4

વિદ્યુતપ્રવાહની ચુંબકીય અસરો

4.1 પ્રસ્તાવના (Introduction)

વિદ્યુત અને ચુંબકત્વની શાખાઓ લગભગ 2000 વર્ષથી જાણીતી છે. 1819માં ડેનીશ ભૌતિકવિજ્ઞાની ઑર્સ્ટેડે કરેલા અવલોકન તથા રાઉલૅન્ડ ફેરેડે, મેક્સવેલ અને લૉરેન્ટ્ઝ જેવા વિજ્ઞાનીઓએ ભૌતિકવિજ્ઞાનના વિકાસમાં આપેલા ફાળાને લીધે પ્રારંભમાં સ્વતંત્ર રીતે વિકસેલી વિદ્યુત અને ચુંબકત્વની શાખાઓ આજે એક બની ગઈ છે.

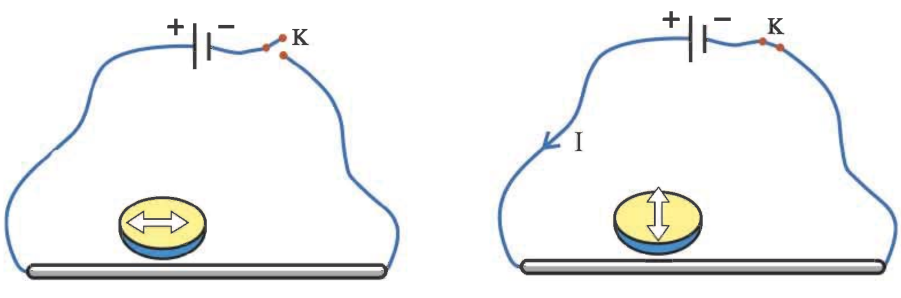
વિદ્યુત અને ચુંબકત્વ પરથી મળેલા પ્રાયોગિક નિયમોને ગણિતના માળખામાં સાંકળવામાં આવ્યા, ત્યારે એક નવી વિચારધારા ઊભી થઈ અને બંને શાખાઓ વચ્ચે મૂળભૂત ઐક્ય સધાયું અને પ્રકાશનું સ્વરૂપ સમજી શકાયું. વિદ્યુતચુંબકીય વિકિરણનું 'ઉત્પાદન' અને 'પ્રસરણ' શક્ય બન્યા, જેના પરિણામસ્વરૂપે સંદેશા વ્યવહારમાં ક્રાંતિ આવી.

વિદ્યુત અને ચુંબકત્વના સર્વગ્રાહી અભ્યાસને આવરી લેતી ભૌતિકવિજ્ઞાનની આ શાખાને **ઈલેક્ટ્રૉડાઈનેમિક્સ** કહે છે. પ્લાઝ્મા ભૌતિકવિજ્ઞાન, મૅગ્નેટોહાઈડ્રોડાઈનેમિક્સ અને સંદેશાવ્યવહારની આધુનિક ટેક્નોલૉજીમાં ઈલેક્ટ્રૉડાઈનેમિક્સનું ઘણું મહત્ત્વ છે.

પ્રસ્તુત પ્રકરણમાં આપણે વિદ્યુતપ્રવાહને લીધે ઉદ્ભવતું ચુંબકીય ક્ષેત્ર, ચુંબકીય ક્ષેત્રમાં ગતિ કરતા વિદ્યુતભાર પર લાગતું બળ, વિદ્યુતપ્રવાહધારિત તારને ચુંબકીય ક્ષેત્રમાં મૂકતાં તેના પર લાગતું બળ, સાઈક્લોટ્રૉન, ગૅલ્વેનોમીટર વગેરેનો અભ્યાસ કરીશું.

4.2 ઑર્સ્ટેડનું અવલોકન (Oersted's Observation)

વિદ્યુત અને ચુંબકત્વના અભ્યાસની વિકાસ-પ્રક્રિયા સાથે કેટલાંક પ્રાયોગિક અવલોકનો સંકળાયેલાં છે. આમાંનું એક પ્રાયોગિક અવલોકન ડેનિશ ભૌતિકવિજ્ઞાની ઑર્સ્ટેડે (Hans Christian Oersted 1771-1851) ઈ. સ. 1819માં કર્યું હતું. તે ડેન્માર્કની શાળાનો વિજ્ઞાનશિક્ષક હતો.



આકૃતિ 4.1 ઑર્સ્ટેડનું અવલોકન

આકૃતિ 4.1(a)માં દર્શાવ્યા પ્રમાણે ચુંબકીય સોયને સમાંતર સોયની નીચે વાહક તાર રહે તેમ ગોઠવો. હવે આકૃતિ 4.1(a)માં દર્શાવેલ વિદ્યુતપરિપથને પૂર્ણ કરતાં વાહક તારમાંથી વિદ્યુતપ્રવાહ પસાર થાય છે, ત્યારે ચુંબકીય સોય કોણાવર્તન અનુભવી વાહક તારને લંબરૂપે ગોઠવાય છે (જુઓ આકૃતિ 4.1(b)).

આમ, આ પ્રયોગના અવલોકનમાં ઑર્સ્ટેડે નોંધ્યું કે જ્યારે વાહક તારમાંથી વિદ્યુતપ્રવાહ પસાર થાય છે ત્યારે તેની આસપાસ ચુંબકીય ક્ષેત્ર ઉત્પન્ન થાય છે.

ઑર્સ્ટેડના આ સંશોધનને એરગો નામના વૈજ્ઞાનિકે ઈ. સ. 1820ની 11 સપ્ટેમ્બરે ફ્રેન્ચ એકેડેમી સમક્ષ રજૂ કર્યું હતું.

4.3 બાયો-સાવરનો નિયમ (Biot–Savart's Law)

પૅરિસમાં ઑર્સ્ટેડના ઉપર્યુક્ત સંશોધનના સમાચાર જાણ્યા બાદ માત્ર બે માસના ટૂંકા સમયગાળામાં બાયો અને સાવર નામના બે વિજ્ઞાનીઓએ પ્રાયોગિક પરિણામોના વિશ્લેષણના આધારે વિદ્યુતપ્રવાહ-ખંડને લીધે મળતા ચુંબકીય ક્ષેત્ર અંગેનો નિયમ સૂત્રના સ્વરૂપમાં નીચે મુજબ રજૂ કર્યો :

"$I\vec{dl}$ જેટલા વિદ્યુતપ્રવાહ-ખંડને લીધે, ખંડની સાપેક્ષે $\vec{r}$ સ્થાનસદિશ ધરાવતા બિંદુએ ચુંબકીય ક્ષેત્ર

$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} = \frac{I\vec{dl}\times\hat{r}}{r^2}$ સૂત્ર વડે આપવામાં આવે છે." (4.3.1)

અત્રે $I\vec{dl}$ = વિદ્યુતપ્રવાહ-ખંડ. એટલે કે વાહકની સૂક્ષ્મ સદિશ-લંબાઈ $\vec{dl}$ અને તેમાંથી પસાર થતા વિદ્યુતપ્રવાહ Iનો ગુણાકાર

μ_0 = શૂન્યાવકાશની પરમીએબિલિટી

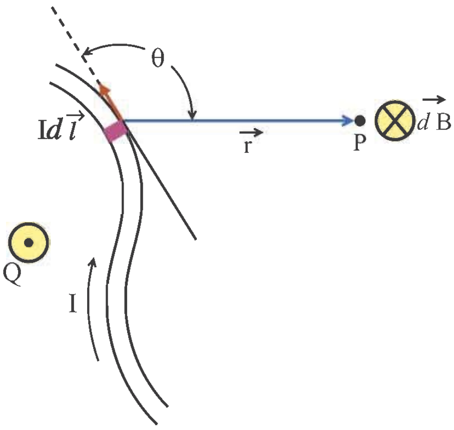
$= 4\pi \times 10^{-7}$ tesla meter ampere^{-1} (TmA^{-1})

$\hat{r} = \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|}$ વિદ્યુતપ્રવાહ-ખંડથી બિંદુ તરફ જતી દિશામાંનો એકમસદિશ. સમીકરણ (4.3.1)ને સદિશ $\vec{r}$ના સ્વરૂપમાં નીચે પ્રમાણે લખી શકાય.

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\vec{dl}\times\vec{r}}{r^3} \qquad (4.3.2)$$

સમીકરણ (4.3.1) પરથી $|d\vec{B}| = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idl\,sin\theta}{r^2}$ (4.3.3.)

જ્યાં θ એ $\vec{dl}$ અને $\vec{r}$ વચ્ચેનો ખૂણો છે.



આકૃતિ 4.2 બાયો-સાવરનો નિયમ

સમજૂતિ : આકૃતિ 4.2માં દર્શાવ્યા પ્રમાણે I વિદ્યુતપ્રવાહ ધરાવતા કોઈ યાદચ્છિક આકાર ધરાવતા વાહક તારને ધ્યાનમાં લો. આ વિદ્યુતપ્રવાહધારિત તારના કારણે ધારો કે કોઈ બિંદુ P પાસે ઉદ્‌ભવતું ક્ષેત્ર શોધવું છે.

આ વાહક તારને dl_1, dl_2 ..... dl_n જેટલી સૂક્ષ્મ લંબાઈ ધરાવતા ખંડોના બનેલા કલ્પો. અત્રે આ ખંડોની લંબાઈ એટલી સૂક્ષ્મ છે કે દરેક ખંડને પ્રવાહની દિશામાં સુરેખ ગણી શકાય. આવો એક સુરેખ ખંડ $\vec{dl}$ આકૃતિ 4.2માં દર્શાવેલ છે. $I\vec{dl}$ પ્રવાહ-ખંડની સાપેક્ષે બિંદુ Pનો સ્થાનસદિશ $\vec{r}$ પણ આકૃતિમાં દર્શાવ્યો છે. આ પ્રવાહ-ખંડને લીધે બિંદુ P પાસે ચુંબકીય ક્ષેત્ર $d\vec{B}$ સમીકરણ (4.3.1)નો ઉપયોગ કરીને ગણી શકાય. $d\vec{B}$ની દિશા, $\vec{dl}$ અને $\vec{r}$ના સદિશ ગુણાકાર રૂપે, $\vec{dl}$ અને $\vec{r}$થી બનતા સમતલને લંબરૂપે જમણા હાથના સ્ક્રૂના નિયમ મુજબની હોય છે. આકૃતિ 4.2માં $\vec{dl}$ અને $\vec{r}$ પુસ્તકના પાનમાં લીધા હોવાથી

$d\vec{B}$ની દિશા પુસ્તકના પાનને લંબરૂપે P બિંદુએ અંદર જતી દિશામાં છે. જે સંજ્ઞા ⊗ વડે દર્શાવી છે. (આકૃતિમાં Q બિંદુએ ચુંબકીય ક્ષેત્ર પુસ્તકના પાનને લંબરૂપે નિરિક્ષક તરફની દિશામાં છે. એને ⊙ સંજ્ઞા વડે દર્શાવાય છે.)

જો બિંદુ P પાસે સમગ્ર તારને લીધે ઉદ્ભવતું ચુંબકીય ક્ષેત્ર શોધવું હોય તો, જુદા-જુદા પ્રવાહ-ખંડો વડે ઉદ્ભવતાં ક્ષેત્રો સમીકરણ (4.3.1) પ્રમાણે મેળવી તેમનો સદિશ સરવાળો કરવો જોઈએ.

સૂક્ષ્મ ખંડો સતત રીતે પથરાયેલા હોવાથી તેનો સદિશ સરવાળો નીચે દર્શાવેલા રેખા-સંકલનના સ્વરૂપમાં લખી શકાય છે.

$$\vec{B} = \int d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{d\vec{l} \times \hat{r}}{r^2} \qquad (4.3.4)$$

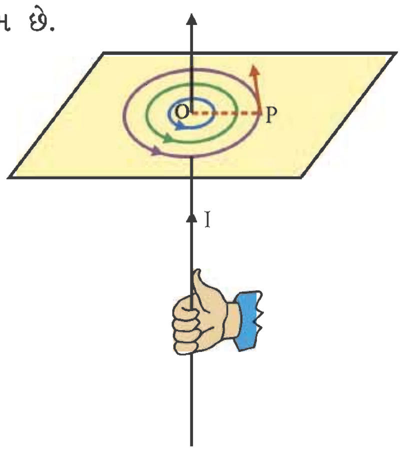
અથવા

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3} \qquad (4.3.4a)$$

અહીં રેખાસંકલન તારથી બનતા સમગ્ર પરિપથ પર છે. અત્રે નોંધો કે બાયો-સાવરનો નિયમ પણ કુલંબના નિયમ એને ન્યૂટનના ગુરુત્વાકર્ષણના સાર્વત્રિક નિયમની જેમ જ વ્યસત વર્ગનો નિયમ છે.

બૈજિક ગણતરીઓ માટે વિદ્યુતપ્રવાહધારિત તાર સાદા આકારનો પરિપથ રચતો હોય ત્યારે બાયો-સાવરના નિયમનો ઉપયોગ કરવાનું સહેલું બને છે.

અત્રે એક વાત તો સ્પષ્ટ જ છે કે કોઈ સમતલને લંબરૂપે રાખેલ સુરેખ વાહક તારમાંથી વિદ્યુતપ્રવાહ પસાર કરતાં આ સમતલમાં તારથી સમાન લંબ અંતરે આવેલાં બિંદુઓએ ચુંબકીય પ્રેરણ સમાન હશે. એટલે કે આકૃતિ 4.3માં દર્શાવ્યા પ્રમાણે તારથી OP ત્રિજ્યાના વર્તુળ પરના દરેક બિંદુએ ચુંબકીય પ્રેરણનું મૂલ્ય સમાન હશે તથા તેની દિશા વર્તુળને દોરેલા સ્પર્શકની દિશામાં હશે. આ દિશા શોધવા માટે જમણા હાથના અંગૂઠાનો નિયમ નીચે મુજબ છે :

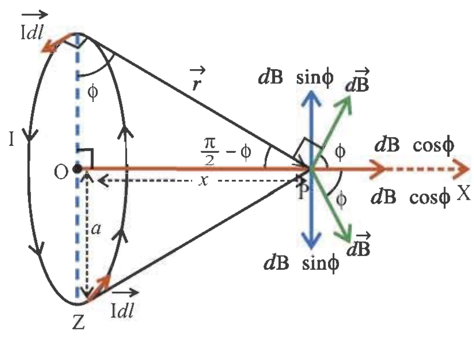


આકૃતિ 4.3
જમણા હાથનો અંગૂઠાનો નિયમ

તારને જમણા હાથમાં એવી રીતે પકડીએ કે અંગૂઠો વિદ્યુતપ્રવાહની દિશામાં રહે અને આંગળીઓ તાર પર વીંટળાય, તો તે આંગળીઓ ચુંબકીય ક્ષેત્રરેખાઓની દિશા દર્શાવે છે તથા ચુંબકીય પ્રેરણની દિશા આપેલા બિંદુએ ક્ષેત્રરેખાને દોરેલા સ્પર્શકની દિશામાં હોય છે. (જુઓ આકૃતિ 4.3)

4.4 વિદ્યુતપ્રવાહધારિત વર્તુળાકાર રિંગની અક્ષ પરના બિંદુએ ચુંબકીય ક્ષેત્રની તીવ્રતા

ધારો કે આકૃતિ 4.4માં દર્શાવ્યા પ્રમાણે પાતળા તારમાંથી બનાવેલી વર્તુળાકાર રિંગની ત્રિજ્યા a છે તથા તેમાંથી I જેટલો વિદ્યુતપ્રવાહ પસાર થાય છે. રિંગની અક્ષ X-અક્ષ સાથે સંપાત થાય છે. આકૃતિમાં દર્શાવ્યા મુજબ ધારો કે P બિંદુ રિંગના કેન્દ્રથી તેની અક્ષ ઉપર x જેટલા અંતરે આપેલ છે તથા $I\vec{dl}$ પ્રવાહખંડની સાપેક્ષે તેનો સ્થાનસદિશ $\vec{r}$ છે. $I\vec{dl}$ પ્રવાહ ખંડને લીધે P બિંદુ પાસે ઉદ્ભવતા ચુંબકીય ક્ષેત્રની તીવ્રતા $d\vec{B}$ છે તથા તેની દિશા આકૃતિમાં દર્શાવ્યા મુજબ $\vec{dl}$ અને $\vec{r}$ વડે રચાતા સમતલને લંબ છે.



આકૃતિ 4.4 વર્તુળાકાર રિંગથી ઉદ્ભવતું ચુંબકીય ક્ષેત્ર

$d\vec{B}$ના બે ઘટકો (1) X-અક્ષને સમાંતર $dB\cos\phi$ અને (2) X-અક્ષને લંબ $dB\sin\phi$ થશે. આકૃતિ પરથી સ્પષ્ટ છે કે જ્યારે સમગ્ર રિંગ પરના બધા જ ખંડો વડે મળતી ચુંબકીય તીવ્રતાઓના સદિશોનો સરવાળો કરવામાં આવશે ત્યારે રિંગના વ્યાસ પરના સામસામેના ખંડો વડે મળતી તીવ્રતાઓના $dB\sin\phi$ ઘટકો પરસ્પર વિરુદ્ધ દિશામાં હોઈ એકબીજાની અસરો નાબૂદ કરશે અને બધા $dB\cos\phi$ ઘટકો એક જ દિશામાં હોવાથી તેમનો સરવાળો થશે.

બાયો-સાવરના નિયમનો ઉપયોગ કરતાં,

$$|d\vec{B}| = \left|\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,d\vec{l}\times\vec{r}}{r^3}\right| = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idl\,r\sin\theta}{r^3} = \frac{\mu_0 Idl\,\sin\theta}{r^2},$$

જ્યાં θ એ $\vec{dl}$ અને $\vec{r}$ વચ્ચેનો કોણ છે.

વળી, $\vec{dl} \perp \vec{r}$ છે, તેથી $\sin\theta = \sin\frac{\pi}{2} = 1$

$$\therefore\ |d\vec{B}| = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{Idl}{r^2} \qquad (4.4.1)$$

P બિંદુ રિંગના કેન્દ્રથી x અંતરે હોવાથી $d\vec{B}$ના આ ઘટકનું મૂલ્ય $dB(x)$ વડે દર્શાવતાં,

$$dB(x) = |d\vec{B}|\cos\phi \qquad (4.4.2)$$

સમીકરણ (4.4.1)માંથી કિંમત સમીકરણ (4.4.2)માં મૂકતાં,

$$dB(x) = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idl}{r^2}\cos\phi = \frac{\mu_0 I}{4\pi r^2}\frac{a}{r}dl \quad (\because \text{ આકૃતિ પરથી } \cos\phi = \frac{a}{r})$$

P બિંદુએ પરિણામી ચુંબકીય ક્ષેત્ર $B(x) = \oint dB(x)$

$$= \frac{\mu_0 Ia}{4\pi r^3}\oint dl$$

અત્રે $\oint dl$ એ સમગ્ર રિંગ પરનું રેખા-સંકલન છે. $\therefore\ \oint dl = 2\pi a.$

$$\therefore\ B(x) = \frac{\mu_0 Ia}{4\pi r^3}.2\pi a$$

વળી, આકૃતિની ભૂમિતિ પરથી $r^2 = a^2 + x^2 \Rightarrow r^3 = (a^2+x^2)^{\frac{3}{2}}$

$$B(x) = \frac{\mu_0 Ia^2}{2(a^2+x^2)^{\frac{3}{2}}}$$

આ ચુંબકીય ક્ષેત્રની દિશા X-અક્ષને સમાંતર છે, જે રિંગની અક્ષ પર છે (જુઓ આકૃતિ 4.4). જો રિંગ, ખૂબ જ પાસપાસે રહેલા N આંટાની બનેલી હોય તો,

$$B(x) = \frac{\mu_0 NIa^2}{2(a^2+x^2)^{\frac{3}{2}}} \qquad (4.4.3)$$

રિંગના કેન્દ્ર પર રહેલા બિંદુ માટે $x = 0$ થાય, તેથી રિંગના કેન્દ્ર પર ચુંબકીય તીવ્રતા શોધવા માટે સમીકરણ (4.4.3)માં $x = 0$ મૂકતાં, રિંગના કેન્દ્ર પર ચુંબકીય ક્ષેત્રની તીવ્રતા B (કેન્દ્ર) $= \frac{\mu_0 NI}{2a}$. (4.4.4)

ઉપર્યુક્ત રિંગના કેન્દ્રથી અક્ષ પર અતિ દૂર રહેલા બિંદુ માટે $x >> a$ થાય, તેથી x^2ની સાપેક્ષે a^2ને અવગણતાં સમીકરણ (4.4.3)

$$B(x) = \frac{\mu_0 N I a^2}{2(x^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{\mu_0 N I a^2}{2x^3} \quad (\text{જ્યાં, } x >> a) \tag{4.4.5}$$

ઉદાહરણ 1 : હાઇડ્રોજન પરમાણુમાં પ્રોટોનની ફરતે ઇલેક્ટ્રૉન 2×10^6 m s^{-1}ની ઝડપથી 5.2×10^{-11}m ત્રિજ્યાની વર્તુળાકાર કક્ષામાં ભ્રમણ કરે છે, તો કક્ષાના કેન્દ્ર પર ઉદ્ભવતું ચુંબકીય ક્ષેત્ર શોધો.

