ઉકેલ (SOLUTION)

પ્રકરણ 2

1. $\overline{R} = \dfrac{4\cdot12 + 4\cdot08 + 4\cdot22 + 4\cdot14}{4} = 4\cdot14\ \Omega.$

હવે $\Delta R_1 = \overline{R} - R_1$, $\Delta R_2 = \overline{R} - R_2$....... લઈ સરેરાશ નિરપેક્ષ ત્રુટિ ગણો.

$$\Delta\overline{R} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} |\ \Delta R_n\ | = 0.04\,\Omega.$$

$$\text{સાપેક્ષ ત્રુટિ} = \frac{\Delta\overline{R}}{\overline{R}} = \frac{0\cdot04}{4\cdot14} = 0.0096$$

પ્રતિશત ત્રુટિ $= 0.0096 \times 100 = 0.96\ \%$

2. નળાકારના દ્રવ્યની ઘનતા $\rho = \dfrac{m}{V} = \dfrac{m}{\pi r^2 l}$

હવે, $\dfrac{\Delta\rho}{\rho} = \dfrac{\Delta m}{m} + 2\dfrac{\Delta r}{r} + \dfrac{\Delta l}{l}$ નો ઉપયોગ કરી પ્રતિશત ત્રુટિ $\dfrac{\Delta\rho}{\rho} \times 100\ \%$ મેળવો.

3. $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g}}$ $\therefore\ g = 4\pi^2\dfrac{l}{T^2}$

$$\therefore\ \frac{\Delta g}{g} = \frac{\Delta l}{l} + 2\frac{\Delta T}{T} = \frac{0.1}{100} + 2\left(\frac{0.1}{2}\right) = 0.011$$

પ્રતિશત ત્રુટિ $= 0.011 \times 100 = 1.1\ \%$

4. પતરાનું કુલ ક્ષેત્રફળ $= 2[(l \times b) + (b \times t) + (t \times l)]$

$l = 4.234$ m, $b = 1.005$ m, $t = 2.01 \times 10^{-2}$ m, મૂકતાં

ક્ષેત્રફળ $= 2(4.3604739) = 8.7209478\ m^2 = 8.72\ m^2$

પતરાનું કદ $= l \times b \times t = 0.0855289 = 0.086\ m^3$

($t = 2.01 \times 10^{-2}$ m ને લઘુતમ સાર્થકઅંકો (3) છે. તે ધ્યાનમાં રાખી rounding off કરતાં)

5. $F = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{q_1\ q_2}{r^2}$ $\therefore\ \varepsilon_0 = \dfrac{1}{4\pi} \times \dfrac{q_1\ q_2}{F\cdot r^2} = \dfrac{C^2}{N\ m^2} = N^{-1}\ C^2\ m^{-2}$

$$[\varepsilon_0] = \frac{[q_1]\ [q_2]}{[F]\ [r]^2} = \frac{(A^1T^1)\ (A^1T^1)}{(M^1\ L^1\ T^{-2})(L^1)^2} = M^{-1}\ L^{-3}\ T^4\ A^2$$

7. $[c] = [L\ T^{-1}] = 3 \times 10^8\ m\ s^{-1}$

$[g] = [L\ T^{-2}] = 10\ m\ s^{-2}$

$[P] = [M^1\ L^{-1}\ T^{-2}] = 10^5\ N\ m^{-2}$

ઉપરનાં સમીકરણોને યોગ્ય રીતે ઉકેલી M, L અને T નાં મૂલ્યો મેળવો.

8. $[c] = [t] = M^0 L^0 T^1$

હવે, $[at] = [v]$ $\therefore$ $[a] = \left[\frac{v}{t}\right] = M^0 L^1 T^{-2}$

અને $\left[\frac{b}{t+c}\right] = [v]$ $\therefore$ $[b] = [v]\ [t + c] = M^0 L^1 T^0$

9. $v \propto kg^a h^b$

$(M^0 L^1 T^{-1}) = (M^0 L^1 T^{-2})^a\ (M^0 L^1 T^0)^b$ પરથી

$a = \frac{1}{2}, b = \frac{1}{2}$ મળશે.

$\therefore$ $v \propto kg^{\frac{1}{2}} h^{\frac{1}{2}}$

10. $T \propto p^a \rho^b E^c$

ઉપર્યુક્ત સમીકરણમાં બંને બાજુની ભૌતિક રાશિઓનાં પારિમાણિક સૂત્રો લખી તેમને સરખાવતાં,

$a = -\frac{5}{6}, b = \frac{1}{2}, c = \frac{1}{3}$ મળશે.

પ્રકરણ 3

1. $t_1 = \frac{x/3}{10} = \frac{x}{30}\text{h}, t_2 = \frac{x/3}{20} = \frac{x}{60}\text{h}, t_3 = \frac{x/3}{30} = \frac{x}{90}\text{h}$

સરેરાશ વેગ $= \frac{x}{t_1 + t_2 + t_3} = \frac{x}{\frac{x}{30} + \frac{x}{60} + \frac{x}{90}} = 16.36 \text{ km h}^{-1}$

2. પ્રથમ 5 km કાપતાં લાગતો સમય $t_1 = \frac{10}{v}\text{h}$

બીજા 20 km કાપતાં લાગતો સમય $t_2 = \frac{20}{v}\text{h}$ અને

છેલ્લા 15 km કાપતાં લાગતો સમય $t_3 = \frac{30}{v}\text{h}$ થશે.

