⋄⋄⋄ Lycée de Dindéfélo ⋄⋄⋄			A.S. : 2025/2026
Matière: Mathématiques	Niveau : TS2	Date: 25/12/2025	

Correction Td Primitives

Exercice 1

1 Corrigé de l'exercice : Transformation d'écriture et primitives

a $f(x) = \dfrac{x^2 - 2x}{(x-1)^2}$ sur $I =]1; +\infty[$

- **Transformation :** On remarque que $x^2 - 2x = (x^2 - 2x + 1) - 1 = (x-1)^2 - 1$.
  D'où $f(x) = \dfrac{(x-1)^2 - 1}{(x-1)^2} = \mathbf{1 - \dfrac{1}{(x-1)^2}}$.
- **Primitive :** $F(x) = x - \left(-\dfrac{1}{x-1}\right) = \mathbf{x + \dfrac{1}{x-1}}$.

b $f(x) = \dfrac{3x^2 + 12x - 1}{(x+2)^2}$ sur $I =]-2; +\infty[$

- **Transformation :** On développe le dénominateur : $(x+2)^2 = x^2 + 4x + 4$.
  On cherche a tel que $a(x^2 + 4x + 4)$ approche le numérateur. Avec $a = 3$:
  $3(x+2)^2 = 3x^2 + 12x + 12$.
  Alors $3x^2 + 12x - 1 = 3(x+2)^2 - 13$.
  D'où $f(x) = \dfrac{3(x+2)^2 - 13}{(x+2)^2} = \mathbf{3 - \dfrac{13}{(x+2)^2}}$.
- **Primitive :** $F(x) = 3x - 13\left(-\dfrac{1}{x+2}\right) = \mathbf{3x + \dfrac{13}{x+2}}$.

c $f(x) = \dfrac{2x^3 + 13x^2 + 24x + 2}{(x+3)^2}$ sur $I =]-3; +\infty[$

- **Transformation :** Effectuons la division euclidienne de $2x^3 + 13x^2 + 24x + 2$ par $x^2 + 6x + 9$:

$$
\begin{array}{r|l}
2x^3 + 13x^2 + 24x + 2 & x^2 + 6x + 9 \\ \cline{2-2}
-(2x^3 + 12x^2 + 18x) & \mathbf{2x + 1} \\ \hline
x^2 + 6x + 2 & \\
-(x^2 + 6x + 9) & \\ \hline
\mathbf{-7} &
\end{array}
$$

  On en déduit : $f(x) = \mathbf{2x + 1 - \dfrac{7}{(x+3)^2}}$.
- **Primitive :** $F(x) = \mathbf{x^2 + x + \dfrac{7}{x+3}}$.

d $f(x) = \dfrac{x(x^2+3)}{(x^2-1)^3}$ sur $I =]-1; 1[$

- **Transformation :** Par identification ou décomposition, on montre que :
  $f(x) = \mathbf{\dfrac{1}{2(x-1)^3} + \dfrac{1}{2(x+1)^3}}$.
  (Vérification : $\dfrac{1}{2}\dfrac{(x+1)^3 + (x-1)^3}{(x^2-1)^3} = \dfrac{1}{2}\dfrac{2x^3 + 6x}{(x^2-1)^3} = \dfrac{x^3 + 3x}{(x^2-1)^3}$*)*

- **Primitive :** En utilisant la forme $\dfrac{u'}{u^3}$ dont la primitive est $-\dfrac{1}{2u^2}$:
  $F(x) = \dfrac{1}{2}\left(-\dfrac{1}{2(x-1)^2}\right) + \dfrac{1}{2}\left(-\dfrac{1}{2(x+1)^2}\right) = -\dfrac{\mathbf{1}}{\mathbf{4(x-1)^2}} - \dfrac{\mathbf{1}}{\mathbf{4(x+1)^2}}$.