓ)માં રેડિયો-એક્ટિવિટીની શોધ કરી. રુથરફર્ડના રેડિયો-એક્ટિવ પ્રયોગ દ્વારા પ્રસ્થાપિત થયું કે રેડિયો-એક્ટિવ વિકિરણમાં ઇલેક્ટ્રોનની સાથે ધનવિદ્યુતભારિત  $\alpha$ -કણો પણ હોય છે. આ ધનવિદ્યુતભારિત  $\alpha$ -કણો ઇલેક્ટ્રોન કરતાં થોડાક હજાર ગણાં ભારે હોવાનું માલૂમ પડ્યું.

આમ, આ બધાં અવલોકનોએ સાબિત કર્યું કે પરમાણુઓ હકીકતમાં વિભાજ્ય છે અને પરમાણુઓ કરતાં પણ વધારે મૂળભૂત ઋણ અને ધનવિદ્યુતભારિત કણો પરમાણુનું બંધારણ કરે છે. સાથે-સાથે એવું પણ પ્રસ્થાપિત થયું કે પરમાણુઓ વિદ્યુતની દૃષ્ટિએ તટસ્થ હોય છે, અર્થાત્ તેમના પર સરખા પ્રમાણમાં ઋણ અને ધનવિદ્યુતભાર હોવો જોઈએ.

વળી, એ વખતે વૈજ્ઞાનિકો જાણતા હતા કે કન્ડેન્સ (Condensed) દ્રવ્ય (જેવા કે ધન પદાર્થ, પ્રવાહી પદાર્થ અને વધારે ઘનતા સાથેના વાયુઓ) તેમના તાપમાનને અનુરૂપ વિદ્યુતચુંબકીય વિકિરણોનું ઉત્સર્જન કરે છે. આ વિકિરણોમાં જુદી-જુદી તીવ્રતા અને ઘણી સતત રીતે વહેંચાયેલી તરંગલંબાઈઓ જોવા મળે છે. આનાથી વિરુદ્ધ, (કાં તો ઇલેક્ટ્રિકલ ડિસ્ચાર્જ થકી અથવા ગરમ કરવાથી) ખૂબ જ ઓછી ઘનતાએ રહેલા વાયુઓમાંથી ઉત્સર્જિત વિકિરણો અમુક ચોક્કસ અસતત તરંગલંબાઈઓનાં બનેલા માલૂમ પડ્યું.

વળી, આ ચોક્કસ તરંગલંબાઈઓ જે-તે વાયુની લાક્ષણિકતા પર આધાર રાખતી હોવાની જણાઈ. ખૂબ જ ઓછી ઘનતા ધરાવતા વાયુમાં પરમાણુઓ વચ્ચેનું અંતર મોટું હોવાને કારણે, તેમનાંથી ઉત્સર્જિત વિકિરણ સ્વતંત્ર પરમાણુઓમાંથી ઉત્સર્જાયેલું ગણી શકાય. આમ, ચોક્કસ અસતત તરંગલંબાઈઓનું ઉત્સર્જન એ વાયુ બનાવતા પરમાણુઓની લાક્ષણિકતા સૂચવે છે. તે જ રીતે, જ્યારે પરમાણુઓ પર સતત તરંગલંબાઈઓ ધરાવતું વિકિરણ આપાત કરવામાં આવ્યું, ત્યારે તેઓ અમુક અસતત લાક્ષણિક તરંગલંબાઈઓનું જ શોષણ કરતાં જણાયા.

આવાં પ્રાયોગિક અવલોકનોને આધારે, આપણને નીચે મુજબના પ્રશ્નો સ્વાભાવિક રીતે જ થાય, જેમકે,

(1) પરમાણુઓ શેના બનેલા છે ?

(2) જો તેઓ ઋણ અને ધનવિદ્યુતભારોના બનેલા છે, તો આ વીજભારો પરમાણુમાં કેવી રીતે ગોઠવાયેલા છે ?

(3) પરમાણુની સ્થિરતાનું કારણ શું ?

(4) શા માટે પરમાણુઓ તેમના પ્રકારને આધારિત, અમુક ચોક્કસ અસતત તરંગલંબાઈઓનું જ શોષણ કે ઉત્સર્જન કરે છે ?

(5) શું આ અસતત તરંગલંબાઈ ધરાવતા વિદ્યુતચુંબકીય તરંગોનાં શોષણ કે ઉત્સર્જનની ઘટનાને કાળા-પદાર્થના વિકિરણના ફોટોનવાદ (પ્રકરણ : 7 સિમેસ્ટર-III) સાથે સામ્યતા છે ?

**થોમ્સનનું Plum Pudding મોડેલ (Thomson's Plum Pudding Model) :** ઇલેક્ટ્રોન,  $\alpha$ -કણો અને પરમાણુના વિદ્યુતકીય તટસ્થતાની શોધ સૂચવે છે કે પરમાણુ સમાન પ્રમાણમાં ધનવિદ્યુતભાર અને ઇલેક્ટ્રોનનો બનેલો હશે. આ હકીકતને આધારે થોમ્સને નીચે મુજબનું પરમાણુમોડેલ આપ્યું.

તેના મત અનુસાર પરમાણુનો ધનવિદ્યુતભાર તેના નાના ગોળાકાર અવકાશમાં સમાન રીતે વહેંચાયેલો હોવો જોઈએ અને ઇલેક્ટ્રોન તેમાં ચોક્કસ રીતે વિતરીત થયેલા હોવા જોઈએ. આ જાણે તરબૂચના ગર્ભ (Pulp)માં ખોસાયેલાં બીજ જેવું હોવાથી આ મોડેલને **તરબૂચ મોડેલ (Watermelon Model)** અથવા **Plum Pudding મોડેલ** તરીકે ઓળખવામાં આવે છે.

પરંતુ, આ મોડેલની અમુક મર્યાદાઓ છે. સ્થિતવિદ્યુતશાસ્ત્રના નિયમાનુસાર, વિદ્યુતભારોનું સ્થિર વિતરણ શક્ય નથી. પરમાણુ ઇલેક્ટ્રોન, તેમાંના ધનવિદ્યુતભારને કારણે કુલંબિયન બળ અનુભવે છે. પરિણામે, ન્યૂટનના ગતિના બીજા નિયમાનુસાર તેઓ પ્રવેગિત ગતિ કરે છે. પરંતુ મેક્સવેલના વિદ્યુતચુંબકીય વાદ અનુસાર પ્રવેગિત વિદ્યુતભાર સતત રીતે વિકિરણ (અર્થાત્, ઊર્જા)નું ઉત્સર્જન કરે, તો પછી કેવી રીતે સ્થિર પરમાણુ સતત રીતે અને અવિરતપણે ઊર્જાનું ઉત્સર્જન કરી શકે? અને જો એવું હોય તોપણ, તે પ્રાયોગિક અસતત તરંગલંબાઈના વિકિરણ ઉત્સર્જનના અવલોકનની વિરુદ્ધ છે.

પોતાના પરમાણુમોડેલના આવા પ્રશ્નોના ઉકેલ માટે થોમ્સને વિચાર્યું કે પરમાણુમાં ઇલેક્ટ્રોન્સને બહારથી દબલ કરવામાં ના આવે ત્યાં સુધી તેઓ સ્થિર રહેતા હોવા જોઈએ. તેણે પરમાણુમાં ઇલેક્ટ્રોન્સની જુદી-જુદી ગોઠવણી પણ વિચારી જોઈ. આમ છતાં, તે પરમાણુ દ્વારા ઉત્સર્જિત અસતત તરંગલંબાઈઓના વિકિરણનું ઉત્સર્જન સમજાવી શક્યો નહીં.

પણ હા, ઉત્સર્જતા વિકિરણની તરંગલંબાઈ પરથી તેણે પરમાણુનું પરિમાણ  $10^{-10}\text{m}$  ત્રિજ્યાના ક્રમનું છે તેમ દર્શાવ્યું.

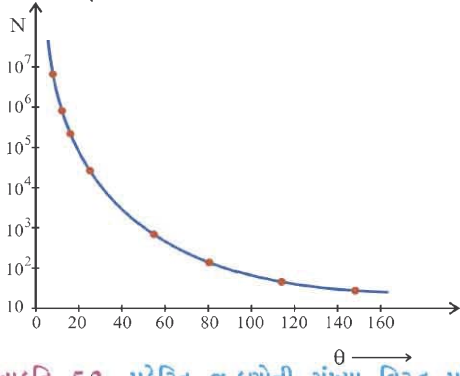
## 5.2 રધરફ્ડના $\alpha$ -કણના પ્રકીર્ણનનો પ્રયોગ અને તેનું પરમાણુ-મોડેલ (Rutherford's Experiment of Scattering of $\alpha$ -particle and his Atomic Model)

જે. જે. થોમ્સનના વિદ્યાર્થી, રધરફ્ડ અમુક રેડિયો-એક્ટિવ તત્વો દ્વારા ઉત્સર્જિત  $\alpha$ -કણોને લગતા ઘણા પ્રયોગો કર્યા હતા. તેનાં પ્રાથમિક અવલોકનોમાં તેણે જોયું કે ચેમ્બરમાં ગોઠવેલી સ્લિટમાંથી પસાર થઈને  $\alpha$ -કણો ફોટોગ્રાફિક પ્લેટ પર આવે છે, ત્યારે સ્લિટની તીક્ષ્ણ અને સ્પષ્ટભાત ફોટોગ્રાફિક પ્લેટ પર પડતી નથી. પણ જો ચેમ્બરને લગભગ નિર્વાત (Evacuated) કરી નાખવામાં આવે, તો આ ભાત સ્પષ્ટ ધારવાળી મળે છે. આ અવલોકન પરથી રધરફ્ડ એવા નિર્ણય પર આવ્યો કે ચેમ્બરમાંની હવાના કણો વડે  $\alpha$ -કણનું પ્રકીર્ણન થાય છે.

આનાથી બીજી બાજુ, એચ. ગાઈગર (H. Geiger) એ ધાતુના ખૂબ જ પાતળા વરખ (Foil) વડે થતા  $\alpha$ -કણોના પ્રકીર્ણનનો અભ્યાસ કર્યો હતો. તેણે શોધ્યું કે આવા પાતળા વરખમાંથી પસાર થતા  $\alpha$ -કણોનું ખૂબ જ નાના કોણે પ્રકીર્ણન થાય છે. પાછળથી, રધરફ્ડ ગાઈગર અને પોતાના વિદ્યાર્થી માર્સડન (Marsden)ને શું  $\alpha$ -કણો મોટા કોણે પ્રકેરિત થાય છે કે નહીં તે શોધવાનો પ્રયોગ કરવાનું સૂચવ્યું.

**ગાઈગર-માર્સનનો પ્રયોગ (Geiger-Marsden's Experiment) :** ગાઈગર-માર્સનના પ્રયોગની રેખાકૃતિ આકૃતિ 5.1માં દર્શાવેલ છે.

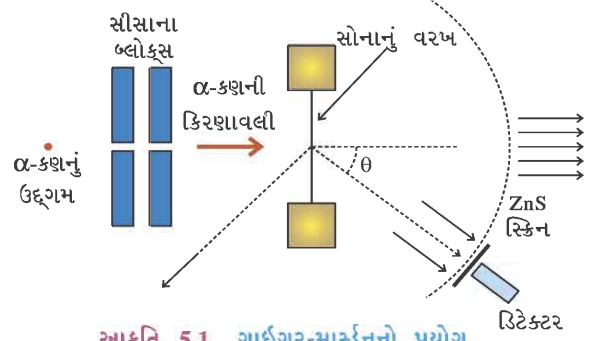
અહીં, રેડિયો-એક્ટિવ સ્રોત  ${}_{83}\text{Bi}^{214}$  એ 5.5 MeV ઊર્જા ધરાવતા  $\alpha$ -કણોનું ઉત્સર્જન કરે છે. તેઓને સીસા (Lead)ના જાડા બ્લોકસ (Blocks)ની મદદથી કેન્દ્રિત (Colimate) કરી પાતળી કિરણાવલી (Beam)માં ફેરવવામાં આવે છે, અને તેને સોનાના પાતળા વરખ (F) પર આપાત કરવામાં આવે છે. વરખની જાડાઈ  $2.1 \times 10^{-7} \text{ m}$  જેટલી રાખવામાં આવી હતી. વરખ  $\alpha$ -કણોનું પ્રકીર્ણન કરશે. તેમના પ્રયોગમાં પ્રકેરિત  $\alpha$ -કણોનું ઝિંક સલ્ફાઈડ (ZnS)નો ગોળીય સિન્ટિલેશન (Scintillation) સ્ક્રીન અને માઈક્રોસ્કોપ ધરાવતા રિટેક્ટર દ્વારા અવલોકન કરવામાં આવતું હતું. અત્રે, એવી ગોઠવણ કરવામાં આવી હતી કે જેથી માઈક્રોસ્કોપને સ્ક્રીનને ફરતે પરિભ્રમણ કરાવી, જુદા-જુદા કોણે પ્રકેરિત થતા  $\alpha$ -કણોને નોંધી શકાય. દરેક વિદ્યુતભારિત  $\alpha$ -કણ ZnS સ્ક્રીન પર આપાત થશે, ત્યારે ક્ષણવાર માટે તે પ્રકાશિત ટપકું આપે છે. આમ, જુદા-જુદા કોણે ઉદ્ભવતા આવા પ્રકાશિત ટપકાંને ચોક્કસ સમય અંતરાલે ગણી  $\alpha$ -કણોની સંખ્યા જાણી શકાય છે.



**આકૃતિ 5.2** પ્રકેરિત  $\alpha$ -કણોની સંખ્યા વિરુદ્ધ પ્રકેરિત કોણનો આલેખ

**રધરફર્ડની સમજૂતી (Rutherford's Explanation) :** રધરફર્ડે સૂચવ્યું કે મોટા ભાગના  $\alpha$ -કણો ખૂબ જ નાના કોણે પ્રકેરિત થતા હોવાથી, પરમાણુઓ મુખ્યત્વે પોલા (Hollow) હશે. ખૂબ જ થોડા Backward દિશામાં પ્રકેરિત થતા  $\alpha$ -કણો માટે તેણે બે મુદ્દા કહ્યા. પ્રથમ, ધાતુના વરખની જાડાઈ ખૂબ જ પાતળી હોવાથી,  $\alpha$ -કણોના એક કરતાં વધારે પ્રકીર્ણનની ઘટના દ્વારા  $\alpha$ -કણોનું Backward દિશામાં પ્રકીર્ણન થવાની શક્યતા લગભગ શૂન્ય હશે. બીજું, આ સંજોગોમાં એવું વિચારવું વ્યાજબી ઠરશે કે  $\alpha$ -કણ ખૂબ જ પ્રબળ અપાકર્ષી બળ અનુભવીને જ પાછા ફરી શકે. અને આ અપાકર્ષી બળ તો જ હોઈ શકે કે જો પરમાણુનું લગભગ બધું જ દળ અને સમગ્ર ધન વિદ્યુતભાર એ પરમાણુના કોઈ નાના કેન્દ્રવાળા ભાગમાં કેન્દ્રિત થયેલો હોય. તેણે આવા કેન્દ્રવાળા ભાગને ન્યુક્લિયસ (Nucleus) કહ્યું. આ કિસ્સામાં, પોતાની ગતિ ઊર્જાને અનુરૂપ, આપાત  $\alpha$ -કણો આ ધન વિદ્યુતભાર ધરાવતા કેન્દ્રવાળા ભાગને ભેદા વગર શક્ય તેટલા નજીક જઈ, અને ત્યાર બાદ ખૂબ જ મોટા કોણે ( $\sim 180^\circ$ ) પ્રકેરિત થતા હોવા જોઈએ.

$\alpha$ -કણ પરનો વિદ્યુતભાર  $+2e$  અને સોનાના ન્યુક્લિયસમાં કુલ ધનવિદ્યુતભાર  $Ze$  છે, કે જ્યાં  $Z (= 79)$  એ સોનાનો પરમાણુક્રમાંક અને  $e$  ઇલેક્ટ્રોનિક્સ વીજભાર છે. સોનાનું ન્યુક્લિયસ  $\alpha$ -કણ કરતાં લગભગ 50 ગણું ભારે હોવાથી, તે પ્રકીર્ણન પ્રક્રિયા દરમિયાન સ્થિર રહેશે. આ સંજોગોમાં, પ્રકેરિત  $\alpha$ -કણોનો ગતિપથ (Trajectory) ન્યૂટનના ગતિના બીજા નિયમ અને સ્થિતવિદ્યુત અંગેના કુલંબના નિયમાનુસાર  $\alpha$ -કણ અને સોનાના ન્યુક્લિયસ વચ્ચે લાગતા અપાકર્ષી બળની મદદથી શોધી શકાય છે. આ કુલંબિયન બળનું મૂલ્ય નીચે મુજબ આપી શકાય :



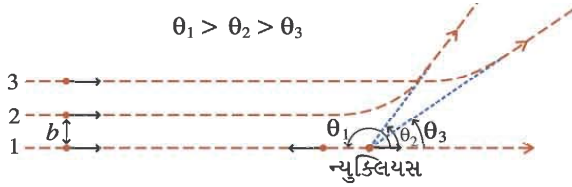
**આકૃતિ 5.1** ગાઈગર-માર્સનનો પ્રયોગ

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{(2e)(Ze)}{r^2} \quad (5.2.1)$$

વધારામાં રધરફર્ડ જુદા-જુદા કોણે ( $\theta$  એ) પ્રકીર્ણન પામતા  $\alpha$ -કણોની સંખ્યા માટેનું નીચે મુજબનું સૂત્ર મેળવ્યું.

$$\text{ફક્ત જાણકારી માટે છે : } N = N_0 n s \left( \frac{Ze^2}{mv^2} \right) \frac{1}{\sin^4\left(\frac{\theta}{2}\right)},$$

જ્યાં,  $N_0$  = આપાત  $\alpha$ -કણોની સંખ્યા  
 $N$  =  $\theta$ -કોણે પ્રકીર્ણન પામતા  $\alpha$ -કણોની સંખ્યા  
 $S$  = વરખની જાડાઈ  
 $n$  = વરખમાં એકમ કદ દીઠ પરમાણુઓની સંખ્યા  
 $v$  =  $\alpha$ -કણોની ઝડપ  
 $m$  =  $\alpha$ -કણનું દળ



આકૃતિ 5.3  $\alpha$ -કણનો ગતિપથ

રધરફર્ડે ઉપર્યુક્ત સૂત્રની મદદથી મેળવેલ પરિણામોને આકૃતિ 5.2માં સળંગ રેખા વડે દર્શાવ્યાં છે, જે પ્રાયોગિક પરિણામો (ડોટ્સ) સાથે બંધ બેસતા આવે છે. આ બળ એ ન્યુક્લિયસ અને  $\alpha$ -કણોને જોડતી રેખાની દિશામાં લાગે છે. અલબત્ત, જેમજેમ  $\alpha$ -કણ ન્યુક્લિયસની નજીક પહોંચશે તેમતેમ આ

બળનું મૂલ્ય અને તેની દિશા સતત બદલાયા કરે છે, જે આકૃતિ 5.3માં દર્શાવેલ છે.