કુલ સમય $= \frac{10}{v} + \frac{20}{v} + \frac{30}{v} = 1 \text{ h}$

પરથી $v = 60 \text{ km h}^{-1}$

3. વાંદરાના ઉપર તરફનાં સ્થાનાંતરને ધન અને નીચે તરફના સ્થાનાંતરને ઋણ લેતાં,

$x = 5 \text{ m} + (-3 \text{ m}) + 5 \text{ m} + (-3 \text{ m}) + 5 \text{ m} + (-3 \text{ m}) + 5 \text{ m} + (-3 \text{ m}) + 5 \text{ m}$

$= 13 \text{ m}$

જરૂરી સમય

$t = (1 + 1) + (1 + 1) + (1 + 1) + (1 + 1) + 1 = 9 \text{ s}$

$x \rightarrow t$ આલેખ જાતે કરો.

4. પ્રથમ 120 m અંતર માટે $v_0 = 0$, $x = 120$ m, $a = 2.6 \text{ m s}^{-2}$, $2ax = v^2 - v_0^2$

પરથી $v = \sqrt{624} \text{ m s}^{-2}$ બાકીના અંતર માટે $v_0 = \sqrt{624} \text{ m s}^{-1}$, $v = 12\text{m s}^{-1}$,

$a = -1.5 \text{ m s}^{-2}$ $x = \frac{v^2 - v_0^2}{2a}$ પરથી $x = 160$ m

કાપેલ કુલ અંતર $= 120 + 160 = 280$ m

5. $x = 16$ m, $v = 0$ અને $a = -9.8$ m s^{-2} લઈ $2ax = v^2 - v_0^2$ સમીકરણ પરથી v_0 શોધો. ધારો કે h' ઊંચાઈએ પ્રારંભિક વેગ અડધો $\left(\frac{v_0}{2}\right)$ થાય છે. હવે $x = h'$, $v = \frac{v_0}{2}$ લઈ ઉપર્યુક્ત સમીકરણથી h' શોધો.

6. ધારો કે બંને પદાર્થ ટાવરના તળિયેથી h ઊંચાઈએ અને t સમયે મળે છે. મુક્તપતન કરતા પદાર્થ માટે $v_0 = 0$, $x = (39.2 - h)$ m અને ઊર્ધ્વ દિશામાં ફેંકેલા પદાર્થ માટે, $v_0 = 19.6$ m s^{-1}, $x = h$ m લઈ $x = v_0t + \frac{1}{2}at^2$ સમીકરણનો ઉપયોગ કરી t અને h મેળવો.

7. $v = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}(t^3 + 4t^2 - 2t + 5) = 3t^2 + 8t - 2$

$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}(3t^2 + 8t - 2) = 6t + 8$

ઉપર્યુક્ત સમીકરણમાં $t = 4$ s મૂકતાં, $v = 78$ m s^{-1} અને $a = 32$ m s^{-2}

હવે સમીકરણ $x = t^3 + 4t^2 - 2t + 5$ માં $t = 0$ અને $t = 4$ s મૂકી $x(0)$ અને $x(4)$ શોધો.

$v = 3t^2 + 8t - 2$ સમીકરણમાં $t = 0$ અને $t = 4$ s મૂકી $v(0)$ અને $v(4)$ શોધો.

હવે, $< a > = \frac{v(4) - v(0)}{4 - 0} = 20$ m s^{-2}

8. ટ્રેન A એ ટ્રેન Bની સાપેક્ષે $v_A - v_B = 30 - 10 = 20$ m s^{-1} થી ગતિ કરે છે.
હવે $2ax = v^2 - v_0^2$ માં $v = 0$, $a = -2$ m s^{-2} મૂકી x શોધો.

9. બંને કિસ્સામાં $v = v_0 + at$ નો ઉપયોગ કરતાં $a = 4$ m s^{-2} અને $v_0 = 8$ m s^{-1} મળશે.
આ મૂલ્યો $x = v_0t + \frac{1}{2}at^2$માં મૂકતાં સ્થાનાંતર $x = 570$ m મળશે.

10. (a) $v \rightarrow t$ આલેખથી ઘેરાતું ક્ષેત્રફળ એટલે કણે કાપેલું અંતર.

$\therefore$ અંતર $= \frac{1}{2}(12)(10) = 60$ m

(b) હવે OA રેખાનો ઢાળ, 0 – 5 s ગાળા દરમિયાનનો પ્રવેગ $a = 2.4$ m s^{-2} આપશે. $d = v_0t + \frac{1}{2}at^2$ માં $a = 2.4$ m s^{-2} મૂકી 2 s થી 5 s વચ્ચેના સમયગાળામાં કાપેલ અંતર ગણો. આ જ રીતે AB રેખાના ઢાળ પરથી પ્રવેગ $a = -2.4$ m s^{-2} મળશે. ફરીથી $d = v_0t + \frac{1}{2}at^2$ નો ઉપયોગ કરી 5 s થી 6 s વચ્ચે કાપેલ અંતર શોધો.

11. પક્ષીનો ટ્રેનની સાપેક્ષે વેગ $\vec{v}_{BT} = 5\hat{i} - (-10\hat{i}) = 15\hat{i}$ m s^{-1} પક્ષી આ વેગથી ટ્રેનની લંબાઈ જેટલું અંતર કાપે છે. માટે, સમય $t = \frac{x}{v_{BT}} = \frac{120 \text{ m}}{15 \text{ m s}^{-1}} = 8$ s.

12. $v = 4\,t$ પરથી પ્રવેગ $a = \frac{v}{t} = 4$ m s^{-2}.