ઉકેલ : અત્રે $v = 2 \times 10^6$ ms^{-1}

$r = 5.2 \times 10^{-11}$ m

$e = 1.6 \times 10^{-19}$ C

કક્ષામાં ઇલેક્ટ્રૉનની આવૃત્તિ f (એક સેકન્ડમાં પૂર્ણ કરેલા ભ્રમણ) $= \frac{v}{2\pi r}$

વિદ્યુતપ્રવાહ I $= f.e$

$$= \frac{v}{2\pi r} \times e$$

$$= \frac{2 \times 10^6}{2 \times 3.14 \times 5.2 \times 10^{-11}} \times 1.6 \times 10^{-19} = 9.8 \times 10^{-4} A$$

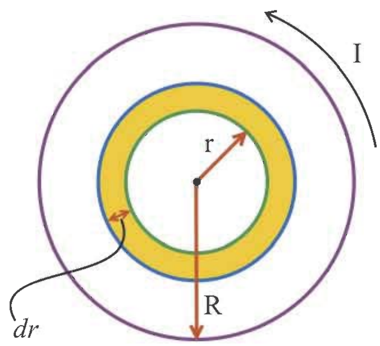
વર્તુળાકાર કક્ષાના કેન્દ્ર પર ઉદ્ભવતું ચુંબકીય ક્ષેત્ર

$$B = \frac{\mu_0 I}{2r}$$

$$= \frac{4 \times 3.14 \times 10^{-7} \times 9.8 \times 10^{-4}}{2 \times 5.2 \times 10^{-11}}$$

$$= 11.8 \text{ T}$$

ઉદાહરણ 2 : એક અવાહક દ્રવ્યની બનેલી R ત્રિજ્યાની એક તકતી પર Q જેટલો વિદ્યુતભાર સમાન રીતે પથરાયેલો છે. હવે આ તકતીને તેની ભૌમિતિક અક્ષ ફરતે f આવૃત્તિથી ભ્રમણ કરાવવામાં આવે, તો તકતીના કેન્દ્ર પર ઉદ્ભવતું ચુંબકીય પ્રેરણ શોધો.



ઉકેલ : આકૃતિમાં દર્શાવ્યા પ્રમાણે ધારો કે R ત્રિજ્યાવાળી તકતીને સમકેન્દ્રિત જુદી-જુદી ત્રિજ્યાવાળી રિંગોની શ્રેણીમાં વિભાજિત કરી શકાય. આમાંની કોઈ એક રિંગની ત્રિજ્યા r તથા જાડાઈ (પહોળાઈ) dr છે. તકતી પરનો કુલ વિદ્યુતભાર Q છે, તેથી એકમક્ષેત્રફળ દીઠ વિદ્યુતભાર $= \frac{Q}{\pi R^2}$

તેથી r ત્રિજ્યાવાળી ઘટક રિંગ પર વિદ્યુતભાર = (રિંગનું ક્ષેત્રફળ) $\times$ (એકમ ક્ષેત્રફળ પર રહેલો વિદ્યુતભાર) $= (2\pi r dr)\left(\frac{Q}{\pi R^2}\right)$

જો આ તકતી f આવૃત્તિથી ભ્રમણ કરતી હોય તો રિંગ પરના વિદ્યુતભારને લીધે ઉદ્ભવતો પ્રવાહ $I = \frac{Q}{\pi R^2} 2\pi r dr f$ થાય. આ પ્રવાહને લીધે ઉદ્ભવતું ચુંબકીય ક્ષેત્ર,

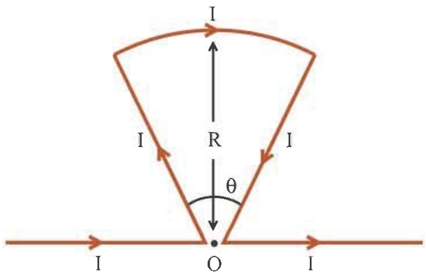
$$dB = \frac{\mu_0 I}{2r} = \frac{\mu_0 Q 2\pi}{\pi R^2} \frac{r dr}{2r} f = \frac{\mu_0 Q f}{R^2} dr$$

$\therefore$ સમગ્ર તકતીને લીધે ઉદ્ભવતું ચુંબકીય ક્ષેત્ર B.

$$B = \int dB = \int_0^R \frac{\mu_0 Qf}{R^2} dr = \frac{\mu_0 Qf}{R^2} \int_0^R dr$$

$$\therefore \ B = \frac{\mu_0 Qf}{R}$$

ઉદાહરણ 3 : આકૃતિમાં દર્શાવેલ બિંદુ O પાસે ચુંબકીય ક્ષેત્ર શોધો. O બિંદુ પાસે તાર એકબીજાને મળતા નથી. બિંદુ O તારના નીચેના ખાંચાઓથી અત્યંત નજીક છે.



ઉકેલ : અહીં, બિંદુ O એ સમક્ષિતિજ પ્રવાહોની દિશા પર જ છે. પરિણામે તેમને કારણે O પાસે ચુંબકીય ક્ષેત્ર ઉદ્ભવતું નથી. વળી, O બિંદુ ત્રિજ્યાવર્તી પ્રવાહોની દિશાઓ પર પણ આવે છે. આથી તેમને કારણે પણ O પાસે કોઈ ચુંબકીય ક્ષેત્ર ઉદ્ભવે નહિ. હવે વાત રહી ચાપની.

આ માટે આપણે R ત્રિજ્યાની n આંટાવાળી, વિદ્યુતવહન કરતી રિંગના કેન્દ્ર પર ઉદ્ભવતા ચુંબકીય ક્ષેત્ર માટેનું સૂત્ર વાપરી શકીએ. આ સૂત્ર અનુસાર,

$B = \frac{\mu_0 nI}{2R}$ (પુસ્તકના પાનમાં અંદર જતી દિશામાં) (1)

પ્રસ્તુત ઉદાહરણમાં ચાપની લંબાઈ = R θ

હવે, જો ચાપની લંબાઈ 2πR હોય, તો એક આંટો કહેવાય, તો ચાપની લંબાઈ Rθ હોય, તો કેટલા આંટા કહેવાય ?

2πR : 1 આંટો

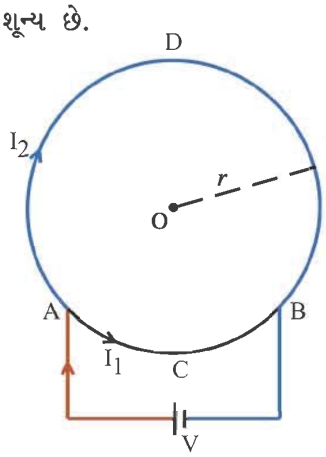
R θ : ? ⇒ આંટાની સંખ્યા, $n = \frac{R\theta}{2\pi R} = \frac{\theta}{2\pi}$

સૂત્ર (1)માં nનું આ મૂલ્ય મૂકતાં,

$$B = \frac{\mu_0 I\theta}{2R \times 2\pi}$$

$\therefore \ B = \frac{\mu_0 I\theta}{4\pi R}$ (પુસ્તકના પાનમાં અંદર જતી દિશામાં)

ઉદાહરણ 4 : એક નિયમિત આડછેદવાળા તાર વડે એક વર્તુળ બનાવવામાં આવેલ છે. આ વર્તુળના પરિઘ પરનાં કોઈ પણ બે બિંદુઓ વચ્ચે બૅટરી જોડવામાં આવી છે, તો સાબિત કરો કે આ વર્તુળના કેન્દ્ર પર ચુંબકીય પ્રેરણ (B) શૂન્ય છે.



ઉકેલ : આકૃતિમાં બતાવ્યા મુજબ A અને B બિંદુઓ વચ્ચે બૅટરી જોડેલ છે. તારનો આડછેદ નિયમિત હોવાથી, તારના કોઈ ભાગનો અવરોધ તે ભાગની લંબાઈના સમપ્રમાણમાં હોય છે. ($\because$ $R = \rho \frac{l}{A}$).

ધારો કે એકમલંબાઈના તારનો અવરોધ R' છે.

તાર ACBની લંબાઈ = l_1

તાર ADBની લંબાઈ = l_2

$\therefore$ તાર ACBનો અવરોધ = $R_1 = R' l_1$

તાર ADBમાં અવરોધ = $R_2 = R' l_2$

તાર ACBમાં વિદ્યુતપ્રવાહ = I_1

તાર ADBમાં વિદ્યુતપ્રવાહ = I_2

આ બે ભાગ ACB અને ADB એ A અને B બિંદુઓ વચ્ચે સમાંતર જોડાયેલા છે.

$V = I_1R_1 = I_2R_2$

$= I_1(R'l_1) = I_2(R'l_2)$

$\therefore I_1l_1 = I_2l_2$

તારનો દરેક સૂક્ષ્મ પ્રવાહ-ખંડ, O બિંદુના સ્થાનસદિશને લંબ છે.

$\therefore$ બાયો-સાવરના નિયમ પરથી O બિંદુએ ACBને લીધે મળતું ચુંબકીય ક્ષેત્ર

$$B_1 = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I_1l_1 sin90^o}{r^2}$$

અને ADBને લીધે મળતું ચુંબકીય ક્ષેત્ર

$$B_2 = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I_2l_2 sin90^o}{r^2}$$

$I_1l_1 = I_2l_2$ હોવાથી

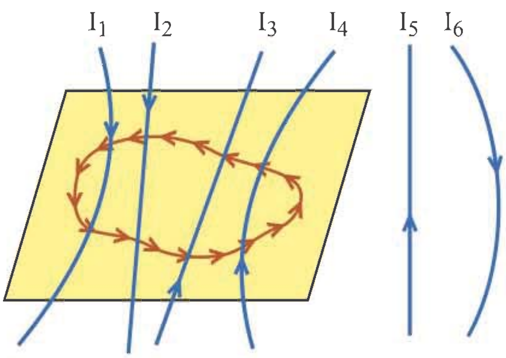
$B_1 = B_2$ મળે.

જમણા હાથના અંગૂઠાના નિયમ મુજબ B_1 અને B_2ની દિશાઓ પરસ્પરવિરોધી છે, આથી O આગળનું પરિણામી ચુંબકીય ક્ષેત્ર શૂન્ય થશે.

4.5 ઍમ્પિયરનો સર્કિટલ નિયમ (Ampere's Circuital Law)

આપણે વિદ્યુતક્ષેત્રમાં રેખા-સંકલન મેળવ્યું હતું, તેવું ચુંબકીય ક્ષેત્ર માટે પણ કરી શકીએ. આકૃતિમાં દર્શાવેલ વિદ્યુતપ્રવાહો I_1, I_2, I_3, I_4, I_5 તથા I_6 ધ્યાનમાં લો, જે ચુંબકીય ક્ષેત્ર ઉત્પન્ન કરે છે. આ ચુંબકીય ક્ષેત્ર તેમની આસપાસના વિસ્તારમાં હોય છે. આકૃતિ 4.5માં એક સમતલ (જે સમક્ષિતિજ હોવું જરૂરી નથી.) દર્શાવ્યું છે અને તેના પર એક યાદચ્છિક આકારનો બંધ વક્ર પણ દર્શાવ્યો છે. હવે, આ બંધ વક્ર (બંધગાળો) પર આપણે ચુંબકીય ક્ષેત્રનું રેખા-સંકલન લઈ શકીએ.

તમને એ પણ યાદ હશે કે વિદ્યુતક્ષેત્રમાં ગાઉસના નિયમ પ્રમાણે પૃષ્ઠ-સંકલન લેતા હતા, ત્યારે બંધ પૃષ્ઠથી ઘેરાયેલા વિદ્યુતભારો તેમની સંજ્ઞા (±) સાથે લેતા હતા. આજ પ્રમાણે બંધ પૃષ્ઠથી ઘેરાયેલા વિદ્યુતપ્રવાહો, જેઓ સમતલમાંથી પસાર થતાં હોય તેમના માટે સંજ્ઞા-પ્રણાલી નક્કી કરવી પડે. આ માટેની એક વ્યાવહારિક રીત નીચે મુજબ છે.



આકૃતિ 4.5 ઍમ્પિયરનો સર્કિટલ નિયમ

રેખા-સંકલન માટે દોરેલા વક્રથી રચાતા સમતલને લંબરૂપે જમણા હાથનો સ્ક્રૂ ગોઠવી, તેને રેખાસંકલન માટે દોરેલા સદિશ રેખાખંડોની દિશામાં ઘુમાવો. આમ કરતાં સ્ક્રૂ જે દિશામાં આગળ વધે તે દિશામાંના વિદ્યુતપ્રવાહોને ધન અને તેની વિરુદ્ધ દિશામાંના વિદ્યુતપ્રવાહોને ઋણ ગણો.

આકૃતિ 4.5માં દર્શાવેલા વિદ્યુતપ્રવાહો માટે આપણે સ્વીકારેલી સંજ્ઞા પદ્ધતિ અનુસાર, વિદ્યુતપ્રવાહો I_1 અને I_2 ઋણ થશે અને I_3 અને I_4 ધન થશે, તેથી તેમનો બૈજિક સરવાળો

$I_3 + I_4 - I_1 - I_2 = \Sigma I$ થશે.

અહીં જે પ્રવાહો બંધ વક્ર દ્વારા ઘેરાતા નથી, તેમની આપણે કોઈ ચિંતા કરવાની નથી. (જુઓ આકૃતિ 4.5) હવે ઍમ્પિયરના સર્કિટલ નિયમનું કથન નીચે પ્રમાણે છે :

"ચુંબકીય ક્ષેત્રમાં કોઈ બંધ વક્ર પરનું ચુંબકીય પ્રેરણનું રેખા-સંકલન, તે બંધ વક્ર દ્વારા ઘેરાતા વિદ્યુતપ્રવાહોના બૈજિક સરવાળા (ΣI) અને શૂન્યાવકાશની પરમીએબિલિટીના (μ_0) ગુણાકાર બરાબર હોય છે."

સમીકરણના રૂપમાં આ નિયમ નીચે મુજબ લખાય :

$$\oint \vec{B} \cdot \vec{dl} = \mu_0 \Sigma I \tag{4.5.1}$$

અત્રે નોંધો કે સંકલનમાં જે ચુંબકીય પ્રેરણ આવે છે તે બધા જ પ્રવાહોને કારણે (આપણા કિસ્સામાં I_1, I_2, I_3, I_4, I_5, I_6) ઉત્પન્ન થતું ચુંબકીય પ્રેરણ છે. જ્યારે સમીકરણની જમણી બાજુએ માત્ર જે પ્રવાહો બંધ વક્ર વડે ઘેરાય છે, તેમનો જ બૈજિક સરવાળો છે. અત્રે એ પણ નોંધવું જરૂરી છે કે ઍમ્પિયરનો નિયમ માત્ર સ્થાયી પ્રવાહો (Steady Currents) માટે જ સાચો છે.

જેવી રીતે સ્થિતવિદ્યુતના કિસ્સામાં ગાઉસના નિયમનો ઉપયોગ કરી, સંમિત વિદ્યુતભારવિતરણનું વિદ્યુતક્ષેત્ર શોધી શકાય છે, તેવી જ રીતે ઍમ્પિયરના નિયમનો ઉપયોગ કરીને સંમિત વિદ્યુતપ્રવાહવિતરણ વડે ઉદ્ભવતું ચુંબકીય ક્ષેત્ર શોધી શકાય છે.

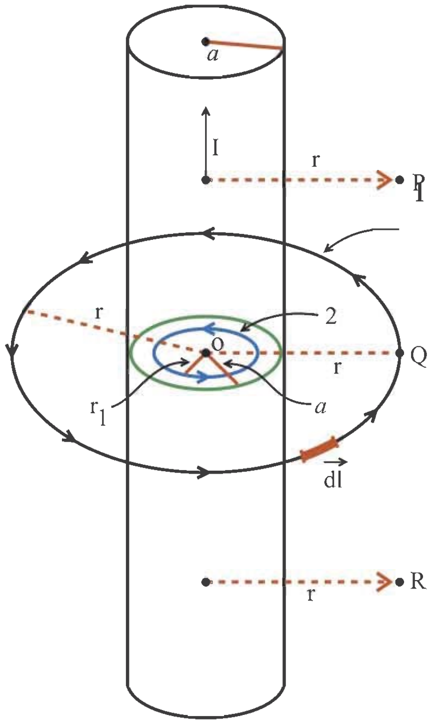
વિદ્યુતક્ષેત્ર માટે ગાઉસનો નિયમ અને ચુંબકીય ક્ષેત્ર માટે ઍમ્પિયરનો નિયમ ભૌતિકશાસ્ત્રમાં આગવું મહત્ત્વ ધરાવે છે.

મેક્સવેલના વિદ્યુતચુંબકીય વાદના આધારસ્તંભ તરીકે કુલ ચાર સમીકરણો છે. તેમાં ઍમ્પિયરનો નિયમ અને ગાઉસનો નિયમ બે આધારસ્તંભો છે. વળી, ચુંબકીય ક્ષેત્રરેખાઓ બંધ ગાળા રચે છે. તે ત્રીજો આધાર સ્તંભ અને ચોથો આધારસ્તંભ વિદ્યુત-સ્થાનાંતર વિભાવના છે.

અત્રે નોંધો કે ઍમ્પિયરનો નિયમ એ બાયો-સાવરના નિયમની અને વિદ્યુતક્ષેત્ર માટેનો ગાઉસનો નિયમ એ કુલંબના નિયમની સંકલનના સ્વરૂપમાં માત્ર રજૂઆતો છે. આ રજૂઆતો ભૌતિકશાસ્ત્રમાં ઘણી ફળદાયી નીવડી છે.

4.5.1 ઍમ્પિયર સર્કિટલ નિયમના ઉપયોગો (Uses of Ampere's Circuital Law)

(1) ઍમ્પિયરના નિયમનો ઉપયોગ કરી અતિ લાંબા વિદ્યુતપ્રવાહધારિત તાર વડે ઉદ્ભવતું ચુંબકીય ક્ષેત્ર શોધવું



આકૃતિ 4.6 વિદ્યુતપ્રવાહધારિત સુરેખ તારથી ઉદ્ભવતું ચુંબકીય ક્ષેત્ર

આપણે જોયું કે, સંમિત વિદ્યુતપ્રવાહવિતરણને લીધે ઉદ્ભવતું ચુંબકીય ક્ષેત્ર સહેલાઈથી શોધી શકાય છે. આકૃતિ 4.6માં દર્શાવેલ અતિ લાંબો (સૈદ્ધાંતિક રીતે અનંત લંબાઈનો) a ત્રિજ્યાવાળો, I જેટલા પ્રવાહનું વહન કરતો સુરેખ તાર ધ્યાનમાં લો.

આમાં સંમિતિ કઈ ? આની સમજ નીચે મુજબ મેળવી શકાય છે. પ્રથમ જુઓ કે સમગ્ર તારમાંથી સમાન વિદ્યુતપ્રવાહ I પસાર થઈ રહ્યો છે. હવે તારને તમારા હાથની બે હથેળી વચ્ચે રાખી વલોણીની જેમ ઘુમાવો. આમ કરવાથી તારમાંથી પસાર થતા વિદ્યુતપ્રવાહ I વડે ઉત્પન્ન થતા ચુંબકીય ક્ષેત્રમાં કોઈ ફેરફાર થતો નથી.

હવે તારથી r જેટલા સમાન લંબ અંતરે રહેલા P, Q અને R જેવાં બિંદુઓ વિચારો. તારના બંને છેડાઓ અનંત અંતરે છે. જ્યાં સુધી તારના છેડાઓ અનંત અંતરે છે, ત્યાં સુધી આ બિંદુઓ, P, Q અને Rના અંતરો તારના છેડાઓથી સમાન જ કહેવાય અને એ અર્થમાં આવાં બિંદુઓ સમતુલ્ય કહેવાય.

સંમિતિની ઉપર્યુક્ત ચર્ચા દર્શાવે છે કે P, Q અને R જેવાં બિંદુઓએ ચુંબકીય ક્ષેત્ર સમાન હોય, વળી, તારને વલોણીની જેમ ફેરવવાની વાત દર્શાવે છે કે Oને કેન્દ્ર તરીકે લઈ તારને ભ્રમણ આપતાં $OQ = r$ ત્રિજ્યાનું જે વર્તુળ રચાય છે. તેના પરિઘ પરનાં બધાં જ બિંદુઓ પર ચુંબકીય ક્ષેત્ર સમાન હોય છે.

આ કિસ્સામાં આપણે ઍમ્પિરિયના નિયમનો ઉપયોગ કરી ધારો કે Q બિંદુએ ચુંબકીય ક્ષેત્ર શોધવું છે. આ માટે આકૃતિમાં દર્શાવ્યા મુજબ ત્રિજ્યા $OQ = r$ તથા તારને લંબ હોય તેવો વર્તુળાકાર બંધ વક્ર (ઍમ્પિરિયન લૂપ 1)

વિચારો રેખાખંડો $\vec{dl}$ આ વર્તુળના પરિઘ પર રહેલા છે. ધારો કે આ દરેક રેખાખંડ પાસે સમાન ચુંબકીય ક્ષેત્ર $\vec{B}$ છે.

ઍમ્પિરિયનના નિયમ $\oint \vec{B}\cdot\vec{dl} = \mu_0\Sigma I$માં ઉપર્યુક્ત હકીકતોનો ઉપયોગ કરતાં,

$\oint Bdl \ cos\theta = \mu_0 I$

અત્રે દરેક રેખાખંડ પાસે $\vec{B}$ અને $\vec{dl}$ એક જ દિશામાં હોવાથી $cos\theta = cos0 = 1$

$\therefore B\oint dl = \mu_0 I$ ($\because$ B અચળ છે.)