દેખીતી રીતે જ  $\alpha$ -કણોનો ગતિમાર્ગ, ગતિના પ્રારંભમાં  $\alpha$ -કણના વેગનો સદિશ ન્યુક્લિયસથી કેટલા લંબઅંતરે છે તેના પર આધાર રાખે છે.

“ન્યુક્લિયસના કેન્દ્રથી  $\alpha$ -કણના પ્રારંભના વેગ સદિશના લંબઅંતરને **ઇમ્પેક્ટ પેરામીટર (Impact Parameter)** (b) કહે છે.”

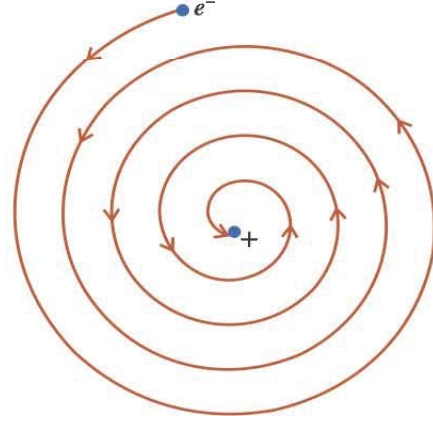
“ $b = 0$  (હેડ-ઓન સંઘાત)ના કિસ્સા માટે  $\alpha$ -કણના ન્યુક્લિયસના કેન્દ્રથી લઘુત્તમ અંતરને **ન્યૂનતમ અંતર (Distance of Closest Approach)** કહે છે.”

આકૃતિ 5.3 પરથી સ્પષ્ટ છે કે  $b$ ના મોટા મૂલ્ય માટે પ્રકીર્ણનકોણ ( $\theta$ )નું મૂલ્ય નાનું હશે. વક્ર-1 માટે, Impact Parameter શૂન્ય થશે અને તે હેડ-ઓન સંઘાત (Collision) અનુભવશે. તેથી આવા  $\alpha$ -કણો માટે પ્રકીર્ણનકોણનું મૂલ્ય મોટું મળશે. એવું માલૂમ પડ્યું કે સૌથી વધારે ગતિઊર્જા ધરાવતા  $\alpha$ -કણો પણ ન્યુક્લિયસથી લગભગ  $10^{-15}$  જેટલા અંતર સુધી જ નજીક જઈ શકે છે. જે ન્યુક્લિયસની ત્રિજ્યા આશરે  $10^{-15}$  m (1 fm, fermi =  $10^{-15}$  m) જેટલી છે તેમ સૂચવે છે. આમ, ન્યુક્લિયસનું કદ પરમાણુ (કે જે  $10^{-10}$  mના ક્રમનું હોય છે)ના કદ કરતાં લગભગ  $10^5$  ગણું નાનું છે.

કેપ્લરના ગ્રહોના મોડેલ અનુસાર, ગ્રહો હલકા હોવાને કારણે સૂર્યને ફરતે તેના પ્રબળ ગુરુત્વાકર્ષી બળને કારણે પરિભ્રમણ કરે છે. કેપ્લરના આ ગ્રહોના વાદને આધારે, રધરફર્ડે વધારામાં સૂચવ્યું કે હલકા ઇલેક્ટ્રોન્સ ન્યુક્લિયસની ફરતે વર્તુળાકાર માર્ગ પર ગતિ કરતા હશે.

**રધરફર્ડનું પરમાણુમોડેલ (Rutherford's Atomic Model) :** તેણે સૂચવ્યું કે પરમાણુના સૂક્ષ્મ કેન્દ્રવાળા ન્યુક્લિયસ ભાગમાં પરમાણુનું સમગ્ર દળ અને સમગ્ર ધનવિદ્યુતભાર કેન્દ્રિત થયેલો છે. ઋણવિદ્યુતભારિત ઇલેક્ટ્રોન્સ ન્યુક્લિયસને ફરતે વર્તુળાકાર કક્ષામાં પરિભ્રમણ કરે છે. આને રધરફર્ડનું **પરમાણુનું Planetary Model** અથવા **પરમાણુનું ન્યુક્લિયર મોડેલ** કહે છે.

**રધરફર્ડના પરમાણુમોડેલની ખામીઓ (Drawbacks of Rutherford's Atomic Model) :** પ્રચલિત યંત્રશાસ્ત્ર અનુસાર, પોતાની ગતિ-ઊર્જા અનુસાર, ઇલેક્ટ્રોન ન્યુક્લિયસને ફરતે શક્ય તેવી અનંત કક્ષાઓ પૈકી કોઈ પણ કક્ષામાં પરિભ્રમણ કરી શકે છે. બીજા શબ્દોમાં ઇલેક્ટ્રોનની કક્ષીય ત્રિજ્યા ઉપર કોઈ પણ પ્રકારની પાબંધી (Constraints) ના હોઈ શકે. વળી, વર્તુળાકાર કક્ષામાં ગતિ કરતા ઇલેક્ટ્રોનની ગતિ પ્રવેગિત ગતિ થશે. પણ પ્રવેગિત વિદ્યુતભાર વિદ્યુતચુંબકીય વિકિરણના સ્વરૂપમાં ઊર્જાનું ઉત્સર્જન કરે. હવે જો કક્ષામાં ગતિ કરતો ઇલેક્ટ્રોન સતત રીતે ઊર્જાનું ઉત્સર્જન કરે, તો તેની ઊર્જા અને તેથી તેની ત્રિજ્યા સતત રીતે ઘટતી જાય. તેથી આવી કક્ષા વર્તુળાકાર હોવાને બદલે **કમાન આકારની (Spiral)** હોય અને તે ન્યુક્લિયસમાં પરિણમતી હોવી જોઈએ, જે આકૃતિ 5.4માં દર્શાવેલ છે.



**આકૃતિ 5.4** પ્રચલિત યંત્રશાસ્ત્ર અનુસાર ઇલેક્ટ્રોનની કમાન-આકાર કક્ષા

આ સંજોગોમાં પરમાણુ-સ્થિરતા ધરાવી શકે નહીં. આમ, રધરફોર્ડનું પરમાણુમોડેલ પરમાણુની સ્થિરતા સમજાવવામાં નિષ્ફળ રહ્યું.

**ઉદાહરણ 2 :** ગાઈગર-માર્સનના પ્રયોગમાં 7.7 MeV ઊર્જા ધરાવતા  $\alpha$ -કણ ન્યુક્લિયસથી પાછા ફરતા પહેલા ક્ષણભર સ્થિર થાય તે માટેનો Distance of Closest Approach શોધો.

**ઉકેલ :** ધારો કે પોતાની ગતિની દિશા ઊલટાવતાં પહેલા ક્ષણભર સ્થિર થયેલ  $\alpha$ -કણનું ન્યુક્લિયસથી અંતર  $d$  છે. જ્યારે  $\alpha$ -કણ ક્ષણવાર માટે સ્થિર થશે, ત્યારે તેની ગતિ-ઊર્જા શૂન્ય હશે અને તેની બધી જ ઊર્જા સોનાના પરમાણુને સ્થિતિ-ઊર્જા તરીકે મળશે.

$$\therefore \quad d \text{ અંતરે} \quad \text{મોટા અંતરે}$$

$$\text{સ્થિતિ-ઊર્જા} \quad = \quad \alpha\text{-કણની ગતિ-ઊર્જા}$$

$$(7.7 \times 10^6 \text{ eV})$$

$$\therefore \quad \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{(2e)(Ze)}{d} = 7.7 \times 10^6 \times 1.6 \times 10^{-19} \text{ J}$$

$$\text{સોના માટે } Z = 79 \text{ અને } \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \times 10^9 \text{ MKS}$$

$$\therefore \quad d = \left( \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \right) \frac{2e^2 \times (79)}{(7.7 \times 1.6 \times 10^{-13})}$$

$$= \frac{2 \times (9 \times 10^9) \times (1.6 \times 10^{-19})^2 \times 79}{(12.32 \times 10^{-13})}$$

$$= 2.95 \times 10^{-14} \text{ m}$$

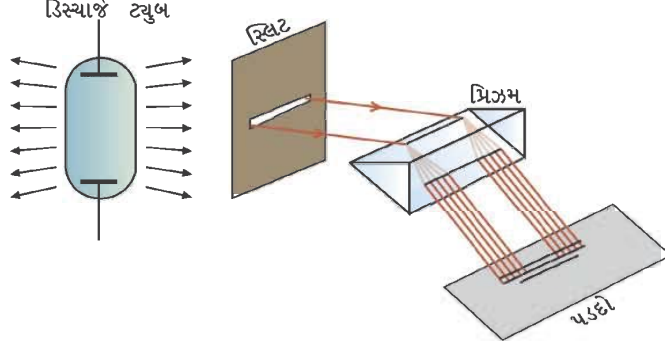
$$\therefore \quad d = 29.5 \text{ fm} \approx 30 \text{ fm}$$

**નોંધ :** સોનાના ન્યુક્લિયસની સાચી ત્રિજ્યા આશરે 6 fm જેટલી છે.



### 5.3 પરમાણુ-વર્ણપટ (Atomic Spectra)

આકૃતિ 5.5માં દર્શાવ્યા અનુસાર, નીચા દબાણે રહેલા પરમાણુક વાયુમાં ઇલેક્ટ્રિકલ ડિસ્ચાર્જ પસાર કરતાં, વાયુના પરમાણુઓ ઉત્તેજિત થઈ વિકિરણનું ઉત્સર્જન કરે છે. આ વિકિરણો, પરમાણુની લાક્ષણિકતાને આધારે અમુક ચોક્કસ તરંગલંબાઈઓના બનેલાં હોય છે.



19મી સદીના અંત સુધીમાં એ પ્રસ્થાપિત થઈ ચૂક્યું હતું કે, પરમાણુના વર્ણપટમાં મળતી રેખાઓના તેમની આવૃત્તિ કે તરંગલંબાઈ અનુસાર ચોક્કસ સમૂહ બનાવી શકાય છે. કોઈ પણ સમૂહમાં રહેલી વર્ણપટ રેખાઓની તરંગલંબાઈઓ એક જ સૂત્રના એક પદમાં રહેલ સંખ્યાના નિયમિત બદલાતાં જતાં મૂલ્યો લઈને મેળવી શકાય છે. એક સમૂહમાં પડતી વર્ણપટરેખાઓ એક વર્ણપટ-

**આકૃતિ 5.5 પરમાણુક વાયુમાં ઇલેક્ટ્રિકલ ડિસ્ચાર્જ થકી પરમાણુ-વર્ણપટો શ્રેણી (Spectral Series) રચે છે.**

આમ, પરમાણુ-વર્ણપટ કેટલીક શ્રેણીઓનો બનેલો હોય છે.

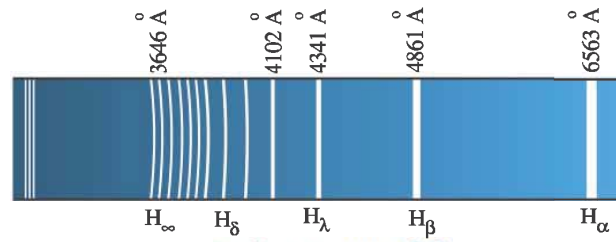
ઈ.સ. 1885માં સ્વીડનના જહોન જેકોબ બામર (Johann Jakob Balmer) નામના સ્કૂલશિક્ષકે દૃશ્ય વિભાગમાં પડતી આવી એક શ્રેણી હાઈડ્રોજન વર્ણપટમાં શોધી કાઢી, જેને **બામરશ્રેણી** કહે છે. (આકૃતિ 5.6). સૌથી મોટી તરંગલંબાઈ (6563 Å) વર્ણપટરેખાને  $H_{\alpha}$ , ત્યાર બાદની તરંગલંબાઈ (4861 Å) ધરાવતી રેખાને  $H_{\beta}$  રેખા, વગેરે કહેવામાં આવે છે. એવું જોવા મળે છે કે જેમ તરંગલંબાઈ ઘટે છે તેમ વર્ણપટરેખાઓ એકબીજાની નજીક આવેલી હોય છે અને તેમની તીવ્રતા ઘટતી જાય છે.

બામરે આ શ્રેણીને દર્શાવવા માટે નીચે મુજબનું પ્રાયોગિક સમીકરણ આપ્યું

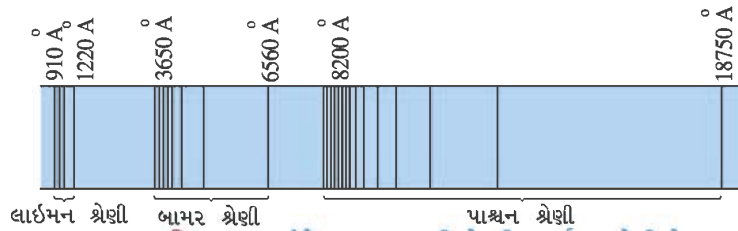
$$\frac{1}{\lambda} = R \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right), n = 3, 4, 5, \dots \quad (5.3.1)$$

અહીં,  $R$ ને રીડબર્ગ-અચળાંક કહે છે. તેનું પ્રાયોગિક મૂલ્ય  $1.09737 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$  છે. બામરશ્રેણીની  $H_{\alpha}$  રેખા સમીકરણ (5.3.1) માં  $n = 3$ નું મૂલ્ય મૂકી મેળવી શકાય છે. તે જ રીતે, પછીની ક્રમિક રેખાઓની તરંગલંબાઈ  $n = 4, 5, \dots$ , વગેરે પરથી અનુક્રમે મેળવી શકાય છે.

ત્યાર બાદ, આ સિવાયની પણ વર્ણપટ શ્રેણીઓ શોધવામાં આવી જે આકૃતિ 5.7માં દર્શાવેલ છે.



**આકૃતિ 5.6 બામર શ્રેણી**



**આકૃતિ 5.7 હાઈડ્રોજન પરમાણુની કેટલીક વર્ણપટ શ્રેણીઓ**

આ શ્રેણીઓનાં નામ તેમના શોધકના નામ પરથી નીચે મુજબ આપવામાં આવ્યાં છે :

**લાઈમન શ્રેણી (Lyman Series) (પારજાંબલી વિભાગમાં) :**

$$\frac{1}{\lambda} = R \left( \frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2} \right), n = 2, 3, \dots$$

**પાશ્ચન શ્રેણી (Paschan Series) (નજીક પારરક્ત વિભાગમાં) :**

$$\frac{1}{\lambda} = R \left( \frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2} \right), n = 4, 5, \dots$$

**બ્રેકેટ શ્રેણી (Brachett Series) (પારરક્ત વિભાગમાં) :**

$$\frac{1}{\lambda} = R \left( \frac{1}{4^2} - \frac{1}{n^2} \right), n = 5, 6, \dots$$

**ફંડ શ્રેણી (Pfund Series) (દૂર પારરક્ત વિભાગમાં) :**

$$\frac{1}{\lambda} = R \left( \frac{1}{5^2} - \frac{1}{n^2} \right), n = 6, 7, \dots$$

એ શક્ય છે કે ઉપર્યુક્ત બધી જ શ્રેણીઓને નીચે મુજબના એક જ સૂત્ર વડે આપી શકાય :

$$\frac{1}{\lambda} = R \left( \frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (5.3.2)$$

$m$  અને  $n$ ની યોગ્ય એવી જુદી-જુદી કિંમતો લઈને ઉપર્યુક્ત શ્રેણીઓની કોઈ પણ વર્ણપટરેખાની તરંગલંબાઈ સમીકરણ (5.3.2) વડે શોધી શકાય છે.

પાછળથી, એવું પણ શોધાયું કે ફક્ત થોડાંક જ તત્ત્વો (હાઈડ્રોજન,  $\text{He}^+$ ,  $\text{Li}^{++}$ , વગેરે જેવા) માટેના વર્ણપટરોને સમીકરણ (5.3.2) જેવા સરળ સમીકરણ વડે દર્શાવી શકાય છે. હાઈડ્રોજન પરમાણુ કરતાં વધારે જટિલ બંધારણ ધરાવતા પરમાણુઓ માટે મળતી આવી શ્રેણીઓને દર્શાવવા સમીકરણ (5.3.2) કરતાં ઘણું વધારે જટિલ સમીકરણ જોઈએ છે. એ નોંધવું રહ્યું કે, સમીકરણ (5.3.2) ચોક્કસ અસતત આવૃત્તિઓ કે તરંગલંબાઈના ઉત્સર્જન સાથે બંધબેસતું હોવા છતાં તે તેના પાછળનું કારણ સમજાવી શકતું નથી.