હવે $x = v_0t + \frac{1}{2}at^2$ સમીકરણમાં $t = 2$ s ત્યાર બાદ t = 4 s મૂકી અંતરનો તફાવત

મેળવો. $x(2) = 0 + \frac{1}{2}(2)(2)^2 = 8$ m

$x(4) = 0 + \frac{1}{2}(2)(4)^2 = 32$ m

આથી $t = 2$ s થી $t = 4$ s દરમ્યાન કાપેલું અંતર = 32 m − 8 m = 24 m

બીજી રીત :

$v = 4t$

$\therefore \frac{dx}{dt} = 4t$

$\therefore dx = 4t\ dt$

$\therefore \int_0^x dx = \int_2^4 4t\ dt$

$x = 4\left[\frac{t^2}{2}\right]_2^4 = 2(4^2 - 2^2) = 24$ m

પ્રકરણ 4

1. પરિણામી બળ માટે સૂત્ર $R = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB\cos\theta}$ નો ઉપયોગ કરો જ્યાં $A = F$, $B = F$ અને $\theta = \theta$

2. $\vec{A} - \vec{B}$ શોધો. $\vec{A} - \vec{B}$ ના એકમ સદિશ માટે સૂત્ર $\hat{n} = \frac{\vec{A} - \vec{B}}{\left|\vec{A} - \vec{B}\right|}$ નો ઉપયોગ કરો.

3. ઉદાહરણ 13 મુજબ ગણો.

4. (a) સરેરાશ ઝડપ = $\frac{\text{અંતર}}{\text{સમય}} = \frac{23 \text{ km}}{\left(\frac{28}{60}\right)\text{h}}$

(b) સરેરાશ વેગનું માનાંક = $\frac{\text{સ્થાનાંતરનું મૂલ્ય}}{\text{સમય}} = \frac{10 \text{ km}}{\left(\frac{28}{60}\right)\text{h}}$

5. (a) $t = 0$, $\vec{v_0} = 10\hat{j}$ m s^{-1}, $\therefore v_{0x} = 0$ m s^{-1}, $v_{0y} = 10$ m s^{-1}

અચળ પ્રવેગ $\vec{a} = 8\hat{i} + 2\hat{j}$, $\therefore a_x = 8$ m s^{-2} અને $a_y = 2.0$ m s^{-2}

$x = v_{0x}t + \frac{1}{2}a_xt^2$, $\therefore 16 = 0 + \frac{1}{2}8t^2$, $\therefore t = 2$ *sec*

$y = v_{0y}t + \frac{1}{2}a_yt^2$, $t = 2$ *sec* મૂકતાં, $y = 24$ m

(b) $\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}\,t;\quad \vec{v}_0 = 10\hat{j},\ \vec{a} = 8\hat{i} + 2\hat{j}$

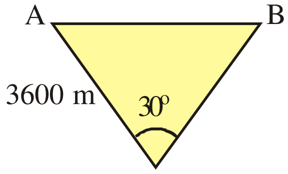
$\therefore\ \vec{v} = 16\hat{i} + 14\hat{j};\ v_x = 16\ \mathrm{m\ s^{-1}},\ v_y = 14\ \mathrm{m\ s^{-1}}$

$|\vec{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \Rightarrow |\vec{v}| = 21.26\ \mathrm{m\ s^{-1}}$

6. 10 સેકન્ડમાં 3600 m ઊંચાઈએ વિમાને કાપેલ અંતર AB હોય, તો ખૂણો નાનો હોવાથી AB અંતરને 3600 m ત્રિજ્યાનો (આકૃતિમાં દર્શાવ્યા પ્રમાણે) ચાપ ગણતાં,

AB (ચાપ) = 3600 (ત્રિજ્યા) × ખૂણો (રેડિયનમાં)

$\therefore\ AB = 3600 \times \left(\dfrac{30\pi}{180}\right)$



$v = \dfrac{\text{અંતર}}{\text{સમય}} = \dfrac{AB\ \mathrm{m}}{10\ \mathrm{s}} \Rightarrow 60\pi\ \mathrm{m\ s^{-1}}$

7. $\theta_0 = 30^\circ$, R = 3 km, સૂત્ર $R = \dfrac{v_0^2 \sin 2\theta}{g}$ પરથી v_0 મેળવો.

જો લક્ષ્ય મહત્તમ અવધી કરતાં દૂર હોય, તો લક્ષ્ય પર ગોળી મારવાનું શક્ય બનશે નહિ.

તેથી મહત્તમ અવધિ $R_{max} = \dfrac{v_0^2}{g}$ તેના પરથી પ્રશ્નોનો જવાબ આપો.

8. $\dfrac{H}{R} = \dfrac{v_0^2 \sin^2\theta_0}{2g} \times \dfrac{g}{v_0^2\, 2\sin\theta_0\ \cos\theta_0} = \dfrac{\sin\theta_0}{4\cos\theta_0}$

$\therefore\ \tan\theta_0 = \dfrac{4H}{R}\quad \therefore\ \theta_0 = \tan^{-1}\dfrac{4H}{R}$

9. $\vec{C} = \vec{A} + \vec{B} \Rightarrow |\vec{C}| = C = |\vec{A} + \vec{B}|$

$R = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB\cos\theta}$ માં R = C

$\therefore\ C^2 = A^2 + B^2 + 2AB\cos\theta$ (1)

હવે A + B = C આપેલ છે.

$\therefore\ C^2 = (A + B)^2\ \therefore\ C^2 = A^2 + B^2 + 2AB$ (2)

(1) અને (2) પરથી $2AB = 2AB\cos\theta$

$\therefore\ \cos\theta = 1 \Rightarrow \theta = 0^\circ$

$\vec{A}$ અને $\vec{B}$ ની દિશા સમાન છે. (સમાંતર સદિશો છે.)

અહીં, A + B = C હોવાથી આ ત્રણેય સદિશો એક જ દિશામાં હશે. આથી $\theta = 0$ થશે.

10. $\vec{A}_1 = \vec{A}$ ની દિશા ઉલટાવતાં $\vec{A}_2 = -\vec{A}$

$\therefore\ \Delta\vec{A} = \vec{A}_2 - \vec{A}_1 = -\vec{A} - \vec{A} = -2\vec{A}$

$|\Delta\vec{A}| = |-2\vec{A}| = 2A$

$|\Delta\vec{A}|$ એટલે સદિશ $\vec{A}$ ના મૂલ્યનો ફેરફાર સદિશની દિશા ઉલટાવવાથી સદિશનું માનાંક બદલાતું નથી.