અત્રે $\oint dl = r$ ત્રિજ્યા ધરાવતા વર્તુળનો પરિઘ $= 2\pi r$

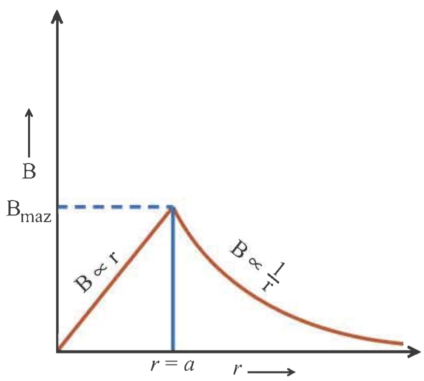
$\therefore B(2\pi r) = \mu_0 I$

$$\therefore B = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I}{r} \qquad (4.5.2)$$

અત્રે આપણે નક્કી કરેલ સંજ્ઞા પ્રમાણે I ધન છે. સમીકરણ (4.5.2) પરથી,

$B \ \alpha \ \frac{1}{r}$ (તારની બહારના વિસ્તારમાં)

તારની અંદરના વિસ્તારમાં ચુંબકીય ક્ષેત્ર : હવે આકૃતિ 4.6માં દર્શાવ્યા પ્રમાણે તારની ત્રિજ્યા a છે અને તેના કેન્દ્રથી તારમાં r_1 અંતરે ચુંબકીય ક્ષેત્ર શોધવું છે. એટલે કે $r_1 < a$. r_1 ત્રિજ્યાવાળું ઍમ્પિરિયન લૂપ 2 ધ્યાનમાં લો. (જે તારની અંદર તારની અક્ષને ફરતે છે.) આ લૂપ વડે ઘેરાતો વિદ્યુતપ્રવાહ I_e હોય તો,



આકૃતિ 4.7 તારના કેન્દ્રથી r અંતરે ચુંબકીય ક્ષેત્ર B

$$I_e = \left(\frac{I}{\pi a^2}\right)\pi r_1^2 = I\frac{r_1^2}{a^2}$$

ઍમ્પિયરના નિયમનો ઉપયોગ કરતાં,

$$B(2\pi r_1) = \mu_0 I\frac{r_1^2}{a^2}$$

$$\therefore B = \left(\frac{\mu_0 I}{2\pi a^2}\right)r_1 \qquad (4.5.3)$$

$\therefore B \ \alpha \ r$

r_1ને r વડે દર્શાવતા એટલે કે $r < a$ માટે $B \ \alpha \ r$

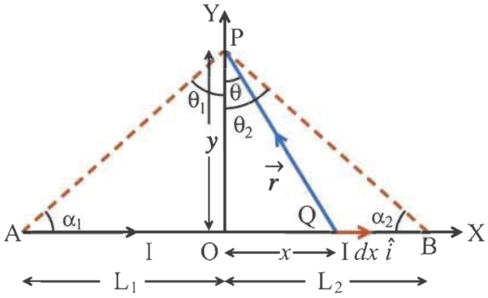
તેથી સામાન્ય સંકેત rમાં ઉપર્યુક્ત હકીકતો નીચે પ્રમાણે દર્શાવી શકાય :

(i) $r > a$ હોય, તો $B \ \alpha \ \frac{1}{r}$

(ii) $r < a$ પાસે $B \ \alpha \ r$

(iii) $r = a$ પાસે Bનું મૂલ્ય મહત્તમ હશે.

$B \rightarrow r$નો આલેખ આ હકીકત દર્શાવે છે. (જુઓ આકૃતિ 4.7)



આકૃતિ 4.8 પરિમિત લંબાઈના પ્રવાહધારિત તાર વડે મળતું ચુંબકીય ક્ષેત્ર

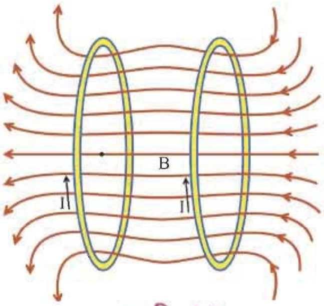
પરિમિત લંબાઈના તાર માટે : હવે જો અનંતલંબાઈના તારને બદલે પરિમિત લંબાઈ ધરાવતા તાર માટે તેમાંથી પસાર થતા પ્રવાહને લીધે આપેલા બિંદુએ ઉદ્ભવતું ચુંબકીય ક્ષેત્ર $\vec{B}$ શોધવા માટે આકૃતિમાં 4.8 ધ્યાનમાં લો.

આ કિસ્સામાં $\vec{B}$ માટે નીચે પ્રમાણેના બાયો-સાવરના નિયમનો ઉપયોગ કરી મેળવી શકાય છે.

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I}{y}\,[\sin\theta_1 + \sin\theta_2]\,\hat{k} \qquad (4.5.4)$$

જ્યાં, y એ તારથી આપેલા P બિંદુનું લંબઅંતર, θ_1 અને θ_2 એ આપેલા બિંદુથી તાર પર દોરેલા લંબ સાથે, તારના છેડાઓથી આપેલા બિંદુને જોડતી રેખાઓ વડે રચાતા કોણ છે (જુઓ આકૃતિ 4.8).

(2) સૉલેનોઈડ : આકૃતિ 4.9માં દર્શાવ્યા મુજબ એકબીજાની નજીક એક જ દિશામાં વિદ્યુતપ્રવાહનું વહન કરતી બે રિંગો સમઅક્ષીય રહે તેમ ગોઠવેલી છે.



આકૃતિ 4.9

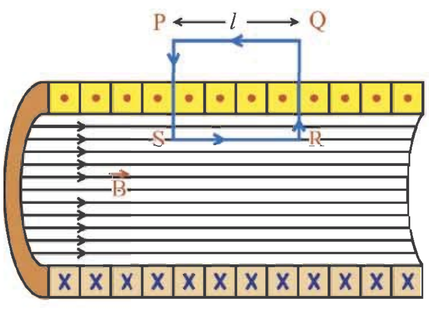
અત્રે દર્શાવેલ ક્ષેત્રરેખાઓ પરથી જોઈ શકાય છે કે તેમની સમાન અક્ષ પરના, બંને રિંગોના કારણે ઉદ્ભવતાં ચુંબકીય ક્ષેત્રો એક જ દિશામાં છે. વળી, અક્ષની નજીકની ક્ષેત્રરેખાઓ પણ લગભગ સમાંતર અને એક જ તરફની દિશામાં છે. આમ, જો અલગ કરેલી (Insulated) ઘણી બધી રિંગોને (સૈદ્ધાંતિક રીતે અનંત સંખ્યાની) એકબીજાને તદ્દન નજીક મૂકીને (સમઅક્ષીય રહે તેમ) તેમાંથી સમાન વિદ્યુતપ્રવાહ પસાર કરવામાં આવે, તો આ રિંગોથી ઘેરાતા અવકાશમાં ચુંબકીય ક્ષેત્ર સમાન હોય છે તથા ચુંબકીય ક્ષેત્રરેખાઓ એકબીજાથી સમાન અંતરે રિંગોની અક્ષને સમાંતર હોય છે. પરંતુ ક્રમશઃ આવતી જતી રિંગો, બહારના વિસ્તારમાં એકબીજાની અસર નાબૂદ કરતી હોવાથી આ વિસ્તારમાં ચુંબકીય ક્ષેત્ર શૂન્ય હોય છે. આ પરિસ્થિતિને સાકાર કરતું ઉપકરણ એટલે જ સૉલેનોઈડ.

પાસપાસે વીંટેલા અલગ કરેલા વાહક તારના હેલીકલ (Helical) ગૂંચળાને સૉલેનોઈડ કહે છે.

વ્યવહારમાં લાંબા અને ટૂંકા એમ બંને પ્રકારના સૉલેનોઈડ વપરાય છે.

અતિ લાંબા સૉલેનોઈડનો અર્થ એ કે તેની ત્રિજ્યાની સરખામણીમાં લંબાઈ ઘણી જ મોટી હોય છે.

ઍમ્પિયરના સર્કિટલના નિયમનો ઉપયોગ કરી અતિલાંબા સૉલેનોઈડની અંદરના વિસ્તારમાં ઉદ્ભવતું ચુંબકીય ક્ષેત્ર શોધવું :



આકૃતિ 4.10 સૉલેનોઈડ

આકૃતિ 4.10માં એક અતિ લાંબા સૉલેનોઈડનો તેની લંબાઈને સમાંતર પુસ્તકના પાન સાથેનો આડછેદ દર્શાવ્યો છે. (X) વડે દર્શાવેલ સંકેતો આકૃતિના સમતલમાં અંદર જતા વિદ્યુતપ્રવાહની દિશા અને (·) વડે દર્શાવેલ સંકેતો આકૃતિના સમતલમાંથી બહાર આવતા વિદ્યુતપ્રવાહની દિશા દર્શાવે છે.

ધારો કે આ સૉલેનોઈડની અંદર આવેલા બિંદુ S પાસે ચુંબકીય ક્ષેત્ર શોધવું છે. આકૃતિ 4.10માં દર્શાવેલ l લંબાઈના લંબચોરસ PQRSને ઍમ્પિયર લૂપ તરીકે લઈ આ લૂપ પર રેખા-સંકલન લેતાં,

$$\therefore \oint \vec{B}\cdot\vec{dl} = \int_P^S \vec{B}\cdot\vec{dl} + \int_S^R \vec{B}\cdot\vec{dl} + \int_R^Q \vec{B}\cdot\vec{dl} + \int_Q^P \vec{B}\cdot\vec{dl}$$

આકૃતિ 4.10 પરથી સ્પષ્ટ છે કે બંધ વક્રનો PQ ભાગ સૉલેનોઇડની બહાર હોઈને ત્યાં ચુંબકીય ક્ષેત્ર શૂન્ય હશે અને માટે $\int_{Q}^{P} \vec{B} \cdot \vec{dl} = 0$.

ઉપરાંત બાજુઓ QR અને SPનો અમુક ભાગ ચુંબકીય ક્ષેત્રની બહાર છે અને જે ભાગ ક્ષેત્રમાં છે, તે ક્ષેત્રને લંબ હોઈને $\int_{R}^{Q} \vec{B} \cdot \vec{dl} = \int_{P}^{S} \vec{B} \cdot \vec{dl} = 0$ થશે.

$$\therefore \oint \vec{B} . \vec{dl} = \int_{S}^{R} B dl \cos 0^{\circ} = B \int_{S}^{R} dl = Bl \quad (4.5.5)$$

ધારો કે સૉલેનોઇડની એકમ લંબાઈ દીઠ n આંટા છે. માટે ધ્યાનમાં લીધેલ ઍમ્પિયર લૂપ (લંબચોરસ PQRS)માંથી સૉલેનોઇડના nl આંટા પસાર થાય છે. દરેક આંટામાંથી I વિદ્યુતપ્રવાહ વહે છે, તેથી લૂપમાંથી પસાર થતો કુલ વિદ્યુતપ્રવાહ $\Sigma I = nlI$ થશે.

ઍમ્પિયરના સર્કિટલ નિયમ પરથી,

$$\oint \vec{B} . \vec{dl} = \mu_0 nlI$$

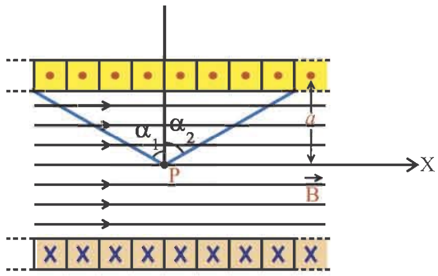
$$\therefore Bl = \mu_0 nlI \quad \text{(સમીકરણ 4.5.5 પરથી)}$$

$$\therefore B = \mu_0 nI \quad (4.5.6)$$

આ રીત અતિ લાંબા સૉલેનોઇડ માટે જ વાપરી શકાય. કારણ કે અતિ લાંબા સૉલેનોઇડ માટે જ અંદરના બધાં બિંદુઓનાં સ્થાન સમતુલ્ય ગણી શકાય તથા સૉલેનોઇડની અંદરના વિસ્તારમાં બધાં બિંદુઓએ ચુંબકીય ક્ષેત્ર સમાન હોય છે. સૉલેનોઇડના બહારના વિસ્તારમાં ચુંબકીય ક્ષેત્ર લગભગ શૂન્ય હોય છે. પરિમિત સૉલેનોઇડ માટે આ રીત ન વાપરવી જોઈએ.

પરિમિત લંબાઈના સૉલેનોઇડ માટે : પરિમિત લંબાઈના સૉલેનોઇડ માટે બાયો-સાવરના નિયમનો ઉપયોગ કરી તેની અંદરના બિંદુએ ચુંબકીય ક્ષેત્રનું સૂત્ર મેળવી શકાય છે, જે નીચે મુજબ છે. આ માટે નીચેના આકૃતિ 4.11 ધ્યાનમાં લો.

$$B = \frac{\mu_0 nI}{2}(\sin\alpha_1 + \sin\alpha_2) \quad (4.5.7)$$

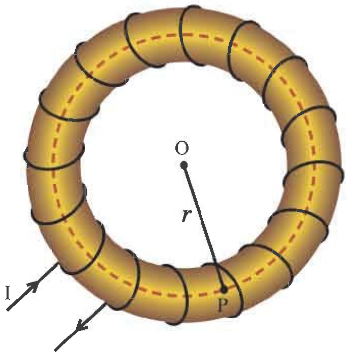


આકૃતિ 4.11 પરિમિત લંબાઈનો સૉલેનોઇડ

અત્રે α_1 અને α_2 એ આકૃતિ 4.11માં દર્શાવ્યા અનુસાર સૉલેનોઇડના બે છોડાઓને અનુલક્ષીને P પાસે લંબ સાથે બનતા કોણ છે.

ટોરોઇડ (Toroid) : જો સૉલેનોઇડને વર્તુળાકારમાં વાળી તેના છેડા જોડી દેવામાં આવે, તો બનતી રચનાને ટોરોઇડ કહે છે. અથવા તો અલગ કરેલા વાહક તારને અવાહક પોલીરિંગ પર ખૂબ જ પાસપાસે વીંટાળીને બનાવેલ રચનાને ટોરોઇડ કહે છે.

આકૃતિ 4.12માં આવું એક ટોરોઇડ દર્શાવેલ છે. (ટૂંકમાં ટોરોઇડનો આકાર હવા ભરેલી ટાયરની ટ્યૂબ જેવો હોય છે. અંગ્રેજીમાં તેને Doughnut Shape કહે છે. વિદ્યુતપ્રવાહધારિત ટોરોઇડની (કૉઇલની) અંદરના ભાગમાં ઉદ્‌ભવતું ચુંબકીય ક્ષેત્ર ઍમ્પિયરના સર્કિટલ નિયમની મદદથી મેળવી શકાય છે.



આકૃતિ 4.12 ટોરોઇડ

ધારો કે ટોરોઇડની અંદરના ભાગમાં ટોરોઇડના કેન્દ્ર O થી r અંતરે આવેલ P બિંદુ પાસે (જુઓ આકૃતિ) ચુંબકીય ક્ષેત્ર શોધવું છે. આ માટે ટોરોઇડના કેન્દ્ર Oને કેન્દ્ર તરીકે લઈ r ત્રિજ્યાના વર્તુળને ઍમ્પિરિયન લૂપ તરીકે લઈએ તો સંમિતિના આધારે કહી શકાય કે આ લૂપ પરના દરેક બિંદુએ ચુંબકીય ક્ષેત્રનું મૂલ્ય સમાન હશે અને ક્ષેત્રની દિશા તે બિંદુએ વર્તુળને દોરેલા સ્પર્શકની દિશામાં હશે. માટે

$$\oint \vec{B}\cdot \vec{dl} = \oint B dl \quad (\therefore\ \vec{B} \text{ અને } \vec{dl} \text{ એક જ દિશામાં છે.})$$

$$= B\oint dl = B(2\pi r) \tag{4.5.8}$$

જો ટોરોઇડના આંટાની કુલ સંખ્યા N હોય અને તેમાંથી પસાર થતો વિદ્યુતપ્રવાહ I હોય તો ઍમ્પિરિયન લૂપ વડે ઘેરાતા ક્ષેત્રફળમાંથી પસાર થતો કુલ વિદ્યુતપ્રવાહ $\Sigma I = NI$ થશે. માટે ઍમ્પિયરના સર્કિટલના નિયમ પરથી

$$\oint \vec{B}\cdot \vec{dl} = \mu_0 NI \tag{4.5.9}$$

સમીકરણ (4.5.8) અને (4.5.9) પરથી

$$B(2\pi r) = \mu_0 NI$$

$$B = \frac{\mu_0 NI}{2\pi r} = \mu_0 nI \tag{4.5.10}$$

જ્યાં, $n = \frac{N}{2\pi r}$ ટોરોઇડના પરિઘ પર એકમ લંબાઈ દીઠ આંટાઓની સંખ્યા.

ટોરોઇડની અંદરના ભાગમાં (બહારના ભાગમાં નહિ) ઉદ્‌ભવતા ચુંબકીય ક્ષેત્ર માટેનું આ સૂત્ર છે. આ ચુંબકીય ક્ષેત્રનું મૂલ્ય ટોરોઇડના અંદરના દરેક બિંદુએ સમાન હોય છે.

આદર્શ ટોરોઇડમાં આંટાઓ સંપૂર્ણ રીતે વર્તુળાકાર હોવાથી તેના વચ્ચેના તેમજ બહારના વિસ્તારમાં ચુંબકીય ક્ષેત્ર શૂન્ય હોય છે. વ્યવહારમાં વપરાતા ટોરોઇડની કૉઈલ (Helical) હોવાથી તેના (ટોરોઇડના) બહારના ભાગમાં પણ થોડુંક ચુંબકીય ક્ષેત્ર હોય છે. ન્યુક્લિયર સંલયન (nuclear fusion)ની ઘટનામાં પ્લાઝ્માના (confinement) માટે વપરાતી (Tokamak) નામની રચનામાં ટોરોઇડ ખૂબ જ ઉપયોગી રચના છે.

4.6 ચુંબકીય ક્ષેત્રમાં મૂકેલા વિદ્યુતપ્રવાહધારિત તાર પર લાગતું બળ (Force on a Current Carrying Wire Placed in a Magnetic Field)

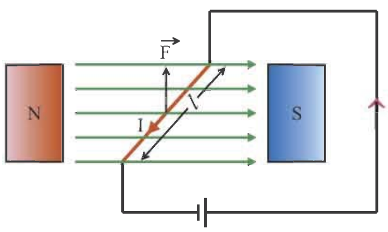
ઑર્સ્ટેડના અવલોકનની પ્રસિદ્ધિના એક અઠવાડિયાના સમયગાળામાં વિજ્ઞાની ઍમ્પિયરે એક બીજું અવલોકન કર્યું. આ અવલોકનમાં તેણે જોયું કે એકબીજાને સમાંતર ગોઠવેલા બે વિદ્યુતપ્રવાહધારિત તારોમાંથી પસાર થતા વિદ્યુતપ્રવાહો જો એકસમાન દિશામાં હોય તો, તેમની વચ્ચે આકર્ષણ ઉદ્‌ભવે છે અને જો પ્રવાહો વિરુદ્ધ દિશામાં હોય તો, તેમની વચ્ચે અપાકર્ષણ ઉદ્‌ભવે છે.

આપણે જોયું કે કોઈ તારમાંથી વિદ્યુતપ્રવાહ પસાર થાય છે, ત્યારે તેની આસપાસ ચુંબકીય ક્ષેત્ર ઉત્પન્ન થાય છે. હવે આ તારની પાસે એક બીજો વિદ્યુતપ્રવાહધારિત તાર મૂકીએ (એટલે કે પ્રથમ તારમાં વહેતા વિદ્યુતપ્રવાહને લીધે ઉદ્‌ભવતા ચુંબકીય ક્ષેત્રમાં બીજો વિદ્યુતપ્રવાહધારિત તાર મૂકીએ.) તો તેના પર પ્રથમ તારથી ઉદ્‌ભવેલ ચુંબકીય ક્ષેત્રને કારણે બળ લાગે છે. આ જ પ્રમાણે બીજા તારમાંથી વહેતા વિદ્યુતપ્રવાહને લીધે ઉદ્‌ભવતા ચુંબકીય ક્ષેત્રમાં પ્રથમ તાર રહેલો છે, તેથી બીજા તારમાંથી વહેતા વિદ્યુતપ્રવાહને લીધે ઉદ્‌ભવેલા ચુંબકીય ક્ષેત્રને કારણે પ્રથમ તાર પર બળ લાગે છે.

બળ લાગવાની આ પ્રક્રિયા સંજ્ઞાત્મક રીતે નીચે મુજબ રજૂ કરી શકાય :

$$\left.\begin{array}{l}\text{પ્રથમ તારમાં}\\ \text{વિદ્યુતપ્રવાહ}\end{array}\right\} \begin{array}{c}\rightarrow\\ \leftarrow\end{array} \text{ચુંબકીય ક્ષેત્ર} \left\{\begin{array}{l}\text{બીજા તારમાં}\\ \text{વિદ્યુતપ્રવાહ}\end{array}\right.$$

બીજા શબ્દોમાં બંને તાર વચ્ચે ચુંબકીય ક્ષેત્ર દ્વારા પરસ્પર બળ લાગે છે. બે વિદ્યુતપ્રવાહધારિત તાર વચ્ચેનું ચુંબકીય બળ જાણવા માટે વિદ્યુતપ્રવાહધારિત તારને ચુંબકીય ક્ષેત્રમાં મૂકતાં તેના પર લાગતું બળ જાણવું જોઈએ. આવા બળ માટેનો નિયમ ઍમ્પિયરે પ્રાયોગિક પરિણામો પરથી મેળવ્યો છે, જે નીચે મુજબ છે :



આકૃતિ 4.13

$\vec{B}$ જેટલા ચુંબકીય પ્રેરણને લીધે $I\vec{dl}$ પ્રવાહખંડ પર લાગતું બળ

$$\vec{dF} = I\vec{dl} \times \vec{B} \tag{4.6.1}$$

વડે અપાય છે.

જો વિદ્યુતપ્રવાહધારિત તારની લંબાઈ l હોય અને તેને સમાન ચુંબકીય ક્ષેત્ર $\vec{B}$માં મૂક્યો હોય, તો તેના પર લાગતું બળ

$$\vec{F} = I\vec{l} \times \vec{B} \tag{4.6.2}$$

આવી એક ગોઠવણ આકૃતિ 4.13માં દર્શાવી છે.