#### 5.4 બોહ્ર પરમાણુમોડેલ અને હાઈડ્રોજન વર્ણપટો (Bohr's Atomic Model and Hydrogen Spectra)

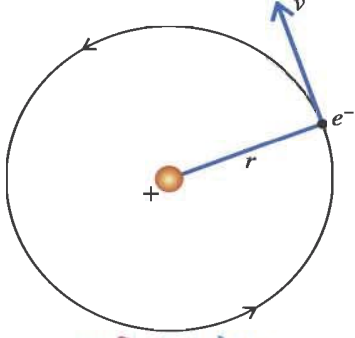
નીલ બોહ્રે (1913) રધરફર્ડના પરમાણુમોડેલમાં પ્લાન્ક અને ફોટો-ઇલેક્ટ્રિક અસર સમજાવવા આઈન્સ્ટાઈન દ્વારા નવા વિકસી રહેલા ક્વોન્ટમ અધિકર્તનો ઉપયોગ કરી કેટલાક સુધારા કર્યા. તેણે આ વાદને અધિકર્તોના સ્વરૂપમાં રજૂ કર્યો.

**અધિકર્ત-1 :** પ્રચલિત ભૌતિકવિજ્ઞાન અનુસાર શક્ય હોય તેવી અનંત સંખ્યાની બધી કક્ષાઓમાંથી ઇલેક્ટ્રોન માત્ર એવી કક્ષાઓમાં જ ભ્રમણ કરી શકે છે જેમાં તેનું કોણીય વેગમાન  $\frac{h}{2\pi}$  ના પૂર્ણગુણાંકમાં હોય. આવી કક્ષાઓમાં ઇલેક્ટ્રોન સ્થિત ભ્રમણ કરી શકે છે અને તેથી આ કક્ષાઓને **સ્થિર કક્ષાઓ (Stable અથવા Stationary Orbits)** કહે છે. ઇલેક્ટ્રોન પોતાની કોઈ પણ સ્થિર કક્ષામાંના ભ્રમણ દરમિયાન ઊર્જાનું ઉત્સર્જન કરતો નથી. અત્રે  $h$  એ પ્લાન્કનો અચળાંક છે. તેનું મૂલ્ય  $6.625 \times 10^{-34}$  Js છે.

**અધિકર્ત-2 :** ઇલેક્ટ્રોન વધારે ઊર્જા,  $E_i$  ધરાવતી એક કક્ષામાંથી સંક્રાંતિ કરીને ઓછી ઊર્જા,  $E_k$ વાળી બીજી કક્ષામાં જાય છે, ત્યારે તે  $E_i - E_k$  ઊર્જા ધરાવતા વિદ્યુતચુંબકીય વિકિરણનું ફોટોન સ્વરૂપમાં ઉત્સર્જન કરે છે કે જેની આવૃત્તિ  $f$ ,  $E_i - E_k = hf$  સમીકરણથી મળે છે. તે જ રીતે જ્યારે ઇલેક્ટ્રોન  $f$  આવૃત્તિવાળા ફોટોનનું શોષણ કરે, ત્યારે તે ઓછી ઊર્જા ધરાવતી કક્ષા ( $E_k$ )માંથી વધારે ઊર્જા ધરાવતી કક્ષા ( $E_i$ )માં સંક્રાંતિ કરે છે.

પરમાણુઓ

રધરફર્ડના પ્રચલિત મોડેલ અને બોહ્રના અધિતર્કોની મદદથી પરમાણુની ઊર્જા, તેમની સ્થિરતા અને વર્ણપટો નીચે મુજબ સમજાવી શકાય છે.



આકૃતિ 5.8 બોહ્રના  
પરમાણુમોડેલની રેખાકૃતિ

બોહ્રના પરમાણુમોડેલની રેખાકૃતિ આકૃતિ 5.8માં દર્શાવેલ છે.

ધારો કે ઇલેક્ટ્રોનનું દળ  $m$ , વિદ્યુતભાર  $e$  અને કક્ષાની ત્રિજ્યા  $r$  છે. તથા આ કક્ષામાં ધારો કે તેની રેખીય ઝડપ  $v$  છે. ન્યુક્લિયસમાં રહેલો વિદ્યુતભાર  $Ze$  છે, જ્યાં  $Z$  એ તત્વનો પરમાણુક્રમાંક છે.

અત્રે ઇલેક્ટ્રોનને પરિભ્રમણ કરવા જરૂરી એવું કેન્દ્રગામી બળ એ ઇલેક્ટ્રોન અને ન્યુક્લિયસ પરના ધનવિદ્યુતભાર વચ્ચે પ્રવર્તતા કુલંબિયન આકર્ષણબળ દ્વારા પૂરું પડે છે. આમ, કેન્દ્રગામી બળ,

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{r^2} \quad (5.4.1)$$

અહીં,  $\epsilon_0$  = શૂન્યાવકાશની પરમિટિવિટી છે.

બોહ્રના અધિતર્ક-1નો ઉપયોગ કરી, ઇલેક્ટ્રોનનું કોણીય વેગમાન નીચે મુજબ આપી શકાય છે.

$$l = mvr = n \frac{h}{2\pi} \quad (\because m \vec{v} \perp \vec{r}) \quad (5.4.2)$$

જ્યાં,  $n = 1, 2, 3, \dots$   $n$  ને મુખ્ય ક્વોન્ટમ-અંક (Principal Quantum Number) કહે છે. સમીકરણ (5.4.2) પરથી,

$$m^2 v^2 r^2 = \frac{n^2 h^2}{4\pi^2}$$

$$\therefore v^2 = \frac{1}{m^2 r^2} \frac{n^2 h^2}{4\pi^2} \quad (5.4.3)$$

સમીકરણ (5.4.3)માંથી  $v^2$  ની કિંમત સમીકરણ (5.4.1)માં મૂકતાં,

$$\frac{m}{r} \left( \frac{1}{m^2 r^2} \frac{n^2 h^2}{4\pi^2} \right) = \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

$r$  માટે લખતાં,

$$r = n^2 \left( \frac{h^2 \epsilon_0}{\pi Z e^2 m} \right) \quad (5.4.4)$$

$$\text{આમ, આપેલ પરમાણુ માટે, } r \propto n^2 \quad (5.4.5)$$

હવે, પરિભ્રમણ કરતા ઇલેક્ટ્રોનની કુલ ઊર્જા,

$E_n$  = ગતિઊર્જા + સ્થિતિઊર્જા

$$= \frac{1}{2} mv^2 + \left( -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{r} \right)$$

પણ, સમીકરણ (5.4.1) અને (5.4.3) પરથી,

$$\frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{8\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{r}$$



$$\therefore E_n = \frac{1}{8\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{r} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{r}$$

$$E_n = -\frac{1}{8\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{r} \quad (5.4.6)$$

સમીકરણ (5.4.4)માંથી  $r$ ની કિંમત મૂકતાં,

$$E_n = -\frac{Ze^2}{8\pi\epsilon_0} \times \left( \frac{1}{\frac{n^2 h^2 \epsilon_0}{\pi Z m e^2}} \right)$$

$$\therefore E_n = -\frac{Z^2 m e^4}{8\epsilon_0^2 h^2} \times \frac{1}{n^2} \quad (5.4.7)$$

સમીકરણ (5.4.7)  $Z$  પરમાણુક્રમાંક ધરાવતા પરમાણુની  $n$ મી કક્ષામાં પરિભ્રમણ કરતા ઇલેક્ટ્રોનની કુલ ઊર્જા આપે છે.

હાઈડ્રોજન પરમાણુ માટે  $Z = 1$  હોવાથી,

$$E_n = -\frac{m e^4}{8\epsilon_0^2 h^2} \times \frac{1}{n^2} \quad (5.4.8)$$

$m$ ,  $e$ ,  $\epsilon_0$  અને  $h$ ની કિંમતો મૂકતાં,

$$E_n = -\frac{21.76 \times 10^{-19}}{n^2} = -\frac{13.6}{n^2} \text{ eV} \quad (5.4.9)$$

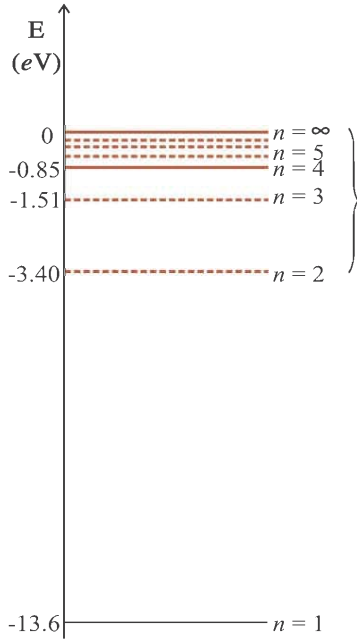
$$\text{અથવા } E_n \propto \frac{1}{n^2} \quad (5.4.10)$$

સમીકરણ (5.4.9) અને (5.4.10)માં આવતું ઋણ ચિહ્ન નીચે મુજબ સમજી શકાય. આપણે ન્યુક્લિયસથી અનંત અંતરે ઇલેક્ટ્રોનની ઊર્જા શૂન્ય લીધી છે. એટલે કે જ્યારે ઇલેક્ટ્રોનને અનંત અંતરેથી લાવવામાં આવે ત્યારે કુલંભિયન આકર્ષણબળની અસર હેઠળ તંત્ર દ્વારા ઇલેક્ટ્રોન પર કાર્ય થશે અને તેને અનુરૂપ ઊર્જા ઇલેક્ટ્રોનમાં તેની સ્થિતિ-ઊર્જા સ્વરૂપે સંગ્રહિત થશે. આ જ ઇલેક્ટ્રોનની જે તે ચોક્કસ કક્ષામાંની **બંધન-ઊર્જા (Binding Energy)** થશે. તેનાથી વિરુદ્ધ, જો  $n$ -કક્ષાના ઇલેક્ટ્રોનને લઘુત્તમ  $E_n$  જેટલી ઊર્જા આપવામાં આવે તો તે મુક્ત થઈ જશે.

## 5.5 ઊર્જાસ્તરો અને હાઈડ્રોજન વર્ણપટો (Energy Levels and Hydrogen Spectra)

સમીકરણ (5.4.9)માં  $n$ -ની જુદી-જુદી કિંમતો પસંદ કરી આપણે જુદા-જુદા મુખ્ય ક્વોન્ટમ-અંક  $n$  ધરાવતી કક્ષામાં રહેલા ઇલેક્ટ્રોનની ઊર્જા શોધી શકીએ. આ ઊર્જાસ્તરોને ઊભી અક્ષ પર આડી રેખાઓ વડે આકૃતિ 5.9માં દર્શાવેલ છે.

પરમાણુઓ



આકૃતિ 5.9 હાઇડ્રોજન પરમાણુનાં ઊર્જાસ્તરો  
(મૂલ્યો માત્ર જાણકારી માટે છે)

$n = 1$  ધરાવતી કક્ષામાંના ઇલેક્ટ્રોનની ઊર્જા લઘુત્તમ થશે અને તે તેની ધરાસ્થિતિ (Ground State)માં છે તેમ કહેવાય. પછી  $n = 2, 3, 4, \dots$ ને અનુરૂપ ક્રમિક આવતાં ઊર્જાસ્તરોને અનુક્રમે પ્રથમ ઉત્તેજિત અવસ્થા, દ્વિતીય ઉત્તેજિત કક્ષા વગેરે કહેવાય.

ધારો કે ઇલેક્ટ્રોન  $n = n_i$  ક્વોન્ટમ-અંક ધરાવતી  $E_i$  ઊર્જાકક્ષામાંથી  $n = n_k$  ક્વોન્ટમ-અંક ધરાવતી  $E_k$  ઊર્જાકક્ષામાં સંક્રાંતિ કરે છે. હવે જો  $E_i > E_k$  હશે તો બોહ્રના અધિતર્ક-2 પ્રમાણે

$$E_i - E_k = hf_{ik} \quad (5.5.1)$$

જ્યાં,  $f_{ik}$  એ ઇલેક્ટ્રોનની  $n = n_i$  માંથી  $n = n_k$  કક્ષામાં થતી સંક્રાંતિને કારણે ઉત્સર્જિત વિકિરણની આવૃત્તિ છે. સમીકરણ (5.4.8)નો ઉપયોગ કરતાં,

$$E_i - E_k = hf_{ik} = \frac{me^4}{8\epsilon_0^2 h^2} \left( -\frac{1}{n_i^2} + \frac{1}{n_k^2} \right)$$

$$\therefore f_{ik} = \frac{me^4}{8\epsilon_0^2 h^3} \left( \frac{1}{n_k^2} - \frac{1}{n_i^2} \right)$$

પણ સમીકરણ  $c = f\lambda$  પરથી, તરંગ-સંખ્યા (wavenumber),

$$\frac{1}{\lambda_{ik}} = \frac{f_{ik}}{c} = \frac{me^4}{8\epsilon_0^2 ch^3} \left( \frac{1}{n_k^2} - \frac{1}{n_i^2} \right) \quad (5.5.2)$$

$m, e, c, h$  અને  $\epsilon_0$ ની જ્ઞાત કિંમતો મૂકી, સમીકરણ (5.5.2)માં આવતા અચળાંકનું મૂલ્ય શોધી શકાશે. તેને રીડબર્ગ-અચળાંક કહે છે,

$$R = \frac{me^4}{8\epsilon_0^2 ch^3} = 10973700 \text{ m}^{-1} \quad (5.5.3)$$

આને  $R_\infty$  વડે પણ દર્શાવવામાં આવે છે.  $R$ ની આ કિંમત પ્રાયોગિક મૂલ્ય સાથે બંધબેસતી આવે છે.

**ફક્ત જાણકારી માટે :** સમીકરણ (5.4.8)ની તારવણી માટે આપણે ન્યુક્લિયસ ખૂબ જ ભારે (સૈદ્ધાંતિક રીતે અનંત દળ ધરાવતું) છે તેમ ધાર્યું હતું. પરંતુ ન્યુક્લિયસના પરિમિત દળને કારણે જુદા-જુદા પરમાણુ માટે રીડબર્ગ-અચળાંકના મૂલ્યમાં થોડોક ફેરફાર મળે છે. આ સંજોગોમાં રીડબર્ગ-અચળાંક નીચે મુજબ વ્યાખ્યાયિત કરવામાં આવે છે.

$$R = \frac{\mu e^4}{8\epsilon_0^2 ch^3}, \text{ જ્યાં } \mu = \frac{mM}{(m+M)} \text{ ને ઇલેક્ટ્રોનનું reduced mass કહે છે. } M \text{ એ જે-તે ન્યુક્લિયસનું}$$

દળ છે. દા.ત., સૌથી હલકા હાઇડ્રોજન પરમાણુ માટે,

$$R_H = 1096770 \text{ m}^{-1} \text{ થશે. તે અલબત્ત સમીકરણ (5.5.3)માં દર્શાવેલ મૂલ્ય કરતાં ફક્ત 0.055\% નાનું છે.}$$

રીડબર્ગ-અચળાંકનું વ્યાપક સ્વરૂપ નીચે મુજબ આપી શકાય.

$$R_{atom} = \frac{R_\infty}{\left( 1 + \frac{m}{M_{atom}} \right)} \quad (5.5.4)$$

જ્યાં  $m$  એ ઇલેક્ટ્રોનનું દળ અને  $M$  એ જે તે પરમાણુના ન્યુક્લિયસનું દળ છે.

હવે, સમીકરણ (5.5.2) અને (5.5.3) પરથી,

$$\frac{1}{\lambda_{ik}} = R \left( \frac{1}{n_k^2} - \frac{1}{n_i^2} \right) \quad (5.5.5)$$

સમીકરણ (5.5.4)માં જો  $n_k \rightarrow m$  અને  $n_i \rightarrow n$  લેતાં તે સમીકરણ (5.3.2) રજૂ કરે છે. આમ, વિભાગ 5.3માં વર્ણવ્યા મુજબ  $n_k$  અને  $n_i$ ની જુદી-જુદી યોગ્ય કિંમતો લઈને જુદી-જુદી વર્ણપટરેખાઓની તરંગલંબાઈ સમીકરણ (5.5.4) પરથી શોધી શકાય (જુઓ આકૃતિ 5.10).

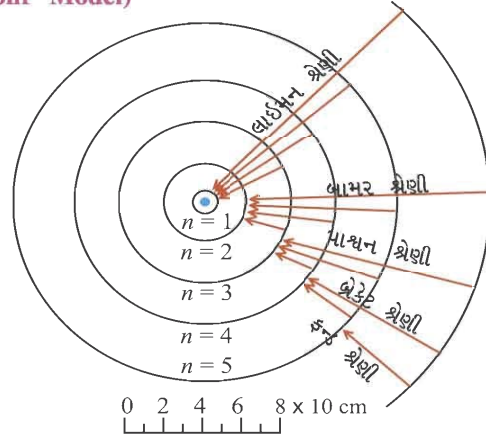
#### બોહર મોડેલની સફળતાઓ (Successes of the Bohr Model)

(1) હાઈડ્રોજન જેવા પરમાણુઓની સ્થિરતા અને ઊર્જા ગણી શકાય છે.

(2) હાઈડ્રોજનિક (દા.ત.,  $\text{He}^+$ ,  $\text{Li}^{+2}$ ,  $\text{Be}^{+3}$  વગેરે) માટે પરમાણુ વર્ણપટો સમજાવી શકાય છે.