∴ માનાંકમાં ફેરફાર $\Delta |\vec{A}| = |\vec{A}_2| - |\vec{A}_1| = A - A = 0$

$\therefore \Delta |\vec{A}| = 0$

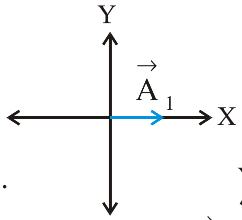
11. ધારો કે, $\vec{A}_1 = \vec{A}$ અને $\vec{A}_2 = 2\vec{A}$

$\vec{A}_1$ ના X ઘટકો અને Y ઘટકો, $A_{1x} = A\cos\theta$ અને $A_{1y} = A\sin\theta$

$\vec{A}_2$ ના X અને Y ઘટકો, $A_{2x} = 2A\cos\theta$ અને $A_{2y} = 2A\sin\theta$

$\therefore A_{2x} = 2A_{1x}$ અને $A_{2y} = 2A_{1y}$

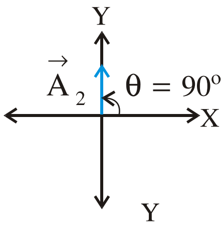
12. ધારો કે આપેલ સદિશ $\vec{A}_1$ છે.



$\therefore A_{1x} = \cos 0^0 = A_1,\ A_{1y} = A_1 \sin 0^0 = 0$

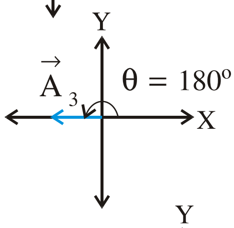
સદિશની માત્ર દિશા બદલતાં માનાંક બદલાતું નથી.

(i) $\vec{A}_1$ ને 90^o ભ્રમણ આપતાં $\vec{A}_2$ બને છે.



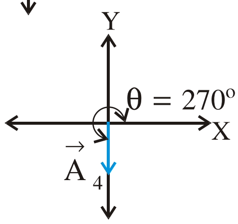
$\therefore A_{2x} = A_1 \cos 90^o = 0,\ A_{2y} = A_1 \sin 90^o = A_1$

(ii) $\vec{A}_1$ ને 180^o ભ્રમણ આપતાં $\vec{A}_3$ બને છે.



$A_{3x} = A_1 \cos(180^o) = -A_1,\ A_{3y} = A_1 \sin(180^o) = 0$

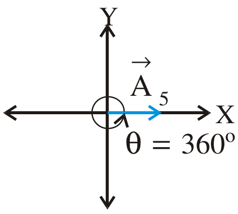
(iii) $\vec{A}_1$ ને 270^o નું ભ્રમણ આપતાં $\vec{A}_4$ બને છે.



$A_{4x} = A_1 \cos(270^o) = A_1 \cos(180^o + 90^o) = A_1 \cos 90^o = 0$

$A_{4y} = A_1 \sin(270^o) = A_1 \sin(180^o + 90^o) = A_1 \sin 90^o = -A_1$

(iv) $\vec{A}_1$ ને 360^o ને ભ્રમણ આપતાં $\vec{A}_5$ બને છે

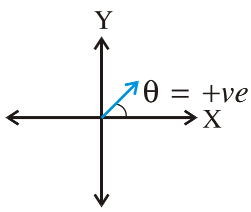


જે સદિશ $\vec{A}_1$ જ છે.

$\therefore A_{5x} = A_{1x} = A_1;\ A_{5y} = A_{1y} = 0$

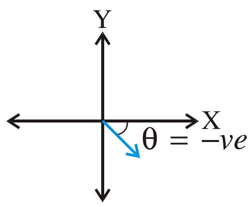
13. હા. જ્યારે બે પદાર્થો પરસ્પર વિરુદ્ધ દિશામાં ગતિ કરતા હોય ત્યારે તેમનો સાપેક્ષ વેગ બંને પદાર્થના વેગોના સરવાળા જેટલો થાય જે બંને પદાર્થોના વેગ કરતાં વધુ હોય.

14. $|\hat{i} + \hat{j}| = \sqrt{(1)^2 + (1)^2} = \sqrt{2}$



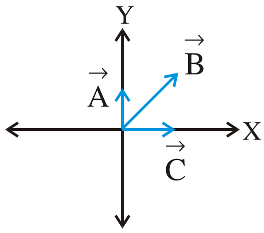
$\theta = \tan^{-1}\left(\dfrac{y}{x}\right) = \tan^{-1} \theta = 45^o$

$|\hat{i} + \hat{j}| = \sqrt{(1)^2 + (1)^2} = \sqrt{2}$



$\theta = \tan^{-1}\dfrac{-1}{1} = \tan^{-1} \theta = -45^o$

15. A = 100 એકમ, B = 200 એકમ, C = 150 એકમ



X = ઘટકો	**Y = ઘટકો**
$A_x = A cos 90^o = 0$ એકમ	$A_y = A sin 90^o = 100$ એકમ
$B_x = B cos 60^o = 100$ એકમ	$B_y = B sin 60^o = 173$ એકમ
$C_x = C cos 0^o = 150$ એકમ	$C_y = C sin 0^o = 0$ એકમ

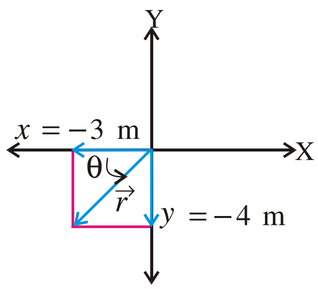
16. સ્થાન સદિશ $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j}$

$x = -3, \quad y = -4$

$|\vec{r}| = \sqrt{(-3)^2 + (-4)^2} = 5$ m

$tan\theta = \frac{4}{3} = 1.333$

$\theta = tan^{-1} 1.333$



17. અક્ષોની સ્થિતિ બદલવાથી સદિશનું મૂલ્ય અને દિશા બદલાતા નથી. અલબત્ત, અક્ષોની દિશામાંના ઘટકોના મૂલ્ય બદલાઈ જાય છે.