અત્રે બળ $\vec{F}$ની દિશા સદિશ ગુણાકાર માટેના જમણા હાથના સ્ક્રૂના નિયમની મદદથી નક્કી કરી શકાય છે.

4.6.1 બે સમાંતર વિદ્યુતપ્રવાહધારિત તાર વચ્ચે લાગતું બળ (The Force between Two parallel Current Carrying Wires)

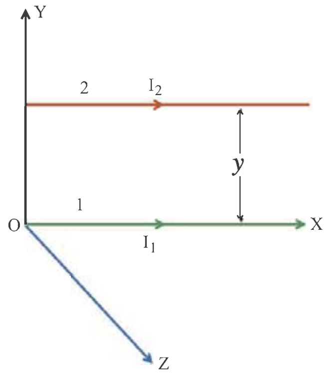
આકૃતિ 4.14માં દર્શાવ્યા પ્રમાણે એકબીજાથી y અંતરે મુકેલા અને એક જ દિશામાં I_1 અને I_2 પ્રવાહોનું વહન કરતા બે અતિ લાંબા સમાંતર તારોને ધ્યાનમાં લો. અત્રે બંને તારો X-અક્ષને સમાંતર મૂકેલા છે.

હવે I_1 પ્રવાહધારિત પ્રથમ તાર 1થી y અંતરે ચુંબકીય ક્ષેત્ર (સમીકરણ (4.5.2) અનુસાર)

$$\vec{B}_1 = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_1}{y}\hat{k} \tag{4.6.3}$$

આ ચુંબકીય ક્ષેત્ર બીજા તારનાં બધાં જ બિંદુઓએ સમાન છે અને તે Z દિશામાં છે. બીજા તારની l લંબાઈ દીઠ લાગતું ચુંબકીય બળ,

$$\vec{F}_2 = I_2\vec{l} \times \vec{B}_1 \quad \text{(સમીકરણ 4.6.2 અનુસાર)}$$



આકૃતિ 4.14

B_1નું મૂલ્ય સમીકરણ (4.4.3)માંથી ઉપર્યુક્ત સમીકરણમાં મૂકતાં,

$$\vec{F}_2 = I_1I_2\frac{\mu_0}{2\pi y}l\hat{i} \times \hat{k} \quad (\because \text{ પ્રવાહ } I_2 \text{ X દિશામાં છે.})$$

$$\therefore \vec{F}_2 = -\frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_1I_2l}{y}\hat{j} \tag{4.6.4}$$

ઉપર્યુક્ત સમીકરણ દર્શાવે છે કે બળ $\vec{F}_2$ ઋણ Y દિશામાં છે.

બીજા પ્રવાહધારિત તારને લીધે પ્રથમ તાર પર લાગતું બળ આ જ રીતે નીચે મુજબ છે :

$$\vec{F}_1 = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_1I_2l}{y}\hat{j} \tag{4.6.5}$$

ઉપર્યુક્ત સમીકરણ દર્શાવે છે કે આ બળ F_1 એટલે કે (I_1) તાર પર લાગતું બળ ધન Y દિશામાં છે.

આમ, $$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2 \tag{4.6.6}$$

બન્ને તારો વચ્ચે લાગતાં બળ બંને તારો વચ્ચે આકર્ષણ થતું હોવાનું સૂચવે છે.

જો બંન્ને તારોમાંથી વહેતા વિદ્યુતપ્રવાહો પરસ્પર વિરુદ્ધ દિશામાં હોય, તો તેમની વચ્ચે અપાકર્ષણ ઉદ્ભવે છે.

સમીકરણ (4.6.6) પરથી સ્પષ્ટ છે કે અહીં પણ ન્યૂટનનો ગતિનો ત્રીજો નિયમ પળાય છે.

ઍમ્પિયરની વ્યાખ્યા :

સમીકરણ (4.6.4)માં જો

$I_1 = I_2 = 1A$, $y = 1$ m અને $l = 1$m લેવામાં આવે, તો

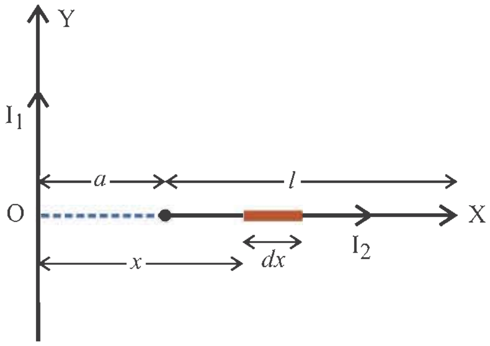
$$|\vec{F}_2| = \frac{\mu_0}{2\pi} = \frac{4\pi\times10^{-7}}{2\pi} = 2 \times 10^{-7} \text{ N} \tag{4.6.7}$$

આ હકીકતનો ઉપયોગ કરીને વિદ્યુતપ્રવાહના SI એકમ 'ઍમ્પિયર'ની વ્યાખ્યા નીચે મુજબ આપવામાં આવે છે :

"એકબીજાથી 1 m અંતરે શૂન્યાવકાશમાં રહેલા અતિ લાંબા, અવગણ્ય આડછેદવાળા બે સમાંતર સુરેખ તારમાંથી જે સમાન વિદ્યુતપ્રવાહને પ્રત્યેક તારમાંથી પસાર કરતાં, તારો વચ્ચે 1 m લંબાઈ દીઠ ઉદ્ભવતું ચુંબકીય બળ 2×10^{-7} N હોય તો, તે વિદ્યુતપ્રવાહને 1 ampere કહેવાય છે."

ઉદાહરણ 5 : આકૃતિમાં દર્શાવ્યા પ્રમાણે Y દિશામાં ગોઠવેલા એક અતિ લાંબા વાહક તારમાંથી વિદ્યુતપ્રવાહ I_1 પસાર થઈ રહ્યો છે. આ તારમાંથી જેનો એક છેડો a અંતરે છે, તેવો I_2 જેટલા વિદ્યુતપ્રવાહનું વહન કરતો l લંબાઈનો બીજો વાહક તાર X-અક્ષ પર ગોઠવ્યો છે, તો આ તાર પર Oના સંદર્ભમાં લાગતું ટૉર્ક શોધો.

ઉકેલ : Oથી x અંતરે વિદ્યુતપ્રવાહ-ખંડ $I_2 dx$ ધ્યાનમાં લો. આ ખંડ પર લાગતું બળ,



$$d\vec{F} = I_2 dx\hat{i} \times \vec{B}$$

જ્યાં, $\vec{B} = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi x}(-\hat{k})$

(અતિ લાંબા તાર વડે ઉદ્ભવતું ક્ષેત્ર)

$$\therefore\ d\vec{F} = I_2 dx\hat{i} \times \frac{\mu_0 I_1}{2\pi x}(-\hat{k})$$

$$= \frac{\mu_0 I_1 I_2 dx}{2\pi x}\hat{j}$$

$\therefore$ O ના સંદર્ભમાં આ ખંડ પર લાગતું ટૉર્ક,

$$d\vec{\tau} = x\hat{i} \times d\vec{F} = x\hat{i} \times \frac{\mu_0 I_1 I_2 dx}{2\pi x}\hat{j} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi}dx\,\hat{k}$$

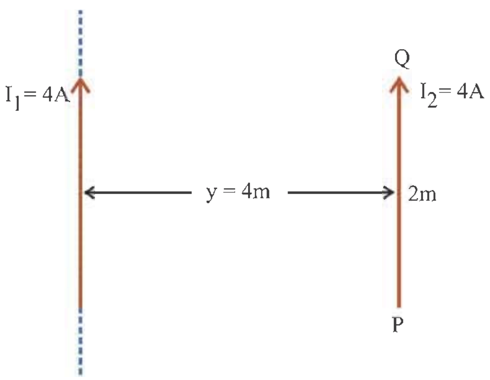
સમગ્ર તાર પર લાગતું ટૉર્ક, આ સમીકરણનું $x = a$ થી $x = a + l$ સુધી સંકલન લેવાથી મળે છે.

$$\therefore\ \vec{\tau} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi}\int_a^{a+l} dx\,\hat{k} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi}[x]_a^{a+l}\,\hat{k} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi}[a + l - a]\hat{k}$$

$$\therefore\ \vec{\tau} = \frac{\mu_0 I_1 I_2 l}{2\pi}\hat{k}$$

ઉદાહરણ 6 : આકૃતિમાં દર્શાવ્યા પ્રમાણે 2 m લંબાઈનો 4A વિદ્યુતપ્રવાહ ધરાવતો એક સુરેખ તાર PQ એક અતિ લાંબા તારને સમાંતર 4 m અંતરે મૂક્યો છે. જો અતિ લાંબા તારમાંથી પસાર થતો પ્રવાહ પણ 4A હોય, તો PQ તાર વડે અતિ લાંબા તાર પર લાગતું બળ શોધો.

ઉકેલ : અતિ લાંબો તાર, નાના તાર પર જે બળ લગાડે છે, તેટલું જ બળ ન્યૂટનના ગતિના ત્રીજા નિયમ અનુસાર નાનો તાર, અતિ લાંબા તાર પર લગાડે છે. એટલે આપણે અતિ લાંબા તાર વડે નાના તાર પર લાગતું બળ શોધીશું.



ધારો કે અતિ લાંબા તાર વડે નાના તાર પાસે ઉદ્ભવતું ક્ષેત્ર $\vec{B}$ છે.

$$\therefore\ \vec{B} = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi y}\hat{n} \qquad (1)$$

જ્યાં $\hat{n}$ એ $\vec{B}$ની દિશામાં એકમસદિશ છે.

આ ક્ષેત્ર, નાના તાર પર, પુસ્તકના પાનાની અંદર જતી દિશામાં છે.

હવે, બળ, $\vec{F} = I_2\vec{l} \times \vec{B}$

$\therefore$ $|\vec{F}| = I_2 l B$ ($\because$ $\vec{l} \perp \vec{B}$)

આ સમીકરણમાં સમીકરણ (1)નો ઉપયોગ કરતાં,

$$\therefore |\vec{F}| = \frac{I_2 l \mu_0 I_1}{2\pi y}$$

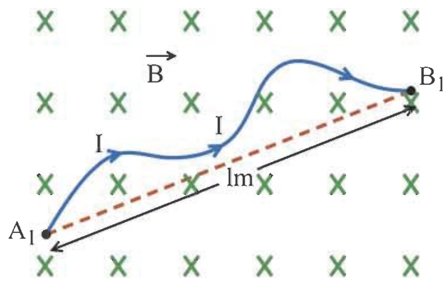
$$= \frac{4 \times 2 \times 4 \times 3.14 \times 10^{-7} \times 4}{2 \times 3.14 \times 4}$$

$$\therefore |\vec{F}| = 16 \times 10^{-7} \text{ N}$$

આ બળ બંને તાર વચ્ચે આકર્ષણ થાય તેમ ઉદ્ભવે છે.

ઉદાહરણ 7 : આકૃતિમાં દર્શાવ્યા પ્રમાણે I જેટલા વિદ્યુતપ્રવાહનું વહન કરતો એક તાર, પુસ્તકના પાનમાં મૂક્યો છે. $\vec{B}$ જેટલા પ્રેરણવાળું નિયમિત ચુંબકીય ક્ષેત્ર પુસ્તકના પાનને લંબ છે અને તેની દિશા પુસ્તકના પાનમાં અંદર જતી દિશામાં છે, તો વાહક તાર પર લાગતું બળ શોધો.

બિંદુ A_1 અને B_1ને જોડતી રેખા (જે તારનો ભાગ નથી) આકૃતિમાં દર્શાવ્યા અનુસાર 1 m લંબાઈની છે.



ઉકેલ : $I\vec{dl}$ જેટલા વિદ્યુતપ્રવાહ-ખંડ પર, $\vec{B}$ જેટલું પ્રેરણ ધરાવતા ચુંબકીય ક્ષેત્રને કારણે લાગતું બળ,

$$\vec{dF} = I\vec{dl} \times \vec{B}$$

$\therefore$ સમગ્ર તાર પર લાગતું બળ,

$$\vec{F} = \int I \cdot \vec{dl} \times \vec{B}$$ (અહીં સંકલન સમગ્ર તાર પર છે.)

અત્રે, $\vec{B}$ અચળ હોવાથી તથા I પણ અચળ હોવાથી, તેમને સંકલનની બહાર નીચે દર્શાવ્યા અનુસાર લઈ શકાય :

$$\therefore \vec{F} = I\Big[\int_{\text{આખા તાર પર}} \vec{dl}\Big] \times \vec{B}$$

પણ, $\int \vec{dl} = \overrightarrow{A_1B_1} = 1\hat{n}$ ($\because$ $A_1B_1 = 1\text{m}$)

જ્યાં, $\hat{n} = \overrightarrow{A_1B_1}$ દિશામાં એકમસદિશ

$$\therefore \vec{F} = I\hat{n} \times \vec{B} \Rightarrow |\vec{F}| = IB$$

4.7 ચુંબકીય ક્ષેત્રમાં ગતિ કરતા વિદ્યુતભાર પર લાગતું બળ અને લૉરેન્ટ્ઝ બળ (Force Acting on an Electric Charge Moving in a Magnetic Field and Lorentz Force)

પ્રકરણ 3માં આપણે જોયું કે વાહકના A ક્ષેત્રફળવાળા આડછેદમાંથી પસાર થતો વિદ્યુતપ્રવાહ

$I = nAv_d q$

અહીં, q = ધન વિદ્યુતભારિત કણ પરનો વિદ્યુતભાર

n = વાહકના એકમ કદ દીઠ વિદ્યુતભારિત કણોની સંખ્યા

v_d = ડ્રિફ્ટવેગ

$\therefore$ $I\vec{dl} = qnAv_d\vec{dl} = qnA\vec{v_d}\, dl$ ($\because$ v_d અને dl એક જ દિશામાં છે.)

જો $I\vec{dl}$ પ્રવાહ-ખંડને $\vec{B}$ જેટલા પ્રેરણવાળા સમાન (નિયમિત) ચુંબકીય ક્ષેત્રમાં મૂકવામાં આવે, તો તેના પર લાગતું બળ સમીકરણ (4.6.1) પરથી.

$$\vec{dF} = I\vec{dl} \times \vec{B}$$

$$\therefore \ \vec{dF} = qnAdl(\vec{v_d} \times \vec{B}) \tag{4.7.1}$$

પરંતુ $nAdl$ = તારના આ ખંડમાં રહેલા વિદ્યુતભારિત કણોની સંખ્યા

$\therefore$ q જેટલો વિદ્યુતભાર ધરાવતા એક કણ પર લાગતું ચુંબકીય બળ (magnetic force),

$$\vec{F}_m = \frac{\vec{dF}}{nAdl} = \frac{qnAdl(\vec{v_d} \times \vec{B})}{nAdl}$$

$$\therefore \ \vec{F}_m = q(\vec{v_d} \times \vec{B}) \tag{4.7.2}$$

$$\therefore \ |\vec{F}_m| = Bqv_d\sin\theta$$

હવે જો આ વિદ્યુતભાર ચુંબકીય ક્ષેત્ર, $\vec{B}$ ઉપરાંત $\vec{E}$ જેટલી તીવ્રતાવાળા વિદ્યુતક્ષેત્રમાંથી પણ પસાર થતો હોય તો, તેના પર વિદ્યુતબળ ($\vec{F}_e = q\vec{E}$) પણ લાગશે. આ સંજોગોમાં વિદ્યુતભાર પર લાગતું કુલ બળ,

$$\vec{F} = \vec{F}_e + \vec{F}_m$$

$$\therefore \ \vec{F} = q[\vec{E} + (\vec{v_d} \times \vec{B})] \tag{4.7.3}$$

આ સમીકરણ વડે મળતા બળને લૉરેન્ટ્ઝ બળ કહે છે.

ચુંબકીય ક્ષેત્રમાં ગતિ કરતા વિદ્યુતભારિત કણ પર લાગતું ચુંબકીય બળ, વેગને લંબ હોવાથી કાર્ય શૂન્ય હોય છે અને તેથી કણની ગતિ-ઊર્જા અચળ રહે છે, પરંત વેગની માત્ર દિશા જ બદલાય છે.

ચુંબકીય બળનું મૂલ્ય, કણના વેગ પર આધારિત છે. આવા બળને વેગ-આધારિત (velocity dependent) બળ કહે છે.

ઉદાહરણ 8 : $4\hat{k}$ T જેટલા સમાન ચુંબકીય ક્ષેત્ર તેમજ અમુક મૂલ્યના સમાન વિદ્યુતક્ષેત્રની સંયુક્ત અસર ધરાવતા વિસ્તારમાંથી 2 C વિદ્યુતભાર ધરાવતો કણ $25\hat{j}$ m s^{-1}ના વેગથી પસાર થાય છે. જો આ કણ પર લાગતું લૉરેન્ટ્ઝ બળ $400\hat{i}$ N હોય, તો આ વિસ્તારમાં પ્રવર્તતું વિદ્યુતક્ષેત્ર શોધો.

ઉકેલ : લૉરેન્ટ્ઝ બળ

$$\vec{F} = q[\vec{E} + (\vec{v_d} \times \vec{B})]$$

અહીં, $q = 2$ C, $\vec{v} = 25\hat{j}$ m s^{-1}, B = $4\hat{k}$ T, $\vec{F} = 400\hat{i}$

$\therefore \ 400\hat{i} = 2[\vec{E} + (25)(4)(\hat{j} \times \hat{k})]$

$= 2\vec{E} + 200\hat{i}$

$\therefore \ 2\vec{E} = 200\hat{i}$

$\therefore \ \vec{E} = 100\hat{i}$ V m^{-1}

ઉદાહરણ 9 : તાંબામાં એક ઘનમીટર દીઠ 8×10^{28} વાહક ઈલેક્ટ્રૉન હોય છે. 4.0×10^{-3}T ના ચુંબકીય ક્ષેત્રમાં લંબરૂપે 1 m લંબાઈવાળા અને 8×10^{-6} m^2 આડછેદનું ક્ષેત્રફળ ધરાવતા વિદ્યુતપ્રવાહધારિત તાંબાના તાર પર 8.0×10^{-2} Nનું બળ લાગે છે, તો આ તારમાં મુક્ત ઈલેક્ટ્રૉનનો ડ્રિફ્ટવેગ ગણો.

ઉકેલ : તાર પર લાગતું ચુંબકીય બળ નીચેના સૂત્રથી આપી શકાય :

$\vec{F} = I\vec{l} \times \vec{B}$. અત્રે તાર ચુંબકીય ક્ષેત્રને લંબરૂપે હોવાથી

$|\vec{F}| = IlB$, જ્યાં $F = 8.0 \times 10^{-2}$ N

$B = 4.0 \times 10^{-3}$T અને

$l = 1$ m

$$\therefore I = \frac{F}{Bl} = \frac{8\times10^{-2}}{4\times10^{-3}\times1} = 20 \text{ A}$$

હવે, $I = Av_d n.e$

n = એકમકદમાં રહેલા ઈલેક્ટ્રૉનની સંખ્યા $= 8 \times 10^{28}$

$A = 8 \times 10^{-6}$ m^2 અને $e = 1.6 \times 10^{-19}$ C

$$\therefore v_d = \frac{I}{n.A.e}$$

$$= \frac{20}{8\times10^{28}\times8\times10^{-6}\times1.6\times10^{-19}} = 1.953 \times 10^{-4}$$

$$\approx 2 \times 10^{-4} \text{ m s}^{-1}$$

ઉદાહરણ 10 : ચુંબકીય ક્ષેત્રમાં ગતિ કરતા વિદ્યુતભાર પર લાગતા બળનું સૂત્ર લખો. તે પરથી ન્યૂટનનું ગતિનું સમીકરણ મેળવી સાબિત કરો કે કણની ગતિ-ઊર્જા સમય સાથે અફર રહે છે.

ઉકેલ : $\vec{F}_m = q(\vec{v} \times \vec{B})$

$$\therefore m\frac{d\vec{v}}{dt} = q(\vec{v} \times \vec{B})$$

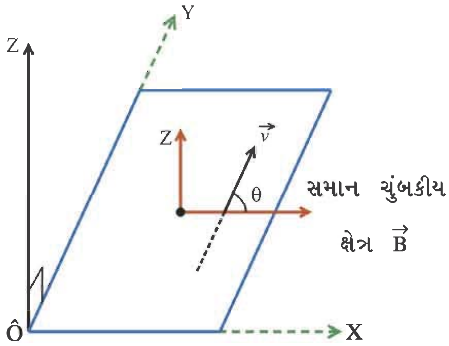
બંને બાજુ $\vec{v}$ વડે અદિશ ગુણાકાર કરતાં,

$$m\vec{v}\cdot\frac{d\vec{v}}{dt} = q\vec{v}\cdot(\vec{v} \times \vec{B})$$

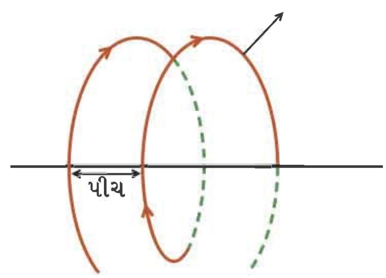
$\therefore m\frac{1}{2}\frac{d}{dt}(\vec{v}\cdot\vec{v}) = 0$ ($\because$ $\vec{v}$ અને $\vec{v} \times \vec{B}$ પરસ્પર લંબ છે.)