(3) પાછળથી વિલ્સન અને સોમરફિલ્ડે (Wilson and Sommerfield) ગાણિતીય રીતે દર્શાવ્યું કે પ્લાન્કનો ઊર્જા ક્વોન્ટમીકરણનો સિદ્ધાંત અને બોહરનો કોણીય વેગમાનના ક્વોન્ટમીકરણનો સિદ્ધાંત એ કોઈ વ્યાપક ક્વોન્ટમીકરણના નિયમના કિસ્સા હશે. આ સાબિતી એ બોહરે આપેલ *ad hoc* અધિકર્તની ગાણિતીય અને સૈદ્ધાંતિક પુષ્ટિ કરે છે.

(4) જુદા-જુદા સમસ્થાનિકોના ન્યુક્લિયર દળમાં ફેરફાર હોવાને કારણે તેમને અનુરૂપ રીડબર્ગ-અચળાંક (R) પણ જુદા-જુદા હશે. આ હકીકતને આધારે, સમીકરણ (5.5.2) પરથી, યુરે, બ્રિકવેડે અને મરફી (Urey, Brickw-edde and Murphy) એ ભારે હાઈડ્રોજન (Heavy Hydrogen) અથવા ડ્યુટેરિયમ (Deuterium)ની શોધ કરી.



આકૃતિ 5.10 હાઈડ્રોજન વર્ણપટોની રેખાકૃતિ

**ફક્ત જાણકારી માટે :** આંતરગ્રહીય (Interstellar) અવકાશ અને પ્લાઝ્મા અવસ્થા (કે જેને લગભગ સમાન સંખ્યાનાં ધન આયનો અને ઇલેક્ટ્રોનોનું બનેલું વિચારી શકાય)માં તેમની ion coreથી દૂર એવી (ખૂબ મોટી  $n$ ની કિંમતવાળી) કક્ષામાં રહેલા ઇલેક્ટ્રોન ધરાવતાં પરમાણુઓ પણ હોય છે. આવા પરમાણુઓને રીડબર્ગ-પરમાણુઓ (Rydberg Atoms) અને આવા એકબીજાથી ખૂબ જ નજીક આવેલા ઊર્જાસ્તરોને રીડબર્ગ સ્તરો (Rydberg States) કહે છે. આવા પરમાણુમાં મુખ્ય ક્વોન્ટમ-અંક ( $n$ )ની કિંમત ખૂબ જ મોટી હોવાને કારણે સૌથી બાહ્ય કક્ષાનો ઇલેક્ટ્રોન ( $Z$  સંખ્યાના પ્રોટોન અને બિંદુવત્ ભારે ન્યુક્લિયસને કારણે) લગભગ હાઈડ્રોજન પરમાણુ જેવું જ કુલંબિયન સ્થિતિમાન અનુભવે છે. આવા પરમાણુઓ પણ બોહર જેવા મોડેલ વડે વર્ણવી શકાય છે, અને તેમની ઊર્જા સમીકરણ (5.4.8) જેવા જ સમીકરણ વડે આપી શકાય છે. વધારે જટિલ ગણતરીઓ સૂચવે છે કે આવા પરમાણુની ઊર્જા,  $E_n \propto \frac{1}{(n-\Delta)^2}$  સૂત્ર વડે આપી શકાય. જ્યાં  $\Delta$ ને **ક્વોન્ટમ-ક્ષતિ (Quantum Defect)** કહે છે.

#### બોહર મોડેલની મર્યાદાઓ (Limitations of Bohr Model)

(1) વ્યસ્ત વર્ગના નિયમને પાળતાં બળો માટે સામાન્ય રીતે કક્ષા લંબવૃત્તીય હોય છે, તેથી બોહરે ધારેલ કક્ષા જરૂરી નથી કે વર્તુળાકાર જ હોય. અલબત્ત, સોમરફિલ્ડે પાછળથી દર્શાવ્યું કે વર્તુળાકાર કક્ષાએ વધુ વ્યાપક લંબવૃત્તીય કક્ષાનો એક ખાસ કિસ્સો જ છે.

(2) બોહર મોડેલમાં જુદી-જુદી કક્ષામાં ઊર્જાની ગણતરી પ્રચલિત યંત્રશાસ્ત્રનો ઉપયોગ કરીને મેળવેલ છે, જ્યારે ઇલેક્ટ્રોનના કોણીય વેગમાનને ક્વોન્ટાઈઝ્ડ (અસતત) ધારવામાં આવે છે. આમ, તે પ્રચલિત યંત્રશાસ્ત્ર અને ક્વોન્ટમ યંત્રશાસ્ત્રનું અયોગ્ય સંયોજન છે.

(3) વળી, આ મોડેલ વર્ણપટરેખાઓની સાપેક્ષ તીવ્રતા પણ સમજાવી શકતું નથી.

પરમાણુઓ

(4) હાઈડ્રોજન વર્ણપટની રેખાઓને જ્યારે વધારે વિભેદનશક્તિ ધરાવતા સ્પેક્ટ્રોમીટર વડે જોવામાં આવે, તો તે એક કરતા વધારે રેખાઓની બનેલી જણાય છે. વર્ણપટરેખાઓનું આ સૂક્ષ્મ બંધારણ (Fine Structure) પણ બોહ્ર મોડેલ સમજાવી શકતું નથી.

(5) પરમાણુમાં ઇલેક્ટ્રોનની ગોઠવણ સમજાવવામાં પણ બોહ્ર મોડેલ નિષ્ફળ નીવડ્યું.

**ઉદાહરણ 2 :** હાઈડ્રોજન અને આયનોઈઝડ હિલિયમ માટે રીડબર્ગ-અચળાંકનાં મૂલ્યો, અનુક્રમે  $109677.7 \text{ cm}^{-1}$  અને  $109722.4 \text{ cm}^{-1}$  છે. તો ઇલેક્ટ્રોન માટે  $\frac{e}{m}$  ગુણોત્તર શોધો. હાઈડ્રોજન આયનનો (specific charge)  $96490 \text{ C}$  લો.

**ઉકેલ :** ન્યુક્લિયસના પરિમિત દળને કારણે જુદા-જુદા પરમાણુઓ માટે રીડબર્ગ-અચળાંકનું મૂલ્ય જુદું-જુદું હોય છે. તે નીચેના સૂત્ર વડે આપી શકાય,

$$R_{atom} = \frac{R_{\infty}}{\left(1 + \frac{m}{M_{atom}}\right)} \quad (1)$$

જ્યાં,  $R_{\infty} = 109737 \text{ cm}^{-1}$  = અનંત દળ ધરાવતા ન્યુક્લિયસ માટે રીડબર્ગ-અચળાંક

$m$  = ઇલેક્ટ્રોનનું દળ

$M_{atom}$  = જે-તે પરમાણુના ન્યુક્લિયસનું દળ

$$\text{H પરમાણુ માટે, H - atom, } R_H = \frac{R_{\infty}}{\left(1 + \frac{m}{M_H}\right)} \quad (2)$$

$$\text{અને આયનોઈઝડ હિલિયમ માટે, } R_{He} = \frac{R_{\infty}}{\left(1 + \frac{m}{M_{He}}\right)} \quad (3)$$

વળી,  $M_{He} \approx 4.M_H$  હોવાથી, સમીકરણ (2) અને (3)નો ગુણોત્તર લેતાં,

$$\frac{R_H}{R_{He}} = \frac{\left(1 + \frac{m}{4M_H}\right)}{\left(1 + \frac{m}{M_H}\right)}$$

$$\therefore R_H \times \left(1 + \frac{m}{M_H}\right) = R_{He} \times \left(1 + \frac{m}{4M_H}\right)$$

$$\therefore \frac{m}{M_H} (R_H - \frac{1}{4} R_{He}) = R_{He} - R_H$$

$$\therefore \frac{m}{M_H} = \frac{R_{He} - R_H}{\left(R_H - \frac{1}{4} R_{He}\right)} = \frac{(109722.40 - 109677.70)}{(109677.70 - 0.25 \times 109722.40)}$$

$$\frac{m}{M_H} = 5.435 \times 10^{-4}$$

$$\text{હવે, } \frac{e}{m} = \frac{\left(\frac{e}{M_H}\right)}{\left(\frac{m}{M_H}\right)} = \frac{96490}{(5.435 \times 10^{-4})}$$

$$= 1.7753 \times 10^8 \text{ C/gm} = 1.7753 \times 10^{11} \text{ C/kg}$$

**ઉદાહરણ 4 :** હાઈડ્રોજન પરમાણુ માટે દર્શાવો કે  $n$  મુખ્ય ક્વોન્ટમ-અંક ધરાવતી કક્ષામાંના ઇલેક્ટ્રોનની આવૃત્તિ  $f = \frac{me^4}{4\epsilon_0^2 h^3 n^3}$  વડે આપી શકાય છે. વળી, સાબિત કરો કે ખૂબ મોટા  $n$  મુખ્ય ક્વોન્ટમ-અંક ધરાવતી કક્ષામાં જ્યારે ઇલેક્ટ્રોન  $(n + 1)$  મુખ્ય ક્વોન્ટમ-અંકવાળી કક્ષામાંથી સંક્રાંતિ કરે, ત્યારે ઉત્સર્જિત વિકિરણની આવૃત્તિ સમાન રહે છે.  $R = \frac{me^4}{8\epsilon_0^2 ch^3}$  લો.

**માત્ર જણકારી માટે :** બોહ્રના કોરસ્પોન્ડન્સ સિદ્ધાંત (Correspondence Principle) અનુસાર, ખૂબ મોટા ક્વોન્ટમ-અંક  $n$  માટે, પરમાણુ જ્યારે  $\Delta n = \pm 1$  જેટલા ક્વોન્ટમ-અંકના ફેરફાર માટે સંક્રાંતિ કરે, ત્યારે પ્રચલિત ભૌતિકશાસ્ત્ર અનુસાર કક્ષીય ગતિ માટેની આવૃત્તિ અને ઉત્સર્જિત ફોટોન (ક્વોન્ટમવાદ)ની આવૃત્તિ સમાન હોય છે.

**ઉકેલ :** બોહ્રના અધિતર્ક અનુસાર ઇલેક્ટ્રોનનું કોણીય વેગમાન ક્વોન્ટાઇઝ્ડ હોય છે.

$$\text{અર્થાત્, } mvr = n \frac{h}{2\pi}$$

$$\text{સમીકરણ } v = r\omega \text{ પરથી,}$$

$$\omega = \frac{nh}{2\pi mr^2} \quad (1)$$

પણ કક્ષીય ગતિ કરતા ઇલેક્ટ્રોનની ત્રિજ્યા,

$$r = \frac{n^2 h^2 \epsilon_0}{\pi m e^2} \quad (2)$$

સમીકરણ (2)ની કિંમત (1)માં મૂકતાં,

$$\omega = \frac{\pi m e^4}{2\epsilon_0^2 h^3 n^3} \text{ અથવા } f = \frac{me^4}{4\epsilon_0^2 h^3 n^3} \quad (3)$$

હવે, જ્યારે ઇલેક્ટ્રોન  $(n + 1) \rightarrow n$ માં સંક્રાંતિ કરે તેને અનુરૂપ તરંગસંખ્યા,

$$\begin{aligned} \frac{1}{\lambda} &= R \left[ \frac{1}{n^2} - \frac{1}{(n+1)^2} \right] \\ &= R \left[ \frac{1}{n^2} - \frac{1}{n^2 \left(1 + \frac{1}{n}\right)^2} \right] = R \left[ \frac{1}{n^2} - \frac{1}{n^2} \times \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{-2} \right] \end{aligned}$$

પણ  $n$  મોટો હોવાથી,  $\frac{1}{n} \ll 1$  થશે અને દ્વિપદી વિસ્તરણનાં પ્રથમ બે પદો રાખતાં,  
પરમાણુઓ

$$\frac{1}{\lambda} = R \left[ \frac{1}{n^2} - \frac{1}{n^2} \times \left( 1 - 2\frac{1}{n} \right) \right] = R \left[ \frac{1}{n^2} - \frac{1}{n^2} + \frac{2}{n^3} \right]$$

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{2R}{n^3} = \frac{2me^4}{8\epsilon_0^2 ch^3} \times \frac{1}{n^3}$$

આને અનુરૂપ આવૃત્તિ,

$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{me^4}{4\epsilon_0^2 n^3 h^3} \text{ જે સમીકરણ (3) જ છે.}$$

**ઉદાહરણ 4 :** હાઈડ્રોજન પરમાણુમાં  $n$ મી કક્ષામાં પરિભ્રમણ કરતા ઇલેક્ટ્રોનનો કોણીય વેગ  $\omega = \frac{\pi me^4}{2\epsilon_0^2 n^3 h^3}$

વડે આપી શકાય. હવે, જો ઇલેક્ટ્રોનનો આ કક્ષામાં આવર્તકાળ ભૂસ્થિર (Geo-stationary) ઉપગ્રહ જેટલો જોઈતો હોય, તો  $n$ ની કિંમત શોધો.  $m = 9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}$ ,  $e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$ ,  $\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{ SI}$ ,  $h = 6.625 \times 10^{-34} \text{ Js}$ . હો.

$$\text{ઉકેલ : } \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{\pi me^4}{2\epsilon_0^2 n^3 h^3}$$

$$\therefore n^3 = \frac{me^4 \cdot T}{4\epsilon_0^2 h^3}, \text{ જ્યાં, } T = 24 \times 3600 \text{ s}$$

$$\begin{aligned} \therefore n^3 &= \left[ \frac{9.1 \times 10^{-31} \times (1.6 \times 10^{-19})^4 \times (24 \times 3600)}{4 \times (8.85 \times 10^{-12})^2 \times (6.625 \times 10^{-34})^3} \right]^{\frac{1}{3}} \\ &= \left[ \frac{(5152702.46 \times 10^{-107})}{(91097.022 \times 10^{-126})} \right]^{\frac{1}{3}} = (565.63 \times 10^{18})^{\frac{1}{3}} \end{aligned}$$

$$n = 8.27 \times 10^6$$

**ઉદાહરણ 5 :**  $\text{Be}^{+3}$  માંના કક્ષીય ઇલેક્ટ્રોનની ત્રિજ્યા, ધરાસ્થિતિમાં રહેલા હાઈડ્રોજન પરમાણુમાંના ઇલેક્ટ્રોનની કક્ષીય ત્રિજ્યા જેટલી થાય તે માટે તે માટેના મુખ્ય ક્વોન્ટમ-અંકનું મૂલ્ય ગણો. વળી, બંનેની ઊર્જાની સરખામણી કરો.

$$\text{ઉકેલ : Be માટે } Z = 4 \text{ અને H માટે } Z = 1$$

વળી,

$$r_n = \frac{h^2 \epsilon_0}{\pi e^2 m} \frac{n^2}{Z}$$

$$\therefore r_n \propto \frac{n^2}{Z} \quad (1)$$

ધરાસ્થિતિમાં રહેલ હાઈડ્રોજન પરમાણુ માટે,



$$r_H \propto \frac{1^2}{1} = 1$$

ધારો કે  $n = n$  મુખ્ય ક્વોન્ટમ-અંક માટે  $\text{Be}^{+3}$ માંના ઇલેક્ટ્રોનની કક્ષીય ત્રિજ્યા  $r_H$  જેટલી થાય છે.

$$\text{અર્થાત્, } r_{\text{Be}^{+3}} \propto \frac{n^2}{4} = 1$$

$$\therefore n^2 = 4 \Rightarrow n = 2$$

આમ,  $n = 2$  કક્ષાની ત્રિજ્યા ધરાવેલમાં રહેલા H પરમાણુના ઇલેક્ટ્રોનની કક્ષીય ત્રિજ્યા જેટલી હશે.

$$E_n = -\frac{Z^2 m e^4}{8 \epsilon_0^2 n^2 h^2} \quad \text{સૂત્ર પરથી,}$$

$$E_n \propto \frac{Z^2}{n^2}$$

$$\therefore \frac{E_{\text{Be}^{+3}}}{E_H} = \frac{\left(\frac{4^2}{2^2}\right)}{\left(\frac{1^2}{1^2}\right)} = 4$$

$$\text{એટલે કે, } E_{\text{Be}^{+3}} = 4 \times E_H$$

**ઉદાહરણ 6 :** હાઈડ્રોજન અને ટ્રીટિયમ (કે જેનું ન્યુક્લિયસ હાઈડ્રોજનના ન્યુક્લિયસ કરતાં લગભગ ત્રણ ગણું ભારે છે)ના મિશ્રણને ઉત્તેજિત કરી તેના વર્ણપટનો અભ્યાસ કરવામાં આવે છે. બામરશ્રેણીની  $H_\alpha$  રેખાની તરંગલંબાઈમાં જોવા મળતો ફેરફાર શોધો.  $R_\infty = 10973700 \text{ m}^{-1}$ , પ્રોટોનનું દળ,  $M_H = 1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}$  ઇલેક્ટ્રોનનું દળ,  $m = 9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}$ .