$\therefore \vec{A} + \vec{B}$ અને $\vec{A} - \vec{B}$ અક્ષોની પસંદગીથી સ્વતંત્ર છે. જ્યારે $A_x + B_y$ નું મૂલ્ય અક્ષોની પસંદગી પર આધાર રાખશે.

18. $|\vec{A} + \vec{B}| = |\vec{A} - \vec{B}| \Rightarrow |A + B|^2 = |A - B|^2$

$\therefore A^2 + B^2 + 2AB cos\theta = A^2 + B^2 - 2AB cos\theta$

$\therefore 2AB cos\theta = -2AB cos\theta$

$\therefore 4AB cos\theta = 0 \Rightarrow cos\theta = 0$

$\therefore \theta = 90^o$

19. $\vec{r}$ ના સૂત્રમાં $t = 0$ મૂકતાં શૂન્ય સમયે સ્થાન સદિશ $\vec{r_0}$ મેળવો અને આ જ સૂત્રમાં

$t = 0$ મૂકી 10 સેકન્ડના અંતે સ્થાન સદિશ $\vec{r_{10}}$ મેળવો.

$\therefore$ 10 સેકન્ડમાં સ્થાનાંતર $\Delta\vec{r} = \vec{r_{10}} - \vec{r_0}$ શોધો.

20. $\vec{A}$ નો સદિશ $\hat{i} + \hat{j}$ ની દિશામાંનો ઘટક એટલે જો આ બે સદિશ વચ્ચેનો ખૂણો θ હોય તો, $A\ cos\theta$ થાય. જ્યાં,

$$A cos\theta = \frac{\vec{A} \cdot (\hat{i} + \hat{j})}{|\hat{i} + \hat{j}|}$$

21. અશૂન્ય સદિશની લંબ દિશાનો ઘટક શૂન્ય થાય માટે અશૂન્ય સદિશને શૂન્ય ઘટક હોઈ શકે. જો સદિશને અશૂન્ય ઘટક હોય તો સદિશને કંઈક માનાંક છે. કારણ કે સદિશનું માનાંક સદિશના ઘટકના મૂલ્ય કરતાં હંમેશાં વધારે હોય. તેથી અશૂન્ય ઘટક ધરાવતો સદિશ શૂન્ય સદિશ ન હોઈ શકે.

22. $\vec{A} + \vec{B} = \vec{C}$

$\therefore \ |\vec{A} + \vec{B}|^2 = |\vec{C}|^2$

$C^2 = A^2 + B^2 + 2AB\cos\theta$

વળી, $A^2 + B^2 = C^2$

$\therefore \ 2AB\cos\theta = 0$

$\therefore \ \cos\theta = 0$

$\therefore \ \theta = 90^\circ$

આથી સદિશો $\vec{A}$ અને $\vec{B}$ પરસ્પર લંબ છે.

23. અહીં બંને પદાર્થોની અવધિ સમાન હોવાથી $\theta_{01} + \theta_{02} = \frac{\pi}{2}$ થશે.

ઉડ્ડયન સમય $t = \dfrac{2v_0 \sin\theta_0}{g}$

$$t_1 \times t_2 = \frac{2v_{01}\sin\theta_{01}}{g} \times \frac{2v_{01}\sin\theta_{02}}{g}$$

પરંતુ $\theta_{02} = \frac{\pi}{2} - \theta_{01}$

$$\therefore \ t_1 t_2 = \frac{2v_{01}^{\ 2}}{g^2} 2\sin\theta_{01} \sin(\frac{\pi}{2} - \theta_{01})$$

$$= \frac{2v_{01}^{\ 2}}{g^2} 2\sin\theta_{01}\cos\theta_{01}$$

$$= \frac{2v_{01}^{\ 2}}{g^2} \sin 2\theta_{01} = \frac{2}{g}R$$

પ્રકરણ 5

1. બળનો આઘાત $\vec{F} = \Delta t = m\vec{\Delta v}$ = વેગમાનનો ફેરફાર $\vec{\Delta p}$

$\vec{\Delta p_1} = m_1 \vec{v'_1} - m_1 \vec{v_1}$ $\qquad m_1 \vec{v_1} = (0.08)(5)\hat{i}$ kg m/s

$\vec{\Delta p_2} = m_2 \vec{v'_2} - m_2 \vec{v_2}$ $\qquad m_2 \vec{v_2} = (0.08)(5)(-\hat{i})$ kg m/s

$m_1 \vec{v'_1} = (0.08)(5)(-\hat{i})$ kg m/s

$m_2 \vec{v'_2} = (0.08)(5)(\hat{i})$ kg m/s હવે આગળ વધો.