$\therefore \frac{d}{dt}(\frac{1}{2}mv^2) = 0 \Rightarrow \frac{1}{2}mv^2$ = અચળ

ઉદાહરણ 11 : ધારો કે આકૃતિ (a)માં દર્શાવ્યા પ્રમાણે q વિદ્યુતભાર ધરાવતો m દળનો એક કણ X દિશામાં પ્રસ્થાપિત કરેલા નિયમિત ચુંબકીય ક્ષેત્રમાં ક્ષેત્ર સાથે θ કોણે XZ સમતલમાં v વેગથી આપાત થાય છે. આ કણનો ગતિપથ હેલિકલ (સર્પિલ) છે, તેમ દર્શાવો અને આ પથની pitch (પેચ) શોધો.



(a)



(b)

ઉકેલ : વેગ vના XZ સમતલમાં બે ઘટકો લેતાં,

$v_z = v \ sin\theta$ અને $v_x = v \ cos\theta$

હવે, v_x ઘટક ચુંબકીય ક્ષેત્રની દિશામાં જ હોવાથી $qv_x\hat{i} \times B\hat{i} = 0$ મુજબ આ દિશામાં કણ પર કોઈ જ બળ નહિ લાગે. આથી, $v_x = v \ cos\theta$ જેટલા અચળ વેગથી X દિશામાં ગતિ ચાલુ રાખશે.

હવે, v_z ઘટકને લીધે લાગતું બળ $= qv_z\hat{k} \times B\hat{i} = qv_zB\hat{j}$. આ બળ સતત v_z ને લંબરૂપે લાગશે. પરિણામે v_z જેટલા રેખીય વેગથી YZ સમતલમાં કણ વર્તુળમય ગતિ કરશે.

વર્તુળગતિ માટે કેન્દ્રગામી બળ, $\frac{mv_z^2}{r} = qv_zB$

$\therefore \ r = \frac{mv_z}{qB} = \frac{mv \ sin\theta}{qB}$

આમ, વર્તુળની ત્રિજ્યા આ સૂત્ર પ્રમાણે શોધી શકાય :

આવર્તકાળ, $T = \frac{2\pi r}{v_z}$

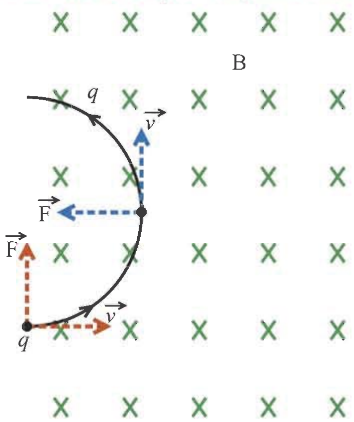
$\therefore \ T = \frac{2\pi r}{v \ sin\theta} = \frac{2\pi m}{qB}$

આ આવર્તકાળ જેટલા સમયગાળામાં કણ X દિશામાં v_xT અંતર કાપે છે.

$\therefore$ X દિશામાં કાપેલું અંતર$= \frac{2\pi m v_x}{qB} = \frac{2\pi mv \ cos\theta}{qB}$

ઉપર્યુક્ત ચર્ચા પરથી સ્પષ્ટ છે કે, કણ જેની અક્ષ X દિશામાં હોય તેવા helical (સર્પિલ) પથ પર ગતિ કરે છે. અહીં v_xT અંતરને helixની pitch કહે છે. (જુઓ આકૃતિ (b)).

4.8 સાઈક્લોટ્રૉન (Cyclotron)



આકૃતિ 4.15 ચુંબકીય ક્ષેત્રને લંબરૂપે પ્રવેશતા વિદ્યુતભારની ગતિ

ન્યુક્લિયસના બંધારણના અભ્યાસમાં ખૂબ જ (ઊંચી) વધારે ગતિ-ઊર્જા ધરાવતા કણોનું ન્યુક્લિયસ પર પ્રતાડન કરવું પડતું હોય છે. આવા અભ્યાસો માટે વિદ્યુતભારિત કણોને પ્રવેગિત કરવા પડે છે. આ માટે, ઈ. સ. 1934માં E.O. Lawrence અને M. S. Livigston વૈજ્ઞાનિકોએ સૌપ્રથમ સાઈક્લોટ્રૉન બનાવ્યું હતું.

આ ઉપકરણમાં ચુંબકીય ક્ષેત્રમાં લંબરૂપે ગતિ કરતા વિદ્યુતભારિત કણ પર લાગતા બળનો ઉપયોગ કરવામાં આવે છે. તેથી તેની કાર્યપદ્ધતિ સમજવા માટે ચુંબકીય ક્ષેત્રમાં લંબરૂપે ગતિ કરતા કણની ગતિનો અભ્યાસ જરૂરી બને છે.

આકૃતિ 4.15માં $\vec{B}$ પ્રેરણવાળા ચુંબકીય ક્ષેત્રમાં $\vec{v}$ વેગથી ગતિ કરતા q વિદ્યુતભાર ધરાવતા કણ ધ્યાનમાં લો. અત્રે ચુંબકીય ક્ષેત્ર $\vec{B}$ પુસ્તકના પાનને લંબરૂપે અંદર જતી દિશામાં છે. તથા કણ પુસ્તકના પાનના સમતલમાં ગતિ કરે છે.

આ કણ પર લાગતું ચુંબકીય બળ સમીકરણ (4.7.2) મુજબ $\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B})$ થાય.

આ બળનું મૂલ્ય $qvBsin\theta$ જેટલું હોય છે અને તેની દિશા $\vec{v}$ અને $\vec{B}$થી બનતા સમતલને લંબ હોય છે. અત્રે કણ ચુંબકીય ક્ષેત્રને લંબરૂપે ગતિ કરતું હોવાથી આ બળનું મૂલ્ય qvB જેટલું છે. અત્રે સ્પષ્ટ છે કે આ સંજોગોમાં કણનો ગતિપથ વર્તુળાકાર બનશે. વળી, આ બળ દરેક ક્ષણે વેગને લંબદિશામાં લાગતું હોવાથી તેના મૂલ્યમાં કોઈ ફેરફાર થશે નહિ. માત્ર તેની દિશા સતત બદલાયા કરશે અને પરિણામે આ કણ નિયમિત વર્તુળાકાર ગતિ કરશે. આ ગતિ માટે જરૂરી કેન્દ્રગામી બળ એ ચુંબકીય બળ qvB છે. આમ,

$\therefore\ qvB = \frac{mv^2}{r}$

જ્યાં, m કણનું દળ તથા r વર્તુળાકાર માર્ગની ત્રિજ્યા છે.

$$\therefore\ r = \frac{mv}{qB} = \frac{p}{qB} \quad (4.8.1)$$

સમીકરણ (4.8.1) દર્શાવે છે કે કણના વર્તુળ માર્ગની ત્રિજ્યા કણના વેગમાન $p = mv$ને સમપ્રમાણ છે. જો કણનું વેગમાન વધે તો કણના ગતિ માર્ગની ત્રિજ્યા પણ વધે.

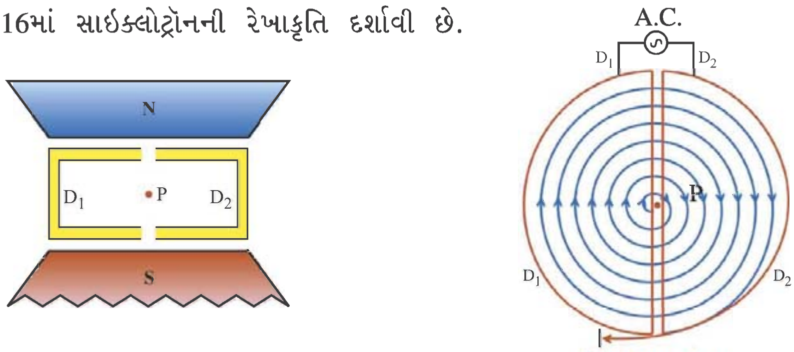
અત્રે વર્તુળાકાર ગતિ થતી હોવાથી $v = r\omega_C$ લખી શકાય. ω_Cએ કણની કોણીય આવૃત્તિ છે જેને સાઇક્લોટ્રૉનની કોણીય આવૃત્તિ કહેવામાં આવે છે. આ મૂલ્ય સમીકરણ (4.8.1)માં મૂકતાં,

$$r = \frac{m(\omega_C r)}{qB}$$

$$\therefore\ \omega_C = \frac{qB}{m} \quad (4.8.2)$$

અત્રે સ્પષ્ટ છે કે કણની કોણીય આવૃત્તિ ω_C વેગમાન પર આધારિત નથી. તેથી કણનું રેખીય વેગમાન વધારતાં તેના વર્તુળ ગતિમાર્ગની ત્રિજ્યા જરૂર વધે પણ આવૃત્તિ ω_Cમાં કોઈ જ ફેરફાર થાય નહિ. આ હકીકતનો ઉપયોગ સાઇક્લોટ્રૉનની રચનામાં કરવામાં આવે છે.

આકૃતિ 4.16માં સાઇક્લોટ્રૉનની રેખાકૃતિ દર્શાવી છે.



(a) Side view (b) Top view

આકૃતિ 4.16 સાઇક્લોટ્રૉનની રેખાકૃતિ

રચના : સાઇક્લોટ્રૉનમાં આકૃતિમાં દર્શાવ્યા અનુસાર અર્ધવર્તુળાકાર, અંગ્રેજી અક્ષર D આકારનાં બે પોલા બૉક્સ તેમના વ્યાસ એકબીજાની સામસામે આવે અને તેમની વચ્ચે થોડી જગ્યા રહે તેમ ગોઠવવામાં આવે છે.

વળી, આકૃતિ 4.16માં દર્શાવ્યા પ્રમાણે પ્રબળ વિદ્યુતચુંબકો એવી રીતે ગોઠવવામાં આવે છે કે આ બંને બૉક્સ વડે ઘેરાતા અવકાશમાં નિયમિત ચુંબકીય ક્ષેત્ર ઉત્પન્ન થાય. આ બૉક્સના આકાર D જેવા હોવાથી તેમને Dees કહે છે. બંને Dees વચ્ચે ઉચ્ચ આવૃત્તિવાળો A.C. વૉલ્ટેજ લગાડવામાં આવે છે. સમગ્ર રચનાને એક શૂન્યાવકાશિત ચેમ્બરમાં મૂકવામાં આવે છે, જેથી વિદ્યુતભારની ગતિ દરમિયાન તેની હવાના કણો સાથેની સંભવિત અથડામણો નિવારી શકાય.

કાર્ય : ધારો કે $t = 0$ સમયે બે P વચ્ચેના ગેપના મધ્યબિંદુ P પાસેથી વિદ્યુતભારિત કણને મુક્ત કરવામાં આવે છે. બરાબર આ સમયે ધારો કે કોઈ એક Dee ઋણ વિદ્યુતસ્થિતિમાને છે. મુક્ત થયેલ કણ જો ધન વીજભારિત હોય તો તે આ Dee તરફ આકર્ષાય છે. વળી, Dee વચ્ચેના અવકાશમાં ચુંબકીય ક્ષેત્ર હોવાથી આ કણ, ગેપમાં વર્તુળમાર્ગે ગતિ કરી Deeમાં ચુંબકીય ક્ષેત્રને લંબરૂપે અમુક વેગમાન સાથે દાખલ થાય છે. હવે Deeમાં તો વિદ્યુતક્ષેત્ર નથી, તેથી આ કણ પોતાના વેગમાન અનુસાર અમુક ત્રિજ્યાનો વર્તુળાકાર માર્ગ રચી ગતિ કરતો આગળ વધી, અર્ધવર્તુળ પૂરું કરી Deeમાંથી બહાર આવે છે.

હવે, આ કણ Deeમાંથી જે ક્ષણે બહાર આવે બરાબર તે જ ક્ષણે સામેનો Dee ઋણ સ્થિતિમાને આવી જાય, તો કણ બીજી Deeમાં પ્રવેશે તે પહેલાં, ગેપમાંથી પસાર થતી વખતે વિદ્યુતક્ષેત્રને લીધે વેગમાન મેળવતો જાય છે. હવે તે બીજી Deeમાં વધારે વેગમાન સાથે દાખલ થતો હોવાથી વધેલી ત્રિજ્યાવાળા વર્તુળમાર્ગ પર ગતિ કરે છે. હવે જ્યારે

આ કણ બીજી Deeમાંથી બહાર નીકળે, ત્યારે તેની સામેની Dee પર ઋણ સ્થિતિમાન પ્રસ્થાપિત થાય, તો હવે તે આના કરતાં પણ વધારે ત્રિજ્યાના માર્ગ પર આ Deeમાં ગતિ કરે છે.

જો આ પ્રક્રિયાનું નિયમિત રીતે પુનરાવર્તન થયા કરે તો કણ ક્રમશઃ વધતી જતી ત્રિજ્યાઓના માર્ગ પર ગતિ કરતો જાય. પરંતુ, આ દરેક પરિભ્રમણ માટે આવૃત્તિ ω_cનું મૂલ્ય તો અચળ જ રહે છે. આ પરિસ્થિતિ સાકાર કરી શકાય તે માટે AC વૉલ્ટેજની આવૃત્તિ (f_{AC}) કણની પરિભ્રમણની આવૃત્તિ (f_C) જેટલી રાખવી જોઈએ. (અત્રે $\omega_C = 2\pi f_C$). આ તો થયો અનુનાદ. ($f_{AC} = f_C$)

દરેક પરિભ્રમણ વખતે કણ A.C. વૉલ્ટેજના કારણે ઊર્જા મેળવતો જાય છે અને જ્યારે તે Deeના પરિઘ નજીક પહોંચે છે, ત્યારે તેણે મહત્તમ ગતિ-ઊર્જા પ્રાપ્ત કરી હોય છે.

હવે આ કણોને કોઈ ટાર્ગેટ (Target) પર અથડાવવા હોય, તો તેમને Deeમાંથી બહાર કાઢવા માટે આ માટે આકૃતિ 4.16 (b)માં દર્શાવ્યા પ્રમાણે કણ જ્યારે Deeના પરિઘ પર આવે છે ત્યારે, એક વધારાના ચુંબકીય ક્ષેત્ર વડે તેને વિચલિત કરી Deeમાંથી બહાર ખેંચી લેવામાં આવે છે અને યોગ્ય રીતે ગોઠવેલા Target પર પ્રતાડન કરીને તે Target પરના ન્યુક્લિયસ પર અથડામણ ઊપજાવી શકાય છે.

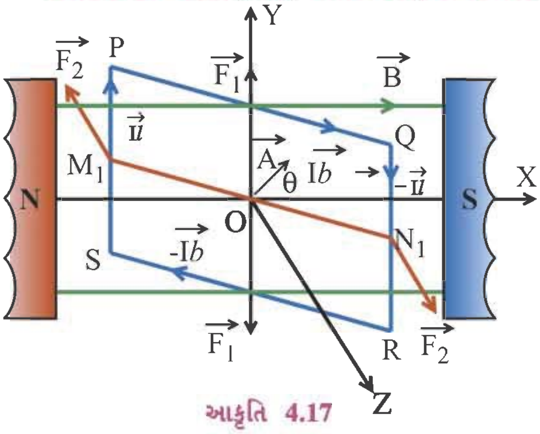
ઉપર્યુક્ત ચર્ચામાં આપણે ધન વીજભારિત કણ (દા.ત., પ્રોટોન, ધન આયનો)ની વાત કરી. ન્યુક્લિયર પ્રક્રિયાઓનો અભ્યાસ કરવા માટે, કૃત્રિમ રેડિયો ઍક્ટીવ તત્ત્વો તૈયાર કરવા માટે, કૅન્સર જેવાં દર્દોની સારવાર માટે અને ઘન પદાર્થોમાં આયન ઈમ્પ્લાન્ટેશન કરવા માટે આવા પ્રવેગિત કણો ઉપયોગમાં લઈ શકાય છે.

મર્યાદા : જો કણોનો વેગ ક્રમશઃ વધી પ્રકાશના વેગની નજીક જતો જાય, તો સાપેક્ષવાદ અનુસાર કણનું દળ અચળ રહેવાને બદલે વધે છે. આ સ્થિતિમાં અનુનાદની શરત ($f_{AC} = f_C$) જળવાતી નથી.

ઇલેક્ટ્રૉન જેવા હલકા કણોને પ્રવેગત કરવા માટે AC વૉલ્ટેજની આવૃત્તિ ખૂબ મોટી (GHzના ક્રમની) રાખવી પડે છે.

વળી Deeનું કદ પણ મોટું હોવાથી, મોટા વિસ્તારમાં ચુંબકીયક્ષેત્રને નિયમિત અને અચળ રાખવું મુશ્કેલ પડે છે. આથી સિન્ક્રોટોન (Synctrotron) જેવાં પ્રવેગક સાધનો વિકસાવવામાં આવ્યાં છે.

4.9 નિયમિત ચુંબકીય ક્ષેત્રમાં રાખેલ વિદ્યુતપ્રવાહધારિત, ગૂંચળા પર લાગતું ટૉર્ક (Torque Acting on a Current Carrying Coil Kept in Uniform Magnetic Field)



આકૃતિ 4.17

આકૃતિ 4.17માં દર્શાવ્યા પ્રમાણે ચુંબકના બે ધ્રુવો N અને S વચ્ચે સમાન ચુંબકીય ક્ષેત્ર $\vec{B}$માં I જેટલો વિદ્યુતપ્રવાહ ધરાવતા, l અને b લંબાઈની બાજુઓવાળા લંબચોરસ ગૂંચળાને રાખેલ છે. અહીં PQ = b અને QR = l છે. અત્રે ચુંબકીય ક્ષેત્ર $\vec{B}$, X દિશામાં છે.

$\therefore \ \vec{B} = B\hat{i}$

હવે PQ બાજુ વડે રચાતો વિદ્યુતપ્રવાહ-ખંડ = $I\vec{b}$ થશે.

આ પ્રવાહ-ખંડ પર લાગતું બળ, $\vec{F_1} = I\vec{b} \times \vec{B}$. (ધન Y દિશામાં) છે. તે જ પ્રમાણે RS વડે રચાતા પ્રવાહ-ખંડ પર લાગતું બળ, $\vec{F_1}' = I\vec{b} \times \vec{B}$ (ઋણ Y દિશામાં) છે.

અત્રે $\vec{F_1}$ અને $\vec{F_1}'$ સમાન મૂલ્ય અને પરસ્પર વિરુદ્ધ દિશામાં એકરેખસ્થ હોવાથી એકબીજાની અસર નાબૂદ કરે છે.

હવે, QR બાજુ વડે રચાતો વિદ્યુતપ્રવાહ-ખંડ = $-Il\hat{j}$ ધ્યાનમાં લો. તેના પર લાગતું બળ,

$$\vec{F_2} = -Il\hat{j} \times \vec{B}\hat{i} = -IlB(\hat{j} \times \hat{i}) = IlB\hat{k} \quad (4.9.1)$$

આ બળ ધન Z-દિશામાં છે.

આ જ પ્રમાણે SP બાજુ વડે રચાતા વિદ્યુતપ્રવાહ-ખંડ = $Il\hat{j}$ અને તેના પર લાગતું બળ

$$\vec{F_2} = Il\hat{j} \times \vec{B}\hat{i} = -IlB\hat{k} \quad (4.9.2)$$

આ બળ ઋણ Z દિશામાં છે.

સમીકરણ (4.9.1) અને (4.9.2) પરથી $|\vec{F_2}| = |\vec{F_2}\,'|$

આકૃતિ 4.17 પરથી સ્પષ્ટ છે કે આ બળો પરસ્પર વિરુદ્ધ દિશામાં છે. પરંતુ એકરેખસ્થ નથી, આથી આ બળોનું જોડકું બળયુગ્મ (couple or couple of force) રચે છે.

ઋણ Y દિશામાં દૃષ્ટિ રાખી ગૂંચળાને ઉપરથી જોતાં $\vec{F_2}$, $\vec{F_2}\,'$, $\vec{A}$ અને X-અક્ષની સ્થિતિ આકૃતિ 4.18માં દર્શાવ્યા મુજબ હોય છે. અત્રે $\vec{A}$ ગૂંચળાના સમતલના ક્ષેત્રફળને રજૂ કરતો સદિશ છે, જે $\vec{B}$ સાથે θ કોણ બનાવે છે.

આથી ગૂંચળા પર લાગતું,

ટૉર્ક (બળયુગ્મની ચાકમાત્રા) = (એક બળનું માન) (બંને બળો વચ્ચેનું લંબઅંતર)

અત્રે બંને બળો વચ્ચેનું લંબઅંતર (આકૃતિ 4.18 પરથી)

$$M'N' = 2\frac{b}{2}\cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = b\ \sin\theta \qquad (4.9.3)$$

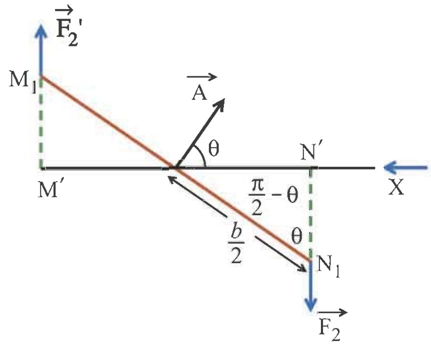
$$\therefore \text{ ટૉર્ક } |\vec{\tau}| = |\vec{F_2}|\,(M'N') = (IlB)(b\ \sin\theta) \qquad (4.9.4)$$

$$\therefore |\vec{\tau}| = IAB\ \sin\theta$$

જ્યાં lb = A ગૂંચળાનું ક્ષેત્રફળ છે.

N આંટાવાળા ગૂંચળા માટે

$$|\vec{\tau}| = NIAB\ \sin\theta \qquad (4.9.5)$$



આકૃતિ 4.18 લંબચોરસ ગૂંચળા પર લાગતું ટૉર્ક

જો ગૂંચળાના ક્ષેત્રફળ Aને સદિશ વડે દર્શાવીએ તો સમીકરણ (4.9.5) સદિશસ્વરૂપે નીચે પ્રમાણે લખી શકાય :

$$\vec{\tau} = NI\vec{A} \times \vec{B} \qquad (4.9.6)$$

આ ટૉર્ક ઋણ Y દિશામાં છે.