**ઉકેલ :** ટ્રીટિયમ એ હાઈડ્રોજનનો સમસ્થાનિક છે કે જેના ન્યુક્લિયસમાં એક પ્રોટોન અને બે ન્યુટ્રોન આવેલા હોય છે.

બામરશ્રેણીની  $H_\alpha$  રેખા ( $n = 3 \rightarrow n = 2$ ) માટે તરંગસંખ્યા,

$$\frac{1}{\lambda_H} = R_H \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} \right) = \frac{5}{36} R_H \quad (1)$$

$$\frac{1}{\lambda_T} = R_T \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} \right) = \frac{5}{36} R_T \quad (2)$$

અહીં,  $R_H$  અને  $R_T$  અનુક્રમે હાઈડ્રોજન અને ટ્રીટિયમ માટે રીડબર્ગ-અચળાંક છે. સમીકરણ (1) અને (2) વચ્ચે તેમની તરંગલંબાઈનો ફેરફાર,

$$\begin{aligned} \lambda_H - \lambda_T &= \frac{36}{5} \cdot \left( \frac{1}{R_H} - \frac{1}{R_T} \right) \\ &= \frac{36}{5} \left\{ \frac{\left(1 + \frac{m}{M_H}\right)}{R_\infty} - \frac{\left(1 + \frac{m}{M_T}\right)}{R_\infty} \right\} \quad (\text{સમીકરણ (5.5.4) પરથી}) \end{aligned}$$

જ્યાં,  $M_T =$  ટ્રીટિયમના ન્યુક્લિયસનું દળ

$\approx 3$  હાઈડ્રોજનના ન્યુક્લિયસનું દળ  $M_H$

$$\begin{aligned}\therefore \lambda_H - \lambda_T &= \frac{36}{5} \frac{m}{R_\infty} \left( \frac{1}{M_H} - \frac{1}{3M_H} \right) = \frac{36}{5} \times \frac{m}{R_\infty} \times \frac{2}{3M_H} \\ &= \frac{72 \times 9.1 \times 10^{-31}}{15 \times 10973700 \times 1.67 \times 10^{-27}} \\ &= 2.38 \times 10^{-10} \text{ m} = 2.38 \text{ \AA}\end{aligned}$$

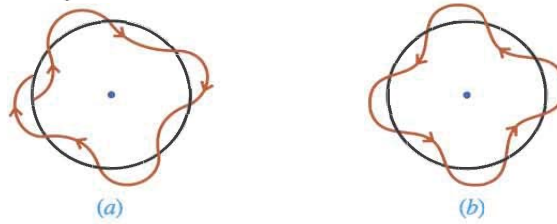
### 5.6 ઊર્જા અને વેગમાનોનું ક્વોન્ટીકરણ (Quantization of Energy and Momenta)

આપણે જોયું કે હાઈડ્રોજન જેવા પરમાણુઓના વર્ણપટોને એક સામાન્ય સૂત્ર  $\frac{1}{\lambda} = R \left( \frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right)$  વડે

રજૂ કરી શકાય છે. આ વર્ણપટ શ્રેણીમાં આવતા પૂર્ણાંકો અથવા ઉત્સર્જિત અને શોષાતી તરંગલંબાઈઓની અસતતતા પરમાણુની અંદર જ કંઈક અસતત હોવાનું સૂચવે છે. તો સ્વાભાવિક રીતે જ એવો સવાલ થાય કે શું પરમાણુમાં જોવા મળતી અસતતતાને કાળા પદાર્થ માટેના ક્વોન્ટમવાદ દ્વારા સમજાવી શકાય?

પ્લાન્કે પરમાણુક દોલકની ઊર્જાને Quantized કરી વિકિરણ માટે ક્વોન્ટમવાદ આપ્યો, જ્યારે બોહ્રે, બીજી બાજુ કક્ષામાં ગતિ કરતા ઇલેક્ટ્રોનના કોણીય વેગમાનોનું ક્વોન્ટીકરણ સૂચવ્યું. પરમાણુની સ્થિરતા માટે પરમાણુમાંનો ઇલેક્ટ્રોન એવી જ કક્ષા (સ્થિતિ કક્ષા)માં પરિભ્રમણ કરી શકે કે જે ઊર્જાનું ઉત્સર્જન ના કરતી હોય. વળી, આપણે એ પણ જાણીએ છીએ કે અનુકૂળ સંજોગોમાં ઇલેક્ટ્રોન તરંગસ્વરૂપ પણ ધારણ કરે છે કે જેની ડી-બ્રોગ્લી તરંગલંબાઈ,  $\lambda = \frac{h}{mv}$  સૂત્ર વડે આપી શકાય. અહીં,  $h$  એ પ્લાન્કનો અચળાંક અને  $p = mv$  તેનું રેખીય વેગમાન દર્શાવે છે.

પ્લાન્કના ક્વોન્ટમવાદ અને વિકિરણ અને દ્રવ્યના દ્વિતવાદને આધારે, આપણે પરમાણુમાં કેમ અને કેવી રીતે ભૌતિક રાશિઓ (જેવી કે ઊર્જા અને વેગમાનો)નું ક્વોન્ટીકરણ થાય છે તે સમજી શકીએ છીએ. સ્થિત કક્ષાઓમાં ઇલેક્ટ્રોન ઊર્જાનું ઉત્સર્જન ના કરતો હોવાથી તેની સાથે સંકળાયેલ ડી-બ્રોગ્લી તરંગ એ સ્થિત તરંગ (Stationary Wave) હશે. (નહીંતર, તરંગ સાથે ઊર્જા પણ દૂર વહી જાય અને ઇલેક્ટ્રોનનો ગતિમાર્ગ ન્યુક્લિયસમાં પરિણમતો કમાન આકારનો હોય.) વળી, ઇલેક્ટ્રોનને રજૂ કરતું તરંગ એવું હોવું જોઈએ કે જેથી તેનું મૂલ્ય એક જ બિંદુ આગળ દરેક વખતે સમાન રહે. નહીંતર, ઇલેક્ટ્રોનને એક જ બિંદુ આગળ શોધવાની સંભાવના જુદી-જુદી મળે, જે શક્ય નથી. આ હકીકત આકૃતિ 5.11 (a) અને (b)માં દર્શાવેલ છે.



આકૃતિ 5.11 બોહ્ર ત્રિજ્યાની ડી-બ્રોગ્લી વાદ અનુસાર સમજૂતી

આમ, પ્રચલિત યંત્રશાસ્ત્ર દ્વારા માન્ય (Allowed) બધી જ કક્ષાઓમાંથી ઇલેક્ટ્રોન-તરંગ એવી જ કક્ષાઓ પસંદ કરશે કે જેનો પરિઘ (Circumference) એ તેની સાથે સંકળાયેલી ડી-બ્રોગ્લી તરંગલંબાઈઓનાં પૂર્ણગુણાંક ( $n$ )માં જ હોય (આકૃતિ 5.11 (b)). જો આવું ના હોય તો, તરંગ તેની પરિઘ પરની દરેક મુસાફરી વખતે કળામાં નહીં હોય અને તેથી તે એવી રીતે વ્યતિકરણ અનુભવશે કે જેથી તેની સરેરાશ તીવ્રતા શૂન્ય થાય. આ સંજોગોમાં ઇલેક્ટ્રોન આવી કક્ષામાં રહી શકે નહીં.

આમ, allowed કક્ષા (સ્થિતકક્ષા) માટેની જરૂરી શરત,

$$2\pi r = n\lambda \quad (5.6.1)$$

જ્યાં,  $n$  = તરંગોની સંખ્યા (પૂર્ણાંક)

$r$  = કક્ષાની ત્રિજ્યા

અને  $\lambda$  = ડિ-બ્રોગલી તરંગલંબાઈ =  $\frac{h}{mv}$  છે.

$$\therefore 2\pi r = \frac{nh}{mv}$$

હવે, કોણીય વેગમાન,

$$l = mvr = n \frac{h}{2\pi} \quad (5.6.2)$$

જ્યાં,  $n = 1, 2, 3, \dots$  સમીકરણ (5.6.2) એ કક્ષીય ગતિ કરતા ઇલેક્ટ્રોનના કોણીય વેગમાનનું ક્વોન્ટમીકરણ સૂચવે છે. આમ, કોણીય વેગમાનનું ક્વોન્ટમીકરણ કે જે બોહ્રે પરમાણુની સ્થિરતા માટે *ad hoc* ધોરણે દાખલ કર્યું હતું, તે ઇલેક્ટ્રોનના તરંગસ્વભાવ અને પ્લાન્કના ક્વોન્ટમવાદને સુસંગત (Consistent) છે.

કોણીય વેગમાનનું ક્વોન્ટમીકરણ હવે કક્ષીય ત્રિજ્યાની (સમીકરણ 5.4.4) અને કક્ષીય ગતિ કરતા ઇલેક્ટ્રોનની ઊર્જાની (સમીકરણ 5.4.8) અસતતતા પણ સમજાવી શકે છે.

**ઉદાહરણ 7 :** હાઈડ્રોજન પરમાણુમાં ઇલેક્ટ્રોન  $5.29 \times 10^{-11} \text{ m}$  ત્રિજ્યા ધરાવતી કક્ષામાં ન્યુક્લિયસને ફરતે પરિભ્રમણ કરે છે. બોહ્રની Allowed ઇલેક્ટ્રોન-કક્ષા માટેની ક્વોન્ટમ શરતને આધારે આ કક્ષાને અનુરૂપ મુખ્ય ક્વોન્ટમ-અંક શોધો.  $h = 6.625 \times 10^{-34} \text{ Js}$ ,  $e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$ ,  $\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{ MKS}$ ,  $m = 9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}$ . તમારા જવાબ પરથી તારણ આપો.

**ઉકેલ :** હાઈડ્રોજન પરમાણુ માટે ( $Z = 1$ ), અત્રે જરૂરી કેન્દ્રગામી બળ એ કુલંબિયન બળ દ્વારા પૂરું પડે છે.

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r^2} \quad (\because Z = 1)$$

$$\therefore v^2 = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \cdot mr}$$

$$\therefore \text{રેખીય વેગમાન, } p = mv = \sqrt{\frac{me^2}{4\pi\epsilon_0 \cdot r}}$$

હવે, સંકળાયેલ ડિ-બ્રોગલી તરંગલંબાઈ,

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{h}{e} \sqrt{\frac{4\pi\epsilon_0 \cdot r}{m}}$$

$$\therefore \lambda = \frac{6.625 \times 10^{-34}}{1.6 \times 10^{-19}} \sqrt{\frac{4 \times 3.14 \times 8.85 \times 10^{-12} \times 5.29 \times 10^{-11}}{9.1 \times 10^{-32}}}$$

$$= 4.141 \times 10^{-15} \times \sqrt{64.617 \times 10^8}$$

$$\lambda = 3.328 \times 10^{-10} \text{ m} = 3.328 \text{ \AA}$$

પરંતુ, allowed ઇલેક્ટ્રોન-કક્ષા માટેની બોહ્રની ક્વોન્ટમ શરત મુજબ,

$$2\pi r = n\lambda \quad (2)$$

પરમાણુઓ

$$\therefore n = \frac{2\pi r}{\lambda} = \frac{2 \times 3.14 \times 5.29 \times 10^{-11}}{3.328 \times 10^{-10}}$$

$$= 9.98 \times 10^{-1}$$

$$\approx 1.0$$

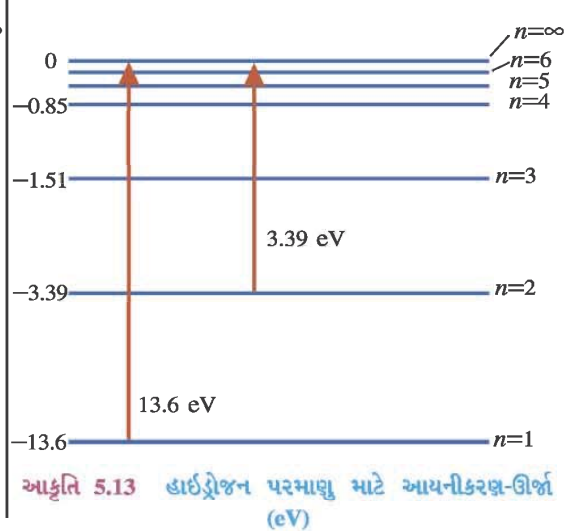
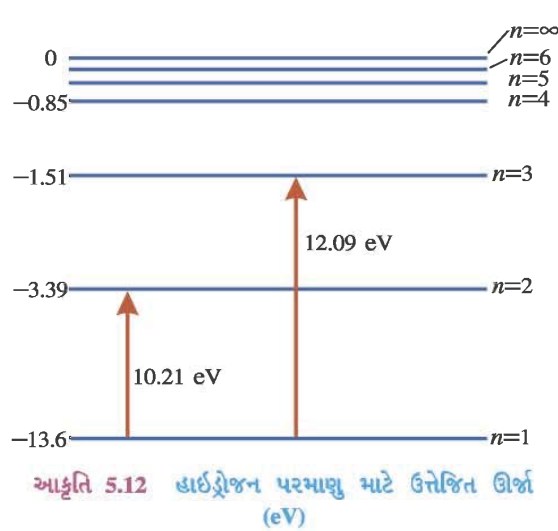
આમ, બોહ્રની ક્વોન્ટમ શરત મુજબ, આપણે કહી શકીએ કે ઇલેક્ટ્રોન તેની ધરાસ્થિતિ ( $n = 1$ )માં છે. જ્યારે ડી-બ્રોગ્લી અધિતર્ક મુજબ આનો મતલબ એ થયો કે આપેલ કક્ષાના પરિઘ માટે એક ડી-બ્રોગ્લી તરંગલંબાઈ બંધબેસતી આવે છે.

### 5.7 ઉત્તેજિત અને આયનીકરણ સ્થિતિમાન (Excitation and Ionization Potential)

ધારો કે સ્થિત કક્ષામાં પરિભ્રમણ કરતો ઇલેક્ટ્રોન ચોક્કસ મૂલ્યની ઊર્જાનું શોષણ કરીને ઊંચી ઊર્જા ધરાવતી કક્ષામાં સંક્રાંતિ કરે છે. આ પ્રક્રિયાને **ઉત્તેજન (Excitation)** થયું તેમ કહેવાય. ઇલેક્ટ્રોનને એક ઊર્જા કક્ષામાંથી બીજી ઊર્જાકક્ષામાં જવા માટે શોષણ પડતી ઊર્જાને **ઉત્તેજિત સ્થિતિમાન (Excitation Potential)** કહે છે. દા.ત., હાઈડ્રોજન પરમાણુ માટે,

પ્રથમ ઉત્તેજન ઊર્જા ( $n = 1 \rightarrow n = 2$ ) = 10.2 eV

દ્વિતીય ઉત્તેજન ઊર્જા ( $n = 1 \rightarrow n = 3$ ) = 12.09 eV



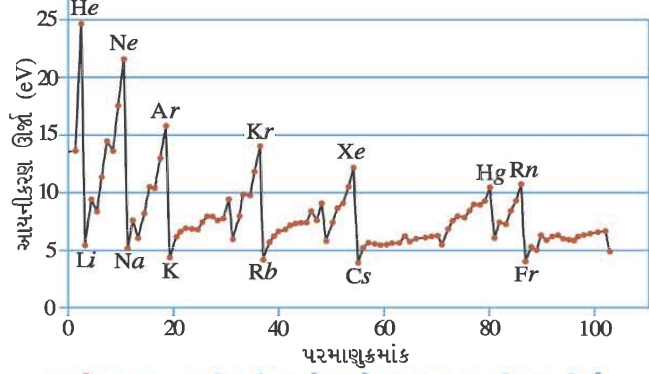
તે જ રીતે જુદા-જુદા પરમાણુઓ માટે જુદી-જુદી ઊર્જાકક્ષામાંથી થતી સંક્રાંતિઓ માટે Excitation ઊર્જાઓ શોધી શકાય છે. આકૃતિ 5.12 હાઈડ્રોજન પરમાણુ માટેની ઉત્તેજિત ઊર્જા દર્શાવે છે.

હવે જો પરમાણુને અપાતી ઊર્જા પૂરતી વધારે હોય કે જેથી ઇલેક્ટ્રોન પરમાણુમાંથી દૂર થાય, તો પરમાણુનું આયનીકરણ થયું છે તેમ કહેવાય. જરૂરી લઘુત્તમ ઊર્જા કે જેના વડે પરમાણુનું આયનીકરણ કરી શકાય તેને **આયનીકરણ-ઊર્જા (Ionization Energy)** કહે છે. યાદ રાખો કે, ઊર્જાસ્તરની આકૃતિમાં (આકૃતિ 5.13 જુઓ) ઊર્જા ઊભી-અક્ષ પર દર્શાવેલ છે. એટલે કે, મુક્ત ઇલેક્ટ્રોનની ઊર્જા ( $n = \infty$  કક્ષામાં) શૂન્ય લીધેલ છે. ઇલેક્ટ્રોનને તેની ધરાસ્થિતિમાંથી મુક્ત કરવા જરૂરી લઘુત્તમ ઊર્જાને **પ્રથમ અથવા મુખ્ય આયનીકરણ-ઊર્જા (First or Principal Ionization Energy)** કહે છે. ઊંચી ઊર્જા ધરાવતી કક્ષામાંથી આયનીકરણ કરવા જરૂરી ઊર્જાનું તે કક્ષાના મુખ્ય ક્વોન્ટમ-અંક પરથી નામ અપાય છે. દા.ત., દ્વિતીય આયનીકરણ-ઊર્જા ( $n = 2$ માંથી), તૃતીય આયનીકરણ-ઊર્જા ( $n = 3$ માંથી) વગેરે. હાઈડ્રોજન પરમાણુ માટે,

પ્રથમ આયનીકરણ-ઊર્જા ( $n = 1 \rightarrow n = \infty$ ) = 13.6 eV

દ્વિતીય આયનીકરણ-ઊર્જા ( $n = 2$  to  $n = \infty$ ) = 3.39 eV.