2. સમગ્ર તંત્રનો પ્રવેગ $a = \dfrac{F}{(m_1 + m_2)}$

$F = 2N$, $m_1 = 6$ kg, $m_2 = 2$ kg

2 kg દળના પદાર્થ પર બળ = $(m_2)\ (a)$

3. સમગ્ર તંત્રનો પ્રવેગ $a = \dfrac{F}{(m_1 + m_2 + m_3)}$

$F = 12N$, $m_1 = 1$ kg, $m_2 = 2$ kg, $m_3 = 3$ kg

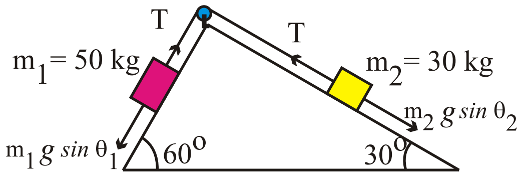
2 kg દળના બ્લૉક પર પ્રથમ બ્લૉક વડે લાગતું સંપર્ક બળ

$F_2 = (m_2 + m_3)a$ અથવા $F_2 = F - m_1a$

3 kg ના બ્લૉક પરનું સંપર્ક બળ $F_3 = (m_3)a$ અથવા $F_3 = F - (m_1 + m_2)a$

4. $m_1g \sin60^\circ$ અને $m_2g \sin30^\circ$ શોધો.

તે બેમાંથી મોટું મૂલ્ય જે હશે તે ગતિની દિશા નક્કી કરશે.



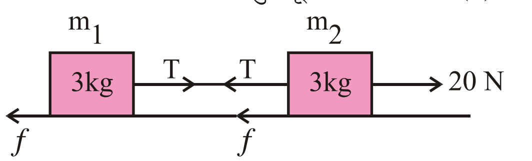
$\therefore\ m_1g\sin\theta_1 - T = m_1a$ (1)

$\therefore\ T - m_2g\sin\theta_2 = m_2a$ (2)

સરવાળો કરતાં, $m_1g\sin\theta_1 - m_2g\sin\theta_2 = (m_1 + m_2)a$

આ પરથી a શોધો. તેનું મૂલ્ય સમીકરણ (1) અથવા (2) માં મૂકી T શોધો.

5.



$F = 20$ N, $m_1 = m_2 = 3$ kg, $a = 0.5$ m/s^2

FDB નો વિચાર કરો.

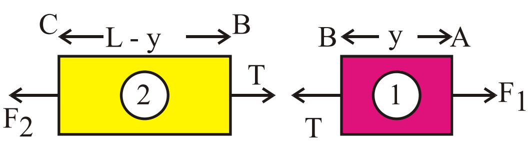
m_1 દળના બ્લૉક માટે, $T - f = m_1a$ (1)

m_2 દળના બ્લૉક માટે, $F - T - f = m_2a$ (2)

સરવાળો કરતાં, $F - 2f = (m_1 + m_2)a$

આ પરથી f શોધો અને તેનું મૂલ્ય સમીકરણ (1) અથવા (2) માં મૂકી T શોધો.

6.



સળિયાનું કુલ દળ = M

એકમ લંબાઈ દીઠ દળ $\lambda = \dfrac{M}{L}$

સળિયાના ભાગ 1 નું દળ, $m_1 = y\lambda = \dfrac{yM}{L}$

અને સળિયાના ભાગ 2 નું દળ, $m_2 = (L - y)\lambda = (L - y)\dfrac{M}{L}$

ભાગ 1 માટે, FBD પરથી, $F_1 - T = m_1a = \left(\dfrac{yM}{L}\right)a$

ભાગ 2 માટે, FBD પરથી, $T - F_2 = m_2 a = \left[\left(\frac{M}{L}\right)(L - y)\right]a$

સરવાળો કરતાં, $F_1 - F_2 = Ma$

$\therefore\ a = \left(\frac{F_1 - F_2}{M}\right)$

$T - F_2 = m_2 a$ પરથી,

$T = F_2 + m_2 a = F_2 + \left(\frac{M}{L}\right)(L - y)\left(\frac{F_1 - F_2}{M}\right)$ હવે આગળ વધો.

7. (i) 2 s અગાઉના સૂક્ષ્મ સમયગાળા માટે x અચળ છે. $\therefore\ \vec{v_1} = 0$ તે જ પ્રમાણે

2 s પછીના સૂક્ષ્મ સમયગાળા માટે પણ x અચળ છે. $\therefore\ \vec{v_2} = 0$

$\therefore$ બળનો આઘાત $\vec{F}\,\Delta t = m\,\Delta\vec{v} = m(\vec{v_2} - \vec{v_1}) = 0$

(ii) અહીં, $\vec{v_1} = \frac{20}{2}\hat{i} = 10\hat{i}$ m/s

$\vec{v_2} = \frac{-20}{4}\hat{i} = -5\hat{i}$ m/s

$\therefore$ બળનો આઘાત $\vec{F}\,\Delta t = m\,\Delta\vec{v} = m(\vec{v_2} - \vec{v_1})$

$= (2)(-5\hat{i} - 10\hat{i})$

$= -30\hat{i}$ N s

$\therefore\ |\vec{F}\,\Delta t| = 30$ N s

8. પરસ્પર ગુરુત્વબળનાં સમાન માન = F છે.

$\therefore\ F = m_1 a_1 = m_2 a_2$ (માનમાં)

બંને માટે $v_0 = 0$, $\frac{d_1}{d_2} = \frac{\frac{1}{2}a_1 t^2}{\frac{1}{2}a_2 t^2} = \frac{a_1}{a_2} = \frac{m_2}{m_1}$.

9. (i) પ્રથમ અડધી લંબાઈ (d) માટે $v_0 = 0$,

પ્રવેગ $a = g\sin\theta$ $\therefore\ v^2 - 0 = 2(g\sin\theta)d$ (1)

(ii) બીજી અડધી લંબાઈ (d) માટે $mg\sin\theta$ કરતાં ઘર્ષણબળ f મોટું હશે. તેથી ઢાળ પર નીચે તરફની ગતિ પ્રતિપ્રવેગી ગતિ હશે. આ ઘર્ષણબળ $f = \mu N = \mu mg\cos\theta$

$\therefore$ પ્રતિપ્રવેગનું મૂલ્ય $a' = \frac{f - mg\sin\theta}{m}$

$= \frac{\mu mg\cos\theta - mg\sin\theta}{m}$

$= g(\mu\cos\theta - \sin\theta)$

નીચે તરફની આ ગતિ માટે,

$0 - v^2 = 2(-a')d$ (2)

સમીકરણ (1) અને (2) પરથી,

$-2gd\sin\theta = 2[-g(\mu\cos\theta - \sin\theta)d]$

જે $\mu = 2\tan\theta$ આપશે.