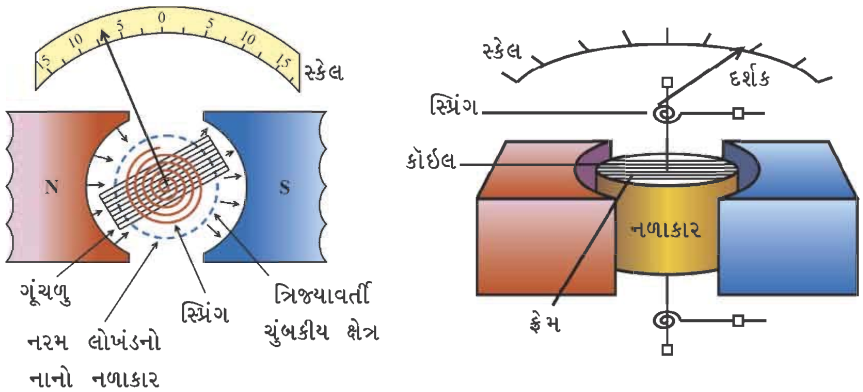
$NI\vec{A}$ને ગૂંચળા સાથે સંકળાયેલ ચુંબકીય ડાઇપોલ-મોમેન્ટ (Magnetic Dispolemoment) $\vec{\mu}$ કહે છે.

$$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B} \qquad (4.9.7)$$

$\vec{\mu}$ની દિશા જમણા હાથના સ્ક્રૂના નિયમ પરથી શોધી શકાય. એટલે કે જમણા હાથના સ્ક્રૂને ગૂંચળાના સમતલને લંબરૂપે મૂકી તેને વિદ્યુતપ્રવાહની દિશામાં ફેરવતાં જે દિશામાં તે ખસે તે દિશામાં $\vec{\mu}$ હોય છે. સમીકરણ (4.9.7) ગમે તે આકારના ગૂંચળા માટે સાચું છે.

4.10 ગૅલ્વેનોમીટર (Galvanometer)

સૂક્ષ્મ વિદ્યુતપ્રવાહના માપન અને તેની હાજરીની નોંધ લેવા માટે ગૅલ્વેનોમીટરનો ઉપયોગ થાય છે.



(a) (b) (માત્ર જાણકારી માટે)

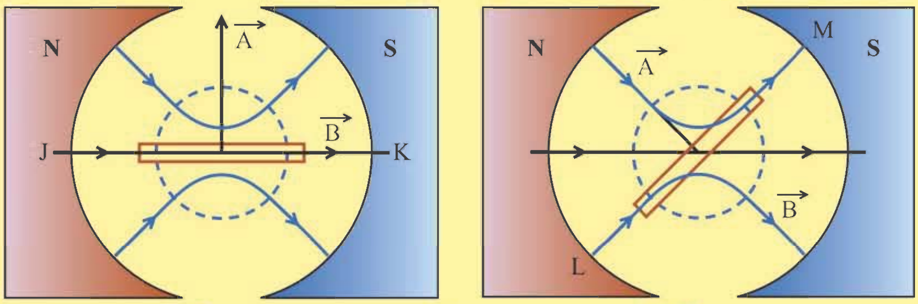
આકૃતિ 4.19 ગૅલ્વેનોમીટરની રચના

આકૃતિ 4.19માં ચલિત (Moving) અને કિલકિત (Pivoted) ગૂંચળાવાળા ગૅલ્વેનોમીટરને દર્શાવ્યું છે. ગૅલ્વેનોમીટરમાં સ્થાયી લોહચુંબકના બે નળાકાર ધ્રુવો વચ્ચે હલકી (બિનચુંબકીય) લંબચોરસ ફ્રેમ પર તાંબાના પાતળા (અલગ કરેલા) તાર વીંટાળીને બનાવેલું ગૂંચળું ઘર્ષણરહિત આધારો પર ભ્રમણ કરી શકે તેમ ગોઠવવામાં આવે છે. કેન્દ્રવર્તી સમાન ચુંબકીય ક્ષેત્ર ઉત્પન્ન કરવા માટે ગૂંચળાની અક્ષ પર, ગૂંચળાને અડકે નહિ તે રીતે, નરમ લોખંડનો નાનો નળાકાર રાખવામાં આવે છે. ગૂંચળામાંથી વિદ્યુતપ્રવાહ પસાર કરતાં ચુંબકીય ક્ષેત્રને કારણે તેના (ગૂંચળા) પર ટૉર્ક લાગે છે અને ગૂંચળું સ્થિર કોણાવર્તન દર્શાવે છે. ગૂંચળાનું સ્થિર કોણાવર્તન ગૂંચળા સાથે જોડેલા દર્શકની (Pointer) મદદથી શોધી શકાય છે. અત્રે દર્શક યોગ્ય સ્કેલ પર ફરી શકે તેવી ગોઠવણ કરેલી હોય છે. દર્શકના સ્કેલ પરના સ્થાન પરથી ગૂંચળામાંથી પસાર થતા વિદ્યુતપ્રવાહના માપની જાણકારી મેળવી શકાય છે.

સિદ્ધાંત અને કાર્ય : જો ગૂંચળાના ક્ષેત્રફળ રજૂ કરતો સદિશ ચુંબકીય ક્ષેત્ર સાથે θ કોણ રચતો હોય તો ગૂંચળા પર લાગતું ટૉર્ક $\tau = NIAB\sin\theta$ (4.10.1)

(જ્યાં, N = ગૂંચળાની આંટાઓની સંખ્યા)

(માત્ર જાણકારી માટે : પ્રસ્તુત કિસ્સામાં ચુંબકીય ક્ષેત્ર ત્રિજ્યાવર્તી છે.)



સ્થિતિ (1) આકૃતિ 4.20 સ્થિતિ (2)

આકૃતિ 4.20માં નરમ લોખંડના નળાકારની હાજરીમાં મળતું ત્રિજ્યાવર્તી ચુંબકીય ક્ષેત્ર દર્શાવ્યું છે. અહીં સરળતા માટે થોડીક જ ક્ષેત્રરેખાઓ દર્શાવી છે. હવે ગૂંચળું જ્યારે સ્થિતિ (1)માં હોય ત્યારે માત્ર JK ક્ષેત્રરેખા અસરકારક હોય છે. આ સ્થિતિમાં ગૂંચળાના ક્ષેત્રફળ $\vec{A}$ ચુંબકીય ક્ષેત્રરેખા $\vec{B}$ વચ્ચેનો કોણ 90°.

તેવી જ રીતે જ્યારે ગૂંચળું સ્થિતિ (2)માં હોય ત્યારે LM ક્ષેત્રરેખા અસરકારક બને છે અને તે સ્થિતિમાં પણ $\vec{A}$ અને $\vec{B}$ વચ્ચેનો કોણ 90°નો છે. આમ, ગૂંચળાના કોઈ પણ કોણાવર્તન માટે $\vec{A}$ અને $\vec{B}$ વચ્ચેનો કોણ 90° રહે છે.

ગૂંચળાની કોઈ પણ કોણીય સ્થિતિમાં, ત્રિજ્યાવર્તી ચુંબકીય ક્ષેત્રને કારણે $\vec{A}$ અને $\vec{B}$ વચ્ચેનો કોણ 90°નો રહે છે.

$\therefore\ \tau = NIAB,$ (4.10.2)

જેને આવર્તક ટૉર્ક (જેના લીધે ગૂંચળું આવર્તન પામે છે) કહે છે.

ગૂંચળાના કોણાવર્તનને લીધે તેના છેડા પર રહેલી સ્પ્રિંગોમાં પુનઃસ્થાપક ટૉર્ક ઉદ્‌ભવે છે, જેનું મૂલ્ય ગૂંચળાના કોણાવર્તન (ધારો કે ϕ)ના સમપ્રમાણમાં હોય છે.

$\therefore\ \tau$ (પુનઃસ્થાપક ટૉર્ક) $= k\phi$ (4.10.3)

અત્રે k એ સ્પ્રિંગોનો અસરકારક વળ-અચળાંક છે.

જો ગૂંચળું ϕ જેટલું કોણાવર્તન કરી સ્થિર થતું હોય, તો આવર્તક ટૉર્ક = પુનઃસ્થાપક ટૉર્ક થાય.

$NIAB = k\phi$

$$\therefore\ I = \left[\frac{k}{NAB}\right]\phi \quad (4.10.4)$$

$$\therefore\ I \propto \phi \quad (4.10.5)$$

ગૅલ્વેનોમીટરના સ્કેલનું યોગ્ય અંકન કરી ϕ જાણવાથી I શોધી શકાય છે.

સમીકરણ (4.10.5) પરથી,

$$\frac{\phi}{I} = \frac{NAB}{k} \quad (4.10.6)$$

જ્યાં, $\frac{\phi}{I}$ને ગૅલ્વેનોમીટરની પ્રવાહ-સંવેદિતા (S) કહે છે. આમ, એકમપ્રવાહ દીઠ મળતા આવર્તનને ગૅલ્વેનોમીટરની પ્રવાહ-સંવેદિતા કહે છે. પ્રવાહ-સંવેદિતા વધારવા માટેના એક ઉપાય તરીકે વધુ પ્રબળ ચુંબકીય ક્ષેત્ર $\vec{B}$નો ઉપયોગ કરવો જોઈએ.

અતિ સૂક્ષ્મ વિદ્યુપ્રવાહ (10^{-11} Aના ક્રમના) વિદ્યુતપ્રવાહો માપવા માટે સ્થિતિસ્થાપક તાર વડે લટકાવેલા ગૂંચળાવાળા ગૅલ્વેનોમીટર વપરાય છે.

4.10.1 વિદ્યુતપ્રવાહ અને વિદ્યુતસ્થિતિમાનના તફાવતનું માપન (Measurement of Electric Current અને Potential Difference)

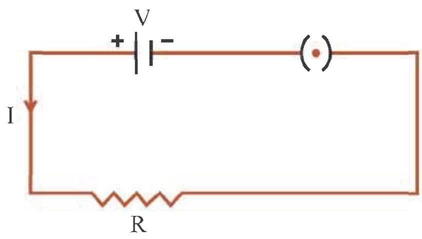
કોઈ પણ વિદ્યુતપરિપથ (સર્કિટ)માંના ઘટક સાથે સંકળાયેલા પ્રાચલો જેવા કે તેમાંથી પસાર થતો વિદ્યુતપ્રવાહ તેમજ તેના બે છેડા વચ્ચેનો વિદ્યુતસ્થિતિમાનનો તફાવત (વૉલ્ટેજ) માપવાની જરૂરિયાત ઊભી થતી હોય છે. આ રાશિઓ માપવા માટેનાં ઉપકરણોને અનુક્રમે ઍમીટર અને વૉલ્ટમીટર તરીકે ઓળખવામાં આવે છે. વિદ્યુતપ્રવાહ કે વૉલ્ટેજ માપવા માટે પાયાનું ઉપકરણ તે ગૅલ્વેનોમીટર છે.

4.10.1 (a) ઍમીટર (Ammeter)

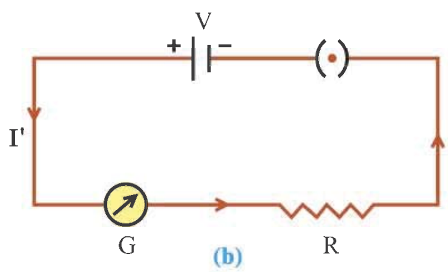
વિદ્યુતપ્રવાહ માપવા માટે જે ઘટકમાંથી વહેતો વિદ્યુતપ્રવાહ માપવો હોય તેની સાથે ગૅલ્વેનોમીટરને શ્રેણીમાં જોડવું પડે છે તેમજ ઘટકને બે છેડા વચ્ચેનો વિદ્યુતસ્થિતિમાનનો તફાવત માપવો હોય તો આ બે છેડા વચ્ચે ઘટકને સમાંતર ગૅલ્વેનોમીટરને જોડવું પડે છે.

ગૅલ્વેનોમીટરને વ્યવહારમાં સીધેસીધું ઍમીટર (પ્રવાહમાપક) તરીકે વાપરવામાં બે મુશ્કેલીઓ ઉદ્‌ભવે છે.

(1) સર્કિટના કોઈ ઘટકમાંથી વહેતો વિદ્યુતપ્રવાહ માપવા માટે પ્રવાહમાપકને તે ઘટક સાથે શ્રેણીમાં જોડવું પડે. ઉદાહરણ તરીકે આકૃતિ 4.21(a)માં દર્શાવેલ પરિપથમાં આવેલ અવરોધ Rમાંથી વહેતો વિદ્યુતપ્રવાહ માપવો છે. આ માટે પ્રવાહમાપકને આકૃતિ 4.21(b)માં દર્શાવ્યા મુજબ અવરોધ R સાથે શ્રેણીમાં જોડેલું છે. આ રીતે જોડાણ કરતાં ગૅલ્વેનોમીટરનો અવરોધ પરિપથમાં ઉમેરાય છે અને પરિપથનો કુલ અવરોધ બદલાતાં, જે પ્રવાહ માપવો છે. તેનું મૂલ્ય જ બદલાઈ જાય છે. પરિણામે પ્રવાહનું સાચું મૂલ્ય મળતું નથી. આ હકીકત દર્શાવે છે કે પ્રવાહમાપકનો અવરોધ શક્ય તેટલો નાનો (સૈદ્ધાંતિક રીતે શૂન્ય) હોવો જોઈએ.



(a)



(b)

આકૃતિ 4.21

(2) આ ઉપરાંત ચલિત ગૂંચળાવાળા ગૅલ્વેનોમીટર અત્યંત સંવેદનશીલ હોય છે. એક ઍમ્પિયરના ખૂબ જ નાના અંશ (10^{-6} Aના ક્રમનો) જેટલો પ્રવાહ તેમાંથી પસાર કરતાં તેમનું પૂર્ણ સ્કેલ આવર્તન થઈ જાય છે.

જે પ્રવાહ માટે ગૅલ્વેનોમીટર પૂર્ણસ્કેલ આવર્તન દર્શાવે તેને ગૅલ્વેનોમીટરની પ્રવાહક્ષમતા (I_G) કહે છે. આથી ગૅલ્વેનોમીટરનો ઉપયોગ તેની પ્રવાહક્ષમતા I_G કરતાં વધારે પ્રવાહના માપન માટે કરવાથી તેને નુકસાન થવાની શક્યતા રહે છે.

ઉપરાંત તેની કૉઈલના તાંબાના પાતળા તારમાં વધુ પડતો વિદ્યુતપ્રવાહ પસાર થવાથી I^2Rt મુજબ ઉષ્મા ઉત્પન્ન થવાથી તે બળી જવાની સંભાવના રહે છે.

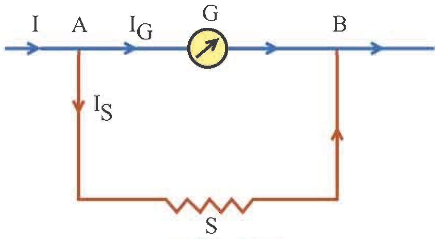
ઉપર્યુક્ત મુશ્કેલીઓનું નિવારણ કરવા ગૅલ્વેનોમીટરના ગૂંચળાને સમાંતર યોગ્ય મૂલ્યનો લઘુ અવરોધ જોડવામાં આવે છે. આ અવરોધને **શંટ (Shunt)** કહે છે. શંટનું મૂલ્ય ગૅલ્વેનોમીટરના અવરોધ (G) કરતાં ઘણું નાનું હોવાથી મોટા ભાગનો પ્રવાહ શંટમાંથી પસાર થાય છે અને ગૅલ્વેનોમીટરને નુકસાન થતું નથી.

વળી, શંટ અને ગૅલ્વેનોમીટરના અવરોધો પરસ્પર સમાંતર હોવાથી તેમનો સમતુલ્ય અવરોધ શંટના મૂલ્ય કરતાં પણ ઓછો થઈ જાય છે. આમ શંટ જોડ્યા પછી બનતા પ્રવાહમાપકનો અવરોધ ઘણો નાનો થઈ જાય છે. પરિણામે ઉપર્યુક્ત બંને મુશ્કેલીઓનું નિવારણ થાય છે.

યોગ્ય શંટ જોડ્યા પછી બનતા સાધનમાંથી જ્ઞાત વિદ્યુતપ્રવાહો પસાર કરી તેના સ્કેલનું ઍમ્પિયર, મિલિઍમ્પિયર કે માઇક્રોઍમ્પિયરમાં અંકન calibration કરવામાં આવે છે. આ રીતે તૈયાર થતું પ્રવાહમાપક અનુક્રમે ઍમીટર, (મિલિ ઍમીટર કે માઇક્રોઍમીટર) કહેવાય છે. આ માટે શંટના મૂલ્ય માટેનું સૂત્ર નીચે મુજબ મળી શકે છે :

શંટનું સૂત્ર : ધારો કે, G અવરોધવાળા અને I_G પ્રવાહક્ષમતા ધરાવતા ગૅલ્વેનોમીટરનું I જેટલા મહત્તમ વિદ્યુતપ્રવાહ મળી શકે તેવા ઍમીટરમાં રૂપાંતર કરવું છે. આ માટે ધારો કે જરૂરી શંટનું મૂલ્ય S છે. અહીં શંટ એવો પસંદ કરવો જોઈએ કે I જેટલા પ્રવાહમાંથી I_G જેટલો પ્રવાહ ગૅલ્વેનોમીટરમાંથી અને $I_S = I - I_G$ જેટલો પ્રવાહ શંટમાંથી પસાર થાય. આકૃતિ 4.22 માં આ સ્થિતિ દર્શાવી છે.

જંક્શન A પાસે કિર્ચોફનો પ્રથમ નિયમ વાપરતાં,



આકૃતિ 4.22

$$I = I_G + I_S \tag{4.10.7}$$

ASBGA માર્ગ પર કિર્ચોફના બીજા નિયમ અનુસાર,

$$-I_G G + I_S S = 0$$

$$\therefore S = \frac{GI_G}{I_S}$$

સમીકરણ 4.10.7 પરથી, $I_S = I - I_G$

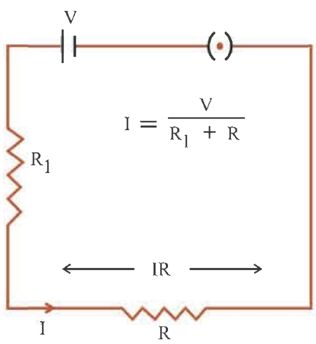
$$\therefore S = \frac{GI_G}{I - I_G} \tag{4.10.8}$$

જે શંટનું જરૂરી સૂત્ર છે. જે પરથી સ્પષ્ટ છે કે ઍમીટરની રેન્જ (પ્રવાહક્ષમતા) વધુ ને વધુ મોટી કરવા માટે જરૂરી શંટનું મૂલ્ય નાનું ને નાનું કરવું પડે. ઍમીટરની પ્રવાહક્ષમતા n ગણી કરવા માટે જરૂરી શંટ $S = \frac{G}{n-1}$, થશે તે ચકાસી જુઓ.

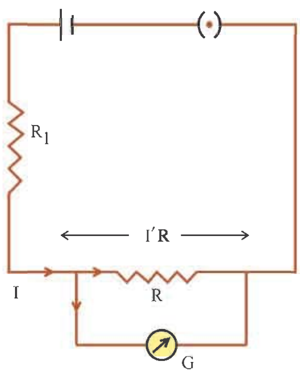
4.10.1 (b) વૉલ્ટમીટર (Voltmeter) : સર્કિટના કોઈ ઘટકના બે છેડા વચ્ચેના વિદ્યુતસ્થિતિમાનના તફાવત (વૉલ્ટેજ)ને માપવા માટેના ઉપકરણને વૉલ્ટમીટર કહે છે. આ માટે વૉલ્ટમીટરને આ ઘટકની સાથે સમાંતરે જોડવામાં આવે છે. ધારો કે આકૃતિ 4.23 (a) માં દર્શાવેલ અવરોધ Rના બે છેડા વચ્ચેનો વૉલ્ટેજ માપવો છે. આ માટે વૉલ્ટમીટર તરીકે G અવરોધ અને I_G પ્રવાહ ક્ષમતાવાળું ગૅલ્વેનોમીટર વાપરવામાં આવે, તો તેમાં મુશ્કેલીઓ પડે છે. આકૃતિ 4.23(b) મુજબ ગૅલ્વેનોમીટરને સર્કિટમાં આ રીતે જોડતાં સર્કિટનો કુલ અવરોધ,

$$R' = R_1 + \frac{RG}{R+G} \tag{4.10.9}$$

થાય છે.



(a)



(b)

આકૃતિ 4.23

પરિણામસ્વરૂપ ગૅલ્વેનોમીટરને જોડ્યા બાદ સર્કિટનો અવરોધ બદલાઈ જતાં Rમાંથી પસાર થતો વિદ્યુતપ્રવાહ પણ બદલાઈ જાય છે. આમ, અવરોધ Rના બે છેડા વચ્ચે વિદ્યુતસ્થિતિમાનનો તફાવત = IR (કે જે માપવાનો છે)નું મૂલ્ય બદલાઈ જાય છે.

જો Gનું મૂલ્ય ખૂબ મોટું હોય તો R + Gમાં Gની સરખામણીમાં Rને અવગણતાં

$$R' = R_1 + \frac{RG}{R+G} = R_1 + R \tag{4.10.10}$$

આ સ્થિતિમાં પરિપથનો અવરોધ ખાસ બદલાતો નથી, ત્યાં Gનું મૂલ્ય મોટું હોવાથી મોટા ભાગનો પ્રવાહ R માંથી પસાર થતાં IRનું મૂલ્ય જળવાઈ રહે છે.

