

# Linéarisation

A.DIAO

Année scolaire 2025-2026

On linéarise  $(\cos x)^4$  en utilisant les nombres complexes.

**Rappel (formule d'Euler) :**

$$\cos x = \frac{e^{ix} + e^{-ix}}{2}$$

**Écriture complexe :**

$$(\cos x)^4 = \left( \frac{e^{ix} + e^{-ix}}{2} \right)^4 = \frac{1}{16} (e^{ix} + e^{-ix})^4$$

**Développement :**

$$(e^{ix} + e^{-ix})^4 = e^{4ix} + 4e^{2ix} + 6 + 4e^{-2ix} + e^{-4ix}$$

**Regroupement en cosinus :**

$$e^{ikx} + e^{-ikx} = 2 \cos kx$$

Ainsi,

$$(e^{ix} + e^{-ix})^4 = 2 \cos 4x + 8 \cos 2x + 6$$

**Expression finale :**

$$(\cos x)^4 = \frac{1}{16} (2 \cos 4x + 8 \cos 2x + 6)$$

$$\boxed{(\cos x)^4 = \frac{3}{8} + \frac{1}{2} \cos 2x + \frac{1}{8} \cos 4x}$$