પ્રકરણ 6

1. આકૃતિમાં દર્શાવેલ પરિસ્થિતિ માટે યાંત્રિક-ઊર્જાનું મૂલ્ય મેળવો. 2 kg વાળો બ્લૉક સંદર્ભ-સપાટીની સંપર્કમાં આવે તે સમયની આકૃતિ વિચારો. આ પરિસ્થિતિ માટે પણ યાંત્રિક-ઊર્જાનું મૂલ્ય મેળવો. યાંત્રિક-ઊર્જાનું શરૂઆતનું અને અંતિમ મૂલ્ય સરખાવો.

2. વેગમાનના સંરક્ષણના નિયમ મુજબ,

$$m_1 \vec{v_1} = m_1 \vec{v_1'} + m_2 \vec{v_2'}$$

વળી, $m_1 = m_2 = m$

$$\therefore \vec{v_1} = \vec{v_1'} + \vec{v_2'}$$

$$\therefore v_1^2 = v_1'^2 + v_2'^2 + 2v_1' v_2' \cos\theta$$

3. વેગમાનના સંરક્ષણનો નિયમ વાપરો.

4. $x = t^2 - 6t + 9$ $\quad v = \dfrac{dx}{dt}$ શોધો.

$v = 0$ મેળવી x મેળવો.

$x - x_0$ સ્થાનાંતર મળે.

પ્રવેગ $a = \dfrac{dv}{dt}$ મેળવો, જે શૂન્ય છે.

$\therefore$ બળ $= 0$ $\quad \therefore$ કાર્ય $= ?$

5. યાંત્રિક-ઊર્જાના સંરક્ષણનો નિયમ વાપરી વેગ v મેળવો. સમય માટે સપાટીને સમાંતર પ્રવેગ $a = g \sin\theta$ થાય. હવે ગતિનાં સૂત્રો વાપરો.

6. શરૂઆતમાં તંત્ર સ્થિર હોવાથી શરૂઆતનું વેગમાન શૂન્ય છે.

$\therefore MV + mv = 0 \;\therefore\; |MV| = |-mv| = P$

વળી, યાંત્રિક-ઊર્જાના સંરક્ષણના નિયમ મુજબ,

$$\frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}MV^2 + \frac{1}{2}mv^2$$

$$= \frac{P^2}{2M} + \frac{p^2}{2m}$$

હવે આગળ વધો.

7. A થી B ગતિ માટે સ્થિતિ-ઊર્જાના ગતિ-ઊર્જામાં રૂપાંતરનો ઉપયોગ કરો અને Aનો વેગ મેળવો. A અને Bની અથડામણ માટે વેગમાનના સંરક્ષણનો નિયમ વાપરી Bનો વેગ મેળવો. અંતિમ સ્થાન માટે ફરીથી ગતિ-ઊર્જાનું સ્થિતિ-ઊર્જામાં રૂપાંતર વિચારો.

8. A આગળ સ્થિતિ-ઊર્જા $= mgr.$

આગળ A થી B ની ગતિ દરમિયાન

$$mgr = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{\pi}{4} \times r \times R$$

તે જ રીતે B થી C માટે વિચારો.

9. શરૂઆતની ગતિ-ઊર્જા ધારો કે $\dfrac{1}{2}mv_0^2$

વેગ અડધો થાય, ત્યારે ગતિ-ઊર્જા $\dfrac{1}{2}\dfrac{mv_0^2}{4}$ થાય.

$$\therefore \ \frac{1}{2}\frac{mv_0^{\ 2}}{4} - \frac{1}{2}mv_0^{\ 2} = F \times 6$$

$$\therefore \ F = -\frac{3}{4}\left(\frac{1}{2}mv_0^{\ 2}\right) \times \frac{1}{6}$$

હવે આગળ વધો.

10. શરૂઆતનો અને અંતિમ વેગ સમાન હોવાથી $K - K_0 = W = 0$
વળી, W = ઘર્ષણ બળ વિરુદ્ધ થતું કાર્ય + ગુરુત્વાકર્ષણબળ દ્વારા થતું કાર્ય
હવે આગળ વધો.

પ્રકરણ 7

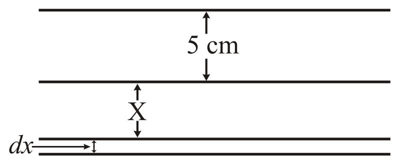
1. બંને માટે ઉષ્માપ્રવાહનું સમીકરણ લખીને સરખાવો.

2. પ્રથમ દરેક પરિમાણ SI પદ્ધતિમાં લખો.

(i) $H = kA\,\dfrac{T_2 - T_1}{L}$

(ii) ધાતુ અને ઈંટોનો સ્તર સંયુક્ત ચોસલું બનાવે.
સંયુક્ત ચોસલાનો ઉષ્મીય અવરોધ શ્રેણીજોડાણના સૂત્રથી મેળવી ઉષ્માપ્રવાહ શોધો.

3. આકૃતિમાં દર્શાવ્યા મુજબ dx જાડાઈનું અને A ક્ષેત્રફળવાળું સ્તર વિચારો. આ સ્તર બનવા માટે લઈ લેવી પડતી ઉષ્મા



$dQ = A\,dx\,\rho L'$ જ્યાં ρ બરફની ઘનતા અને L' પાણીની ગલનગુપ્ત ઉષ્મા છે.