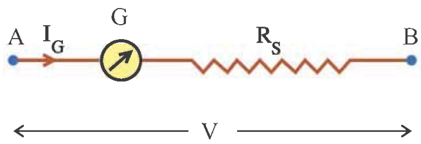
ઉપર્યુક્ત ચર્ચા દર્શાવે છે કે વિદ્યુતસ્થિતિમાનનો તફાવત માપન કરતાં ઉપકરણનો અવરોધ શક્ય તેટલો મોટો (સૈદ્ધાંતિક રીતે અનંત) હોવો જોઈએ. આમ, ગૅલ્વેનોમીટર સાથે શ્રેણીમાં યોગ્ય મોટો અવરોધ જોડી વૉલ્ટમીટરમાં રૂપાંતર કરી શકાય. અહીં, અવરોધ મોટો હોવાથી ગૅલ્વેનોમીટરમાંથી પસાર થતો વિદ્યુતપ્રવાહ ખૂબ જ ઓછો હોય છે અને તેને નુકસાન થવાનો ભય રહેતો નથી.

ગૅલ્વેનોમીટર વડે માપી શકાતા મહત્તમ વૉલ્ટેજને ગૅલ્વેનોમીટરની વૉલ્ટેજક્ષમતા (I_GG) કહે છે.

શ્રેણી અવરોધનું સૂત્ર : ધારો કે ગૅલ્વેનોમીટરનો અવરોધ G અને તેની પ્રવાહક્ષમતા I_G છે, તેથી તેની વૉલ્ટેજક્ષમતા I_GG થશે. આ ગૅલ્વેનોમીટરને V વૉલ્ટ જેટલો મહત્તમ વિદ્યુતસ્થિતિમાનનો તફાવત માપી શકે તેવા વૉલ્ટમીટરમાં ફેરવવું છે. આ માટે જરૂરી શ્રેણી અવરોધનું મૂલ્ય ધારો કે R_S છે. આકૃતિ 4.24 માં જો A અને B વચ્ચે વિદ્યુતસ્થિતિમાનનો તફાવત = V હોય તો તેમની વચ્ચે (તેમને સમાંતરે) ગૅલ્વેનોમીટર અને R_S શ્રેણીમાં જોડતાં ગૅલ્વેનોમીટરનું પૂર્ણસ્કેલ આવર્તન થશે. એટલે કે તેમાંથી I_G જેટલો વિદ્યુતપ્રવાહ પસાર થશે. આકૃતિ પરથી,

$$I_GG + I_GR_S = V$$

$$\therefore R_S = \frac{V}{I_G} - G \qquad (4.10.11)$$



આકૃતિ 4.24

આ સૂત્ર વડે મળતો અવરોધ આપેલા ગૅલ્વેનોમીટર સાથે શ્રેણીમાં જોડી ગૅલ્વેનોમીટરના સ્કેલનું યોગ્ય અંકન કરવાથી વૉલ્ટમીટર તૈયાર કરી શકાય છે. સમીકરણ (4.10.11) પરથી સ્પષ્ટ છે કે વૉલ્ટમીટરની રેન્જ વધુ ને વધુ મોટી કરવા માટે શ્રેણી-અવરોધ (R_S) નું મૂલ્ય વધુ ને વધુ મોટું લેવું પડે. વૉલ્ટમીટરની વૉલ્ટેજક્ષમતા n ગણી કરવા માટે જરૂરી શ્રેણી-અવરોધ $R_S = (n - 1)G$ થશે, તેમ જાતે ચકાસી જુઓ.

સમીકરણ 4.10.6ને બંને બાજુ વૉલ્ટમીટરના અવરોધ R વડે ભાગતાં,

$$\frac{\phi}{IR} = \frac{NAB}{k}\frac{1}{R}$$

$$\therefore \frac{\phi}{V} = \frac{NAB}{kR} \qquad (4.10.12)$$

અહીં, $\frac{\phi}{V}$ ને વૉલ્ટમીટરની સંવેદિતા (S_V) કહે છે.

ઉદાહરણ 12 : એક ગૅલ્વેનોમીટરના ડાયલ પર 21 કાપાઓ (શૂન્યથી 20) એટલે કે 20 વિભાગો (divisions) છે. તેમાં 10 μA પ્રવાહ પસાર કરતાં તેનું 1 division જેટલું આવર્તન થાય છે. તેનો અવરોધ 20 Ω છે, તો તેને (a) 1 A પ્રવાહ માપી શકે તેવા ઍમીટરમાં કેવી રીતે ફેરવશો ? (b) હવે મૂળ ગૅલ્વેનોમીટરને 1 V વીજસ્થિતિમાનનો તફાવત માપે તેવા વૉલ્ટમીટરમાં કેવી રીતે ફેરવશો ? તથા ઉપર્યુક્ત બંને મીટરનો અસરકારક અવરોધ શોધો.

ઉકેલ : (a) જ્યારે ગૅલ્વેનોમીટરમાંથી 10 μA પ્રવાહ પસાર થાય છે, ત્યારે તેના દર્શકનું 1 division જેટલું કોણાવર્તન થાય છે. આ ગૅલ્વેનોમીટરમાં 20 divisions છે.

$\therefore$ તેના વડે મપાતો મહત્તમ પ્રવાહ (પ્રવાહક્ષમતા) $I_G = 10 \times 10^{-6} \times 20 = 200 \times 10^{-6}$A.

ઍમીટર માટે ગૅલ્વેનોમીટરને સમાંતરે જરૂરી શંટનું સૂત્ર

$S = \dfrac{GI_G}{I - I_G}$ $\qquad I_G = 200 \times 10^{-6}A = 2 \times 10^{-4}A$

$= \dfrac{20 \times 200 \times 10^{-6}}{10000 \times 10^{-4} - 2 \times 10^{-4}}$ $\qquad G = 20\ \Omega$

$= \dfrac{20 \times 2 \times 10^{-4}}{10000 \times 10^{-4} - 2 \times 10^{-4}}$ $\qquad I = 1\ A = 10000 \times 10^{-4}A$

$= \dfrac{40}{9998} \approx 0.004\ \Omega$

1 A પ્રવાહ માપી શકે તેવા ઍમીટરમાં ફેરવવા માટે 0.004 Ω જો શંટ જોડવો જોઈએ.

આ ઍમીટરનો અસરકારક અવરોધ $G' = \dfrac{G \times S}{G+S}$ (G અને S સમાંતરે છે.)

$G' = \dfrac{20 \times 0.004}{20 + 0.004} \approx 0.004\ \Omega$

(b) વૉલ્ટમીટર માટે : ગૅલ્વેનોમીટરને વૉલ્ટમીટરમાં રૂપાંતરિત કરવા જરૂરી શ્રેણી-અવરોધનું સૂત્ર

અત્રે, V = 1 volt

$R_S = \dfrac{V}{I_G} - G$ $\qquad I_G = 2 \times 10^{-4}A$

$\qquad G = 20\ \Omega$

$= \dfrac{1}{2 \times 10^{-4}} - 20$

$= 0.5 \times 10^4 - 20$

$= 5000 - 20$

$= 4980\ \Omega$

આ ગૅલ્વેનોમીટરને 1 વૉલ્ટ માપી શકે તેવા વૉલ્ટમીટરમાં ફેરવવા માટે તેની સાથે શ્રેણીમાં 4920 Ωનો અવરોધ જોડવો જોઈએ.

આ વૉલ્ટમીટરનો અસરકારક અવરોધ $R'_S = R_S + G$

$\therefore R'_S = 4980 + 20 = 5000\ \Omega$

($\because R_S$ અને G શ્રેણીમાં છે.)

સારાંશ

1. **ઑર્સ્ટેડનું અવલોકન :** "ચુંબકીય સોયને સમાંતર સોયની નીચે રાખેલા વાહક તારમાંથી વિદ્યુતપ્રવાહ પસાર કરતાં ચુંબકીય સોય કોણાવર્તન પામે છે."
2. **બાયો-સાવરનો નિયમ :** $I\vec{dl}$ જેટલા વિદ્યુતપ્રવાહ-ખંડને લીધે ખંડની સાપેક્ષે $\vec{r}$ સ્થાનસદિશ ધરાવતા બિંદુએ ચુંબકીય ક્ષેત્ર

$$\vec{dB} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I\vec{dl} \times \hat{r}}{r^2}$$

સમગ્ર તારમાં આવા ખંડો સતત રીતે પથરાયેલા હોવાથી આવા તારને લીધે મળતું ચુંબકીય ક્ષેત્ર $\vec{B}$ રેખા-સંકલનના સ્વરૂપમાં લખી શકાય.

$$\vec{B} = \int \vec{dB} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{\vec{dl} \times \hat{r}}{r^2}$$

અથવા $$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{\vec{dl} \times \vec{r}}{r^3}$$

અત્રે રેખા-સંકલન વાહક તારથી બનતા સમગ્ર પરિપથ પર છે.

3. a ત્રિજ્યાવાળા N આંટાવાળા I પ્રવાહક્ષમતા ધરાવતા વર્તુળાકાર ગૂંચળાની (રિંગ) ભૌમિતિક અક્ષ પર કેન્દ્રથી x અંતરે આવેલા કોઈ બિંદુ પાસે ચુંબકીય તીવ્રતાનું

$$B(x) = \frac{\mu_0 N I a^2}{2(a^2+x^2)^{\frac{3}{2}}}$$

ગૂંચળાના કેન્દ્ર પર ચુંબકીય ક્ષેત્ર માટે $x = 0$ લેતાં

$$B(\text{કેન્દ્ર}) = \frac{\mu_0 N I}{2a}$$

તથા કેન્દ્રથી અતિ દૂર આવેલા બિંદુ માટે

$x >> a$ લેતાં

$$B(x) = \frac{\mu_0 N I a^2}{2x^2}$$

4. **ઍમ્પિયરનો સર્કિટલનો નિયમ :** ''ચુંબકીય ક્ષેત્રમાં કોઈ બંધ વક્ર પરનું ચુંબકીય ક્ષેત્રનું રેખા-સંકલન, તે બંધ વક્ર દ્વારા ઘેરાતા વિદ્યુતપ્રવાહોના બૈજિક સરવાળા અને શૂન્યાવકાશની પરમીએબિલિટીના ગુણાકાર બરાબર હોય છે.''

સમીકરણસ્વરૂપે આ નિયમ નીચે મુજબ લખી શકાય :

$$\oint \vec{B} \cdot \vec{dl} = \mu_0 \Sigma I.$$

5. અતિ લાંબા પ્રવાહધારિત સુરેખ તારમાંથી I પ્રવાહ પસાર થતો હોય, તો તારથી r જેટલા લંબઅંતરે આવેલા બિંદુએ ચુંબકીય ક્ષેત્રનું સૂત્ર,

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

6. અતિ લાંબા પ્રવાહધારિત સૉલેનોઇડની અક્ષ પરના બિંદુએ ચુંબકીય ક્ષેત્રનું મૂલ્ય

$B = \mu_0 n I$

જ્યાં n = સૉલેનોઇડની એકમ લંબાઈ દીઠ આંટાઓની સંખ્યા છે.

7. ચુંબકીય ક્ષેત્ર $\vec{B}$માં l લંબાઈનો (I) પ્રવાહધારિત તાર મૂકવામાં આવે, તો તેના પર લાગતું બળ

$\vec{F} = I\vec{l} \times \vec{B}$ થાય આ બળની દિશા સદિશ ગુણાકાર માટેના જમણા હાથના સ્ક્રૂની મદદથી નક્કી કરી શકાય છે.

8. બે અતિ લાંબા પ્રવાહધારિત તાર પર લાગતા બળનું મૂલ્ય,

$$F = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I_1 I_2 l}{y},$$

જ્યાં l તારની લંબાઈ અને y બે તાર વચ્ચેનું લંબઅંતર છે.

જો તારમાં એક બીજાથી વિરુદ્ધ દિશામાં પ્રવાહ વહેતો હોય, તો તેમની વચ્ચે અપાકર્ષણ બળ ઉદ્ભવે છે અને એક જ દિશામાં પ્રવાહ વહેતો હોય, તો આકર્ષણબળ ઉદ્ભવે છે.

9. ચુંબકીય ક્ષેત્ર $\vec{B}$માં $\vec{v}$ વેગથી ગતિ કરતા q વિદ્યુતભાર s પર લાગતું ચુંબકીય બળ,

$$\vec{F}_m = q(\vec{v} \times \vec{B})$$

વિદ્યુતક્ષેત્ર $\vec{E}$માં q વિદ્યુતભાર પર લાગતું બળ $\vec{F}_e = q\vec{E}$

આથી, બંને ક્ષેત્રોની હાજરીમાં વિદ્યુતભાર પર લાગતું કુલ બળ,

$\vec{F} = q[\vec{E} + (\vec{v} \times \vec{B})]$, જેને લૉરેન્ટ્ઝ બળ કહે છે.

10. સાઇક્લોટ્રૉન વિદ્યુતભારિત કણોને પ્રવેગિત કરવા માટેનું યંત્ર છે. તેમાં ગતિ કરતા વિદ્યુતભારિત કણના વર્તુળ પથની ત્રિજ્યા, $r = \frac{mv}{Bq}$, જે વેગમાન આધારિત છે.

આ કણની કોણીય આવૃત્તિ ωને સાઇક્લોટ્રૉન-આવૃત્તિ (ω_C) કહે છે.

$\omega_C = \frac{qB}{m}$ **અથવા** $f_C = \frac{qB}{2\pi m}$ $(\because \omega_C = 2\pi f_C)$

11. સમાન ચુંબકીય ક્ષેત્રમાં લટકાવેલ પ્રવાહધારિત ગૂંચળા પર લાગતું ટૉર્ક,

$\vec{\tau} = NI\vec{A} \times \vec{B}$

$\vec{\mu} = NI\vec{A}$ને ચુંબકીય ડાઇપોલ-મોમેન્ટ કહે છે.

$\therefore \vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$

12. સૂક્ષ્મ વિદ્યુતપ્રવાહના માપન માટે ગૅલ્વેનોમીટર વાપરવામાં આવે છે. ચલિત (moving) અને કિલકિત (pivoted) ગૅલ્વેનોમીટરમાં, $\tau = NIAB$, જેને લીધે ગૂંચળું કોણાવર્તન અનુભવે છે અને તેની સાથે જોડેલી સ્પ્રિંગોમાં વળ ચડે છે અને પુનઃસ્થાપક ટૉર્ક ઉત્પન્ન થાય છે.

$\therefore$ પુનઃસ્થાપક ટૉર્ક $\tau = k\phi$.

સમતોલનમાં $k\phi = NIBA$

$\therefore I = \frac{k}{NBA}\phi$

$\therefore I \propto \phi$

13. ગૅલ્વેનોમીટરને ઍમીટરમાં ફેરવવા માટે તેને સમાંતરે જોડવામાં આવતા લઘુ-અવરોધને શંટ કહે છે. તેનું સૂત્ર $S = \frac{GI_G}{I - I_G}$ છે.

ગૅલ્વેનોમીટરને વૉલ્ટમીટરમાં ફેરવવા માટે તેની સાથે શ્રેણીમાં મોટા મૂલ્યનો અવરોધ જોડવામાં આવે છે. આ શ્રેણી-અવરોધ (Rs) શોધવાનું સૂત્ર $R_S = \frac{V}{I_G} - G$ છે.

સ્વાધ્યાય

નીચે વિધાનો માટે આપેલા વિકલ્પોમાંથી યોગ્ય વિકલ્પ પસંદ કરો :

1. બે સમકેન્દ્રીય રિંગો એક જ સમતલમાં રહે તેમ ગોઠવેલ છે. બંને રિંગમાં આંટાઓની સંખ્યા 20 છે. તેમની ત્રિજ્યાઓ 40 cm અને 80 cm છે તથા તેમાંથી અનુક્રમે 0.4 A અને 0.6 A વિદ્યુતપ્રવાહ પરસ્પર વિરુદ્ધ દિશામાં વહે છે, તો કેન્દ્ર પાસે ઉદ્ભવતા ચુંબકીય ક્ષેત્રનું મૂલ્ય ...... T થશે.

(A) $4\mu_0$ (B) $2\mu_0$ (C) $\frac{10}{4}\mu_0$ (D) $\frac{5}{4}\mu_0$

2. m દળવાળો એક કણ q વિદ્યુતભાર ધરાવે છે. આ કણને V જેટલા વિદ્યુતસ્થિતિમાનના તફાવત હેઠળ પ્રવેગિત કરી સમાન ચુંબકીય ક્ષેત્ર Bમાં ક્ષેત્રને લંબરૂપે દાખલ કરતાં તે R ત્રિજ્યાવાળા વર્તુળાકાર માર્ગે ગતિ કરે છે, તો આ કણના વિદ્યુતભાર અને દળનો ગુણોત્તર $\left(\frac{q}{m}\right)$ = ... છે.

[$\left(\frac{q}{m}\right)$ને ઘણીવાર વિશિષ્ટ વિદ્યુતભાર (Specific Charge) પણ કહે છે.]

(A) $\frac{2V}{B^2R^2}$ (B) $\frac{V}{2BR}$ (C) $\frac{VB}{2R}$ (D) $\frac{mV}{BR}$

3. સમાન ચુંબકીય ક્ષેત્ર Bને લંબરૂપે પ્રોટોન, ડ્યુટેરોન આયન અને α-પાર્ટિકલ સમાન ગતિ-ઊર્જા સાથે વર્તુળાકાર માર્ગ પર ગતિ કરે છે. અનુક્રમે તેમના ગતિપથની ત્રિજ્યાઓ r_p, r_d અને r_α વડે દર્શાવીએ તો [અહીં, $q_d = q_p$, $m_d = 2m_p$]

(A) $r_\alpha = r_p > r_d$ (B) $r_\alpha = r_d > r_p$
(C) $r_\alpha > r_d > r_p$ (D) $r_\alpha = r_d = r_p$

4. એક ઈલેક્ટ્રૉન ચુંબકીય ક્ષેત્ર Bને લંબરૂપે r ત્રિજ્યાના વર્તુળાકાર પથ પર ગતિ કરે છે. આ ઈલેક્ટ્રૉનને અડધા પરિભ્રમણ દરમિયાન પ્રાપ્ત કરેલી ગતિ-ઊર્જા ....

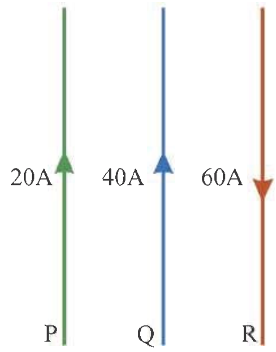
(A) $\frac{1}{2}mv^2$ (B) $\frac{1}{4}mv^2$ (C) શૂન્ય (D) $\pi rBev$

5. આકૃતિમાં દર્શાવ્યા પ્રમાણે બે અતિ લાંબા સુરેખ તાર એકબીજાને સમાંતરે રાખી બંનેમાંથી 2 A જેટલો વિદ્યુતપ્રવાહ પસાર કરવામાં આવે છે. આ વખતે તેમની વચ્ચે લાગતું બળ F છે. હવે તારમાં પ્રવાહ 1 A જેટલો કરવામાં અને પ્રવાહની દિશા (બંનેમાં) ઊલટાવી નાંખતાં તેમની વચ્ચે લાગતું બળ ....

(a) પ્રથમ (b) પછીથી

(A) $\frac{F}{4}$ થશે અને આકર્ષણ પ્રકારનું હશે (B) $\frac{F}{2}$ થશે અને અપાકર્ષણ પ્રકારનું હશે.
(C) $\frac{F}{2}$ થશે અને આકર્ષણ પ્રકારનું હશે (D) $\frac{F}{4}$ થશે અને અપાકર્ષણ પ્રકારનું હશે.

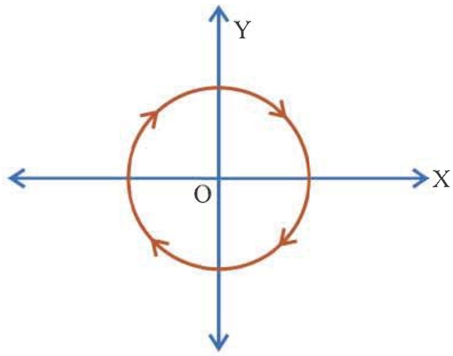
6. આકૃતિમાં દર્શાવ્યા પ્રમાણે P, Q અને R અતિ લાંબા સુરેખ તારમાંથી અનુક્રમે 20A, 40A અને 60A જેટલો વિદ્યુતપ્રવાહ તીર વડે દર્શાવેલ દિશાઓમાં વહે છે. આ સ્થિતિમાં તાર Q પર લાગતા પરિણામી બળની દિશા તાર Qની .... હશે.



(A) ડાબી તરફ
(B) જમણી તરફ
(C) પુસ્તકના પૃષ્ઠને લંબરૂપે
(D) Qમાંથી વહેતા પ્રવાહની દિશામાં હશે.

7. આકૃતિમાં દર્શાવ્યા પ્રમાણે એક વર્તુળાકાર વાહક તારમાંથી વિદ્યુતપ્રવાહ I વહે છે તથા તેનું કેન્દ્ર O પર રહે તેમ XY–સમતલમાં રાખેલ છે.

આ વર્તુળાકાર લૂપનું વલણ



(A) સંકોચાવાનું
(B) પ્રસરવાનું
(C) ધન X દિશામાં ખસવાનું
(D) ઋણ X દિશામાં ખસવાનું હશે.

8. સમાન વિદ્યુતક્ષેત્ર અને સમાન ચુંબકીય ક્ષેત્ર અધોદિશામાં છે. એક ઇલેક્ટ્રૉન અધોદિશામાં ગતિ કરે છે, આથી આ ઇલેક્ટ્રૉન ....

