⋄⋄⋄ Lycée de Dindéfélo ⋄⋄⋄			A.S. : 2024/2025
Matière: Mathématiques	Niveau : 1^{er}S2	Date: 16/06/2025	Durée : 4 heures

Composition n° 2 Du 2nd Semestre

Exercice 1 : 5 pts

Soient A et B deux points du plan tels que $AB = 8$ cm.

1. Construire le barycentre G des points pondérés $(A\,;1)$ et $(B\,;3)$. **0,1 pt**
2. Calculer les distances GA et GB. **0,5 pt + 0,5 pt**
3. Démontrer que, pour tout point M du plan, on a :

$$MA^2 + 3MB^2 = 4MG^2 + 48$$

0,1 pt

4. En déduire et construire l'ensemble des points M du plan tels que :

$$MA^2 + 3MB^2 = 84$$

0,1 pt

5. Déterminer et construire l'ensemble des points M du plan tels que :

$$\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = -12$$

0,1 pt

Exercice 2 : 5 pts

On considère la fonction f définie par

$$f(x) = \frac{x^2 + ax + b}{x - 1}$$

1. Déterminer les réels a et b tels que la courbe (C_f) passe par le point $A(0, 1)$ et admette en ce point une tangente horizontale. **0,5 pt + 0,75 pt**

   On suppose $a = 1$ et $b = -1\ldots$
2. Déterminer les limites aux bornes de $\mathcal{D}_f$. Préciser les asymptotes éventuelles. **0,5 pt + 0,5 pt + 0,5 pt**
3. Déterminer les réels α, β, γ tels que :

$$f(x) = \alpha x + \beta + \frac{\gamma}{x - 1}$$

   En déduire que la droite $(D) : y = x + 2$ est asymptote oblique à la courbe. **0,75 pt + 0,5 pt**
4. Dresser le tableau de variations de f puis tracer la courbe. **0,1 pt + 0,5 pt**

Problème : 10 pts

Soit f la fonction définie par :

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{-x^2+5x-5}{x-1} & \text{si } x\leq 0\\ \dfrac{3x-5}{x^2-1} & \text{si } x>0\end{cases}$$

1. Montrer que $D_f=\mathbb{R}\setminus\{1\}$. **1,25 pt**
2. Calculer les limites aux bornes de D_f. **0,1 pt**
3. En déduire les asymptotes de (C_f). **0,5 pt**
4. Montrer que la droite d'équation $y=-x+4$ est asymptote oblique à (C_f) en $-\infty$. **0,5 pt**
5. Étudier la continuité de f en 0. **0,75 pt**
6. Étudier la dérivabilité de f en 0 puis interpréter graphiquement les résultats. **0,1 pt + 0,5 pt**
7. Calculer $f'(x)$ pour $x<0$ et pour $x>0$. **0,5 pt + 0,5 pt**
8. Étudier le signe de $f'(x)$ pour $x<0$ puis pour $x>0$. **0,5 pt + 0,5 pt**
9. Dresser le tableau de variation de f. **1,5 pt**
10. Construire (C_f). **0,1 pt**