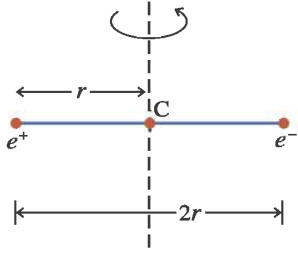
આકૃતિ 5.14 જુદાં-જુદાં તત્વો માટે પ્રથમ આયનીકરણ-ઊર્જા દર્શાવે છે. એ નોંધવું જોઈએ કે જે તે સમૂહમાં પૂર્ણ અષ્ટક ધરાવતા નિષ્ક્રિય વાયુઓ (inert gases) માટે આયનીકરણ-ઊર્જા મહત્તમ છે, જ્યારે આલ્કલી ધાતુઓની આયનીકરણ-ઊર્જા સૌથી ઓછી છે. જેમ આપણે આપેલ સમૂહમાં જમણી બાજુ જતા જઈએ (એટલે કે વધતા ક્રમના પરમાણુક્રમાંક તરફ) તેમ આયનીકરણ સ્થિતિમાનનું મૂલ્ય વધતું જાય છે.



આકૃતિ 5.14 જુદાં-જુદાં તત્વો માટે પ્રથમ આયનીકરણ-ઊર્જા (ફક્ત જાણકારી માટે)

**ઉદાહરણ 8 :** પોઝિટ્રોનિયમ પરમાણુ (Positronium Atom) એ તેના દ્રવ્યમાન કેન્દ્રને આસપાસ પરિભ્રમણ કરતા ધનવિદ્યુતભારિત ઇલેક્ટ્રોન (પોઝિટ્રોન) અને ઇલેક્ટ્રોનનું બનેલું તંત્ર છે. તેની આયનીકરણ-ઊર્જા અને ઉત્સર્જીત તરંગલંબાઈની હાઈડ્રોજન પરમાણુ સાથે સરખામણી કરો.

**ઉકેલ :** અગ્રે, બંને વિદ્યુતભારો તેમના દ્રવ્યમાનકેન્દ્ર (C)ને સાપેક્ષ પરિભ્રમણ કરતા હોવાથી, તેમની ગતિ-ઊર્જા Reduced Mass ( $\mu$ )ની વિભાવનાથી શોધી શકાય.



$$\mu = \frac{m_+ m_-}{m_+ + m_-}$$

જ્યાં,  $m_+$  = પ્રોઝિટ્રોનનું દળ

$m_-$  = ઇલેક્ટ્રોનનું દળ

પણ,  $m_+ = m_- = m$  ધારો કે,

$$\therefore \mu = \frac{1}{2}m$$

ધરાસ્થિતિ ( $n = 1$ )માં, તંત્રની કુલ ઊર્જા,

$$E = \frac{1}{2}\mu v^2 - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0(2r)} \quad (1)$$

$$\text{પણ, } \mu v^2 = \frac{1}{8\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r} \quad (\text{સમીકરણ 5.4.1 અને 5.4.3 પરથી})$$

$$\therefore \frac{1}{2}\mu v^2 = \frac{1}{16\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r} \quad (2)$$

$$\therefore E = -\frac{1}{16\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r} \quad (3)$$

હાઈડ્રોજન પરમાણુની અનુરૂપ ઊર્જા,

$$E_H = -\frac{1}{8\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r} \quad (\text{સમીકરણ 5.4.6 પરથી}) \quad (4)$$

$$\therefore E = \frac{1}{2}E_H$$

પરમાણુઓ

સાંખ્યિક રીતે (Numerically) પ્રથમ આયનીકરણ-ઊર્જા ધરાવતીની ઊર્જા જેટલી જ હોવાથી, પોઝિટ્રોનિયમ પરમાણુની આયનીકરણ-ઊર્જા હાઈડ્રોજન પરમાણુની પ્રથમ આયનીકરણ-ઊર્જા (+13.6 eV) કરતાં અડધી થશે.

વળી, ઉત્સર્જન વર્ણપટની આવૃત્તિઓ,

$$f_{ik} = \frac{E_i - E_k}{h} = \frac{c}{\lambda_{ik}} \text{ વડે ગણી શકાય છે. આમ, ઉત્સર્જન વર્ણપટમાંથી તરંગલંબાઈઓ હાઈડ્રોજન}$$

પરમાણુના વર્ણપટની તરંગલંબાઈઓ કરતાં બે ગણી (Double) હશે.

### 5.8 ઉત્સર્જન અને શોષણ વર્ણપટો (Emission and Absorption Spectra)

પરમાણુ વાયુ ભરેલી ડિસ્ચાર્જ ટ્યૂબના પ્રયોગમાં વાયુના પરમાણુઓ દ્વારા પરમાણુ પર આધારિત લાક્ષણિક આવૃત્તિઓવાળું વિકિરણ ઉત્સર્જાય છે અને રેખાઓનો બનેલો વર્ણપટ (રેખા-વર્ણપટ) મળે છે.

ડિસ્ચાર્જ ટ્યૂબમાં ડિસ્ચાર્જ કરવાથી પરમાણુઓના ઇલેક્ટ્રોન્સ ઉત્તેજિત થઈને પોતાની સામાન્ય કક્ષાઓમાંથી વધારે ઊર્જાવાળી કક્ષાઓમાં જાય છે. ત્યાં આશરે  $10^{-8}$  sec સમયગાળામાં ઓછી ઊર્જાવાળી કક્ષામાં સંક્રાંતિ કરીને  $E_i - E_k = hf_{ik}$  સમીકરણ અનુસાર વિકિરણનું ઉત્સર્જન કરે છે. આ રીતે મળતા વર્ણપટને ‘ઉત્સર્જન વર્ણપટ’ (Emission Spectrum) કહે છે. ઈ.સ. 1870માં, Liveing and Dewar નામના વૈજ્ઞાનિકોએ નોંધ્યું કે જુદાં-જુદાં તત્ત્વોની વર્ણપટરેખાઓને એક શ્રેણી તરીકે રજૂ કરી શકાય. આવી હાઈડ્રોજન પરમાણુ માટેની સૌથી સરળ વર્ણપટ-શ્રેણીઓ લાઈમન, બામર વગેરેના અભ્યાસ બોહ્ર જેવા મોડેલ વડે કરી શકાય છે. ત્યાર પછીના સૌથી સરળ વર્ણપટો આવર્તકોષ્ટકના પ્રથમ સમૂહની મોનોવેલેન્ટ (Monovalent) આલ્કલી પરમાણુઓ, Li, Na, K, વગેરેના છે. પણ જેમજેમ આવર્તકોષ્ટકના મધ્યભાગમાં જઈએ તેમ-તેમ પરમાણુ વર્ણપટોમાં જટિલતા વધતી જાય છે.

પરમાણુ વર્ણપટોની વ્યાપક લાક્ષણિકતાઓ નીચે મુજબ લખી શકાય :

- (1) વર્ણપટરેખાનું સ્થાન (તરંગલંબાઈ) એ જે-તે પરમાણુની લાક્ષણિકતા છે (એટલે કે, પરમાણુક્રમાંક પર આધારિત છે).
- (2) ડિસ્ચાર્જ ટ્યૂબમાં પરમાણુની ઘનતા વધતા વર્ણપટરેખાઓની તીવ્રતા વધતી જાય છે.
- (3) વર્ણપટ રેખાઓની તીવ્રતા તાપમાન સાથે બદલાય છે.
- (4) પરમાણુમાં રહેલા વેલેન્સ ઇલેક્ટ્રોન્સ એ વર્ણપટનો ગુણાત્મક (Qualitative) ખ્યાલ આપે છે (અર્થાત્, પ્રકાર અને શ્રેણીની સંખ્યા).

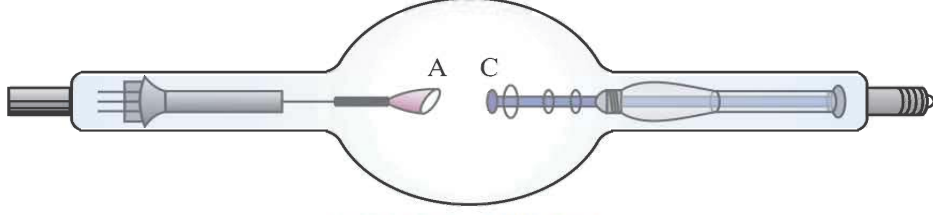
ધારો કે પરમાણુક વાયુ નીચા તાપમાને (દા.ત., ઓરડાના તાપમાને) છે. તેથી મોટા ભાગના પરમાણુઓ તેમની ધરાવતીમાં હશે. હવે ધારો કે તેના પર સતત તરંગલંબાઈઓવાળું વિકિરણ આપાત કરવામાં આવે છે. આ સ્થિતિમાં પરમાણુ વાયુના પરમાણુઓ ફક્ત એવી ચોક્કસ ઊર્જા કે જે બે allowed ઊર્જાસ્તરોની ઊર્જાના તફાવત સમતુલ્ય હોય તેનું જ શોષણ કરે છે અને તેને અનુરૂપ તરંગલંબાઈઓ આપાત સતત વિકિરણમાંથી શોષાશે. આમ, પરમાણુક વાયુમાંથી નિર્ગમિત વિકિરણમાં પરમાણુની લાક્ષણિકતા ધરાવતી અમુક ચોક્કસ તરંગલંબાઈઓ ગેરહાજર હશે અને તેથી નિર્ગમન વર્ણપટમાં તે કાળી રેખાઓ (Dark Lines) તરીકે દેખાશે. આવા વર્ણપટને ‘શોષણ વર્ણપટ’ (Absorption Spectrum) કહે છે.

દા.ત., સૂર્યના ફોટોસ્ફિયરના નીચલા સ્તરમાંથી, કે જે ઊંચા તાપમાને છે, ઉત્સર્જનું વિકિરણ સતત હોય છે. જ્યારે આ વિકિરણ ફોટોસ્ફિયરના બહારના આવરણમાંથી પસાર થાય છે કે જે નીચા તાપમાને હોય છે, ત્યારે અમુક ચોક્કસ તરંગલંબાઈના વિકિરણનું શોષણ થાય છે અને આ તરંગલંબાઈઓને અનુરૂપ કાળી રેખાઓ જોવા મળે છે. આ રેખાઓને ફ્રોનહોફર રેખાઓ (Fraunhofer Lines) કહે છે.

### 5.9 X-Ray (ક્ષ-કિરણો)

X-Raysની શોધ ઈ.સ. 1895માં રોન્ટજને (Roentgen) કરી હતી. વિદ્યુતચુંબકીય વર્ણપટમાં 0.001થી 1 nm સુધીની તરંગલંબાઈઓના ગાળામાં આવતા તરંગોને X-rays કહેવામાં આવે છે. કુલીજે (Coolidge) ઈ.સ. 1913માં X-raysનું ઉત્સર્જન મેળવવા ખાસ પ્રકારની ટ્યૂબની રચના કરી. આવા પ્રકારની એક ટ્યૂબ આકૃતિ 5.15માં દર્શાવી છે.

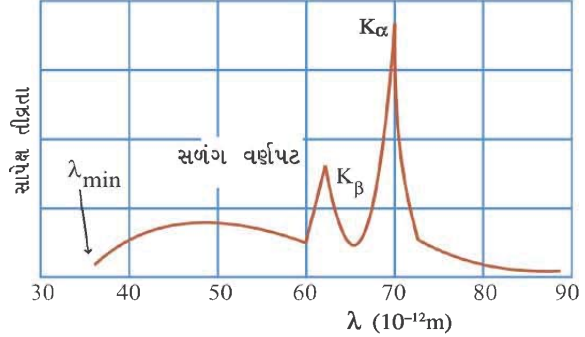




આકૃતિ 5.15 કુલીજ ટ્યુબ

અહીં C કેથોડ છે. ફિલામેન્ટમાં પ્રવાહ પસાર કરવાથી કેથોડ ગરમ થઈને તે ઉષ્માજનિત ઉત્સર્જનની ક્રિયાથી ઇલેક્ટ્રોન્સનું ઉત્સર્જન કરે છે. આ રીતે ઉત્સર્જિત થતા ઇલેક્ટ્રોન્સને કેથોડ C અને એનોડ A વચ્ચે ઉચ્ચ વિદ્યુતસ્થિતિમાનના તફાવત ~20–40 kV હેઠળ પ્રવેગિત કરી, એનોડ સાથે અથડાવતાં, એનોડમાંથી X-raysનું ઉત્સર્જન થાય છે. સામાન્ય રીતે એનોડ, કોપર કે ટંગસ્ટન કે બીજી કોઈ સંક્રાંતિ ધાતુ (દા.ત., Mo)નો બનેલો હોય છે.

**X-ray વર્ણપટ :** આકૃતિ 5.17માં 35 keV ઇલેક્ટ્રોન્સ અને Mo ટાર્ગેટ વડે ઉત્સર્જાયેલ X-raysની તરંગલંબાઈઓ વિરુદ્ધ સાપેક્ષ તીવ્રતાનો આલેખ દર્શાવ્યો છે. આ આલેખને આપેલ તત્ત્વ અને ઇલેક્ટ્રોન્સની આપેલ ઊર્જાને અનુરૂપ X-ray વર્ણપટ કહે છે.



આલેખમાં ત્રણ લાક્ષણિકતાઓ નોંધનીય છે :

(1) આલેખ, અમુક લઘુત્તમ તરંગલંબાઈ ( $\lambda_{min}$ )થી શરૂ કરી સળંગ (Continuous) છે.

(2) આલેખમાં અમુક ખાસ તરંગલંબાઈઓને અનુરૂપ સાપેક્ષ તીવ્રતા ખૂબ જ વધેલી જણાય છે.

(3)  $\lambda_{min}$  એ અમુક ચોક્કસ તરંગલંબાઈ હોય છે.

આલેખમાં, સળંગ વક્રને સતત (Continuous) X-rays વર્ણપટ કહે છે. અમુક તરંગલંબાઈઓએ જે peaks મળે છે, તેઓ રેખાવર્ણપટ દર્શાવે છે. તેને આપેલ તત્ત્વનો લાક્ષણિક આલેખ કહે છે.

**X-ray વર્ણપટની સમજૂતી :** ઉચ્ચ શક્તિશાળી ઇલેક્ટ્રોન્સ એનોડમાં દાખલ થઈને, એનોડના પરમાણુઓ સાથે અનેક અથડામણો અનુભવે છે. તેઓ દરેક અથડામણ વખતે કંઈક ઊર્જા ગુમાવે છે. આમ, તેઓ સતત અથડામણો અનુભવતા અનુભવતા અને દર વખતે કંઈક ઊર્જા ગુમાવતા ગુમાવતા જુદી-જુદી આવૃત્તિવાળા X-raysનું ઉત્સર્જન કરે છે. આમ, સળંગ આવૃત્તિઓ (તરંગલંબાઈઓ)વાળું ઉત્સર્જનું વિકિરણ એ સળંગ વર્ણપટ (Continuous Spectrum) રહે છે.

**$\lambda_{min}$ ની સમજૂતી :** જો કોઈ આપાત ઇલેક્ટ્રોન (કે ઇલેક્ટ્રોન્સ) એનોડના પરમાણુ સાથે ‘પહેલા ધડાકે જ’ હેડ-ઓન અથડામણ કરે, તો તેની સમગ્ર ગતિઊર્જાનું X-rayના રૂપમાં રૂપાંતરણ થાય છે અને મહત્તમ આવૃત્તિ (લઘુત્તમ તરંગલંબાઈ)નું વિકિરણ ઉત્સર્જાય છે.

જો ઇલેક્ટ્રોન્સને V સ્થિતિમાનના તફાવત હેઠળ પ્રવેગિત કર્યા હોય, તો ઇલેક્ટ્રોનની ગતિ-ઊર્જા,

$$K = eV = \frac{1}{2}mv^2 \quad (5.9.1)$$

હવે, વિકિરણ-ઊર્જા = ફોટોન-ઊર્જા =  $hf$ .

$$\therefore hf = eV$$

$$\therefore h \frac{c}{\lambda} = eV$$

$$\therefore \lambda = \frac{hc}{eV}$$

પરમાણુઓ

$$\text{અથવા } \lambda_{\min} = \frac{hc}{eV}$$

$$(5.9.2)$$

$$h = \text{પ્લાન્કનો અચળાંક} = 6.625 \times 10^{-34} \text{ Js}$$

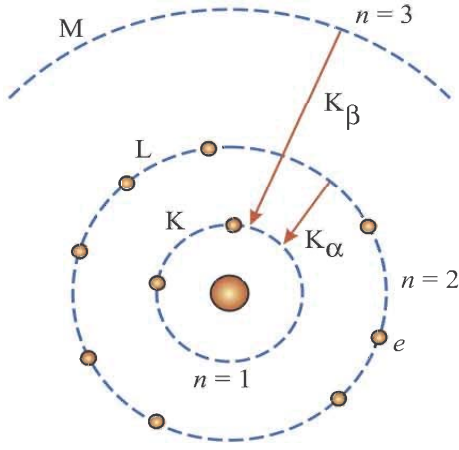
$$c = \text{પ્રકાશનો વેગ} = 3.0 \times 10^8 \text{ ms}^{-1}$$

$$e = \text{ઇલેક્ટ્રોનનો વિદ્યુતભાર} = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$$

$$V = \text{વિદ્યુતસ્થિતિમાનનો તફાવત (V)}$$

**નોંધ :** દર એક અથડામણ દીઠ એક ફોટોનનું ઉત્સર્જન થાય છે.

**લાક્ષણિક (Characteristic) X-ray વર્ણપટની સમજૂતી :** આપાત ઇલેક્ટ્રોન્સમાંના કેટલાક ઇલેક્ટ્રોન્સ એનોડના પરમાણુઓની છેક અંદર સુધી ઘૂસી જાય છે અને પરમાણુઓની અંદરની Shellsમાંના ઇલેક્ટ્રોન્સને પરમાણુની બહાર ધકેલી દે છે. આથી, આવા કવચમાં ઇલેક્ટ્રોનની ખાલી જગ્યા પડે છે. અને ઉપરની shellમાંના ઇલેક્ટ્રોન સંક્રાંતિ કરી, આ ખાલી જગ્યાને ભરી દે છે. આવી સંક્રાંતિ દરમિયાન ચોક્કસ આવૃત્તિવાળું વિકિરણ ઉત્સર્જાય છે.