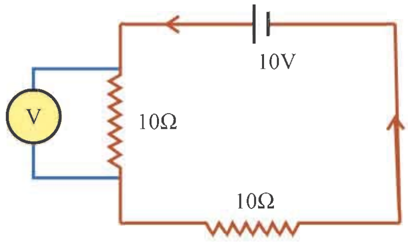
(A) ડાબી તરફ વળે છે. (B) જમણી તરફ વળે છે.

(C) ના વેગમાં વધારો થાય છે. (D) ના વેગમાં ઘટાડો થાય છે.

9. એકબીજાથી r જેટલા અંતરે રાખેલ બે સમાંતર પાતળા તારમાં દરેકમાં I વિદ્યુતપ્રવાહ વહે છે. આથી કોઈ એક તારની એકમલંબાઈ દીઠ બીજા તાર વડે લાગતા બળનું માન .... છે.

(A) $\frac{\mu_0 I^2}{r^2}$ (B) $\frac{\mu_0 I^2}{2\pi r}$ (C) $\frac{\mu_0 I}{2\pi r}$ (D) $\frac{\mu_0 I}{2\pi r^2}$

10. આકૃતિમાં દર્શાવ્યા પ્રમાણે વૉલ્ટમીટરને પરિપથમાં જોડેલ છે. વૉલ્ટમીટરનો અવરોધ ખૂબ જ મોટો છે, તો આ વૉલ્ટમીટર વડે દર્શાવાતા વૉલ્ટેજ .... હશે.



(A) 5 V (B) 10 V

(C) 2.5 V (D) 7.5 V

11. B માન ધરાવતા સમાન ચુંબકીય ક્ષેત્રમાં ક્ષેત્રને લંબરૂપે q વિદ્યુતભાર ધરાવતો m દળવાળો કણ r ત્રિજ્યાના વર્તુળમાર્ગ પર ગતિ કરે છે, આથી આ કણને એક ભ્રમણ કરતાં લાગતો સમય .... છે.

(A) $\frac{2\pi mq}{B}$ (B) $\frac{2\pi q^2 B}{m}$ (C) $\frac{2\pi qB}{m}$ (D) $\frac{2\pi m}{Bq}$

12. એક લાંબા તારમાંથી સ્થાયી વિદ્યુતપ્રવાહ વહે છે. તેને એક વર્તુળાકાર વાળતાં બનતા લૂપના કેન્દ્ર પર મળતું ચુંબકીય ક્ષેત્ર B છે. હવે ધારો કે આ જ તારને વર્તુળાકાર n આંટાવાળા વર્તુળાકાર લૂપમાં વાળવામાં આવે છે, તો તેના કેન્દ્ર પર મળતું ચુંબકીય ક્ષેત્ર .... થશે.

(A) nB (B) n^2B (C) 2nB (D) 2n^2B

13. 1m લંબાઈના વાહક તારને એક વર્તુળાકાર લૂપમાં ફેરવવામાં આવે છે. જો તેમાંથી 1 ઍમ્પિયરનો વિદ્યુતપ્રવાહ વહેતો હોય, તો તેની ચુંબકીય મોમેન્ટ .... Am^2 થશે.

(A) 2π (B) $\frac{\pi}{2}$ (C) $\frac{\pi}{4}$ (D) $\frac{1}{4\pi}$

14. જ્યારે વિદ્યુતભારિત કણ ચુંબકીય ક્ષેત્રમાં ગતિ કરે છે, ત્યારે તેની ગતિ-ઊર્જા ....

(A) અચળ રહે છે. (B) વધે છે. (C) ઘટે છે. (D) શૂન્ય થાય છે.

15. m દળવાળા અને q વિદ્યુતભારવાળા બે કણોને $2r$ લંબાઈના એક સળિયાના છેડાઓ પર (દરેક છેડા પર એક) એમ ચોંટાડેલા છે. આ સળિયાને ω જેટલી કોણીય ઝડપથી તેના કેન્દ્રને અનુલક્ષીને ભ્રમણ આપતાં ઉદ્ભવતી ચુંબકીય ડાઈપોલ-મોમેન્ટ અને આ કણોના કુલ કોણીય વેગમાનનો ગુણોત્તર .... છે.

(A) $\frac{q}{2m}$ (B) $\frac{q}{m}$ (C) $\frac{2q}{m}$ (D) $\frac{q}{\pi m}$

16. એક અતિલાંબા સૉલેનોઇડમાં 1 cm દીઠ 100 આંટાઓ છે. તેમાંથી 5A પ્રવાહ પસાર થાય છે, તો તેની અક્ષ ઉપર કેન્દ્ર પાસે ચુંબકીય ક્ષેત્ર .... T છે.

(A) 3.14×10^{-2} (B) 6.28×10^{-2} (C) 9.42×10^{-2} (D) 12.56×10^{-2}

17. બે અતિ લાંબા વિદ્યુતવાહક તારોને એકબીજાને સમાંતર d અંતરે રાખી તેમાંથી પરસ્પર વિરુદ્ધ દિશામાં સમાન વિદ્યુતપ્રવાહો પસાર કરવામાં આવે છે. હવે, આ બંને તારોની વચ્ચે $\frac{d}{2}$ અંતરે આવેલા બિંદુ પાસેથી q જેટલો વિદ્યુતભારિત કણ, બંને તારોથી રચાતા સમતલને લંબરૂપે v વેગથી પસાર થાય છે, તો આ કણ પર લાગતું ચુંબકીય બળ .... હશે.

(A) $\frac{\mu_0 Iqv}{2\pi d}$ (B) $\frac{\mu_0 Iqv}{\pi d}$ (C) $\frac{2\mu_0 Iqv}{\pi d}$ (D) શૂન્ય

18. L લંબાઈનો એક અતિ લાંબો સૉલેનોઇડ n સ્તરો ધરાવે છે. દરેક સ્તરમાં N આંટાઓ છે. સૉલેનોઇડનો વ્યાસ D છે અને તેમાંથી I જેટલો પ્રવાહ પસાર થઈ રહ્યો છે, તો સૉલેનોઇડના કેન્દ્ર પર ચુંબકીય ક્ષેત્ર .... છે.

(A) Dને સમપ્રમાણ (B) Dને વ્યસ્ત પ્રમાણ
(C) Dથી સ્વતંત્ર (D) Lને સમપ્રમાણ

19. સાઇક્લોટ્રૉનમાં વિદ્યુતભારિત કણની કોણીય ઝડપ ....થી સ્વતંત્ર છે.

(A) કણનું દળ (B) કણની રેખીય ઝડપ
(C) કણનો વિદ્યુતભાર (D) ચુંબકીય ક્ષેત્ર

20. ગતિમાન વિદ્યુતભાર ....ના કારણે ઊર્જા મેળવે છે.

(A) વિદ્યુતક્ષેત્ર (B) ચુંબકીય ક્ષેત્ર
(C) આ બંને ક્ષેત્રો (D) ઉપરનામાંથી કોઈ પણ ક્ષેત્ર નહિ.

21. એક વિદ્યુતભારિત કણ $\vec{B}$ જેટલા ચુંબકીય ક્ષેત્રમાંથી $\vec{v}$ વેગથી પસાર થઈ રહ્યો છે. તેના પર લાગતું ચુંબકીય બળ .... સ્થિતિમાં મહત્તમ હશે.

(A) $\vec{v}$ અને $\vec{B}$ સમાન દિશામાં હોય તે (B) $\vec{v}$ અને $\vec{B}$ વિરુદ્ધ દિશામાં હોય તે
(C) $\vec{v}$ અને $\vec{B}$ પરસ્પર લંબ હોય તે (D) $\vec{v}$ અને $\vec{B}$ એકબીજા સાથે 45°નો કોણ બનાવે તે

22. બે અતિ લાંબા સમાંતર તારોમાંથી પરસ્પર વિરુદ્ધ દિશામાં સમાન વિદ્યુતપ્રવાહો પસાર થઈ રહ્યા છે, તો ....

(A) તેઓ એકબીજાને અપાકર્ષે છે (B) તેઓ એકબીજાને આકર્ષે છે
(C) તેઓ એકબીજા તરફ નમી જાય છે (D) આકર્ષણ કે અપાકર્ષણ કંઈ જ ઉદ્‌ભવતું નથી

23. એક વિદ્યુતભારિત કણ નિયમિત ચુંબકીય ક્ષેત્રમાં ગતિ કરે છે, તો ....

(A) તેનું વેગમાન બદલાય છે, પણ ગતિ-ઊર્જામાં ફેરફાર થતો નથી.
(B) વેગમાન અને ગતિ-ઊર્જા બંનેમાં ફેરફાર થાય છે.
(C) વેગમાન અને ગતિ-ઊર્જા કોઈમાં ફેરફાર થતો નથી.
(D) ગતિ-ઊર્જા બદલાય છે, પણ વેગમાન બદલાતું નથી.

24. ચુંબકીય ક્ષેત્રમાં ગતિ કરતા વિદ્યુતભારિત કણની ઝડપ વધારવામાં આવે છે, તો તેના ગતિપથની ત્રિજ્યા ....

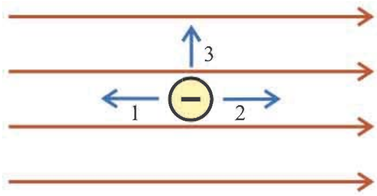
(A) ઘટશે (B) વધશે (C) બદલાશે નહિ (D) અડધી થશે

ઉત્તરો

1. (C)	2. (A)	3. (A)	4. (C)	5. (A)	6. (A)
7. (B)	8. (D)	9. (B)	10. (A)	11. (D)	12. (B)
13. (D)	14. (A)	15. (A)	16. (B)	17. (D)	18. (C)
19. (B)	20. (A)	21. (C)	22. (A)	23. (A)	24. (B)

નીચે આપેલ પ્રશ્નોના જવાબ ટૂંકમાં આપો :

1. ઑર્સ્ટેડનું અવલોકન જણાવો.
2. બાયો-સાવરના નિયમનું વિધાન લખો.
3. ઍમ્પિયરનો સર્કિટલ નિયમ સૂત્ર સ્વરૂપે લખો.
4. પ્રવાહધારિત સુરેખ તારથી ઉદ્‌ભવતા ચુંબકીય ક્ષેત્રની દિશા જાણવા માટેનો નિયમ જણાવો.
5. સૉલેનોઇડની બહારના વિસ્તારમાં ચુંબકીય ક્ષેત્રનું મૂલ્ય કેટલું હોય છે ?
6. ટોરોઇડમાં ચુંબકીય ક્ષેત્રની દિશા જણાવો.
7. ઑર્સ્ટેડે કરેલા અવલોકન બાદ ઍમ્પિયરે કરેલું અવલોકન જણાવો.
8. સાઇક્લોટ્રૉનમાં કોણીય આવૃત્તિ શું વેગમાન પર આધારિત છે ? 'હા' કે 'ના'માં જવાબ આપો.
9. સાઇક્લોટ્રૉન દ્વારા ન્યુટ્રૉનને પ્રવેગિત કરી શકાય ? કેમ ?
10. સાઇક્લોટ્રૉનમાં વિદ્યુતક્ષેત્ર અને ચુંબકીય ક્ષેત્રનાં કાર્ય જણાવો.
11. સાઇક્લોટ્રૉનની બે મર્યાદાઓ જણાવો.
12. આદર્શ ઍમીટર અને આદર્શ વૉલ્ટમીટરના અવરોધ નાં મૂલ્ય કેવાં હોવા જોઈએ ?
13. ગૅલ્વેનોમીટરની પ્રવાહ-સંવેદિતા એટલે શું ?
14. વૉલ્ટમીટરની વૉલ્ટેજક્ષમતા વધારવા શું કરવામાં આવે છે ?
15. વર્તુળાકાર રિંગમાં પ્રવાહનું મૂલ્ય તેમજ તેની ત્રિજ્યા બમણી કરવામાં આવે, તો તેના કેન્દ્ર પરના ચુંબકીય ક્ષેત્રમાં શું ફેરફાર થશે ?
16. આકૃતિમાં દર્શાવેલ ઇલેક્ટ્રૉનની ગતિ માટેના ત્રણ કિસ્સાઓમાં તેના પર લાગતા ચુંબકીય બળનું મૂલ્ય જણાવો.



નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ આપો :

1. બાયો-સાવરનો નિયમ લખો અને તેની સમજૂતી આપો.
2. વિદ્યુતપ્રવાહધારિત વર્તુળાકાર વાહકની અક્ષ પરના કોઈ બિંદુએ મળતા ચુંબકીય ક્ષેત્રની તીવ્રતાનું સૂત્ર લખો અને આ ચુંબકીય ક્ષેત્રની દિશા શોધવા માટેનો જમણા હાથના અંગૂઠાનો નિયમ યોગ્ય આકૃતિ દોરી સમજાવો.
3. ઍમ્પિયરનો સર્કિટલનો નિયમ લખો અને સમજાવો.
4. અતિ લાંબા સુરેખ તારમાંથી I જેટલો વિદ્યુતપ્રવાહ વહેતો હોય તો ઍમ્પિયરના સર્કિટલના નિયમ પરથી તારથી r જેટલા લંબઅંતરે આવેલ બિંદુએ ચુંબકીય ક્ષેત્રનું મૂલ્ય મેળવો.
5. ટોરોઇડમાં ઉદ્‌ભવતા ચુંબકીય ક્ષેત્રનું મૂલ્ય ઍમ્પિયરના સર્કિટલના નિયમનો ઉપયોગ કરી મેળવો.
6. બે એકબીજાને સમાંતરે રાખેલ તારમાંથી એક જ દિશામાં પ્રવાહ પસાર કરતાં તેમની વચ્ચે ઉદ્‌ભવતા આકર્ષણબળનું સૂત્ર મેળવો.
7. સમાન વિદ્યુતક્ષેત્ર અને સમાન ચુંબકીયક્ષેત્રમાં ગતિ કરતા વિદ્યુતભાર પર લાગતા લૉરેન્ટ્ઝ બળનું સૂત્ર મેળવો.
8. સાઇક્લોટ્રૉનની કાર્યપદ્ધતિ સમજાવી સાઇક્લોટ્રૉન આવૃત્તિ ω_Cનું સૂત્ર મેળવો.
9. યોગ્ય આકૃતિ દોરી ગૅલ્વેનોમીટરની રચના સમજાવો.
10. ગૅલ્વેનોમીટરને ઍમીટરમાં ફેરવવા શું કરવું જોઈએ તથા શંટનું સૂત્ર મેળવો.
11. વિદ્યુતપ્રવાહધારિત વર્તુળાકાર વાહકની ભૌમિતિક અક્ષ પરના કોઈ પણ બિંદુ પાસે ચુંબકીય ક્ષેત્રનું સૂત્ર બાયો-સાવરના નિયમનો ઉપયોગ કરીને તારવો.
12. ઍમ્પિયરના સર્કિટલના નિયમનો ઉપયોગ કરી વિદ્યુતપ્રવાહધારિત અતિ લાંબા સૉલેનોઇડની અંદરના ભાગમાં ઉદ્‌ભવતા ચુંબકીય ક્ષેત્ર માટેનું સૂત્ર મેળવો.
13. સમાન ચુંબકીય ક્ષેત્રમાં લટકાવેલ વિદ્યુતપ્રવાહધારિત લંબચોરસ ગૂંચળા પર લાગતા ટૉર્કનું સૂત્ર મેળવો.

નીચેના દાખલા ગણો :

1. અતિ લાંબા બે સમાંતર તારો વચ્ચેનું લંબઅંતર 0.2 m છે. પ્રથમ તારમાંથી 4 A અને બીજા તારમાંથી 6A વિદ્યુતપ્રવાહ એક જ દિશામાં વહે છે. આ બંને તારોને લંબરૂપે જોડતી રેખા પર કયા બિંદુએ ચુંબકીય ક્ષેત્રની તીવ્રતા શૂન્ય થશે ? [જવાબ : 4A પ્રવાહ ધરાવતા તારથી 80 mm દૂર બંને તારની વચ્ચે]

2. એક અતિ લાંબા તારને પૃથ્વીના ચુંબકીય ક્ષેત્રની ક્ષૈતિજ તીવ્રતાને લંબરૂપે ઊર્ધ્વ ગોઠવ્યો છે. આ તારમાંથી કેટલો વિદ્યુતપ્રવાહ પસાર કરીએ કે જેથી તારથી 10 cm લંબઅંતરે આવેલા એક બિંદુએ ચુંબકીય પ્રેરણ શૂન્ય થાય. આ બિંદુની સામેની બાજુએ તારથી 10 cm અંતરે પરિણામી ચુંબકીય પ્રેરણ કેટલું હશે ? પૃથ્વીનું ચુંબકીય પ્રેરણ $= 0.36 \times 10^{-4}$T તથા $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$T *m*/A.

[જવાબ : 18 A, 0.72×10^{-4} T]

3. શંટ જોડેલા એક ગૅલ્વેનોમીટરને વિદ્યુતપરિપથમાં જોડતાં કુલ વિદ્યુતપ્રવાહનો 2% વિદ્યુતપ્રવાહ ગૅલ્વેનોમીટરમાંથી પસાર થતો હોય તથા ગૅલ્વેનોમીટરનો અવરોધ G હોય, તો શંટનું મૂલ્ય શોધો. [જવાબ : $\frac{G}{49}$]

4. M_1 અને M_2 દળવાળા સમાન વિદ્યુતભાર ધરાવતા બે કણો સમાન વીજસ્થિતિમાનના તફાવત વડે પ્રવેગિત થયા બાદ સમાન ચુંબકીય ક્ષેત્રને લંબરૂપે ગતિ કરે છે. તેમના વર્તુળમયગતિપથની ત્રિજ્યાઓ અનુક્રમે R_1 અને R_2 હોય, તો તેમનાં દળોનો ગુણોત્તર શોધો. [જવાબ : $\frac{M_1}{M_2} = \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2$]

5. L m લંબાઈના તારમાંથી N આંટાવાળું વર્તુળાકાર ગૂંચળું બનાવવામાં આવ્યું છે. જો ગૂંચળામાંથી I A જેટલો વિદ્યુતપ્રવાહ પસાર કરવામાં આવતો હોય અને તેને B T જેટલા સમાન ચુંબકીય ક્ષેત્રમાં લટકાવેલ હોય, તો ગૂંચળા પર લાગતું મહત્તમ ટૉર્ક શોધો. [જવાબ : $\frac{IL^2B}{4\pi N}$ N m]

6. સમાન ગતિ-ઊર્જા ધરાવતું એક પ્રોટોન અને એક ડ્યુટેરોન આયન, એકસાથે સમાન ચુંબકીય ક્ષેત્રે લંબરૂપે ચુંબકીય ક્ષેત્રમાં દાખલ થાય છે. જો ડ્યુટેરોનનું દળ, પ્રોટોનના દળ કરતાં બમણું હોય, તો તેમના વર્તુળમય ગતિપથની ત્રિજ્યાઓનો ગુણોત્તર શોધો. [જવાબ : $\frac{r_d}{r_p} = \sqrt{2}$]

7. 120 આંટાવાળું અને 10×10^{-4} m^2 ક્ષેત્રફળ વાળું એક લંબચોરસ ગૂંચળું 45×10^{-4} Tના ત્રિજ્યાવર્તી ચુંબકીય ક્ષેત્રમાં કિલકિત કરેલું છે. જો ગુંચળામાથી 0.2 mA પ્રવાહને લીધે ગૂંચળાનું કોણાવર્તન 36^o થતું હોય, તો ગૂંચળા સાથે જોડેલી સ્પ્રિંગોનો અસરકારક વળ-અચળાંક શોધો.

[જવાબ : 17.2×10^{-8} N m/rad]

8. X અને Y વલયોની ભૌમિતિક અક્ષ અનુક્રમે X અને Y અક્ષો પર સંપાત થાય તે રીતે ગોઠવેલ છે. વલય X અને Yની સમાન ત્રિજ્યાનું મૂલ્ય 3.14 cm છે. જો X અને Y વલયોમાંથી વહેતા વીજપ્રવાહો અનુક્રમે 0.6 A અને 0.8 A હોય, તો ઊગમબિંદુ પર સમાસ ચુંબકીય ક્ષેત્રનું મૂલ્ય શોધો.
$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$SI એકમ. [જવાબ : 2×10^{-5}T]

9. 20 A અને 30 A વિદ્યુતપ્રવાહનું વહન કરતા બે અતિ લાંબા સુરેખ સમાંતર તારો વચ્ચેનું અંતર 3 m છે. જો વિદ્યુતપ્રવાહો એક જ દિશામાં વહેતા હોય, તો તેમની એકમલંબાઈ દીઠ તેમના પર લાગતું આકર્ષણબળ શોધો. $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$SI એકમ. [જવાબ : 4×10^{-5}N m^{-1}]

10. એક અતિ લાંબા સુરેખ તારમાંથી 5 Aનો વિદ્યુતપ્રવાહ વહે છે. એક ઈલેક્ટ્રૉન આ તારને સમાંતર રહી 10 cm દૂર 10^6 m s^{-1}ના વેગથી વિદ્યુતપ્રવાહની દિશાથી વિરુદ્ધ દિશામાં ગતિ કરતો હોય તો ઈલેક્ટ્રૉન પર લાગતા બળનું મૂલ્ય શોધો. (અત્રે ઈલેક્ટ્રૉનનું દળ અચળ સ્વીકારેલ છે.)
$e = -1.6 \times 10^{-19}$C, $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$SI. [જવાબ : 16×10^{-19}N]

11. આકૃતિમાં દર્શાવેલ તારમાંથી 6Aનો વિદ્યુતપ્રવાહ પસાર થાય છે. C બિંદુએ ચુંબકીય ક્ષેત્રનું માન નક્કી કરો. ત્રિજ્યા 0.02 m છે.
$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$T m A^{-1}. [જવાબ : 1.41×10^{-4}T]