આટલી ઉષ્મા $5 + x$ cm જાડા સ્તરમાંથી પસાર થતાં dt સમય લાગે, તો

$$dQ = kA\,\frac{\Delta T}{5 + x}\,dt$$

સમીકરણો સરખાવી જરૂરી સંકલન કરી જવાબ મેળવો.

4. $H = \dfrac{dQ}{dt} = \sigma e A T^4$ માં $A = 1\ m^2$, $\dfrac{dQ}{dt} = 6.3 \times 10^7 W$

$e = 1$ લો. σની કિંમત મૂકો.

5. $H = \sigma e A\,(T^4 - T_s^{\ 4})$નો ઉપયોગ કરો.

6. સંયુક્ત ચોસલા માટે શ્રેણી અને સમાંતરના નિયમો વાપરી અસરકારક અવરોધ શોધો, જેને

$R = {L'}/{A'k'}$ સાથે સરખાવો. જ્યાં $L' = 4x$, $A' = 2x^2$

7. $K = a + bT$
$\therefore$ K અને T વચ્ચે સુરેખ સંબંધ છે.
$\therefore$ T ના સ્થાને T ના મહત્તમ અને ન્યૂનતમ મૂલ્યો એટલે T_1 અને T_2 ની સરેરાશ

કિંમત એટલે કે $\left(\dfrac{T_1 + T_2}{2}\right)$ વાપરી શકાય.

$$\therefore \ K = a + b\left(\frac{T_1 + T_2}{2}\right)$$

સૂત્રમાં K ની કિંમત મૂકો.

નોંધ : T ના સ્થાને સરેરાશ મૂલ્યનો ઉપયોગ ન કરવો હોય તો સંકલનની મદદથી આ જ પરિણામ મળે.

8. પૃથ્વી પરની એકમસપાટીને પૃથ્વી અને સૂર્ય વચ્ચેના સરેરાશ અંતર R_0 ત્રિજ્યાવાળા ગોળાના ભાગ તરીકે વિચારો.

હવે $S = \dfrac{H}{4\pi R_0^2}$ તથા $H = \sigma\ 4\pi\ R_s^2\ T^4$

પ્રકરણ 8

1. આદર્શ વાયુ અવસ્થા-સમીકરણ મુજબ,

$PV = \mu RT$

અચળ તાપમાને

$P_1V_1 = P_2V_2 = \mu RT$

$$\therefore\ P_2 = \frac{P_1V_1}{V_2}$$

2. $PV = k_B NT$ પરથી

$$\therefore\ N = \frac{PV}{k_B T}$$

3. $< E > = \dfrac{3}{2}\ m < v^2 > = \dfrac{3}{2}\ k_B T$

4. $\dfrac{1}{2} m < v_{rms}^{\ 2} > = \dfrac{3}{2}\ k_B T$

$$\therefore\ < v_{rms}^{\ 2} > = \frac{3k_B T}{m}$$

પરંતુ $(v_{rms})_{O_2} = (v_{rms})_{H_2}$

$$\therefore\ \frac{3k_B T_{O_2}}{m_{O_2}} = \frac{3k_B T_{H_2}}{m_{H_2}}$$

$$\therefore\ T_{O_2} = \left(T_{H_2} \times m_{O_2}\right) \Big/ m_{H_2}$$

5. $PV = \mu RT = \dfrac{M}{M_0}\ RT$

$$\therefore\ M = \frac{M_0 PV}{RT}$$

$$\therefore\ \Delta M = M_1 - M_2 = \frac{M_0 VP_1}{RT_1} - \frac{M_0 VP_2}{RT_2}$$

$$= \frac{M_0 V}{R}\left[\frac{P_1}{T_1} - \frac{P_2}{T_2}\right]$$

6. $(v_{rms})_2 = 2(v_{rms})_1$

$$\frac{1}{2}\ m < v_{rms}^{\ 2} >_1 = \frac{3}{2}\ k_B T_1$$

$$\frac{1}{2} m < v_{rms}{}^2 >_2 = \frac{3}{2} k_B T_2$$

$$\therefore \frac{< v_{rms}{}^2 >_2}{< v_{rms}{}^2 >_1} = \frac{T_2}{T_1}$$

$$\therefore T_2 = \frac{< v_{rms}{}^2 >_2 \times T_1}{< v_{rms}{}^2 >_1}$$

7. $$\frac{1}{2} m_{H_2} < v^2 >_{H_2} = \frac{3}{2} k_B T$$

$$\frac{1}{2} m_{O_2} < v^2 >_{O_2} = \frac{3}{2} k_B T$$

$$\therefore \frac{m_{H_2} < v^2 >_{H_2}}{m_{O_2} < v^2 >_{O_2}} = 1$$

$$\therefore < v_{rms}{}^2 >_{H_2} = \frac{m_{O_2} < v^2 >_{O_2}}{m_{H_2}}$$

$$\therefore (v_{rms})_{H_2} = \sqrt{\frac{m_{O_2}}{m_{H_2}}} (v_{rms})_{O_2}$$

8. $$v_{rms} = \sqrt{\frac{3P}{\rho}}$$

9. $$\bar{l} = \frac{1}{\sqrt{2}\pi n d^2}$$

પણ $P = nk_B T$

$$\therefore n = \frac{P}{k_B T}$$

$$\therefore \bar{l} = \frac{k_B T}{\sqrt{2} P \pi d^2}$$

10. $$\bar{l}_1 = \frac{k_B T_1}{\sqrt{2} P_1 \pi d^2}$$

$$\bar{l}_2 = \frac{k_B T_2}{\sqrt{2} P_2 \pi d^2}$$

11. $$\bar{l} = \frac{1}{\sqrt{2}\pi n d^2}$$

1 સેકન્ડમાં થતી અથડામણ $= \sqrt{2}\, n\pi d^2 \bar{v}\, t$

•