**આકૃતિ 5.17 ઇલેક્ટ્રોન સંક્રાંતિ**

પરિણામે તેમનામાંથી મળતા  $K_\alpha$ ,  $K_\beta$ ,  $L_\alpha$ ,..... વિકિરણોની તરંગલંબાઈઓ પણ તત્વ અનુસાર જુદી-જુદી હોય છે. આથી જ તો આવા વર્ણપટને (તત્વોના) લાક્ષણિક વર્ણપટ કહે છે.

આપણે એક સાદા, બોહ્ર પ્રકારના પરમાણુમોડેલ વડે લાક્ષણિક X-ray વર્ણપટની રેખાઓની આવૃત્તિઓ ગણી શકીએ છીએ. ધારો કે ટાર્ગેટ તત્વનો પરમાણુ-ક્રમાંક  $Z$  છે. તેના પરમાણુમાં  $Z$ -ઇલેક્ટ્રોન્સ છે. હવે, બહુ ઇલેક્ટ્રોન પરમાણુમાં બીજા ઇલેક્ટ્રોન્સની હાજરીમાં, આપણે ધ્યાનમાં લીધેલો ઇલેક્ટ્રોન, ન્યુક્લિયસ પરનો સઘળો વિદ્યુતભાર અનુભવી શકતો નથી. અર્થાત્ બીજા ઇલેક્ટ્રોન્સ ન્યુક્લિયસના વિદ્યુતભારનું Screening કરે છે અને  $K$  ઇલેક્ટ્રોન  $(Z - 1)e$  જેટલો વિદ્યુતભાર ન્યુક્લિયસ પર જુએ છે.

હવે, બોહ્ર પ્રકારના મોડેલ માટે,

$$\text{ઊર્જા, } E_n = -\frac{mZ^2e^4}{8\epsilon_0^2h^2n^2}$$

આ સૂત્રમાં  $Z = (Z - 1)$  મૂકતાં,

$$E_n = -\frac{m(Z-1)^2e^4}{8\epsilon_0^2h^2n^2} \quad (5.9.3)$$

$$= -\frac{13.6(Z-1)^2}{n^2} \text{ eV}, \quad (5.9.4)$$

$$\text{જ્યાં, } = \frac{me^4}{8\epsilon_0^2 h^2} = 13.6 \text{ eV}$$

હવે, ધારો કે કોઈ એક ટાર્ગેટ માટે  $K_\alpha$  વિકિરણની આવૃત્તિ ગણવી છે. આ ટાર્ગેટનો પરમાણુક્રમાંક, ધારો કે  $Z$  છે. તો,

$$E_2 - E_1 = hf = 13.6 (Z - 1)^2 \left[ \frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} \right] \times 1.6 \times 10^{-19} \text{ J} \quad (\because 1 \text{ eV} = 1.6 \times 10^{-19} \text{ J})$$

$$\therefore f = \frac{13.6 \times 1.6 \times 10^{-19}}{6.62 \times 10^{-34}} \left[ \frac{3}{4} \right] (Z - 1)^2$$

$$\therefore \sqrt{f} = \left( \frac{13.6 \times 1.6 \times 10^{-19} \times 3}{6.62 \times 10^{-34} \times 4} \right) (Z - 1)$$

$$\therefore \sqrt{f} = CZ - C = C(Z - 1) \quad (5.9.5)$$

$$\text{જ્યાં, } C = 4.965 \times 10^7 \text{ Hz}^{\frac{1}{2}}$$

આ સમીકરણ સુરેખા રજૂ કરે છે. આ સમીકરણ દર્શાવે છે કે જો  $\sqrt{f}$  વિરુદ્ધ  $Z$ નો આલેખ દોરવામાં આવે, તો તે સુરેખા મળે છે.

હકીકતમાં, ઈ.સ. 1913માં વિજ્ઞાની મોઝેલેએ (Moseley) શ્રેણીબદ્ધ ટાર્ગેટ લઈને તે દરેકના લાક્ષણિક X-ray વર્ણપટો, પોતાની ખાસ ડિઝાઇન કરેલી X-ray ટ્યૂબનો ઉપયોગ કરીને મેળવ્યા હતા. આકૃતિ 5.18માં 21 તત્વોની  $K_\alpha$  રેખાઓની આવૃત્તિના વર્ગમૂળ વિરુદ્ધ તત્વનું આવર્તકોષ્ટકમાં સ્થાનનો આલેખ દર્શાવ્યો છે.

**મોઝેલેનું આ પ્રાયોગિક કાર્ય** વૈજ્ઞાનિક દૃષ્ટિએ ખૂબ ઉપયોગી થઈ પડ્યું.

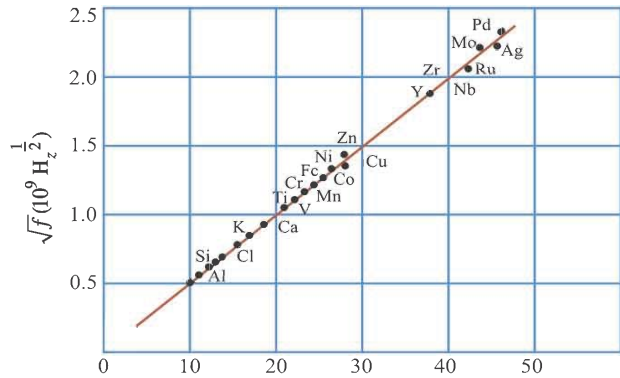
(1) મોઝેલેના સમયમાં આવર્તકોષ્ટકમાં તત્વોના સ્થાન તેમના પરમાણુભાર (પરમાણુક્રમાંક નહિ) પરથી નક્કી કરવામાં આવતા હતા.

રાસાયણિક ગુણધર્મોના સંદર્ભમાં આ સ્થાનો બરાબર જણાતા ન હતા. મોઝેલેએ જણાવ્યું કે, આવર્તકોષ્ટકમાં તત્વોના સ્થાન તેમના પરમાણુક્રમાંક ( $Z$ ) અનુસાર ગોઠવવા જોઈએ. આમ કરવાથી રાસાયણિક ગુણધર્મો અને તત્વના આવર્તકોષ્ટકમાંના સ્થાન વચ્ચેનો સુમેળ પ્રસ્થાપિત થયો.

(2) ઉપરાંત, આ સમયગાળામાં આવર્તકોષ્ટકમાં કેટલાંક તત્વોને લગતાં સ્થાનો ખાલી હતાં. મોઝેલેના કાર્યથી આ તત્વો કેટલા ( $Z$ ) મૂલ્યના હોવાં જોઈએ તે નક્કી થઈ શક્યું અને આવાં ખાલી સ્થાનોની પૂર્તિ થઈ. લેન્થેનાઈડ (અથવા રેર અર્થ) તત્વોના રાસાયણિક ગુણધર્મો એકબીજાને ઘણા મળતા આવતા હતા. એટલે આવાં તત્વોને આવર્તકોષ્ટકમાં ક્યાં બેસાડવા તે અંગે નિશ્ચિતતાપૂર્વક કહી શકાતું ન હતું. મોઝેલેના કાર્યથી આ તત્વોના સ્થાન નિશ્ચિત કરી શકાયા. આવર્તકોષ્ટકમાં, જ્યારે યુરેનિયમ પછીનાં તત્વો પૂરતા પ્રમાણમાં (જેથી તેમના X-ray વર્ણપટ પ્રાયોગિક રીતે મેળવી શકાય) મળતા થયા પછી તેમના સ્થાન પણ આવર્તકોષ્ટકમાં નિશ્ચિત કરવામાં આવ્યા છે.

(3) આપણે જોઈ ગયાં કે  $K_\alpha$  X-વિકિરણ  $n = 1$  shell સાથે સંકળાયેલ છે. હવે  $n = 1$  shell, બાકીની shells કરતાં ન્યુક્લિયસની ખૂબ નજીક છે. એટલે આવા વિકિરણ વડે ન્યુક્લિયસના વિદ્યુતભારની માહિતી પણ મેળવી શકાય છે.

પરમાણુઓ



આકૃતિ 5.18  $\sqrt{f} - Z$  ગ્રાફ  $K_\alpha$  X-કિરણ

સામાન્ય પ્રકાશીય (Optical) ઉત્સર્જન કે શોષણ વર્ણપટ તો વેલેન્સ ઇલેક્ટ્રોન્સની સંક્રાંતિ સાથે સંકળાયેલ હોય છે, એટલે તેમના વડે ન્યુક્લિયર વિદ્યુતભાર અંગે માહિતી મેળવી શકાય નહીં.

**ઉદાહરણ 9 :** એક X-ray ટ્યૂબમાં કેથોડ અને એનોડ વચ્ચે વિદ્યુતસ્થિતિમાનનો તફાવત 20 kV છે અને વિદ્યુતપ્રવાહ 2 mA વહેતો હોય તો,

- (1) એનોડ પર 1 sમાં અથડાતા ઇલેક્ટ્રોનની સંખ્યા
- (2) એનોડ પર અથડાતી વખતે ઇલેક્ટ્રોનની ઝડપ
- (3) ઉત્સર્જાતી ટૂંકામાં ટૂંકી ( $\lambda_{min}$ ) તરંગલંબાઈ શોધો.

**ઉકેલ :** (1) 1 sમાં એનોડ પર અથડાતા ઇલેક્ટ્રોનની સંખ્યા

$$n = \frac{I}{e} = \frac{2 \times 10^{-3}}{1.6 \times 10^{-19}} = 1.25 \times 10^{16} \text{ s}^{-1}$$

$$\begin{aligned} (2) \text{ ઇલેક્ટ્રોનની ઝડપ } v &= \sqrt{\frac{2eV}{m}} \\ &= \sqrt{\frac{2 \times 1.6 \times 10^{-19} \times 20 \times 10^3}{9.1 \times 10^{-31}}} \\ &= \sqrt{7.033 \times 10^{15}} \\ &= 8.386 \times 10^7 \text{ m/s} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3) \lambda_{min} &= \frac{hc}{eV} = \frac{6.625 \times 10^{-24} \times 3 \times 10^8}{1.6 \times 10^{-19} \times 20 \times 10^3} \\ &= 6.21 \times 10^{-11} \text{ m} = 0.621 \times 10^{-10} \text{ m} = 0.621 \text{ \AA} \end{aligned}$$

**ઉદાહરણ 10 :** જે તત્ત્વની K-શ્રેણીની લઘુત્તમ તરંગલંબાઈ 0.1 nm હોય તેનો પરમાણુક્રમાંક શોધો.  
 $R = 1.09737 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$  લો.

**ઉકેલ :** મોઝેલેના નિયમ પરથી, K-શ્રેણીના X-ray માટેની તરંગલંબાઈઓ નીચેના સૂત્ર વડે આપી શકાય :

$$\frac{1}{\lambda} = R(Z - 1)^2 \left( \frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (1)$$

લઘુત્તમ તરંગલંબાઈ ( $\lambda_{min}$ ) માટે  $n \rightarrow \infty$  થશે.

$$\therefore \frac{1}{\lambda_{min}} = R(Z - 1)^2$$

$$\begin{aligned} \therefore (Z - 1) &= \sqrt{\frac{1}{\lambda_{min} R}} \\ &= \sqrt{\frac{1}{(0.1 \times 10^{-9})(1.09737 \times 10^7)}} \\ &= \sqrt{911.27} \end{aligned}$$

$$\therefore (Z - 1) = 30.19$$

$$\therefore Z = 31.19 \approx 31 \text{ (Gallium)}$$

### સારાંશ

1. પરમાણુઓ વિભાજ્ય છે અને તે મૂળભૂત ધન અને ઋણવિદ્યુતભારિત કણોના બનેલા છે.
2. ઐતિહાસિક રીતે, ગાઈગર-માર્સડનના  $\alpha$ -કણના પ્રકીર્ણન પ્રયોગ અને તેમનાં પ્રાયોગિક પરિણામોની રધરફોર્ડ દ્વારા અપાયેલ સમજૂતીએ પરમાણુનું બંધારણ સમજાવ્યું. તે રધરફોર્ડના પરમાણુમોડેલ તરીકે ઓળખાય છે. પરંતુ, આ મોડેલ પરમાણુની સ્થિરતા સમજાવી શક્યું નહીં.
3. ન્યુક્લિયસના કેન્દ્રથી  $\alpha$ -કણના પ્રારંભના વેગ સદિશના લંબઅંતરને ઇમ્પેક્ટ પેરામીટર ( $b$ ) કહે છે.
4. નીલ બોહ્રે તેના અધિર્તક દ્વારા પરમાણુની સ્થિરતા સમજાવી. છતાં, બોહ્રનું પરમાણુમોડેલ પરમાણુ વર્ણપટોની કેટલીક ગહનતા (Details) સમજાવી શક્યું નહીં.
5. અલબત્ત, બોહ્ર મોડેલની મદદથી હાઈડ્રોજનીક પરમાણુઓના વર્ણપટની સમજૂતી આપી શકાય છે.
6. હાઈડ્રોજન પરમાણુમાં ઇલેક્ટ્રોનની કક્ષાની ત્રિજ્યા,

$$r = \frac{h^2 \epsilon_0 n^2}{m e^2 \pi Z} \Rightarrow r \propto \frac{n^2}{Z}$$

હાઈડ્રોજન પરમાણુની ઊર્જા,

$$E_n = \frac{-m e^4 Z^2}{8 \epsilon_0^2 n^2 h^2} \Rightarrow E_n \propto \frac{Z^2}{n^2}$$

7. પછીથી પ્લાન્કના ક્વોન્ટમવાદ અને વિકિરણ અને દ્રવ્યના દ્વૈતવાદને આધારે કક્ષીય ગતિ કરતા ઇલેક્ટ્રોનના કોણીય વેગમાનના ક્વોન્ટમીકરણની સાબિતી આપી શકાય છે  $l = n\hbar$ .
8. 1895માં આકસ્મિક રીતે શોધાયેલ ક્ષ-કિરણો અને બોહ્ર મોડેલની મદદથી મોઝેલે દ્વારા અપાયેલ  $K_\alpha$  વિકિરણની સમજૂતી મોડર્ન આવર્તકોષ્ટકની ગોઠવણીમાં, ન્યુક્લિયસ અંગેની માહિતી મેળવવામાં, વગેરેમાં ખૂબ જ ઉપયોગી સાબિત થઈ.

$$K_\alpha \text{ રેખા માટે, } \frac{1}{\lambda} = R(Z - 1)^2 \left( \frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2} \right).$$

### સ્વાધ્યાય

નીચેનાં વિધાનો માટે આપેલા વિકલ્પોમાંથી યોગ્ય વિકલ્પ પસંદ કરો :

1. 10 MeV ઊર્જા ધરાવતો  $\alpha$ -કણ હેડ-ઓન સંઘાત અનુભવે છે, તો  $Z = 50$  પરમાણુક્રમાંક ધરાવતા ન્યુક્લિયસથી તેનું Distance of Closest Approach કેટલું થશે ?

(A)  $1.44 \times 10^{-14} \text{m}$  (B)  $2.88 \times 10^{-14} \text{m}$  (C)  $0.53 \times 10^{-10} \text{m}$  (D)  $\frac{0.53 \times 10^{-10}}{50} \text{m}$

2. હાઈડ્રોજન પરમાણુમાં ઇલેક્ટ્રોનની સ્થિતિ-ઊર્જા  $\frac{-e^2}{4\pi\epsilon_0 r}$  હોય, તો તેની ગતિ-ઊર્જા કેટલી થશે?

(A)  $\frac{-e^2}{4\pi\epsilon_0 r}$  (B)  $\frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 r}$  (C)  $-\frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 r}$  (D)  $\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}$

3. બોહ્રના અધિર્તક મુજબ  $r$  ત્રિજ્યાની સ્થિત કક્ષામાં રહેલા ઇલેક્ટ્રોનનું કોણીય વેગમાન ..... ને સમપ્રમાણમાં હશે.

- (A)  $r$  (B)  $\frac{1}{r}$  (C)  $\sqrt{r}$  (D)  $r^2$

4. હાઈડ્રોજન પરમાણુમાં દ્વિતીય કક્ષાની ત્રિજ્યા  $R$  છે. તેની તૃતીય કક્ષામાં ત્રિજ્યા કેટલી હશે?

- (A)  $3R$  (B)  $2.25R$  (C)  $9R$  (D)  $\frac{R}{3}$

5. હાઈડ્રોજન પરમાણુઓ પ્રથમ ઉત્તેજિત અવસ્થા અને તેની દ્વિતીય ઉત્તેજિત અવસ્થામાંના ઇલેક્ટ્રોનની ઊર્જાનો ગુણોત્તર ..... થશે.

- (A)  $1 : 4$  (B)  $4 : 9$  (C)  $9 : 4$  (D)  $4 : 1$

6. Li-પરમાણુના  $n = 5$  કક્ષામાં રહેલા ઇલેક્ટ્રોનનું કોણીય વેગમાન કેટલું હશે?

- (A)  $5.27 \times 10^{-1}$  Js (B)  $6.625 \times 10^{-34}$  Js (C)  $1.325 \times 10^{-34}$  Js (D)  $16.56 \times 10^{-34}$  Js

7. હાઈડ્રોજન જેવા પરમાણુમાં  $n = 4$  થી  $n = 3$  અવસ્થામાં થતી સંક્રાંતિ દરમિયાન ઉત્સર્જાતું વિકિરણ અલ્ટ્રાવાયોલેટ વિસ્તારમાં મળે છે, તો નીચેનામાંથી કઈ સંક્રાંતિ દરમિયાન ઇન્ફ્રારેડ વિસ્તારમાં વિકિરણ મળશે?

- (A)  $2 \rightarrow 1$  (B)  $3 \rightarrow 2$  (C)  $4 \rightarrow 2$  (D)  $5 \rightarrow 4$

8. લાઈમન શ્રેણીની પ્રથમ વર્ણપટરેખાની તરંગલંબાઈ  $\lambda$  છે, તો બામરશ્રેણીની પ્રથમ વર્ણપટરેખાની તરંગલંબાઈ ..... થશે.

- (A)  $\frac{27}{5} \lambda$  (B)  $\frac{5}{27} \lambda$  (C)  $\frac{9}{2} \lambda$  (D)  $\frac{2}{5} \lambda$

9. હાઈડ્રોજન પરમાણુની બામર શ્રેણીની મહત્તમ અને ન્યૂનતમ તરંગલંબાઈઓને અનુરૂપ તરંગસંખ્યાનો તફાવત .....  $m^{-1}$  છે. ( $R = 1.097 \times 10^7 m^{-1}$ )

- (A)  $1.219 \times 10^6$  (B)  $1.219 \times 10^{-6}$  (C)  $1.219 \times 10^5$  (D) 1219

10. હાઈડ્રોજન પરમાણુમાં પ્રથમ કક્ષા માટે ન્યૂનતમ ઉત્તેજિત સ્થિતિમાન ..... V છે.

- (A) 13.6 (B) 3.4 (C) 10.2 (D) 3.6

11. 12.09 eV ઊર્જા ધરાવતું ઇલેક્ટ્રોન ધરાસ્થિતિમાં રહેલ હાઈડ્રોજન પરમાણુ સાથે અથડાતાં, તેની બધી જ ઊર્જા હાઈડ્રોજન પરમાણુને આપી દે છે. તેથી, હવે હાઈડ્રોજન પરમાણુ ..... સ્થિતિમાં ઉત્તેજિત થશે.

- (A) ચતુર્થ (B) તૃતીય (C) દ્વિતીય (D) પ્રથમ

12. હાઈડ્રોજન પરમાણુમાં ઇલેક્ટ્રોન  $1.2 \times 10^{-8}$  s જેટલા સમયગાળામાં  $n = 3$  કક્ષામાંથી  $n = 2$  કક્ષામાં સંક્રાંતિ કરે છે તો ઇલેક્ટ્રોન પર આ સંક્રાંતિ દરમિયાન લાગતું સરેરાશ ટોર્ક (Nmમાં) ગણો.

- (A)  $1.055 \times 10^{-26}$  (B)  $4.40 \times 10^{-27}$  (C)  $1.7 \times 10^{-26}$  (D)  $8.79 \times 10^{-27}$

13. નીચે આપેલા કયા તંત્રમાં દ્વિતીય કક્ષાની ત્રિજ્યા લઘુત્તમ હશે?

- (A) H-atom (B)  $Mg^{-11}$  (C)  $He^{+}$  (D) B-atom.

14. હાઈડ્રોજન જેવા A અને B પરમાણુઓના આયનીકરણ સ્થિતિમાન અનુક્રમે  $V_A$  અને  $V_B$  છે. હવે, જો  $V_B > V_A$  હોય, તો .....

- (A)  $r_A > r_B$  (B)  $r_A < r_B$  (C)  $r_A = r_B$  (D) એક પણ નહિ

15. લાક્ષણિક X-Rayની આવૃત્તિ ટાર્ગેટનો ..... ગુણધર્મ ધરાવે છે.

- (A) પરમાણુ-ભારાંક (દળાંક) (B) પરમાણુક્રમાંક  
(C) ગલનબિંદુ (D) વાહકતા



16. એક કુલીજ ટ્યૂબમાં ઓપરેટિંગ વોલ્ટેજ  $10^5 \text{V}$  છે. આથી ઉત્પન્ન થયેલા X-Raysની ઝડપ .....  $\text{m s}^{-1}$  હશે.  
 (A)  $2 \times 10^8$  (B)  $10^5$  (C)  $10^6$  (D)  $3 \times 10^8$
17. જેનાં પરમાણુક્રમાંક 43 હોય તેવા તત્વની  $K_{\alpha}$  વર્ણપટરેખાની તરંગલંબાઈ  $\lambda$  છે, તો જેનો પરમાણુક્રમાંક 29 હોય તેવા તત્વની  $K_{\alpha}$  રેખાની તરંગલંબાઈ .....  $\lambda$  થશે.  
 (A)  $\frac{43}{29}$  (B)  $\frac{42}{28}$  (C)  $\frac{9}{4}$  (D)  $\frac{4}{9}$
18. જો  $f_1$ ,  $f_2$  અને  $f_3$  અનુક્રમે  $K_{\alpha}$ ,  $K_{\beta}$  અને  $L_{\alpha}$ ની આવૃત્તિઓ હોય, તો આપેલા ટાર્ગેટ માટે .....  
 (A)  $f_1 = f_2 = f_3$  (B)  $f_1 - f_2 = f_3$  (C)  $f_2 = f_1 + f_3$  (D)  $f_3 - f_2 = f_1$
19. 12.1 eV ઊર્જાનું શોષણ કરીને હાઈડ્રોજન પરમાણુ ઉત્તેજિત અવસ્થામાં જાય છે તો તેની ઊલટી સંક્રાંતિ દરમિયાન કેટલા ફોટોન ઉત્સર્જતા હશે ? દરેક નીચે તરફની સંક્રાંતિ દરમિયાન એક ફોટોન ઉત્સર્જાય છે તેમ ધારો.  
 (A) 1 અથવા 3 (B) 2 અથવા 3 (C) 1 અથવા 2 (D) 5 અથવા વધારે.

#### જવાબો

1. (A) 2. (B) 3. (C) 4. (B) 5. (C) 6. (A)  
 7. (D) 8. (A) 9. (A) 10. (C) 11. (B) 12. (C)  
 13. (B) 14. (A) 15. (B) 16. (D) 17. (C) 18. (C)  
 19. (C)

#### નીચે આપેલ પ્રશ્નોના જવાબ ટૂંકમાં આપો :

1. પરમાણુ માટેનું પ્લમ પુડિંગ મોડેલ એટલે શું ?
2. ગાઈગર-માર્સરનના  $\alpha$ -કણપ્રકીર્ણનના પ્રયોગમાં સીસા ZnS બ્લોકસનો ઉપયોગ શું છે ?
3. ગાઈગર-માર્સરનના  $\alpha$ -પ્રકીર્ણનના પ્રયોગમાં Lead સ્ક્રીનનો ઉપયોગ શું છે ?
4. Impact Parameter એટલે શું ?
5. તૃતીય ઉત્તેજિત અવસ્થા માટે મુખ્ય ક્વોન્ટમ-અંક કેટલો થશે ?
6. હાઈડ્રોજન જેવા (Hydrogenic) પરમાણુઓ એટલે શું ?
7. સ્થિત કક્ષાઓ એટલે શું ?
8. ઉત્તેજિત સ્થિતિમાનની વ્યાખ્યા આપો.
9. ડિસ્ચાર્જટ્યૂબમાં પરમાણુઓની ધનતા ઘટાડતાં વર્ણપટરેખાની તીવ્રતામાં શું ફેરફાર થશે ?
10. ફોનહોફર રેખાઓ એટલે શું ?
11. X-raysના શોધક કોણ હતા ?
12. X-raysની  $K_{\alpha}$  રેખા એટલે શું ?

#### નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ આપો :

1. થોમ્સનનું પ્લમ પુડિંગ મોડેલ ટૂંકમાં વર્ણવો.
2. ગાઈગર-માર્સરનના  $\alpha$ -કણપ્રકીર્ણનના ફક્ત પ્રાયોગિક ગોઠવણીની ચર્ચા કરો.
3. ગાઈગર-માર્સરનના  $\alpha$ -કણપ્રકીર્ણનના પ્રાયોગિક જવાબો (Results)ની ચર્ચા કરો.
4. રધરફોર્ડ પરમાણુ મોડેલની મર્યાદા લખો.
5. પરમાણુ વર્ણપટો એટલે શું? તે કેવી રીતે મેળવી શકાય?
6. બોહ્રના પરમાણુમોડેલના બે અધિતર્ક લખો.

7. બોહ્રના પરમાણુમોડેલની મદદથી ઇલેક્ટ્રોનની કક્ષીય ત્રિજ્યાનું સમીકરણ તારવો.
8. હાઈડ્રોજન પરમાણુ માટેના વર્ણપટો ચર્ચો.
9. H-પરમાણુ માટે ઊર્જાનું સમીકરણ લખો. તે પરથી  $\frac{1}{\lambda_{ik}} = \frac{me^4}{8\epsilon_0^2 ch^3} \left( \frac{1}{n_k^2} - \frac{1}{n_i^2} \right)$  સમીકરણ તારવો. અત્રે ઇલેક્ટ્રોન  $n = n_i$  કક્ષામાંથી  $n = n_k$  કક્ષામાં સંક્રાંતિ કરે છે.
10. બોહ્ર પરમાણુમોડેલની બે સફળતાઓ લખો.
11. બોહ્ર પરમાણુમોડેલની બે મર્યાદાઓ લખો.
12. ઉત્તેજિત સ્થિતિમાન વિશે ટૂંકમાં ચર્ચા કરો.
13. આયનીકરણ સ્થિતિમાન સમજાવો.
14. ઉત્સર્જન વર્ણપટ અને શોષણ વર્ણપટ વચ્ચેનો તફાવત લખો.
15. કુલીજ ટ્યૂબની મદદથી X-ray ઉત્પન્ન કરવાની પ્રાયોગિક ગોઠવણ લખો.
16. X-rays માટે સાપેક્ષ તીવ્રતા વિરુદ્ધ તરંગલંબાઈનો ગ્રાફ આપો. તેની લાક્ષણિકતાઓ લખો.
17. X-rays માટે તીવ્રતા વિરુદ્ધ તરંગલંબાઈના લાક્ષણિક ગ્રાફમાં મળતી લઘુત્તમ તરંગલંબાઈ માટેનું કારણ સમજાવો.
18. બોહ્ર મોડેલનો ઉપયોગ કરીને  $\sqrt{f} = CZ - C$  સમીકરણ તારવો, જ્યાં  $f$  એ  $K_\alpha$  રેખાની આવૃત્તિ,  $Z$  એ ટાર્ગેટનો પરમાણુક્રમાંક અને  $C$  એ અચળાંક છે.
19. મોઝેલેએ દર્શાવેલ X-rays પરના કાર્યની બે ઉપયોગિતા જણાવો.

#### નીચેના દાખલા ગણો :

1. હાઈડ્રોજન પરમાણુમાં ઇલેક્ટ્રોન  $n = 2$  કક્ષામાંથી  $n = 1$ મી કક્ષામાં સંક્રાંતિ કરે તે પહેલાં કેટલાં પરિભ્રમણ કરશે? હાઈડ્રોજન પરમાણુમાં પ્રથમ ઉત્તેજિત અવસ્થાનો સરેરાશ જીવનકાળ  $10^{-8}$  s લો.  
 $R = 1.097 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$  [જવાબ :  $8.23 \times 10^6$ ]
2. હાઈડ્રોજન પરમાણુમાં જ્યારે ઇલેક્ટ્રોન તૃતીય ઉત્તેજિત અવસ્થામાંથી ધરાસ્થિતિમાં આવે, ત્યારે ઉત્સર્જતા વિકિરણની તરંગલંબાઈ અને તેને અનુરૂપ ફોટોનની ઊર્જાની eVમાં ગણતરી કરો.  
 $R = 1.097 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$ ,  $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$  અને  $h = 6.625 \times 10^{-34} \text{ Js}$  લો.  
[જવાબ :  $9.72 \times 10^{-8} \text{ m}$ ,  $12.76 \text{ eV}$ ]
3. હાઈડ્રોજન પરમાણુના વર્ણપટમાં બામરશ્રેણીની મહત્તમ તરંગલંબાઈની ગણતરી કરો. આ તરંગલંબાઈને અનુરૂપ તરંગસંખ્યા શોધો.  $R = 1.097 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$  [જવાબ :  $6563 \text{ \AA}$ ,  $1.52 \times 10^6 \text{ m}^{-1}$ ]
4. હાઈડ્રોજન પરમાણુના વર્ણપટમાં બામરશ્રેણીની  $H_\alpha$ -રેખાની તરંગલંબાઈ  $6563 \text{ \AA}$  છે, તો તેને અનુરૂપ લાઈમન શ્રેણીની પ્રથમ રેખા ( $Ly_\alpha$ )ની તરંગલંબાઈ શોધો. [જવાબ :  $1215 \text{ \AA}$ ]
5. વિલ્સન અને સોમરફેલ્ડ નામના વિજ્ઞાનીઓએ પોતાના પરમાણુવાદમાં  $\alpha = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 rc}$  સૂત્ર વડે વ્યાખ્યાયિત થતો ફાઈન સ્ટ્રક્ચર (Fine Structure) અચળાંક તરીકે ઓળખાતો અચળાંક મેળવ્યો હતો. (i)  $\alpha$ -ના પરિમાણ શોધો. (ii)  $\frac{1}{\alpha}$  નું મૂલ્ય શોધો. (iii) હાઈડ્રોજનના પરમાણુની ઊર્જા  $\alpha$ ના સ્વરૂપમાં દર્શાવો અને (iv)  $\alpha$ ના સ્વરૂપમાં  $n = 1$  કક્ષામાં ભ્રમણ કરતાં હાઈડ્રોજનના ઇલેક્ટ્રોનની ઝડપ શોધો. અત્રે  $\hbar = \frac{h}{2\pi}$  છે.  
[જવાબ : (i) પરિમાણરહિત (ii) 137 (iii)  $\frac{-mc^2\alpha^2}{2n^2}$  (iv)  $\alpha c$ ]

6. કયા તાપમાને હાઈડ્રોજન વાયુની સરેરાશ આણ્વીય ગતિ-ઊર્જા હાઈડ્રોજન પરમાણુની બંધન-ઊર્જા જેટલી થાય ? બોલ્ટ્ઝમન અચળાંક,  $k_B = 1.38 \times 10^{-23} \text{ JK}^{-1}$  [જવાબ :  $1.051 \times 10^5 \text{ K}$ ]

7.  $\text{He}^+$  આયનમાંથી ઇલેક્ટ્રોનને દૂર કરવા જરૂરી ઊર્જા ગણો. [જવાબ :  $54.4 \text{ eV}$ ]

8. હાઈડ્રોજન પરમાણુની બામરશ્રેણીમાંથી  $H_\beta$  રેખાના ઉત્સર્જન માટે  $n = 2$  સ્થિતિમાં રહેલા હાઈડ્રોજન પરમાણુના ઇલેક્ટ્રોનને ઓછામાં ઓછી કેટલા ઇલેક્ટ્રોન-વોલ્ટ ઊર્જા આપવી પડે ?

$R = 1.097 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$ ,  $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$ ,  $h = 6.625 \times 10^{-34} \text{ Js}$ . [જવાબ :  $2.56 \text{ eV}$ ]

9. પ્રચલિત યંત્રશાસ્ત્રની વિભાવનનો ઉપયોગ કરીને  $\text{Li}^+$  – આયન માટેની કુલ ઊર્જા ગણો. તેની પ્રાયોગિક કિંમત ( $198.09 \text{ eV}$ ) સાથેની ટકાવાર ત્રુટિ ગણો.  $\frac{me^4}{8\epsilon_0^2 h^2} = 13.6 \text{ eV}$ . [જવાબ :  $204 \text{ eV}$ ,  $2.98 \%$ ]

10. K બળ-અચળાંકવાળી સ્પ્રિંગના છેડે  $m$  દળનો એક પદાર્થ ચોંટાડી, તેને સ્પ્રિંગના બળની અસર હેઠળ  $r$  ત્રિજ્યાના વર્તુળમાર્ગે ગતિ કરાવવામાં આવે છે. આ વર્તુળના પરિઘ પર પૂર્ણ સંખ્યાના (કણને રજૂ કરતી) તરંગો છે, તેમ ધારી અને બોહ્રની ક્વોન્ટમ શરતનો ઉપયોગ કરી સાબિત કરો કે ક્વોન્ટાઈઝ્ડ ઊર્જા  $E_n = n\hbar\omega$  છે, જ્યાં  $n =$  પૂર્ણાંક,  $\hbar = \frac{h}{2\pi}$  અને  $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ .

11. ચાંદી (Silver) ( $Z = 47$ ) માટે  $K_\alpha$ -રેખાની તરંગલંબાઈ ગણો.  $R = 1.09737 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$ . [જવાબ :  $0.57 \text{ \AA}$ ]

12. ધારો કે પ્લેટિનીયમ (Pt) ધાતુના K, L અને M ઊર્જાસ્તરો X-raysની  $K_\alpha$  અને  $K_\beta$  રેખાના ઉત્સર્જનમાં સંકળાયેલ છે. તેમને અનુરૂપ ઊર્જાઓ અનુક્રમે  $78 \text{ keV}$ ,  $12 \text{ keV}$  અને  $3 \text{ keV}$  છે તો  $K_\alpha$  અને  $K_\beta$  રેખાઓની તરંગલંબાઈ ગણો.  $h = 6.625 \times 10^{-34} \text{ Js}$ ,  $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$ ,  $\text{eV} = 1.6 \times 10^{-19} \text{ J}$ .

[જવાબ :  $\lambda_{K_\alpha} = 0.188 \text{ \AA}$ ,  $\lambda_{K_\beta} = 0.165 \text{ \AA}$ ]

•