◇◇◇ Lycée de Dindéfélo ◇◇◇			A.S. : 2025/2026
Matière: Mathématiques	Niveau : TS2	Date: 29/12/2025	

Td Limites ln

Exercice 1 Déterminer les limites suivantes :

1. $\lim\limits_{x\to+\infty} \ln(x+2)$
2. $\lim\limits_{x\to0} (\ln x)^2$
3. $\lim\limits_{x\to0} \dfrac{1}{\ln x}$
4. $\lim\limits_{x\to+\infty} \ln(x^2+x+1)$
5. $\lim\limits_{x\to-\infty} \ln(x^2+x+1)$
6. $\lim\limits_{x\to+\infty} \ln\left[\dfrac{x+1}{x^2+x+1}\right]$
7. $\lim\limits_{x\to1^+} \ln\left[\dfrac{x+2}{x-1}\right]$
8. $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\ln(x+2)}{\ln(x+1)}$
9. $\lim\limits_{x\to0^+} \dfrac{\ln x+2}{\ln x+1}$
10. $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\ln x}{\sqrt{x}}$
11. $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\ln x}{x^2}$
12. $\lim\limits_{x\to+\infty} (\ln x-\sqrt{x})$
13. $\lim\limits_{x\to0^+} x^2\ln x$
14. $\lim\limits_{x\to0^+} \sqrt{x}\ln x$
15. $\lim\limits_{x\to+\infty} (\ln x-2x)$
16. $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\ln(x^2+1)}{\ln(x+1)}$
17. $\lim\limits_{x\to0} \dfrac{\ln(1+2x)}{x}$
18. $\lim\limits_{x\to0} \dfrac{\ln(1+x^2)}{x}$
19. $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{\ln(1+e^x)}{e^x}$
20. $\lim\limits_{x\to0} e^x\ln x$
21. $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{\ln(1+e^x)}{x}$
22. $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\ln(1+e^x)}{x}$
23. $\lim\limits_{x\to0} \dfrac{\ln(1+x^2)}{3x}$
24. $\lim\limits_{x\to0} \dfrac{\ln(e^x-1)}{x}$
25. $\lim\limits_{x\to0^+} \dfrac{2\ln^2 x}{x}$
26. $\lim\limits_{x\to0} \dfrac{2x+1}{x}\ln x$
27. $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{2x+1}{x}\ln x$
28. $\lim\limits_{x\to0} \dfrac{\ln x-1}{2x}$
29. $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\ln x-1}{2x}$
30. $\lim\limits_{x\to2^+} \ln(2-x)$
31. $\lim\limits_{x\to+\infty} \ln(x^2-2x)$
32. $\lim\limits_{x\to-\infty} \ln(x^2+4x)$
33. $\lim\limits_{x\to0} \ln\left(\dfrac{2x-1}{x-2}\right)$
34. $\lim\limits_{x\to0^+} \ln\left(\dfrac{1+x}{x}\right)$
35. $\lim\limits_{x\to+\infty} \ln\left(\dfrac{1-x}{-x-1}\right)$
36. $\lim\limits_{x\to-\infty} \ln\left(\dfrac{x^3+x}{-2x^2-1}\right)$
37. $\lim\limits_{x\to0^+} \ln|x^2+x|$
38. $\lim\limits_{x\to0^-} \ln|x^2+x|$

39 $\lim\limits_{x\to 1} \ln|x^2-1|$

40 $\lim\limits_{x\to+\infty} \ln|x^2-1|$

41 $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{2x-1}{x\ln x - x}$

42 $\lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{2x-1}{x\ln x + x}$

43 $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{-1}{x^2\ln x}$

44 $\lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{2\ln x - 3}{3\ln x + 1}$

45 $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{2\ln x - 3}{3\ln x + 1}$

46 $\lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{\ln x - 3x}{2\ln x + x}$

47 $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\ln x - 3x}{2\ln x + x}$

48 $\lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{-1}{x^2\ln x}$

49 $\lim\limits_{x\to+\infty} x - \ln x$

50 $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{1-\ln x}{x}$

51 $\lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{1-\ln x}{x}$

52 $\lim\limits_{x\to+\infty} x\ln x - x$

53 $\lim\limits_{x\to 0} x\ln x - \ln x$

54 $\lim\limits_{x\to 0^+} x^n \ln^2 x$

55 $\lim\limits_{x\to 0^+} x(\ln x - 1)$

56 $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\ln(x^2)}{x}$

57 $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{(x-1)\ln x}{x}$

58 $\lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{(x-1)\ln x}{x}$

59 $\lim\limits_{x\to+\infty} x\ln\left(\dfrac{x+1}{x-1}\right)$

60 $\lim\limits_{x\to+\infty} x\ln\left(\dfrac{2x+1}{2x+3}\right)$

61 $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{\ln(x^2)}{x}$

62 $\lim\limits_{x\to 0^+} \left(\ln x + \dfrac{1}{\ln x}\right)$

63 $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x^2}{x-1} - \ln(x)$

64 $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{-1}{x^2\ln x}$

65 $\lim\limits_{x\to 0^+} x\ln^2 x$

66 $\lim\limits_{x\to 0^+} \sqrt{x}\ln\left(\dfrac{x+1}{x}\right)$

67 $\lim\limits_{x\to 0^+} x^3\ln x$

68 $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\ln x - \ln 2}{x-2}$

69 $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\ln(a+x) - \ln a}{x}$

70 $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\ln x - 2}{\ln x + 1}$

71 $\lim\limits_{x\to 0^+} \tan x \ln x$

72 $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}} \dfrac{\ln(\tan x)}{\sin x - \cos x}$

73 $\lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{\ln(\cos x)}{x^2}$

74 $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x\ln x}{x+1}$

75 $\lim\limits_{x\to+\infty} x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$

76 $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\ln(1+x)}{1+x^2}$

77 $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x\ln x}{x+1}$

78 $\lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{\ln x}{1-\ln x}$

79 $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\ln x}{1-\ln x}$

80 $\lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{1}{x^2}\ln\left(\dfrac{1-x^2}{\cos x}\right)$

81 $\lim\limits_{x\to 1} -x + \ln\left|\dfrac{x}{x-1}\right|$

82 $\lim\limits_{x\to 1} -x + \ln\left|\dfrac{x}{x-1}\right|$

83 $\lim\limits_{x\to-\infty} -x + \ln\left|\dfrac{x}{x-1}\right|$

84 $\lim\limits_{x\to+\infty} -x+\ln\left|\dfrac{x}{x-1}\right|$

85 $\lim\limits_{x\to+\infty} x\ln\left|\dfrac{x+1}{x-1}\right|$

86 $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{\ln\sqrt{x^2-1}}{x^2-1}$

87 $\lim\limits_{x\to1} \dfrac{\ln(x^2-2x+2)}{(x-1)^2}$

88 $\lim\limits_{x\to0} \dfrac{\ln(1+\sqrt{x})}{1-\sqrt{x+1}}$

89 $\lim\limits_{x\to+\infty} \left(\ln x+\dfrac{1}{\ln x}\right)$

90 $\lim\limits_{x\to0^+} \dfrac{\ln x}{1+x^2}$

91 $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\ln x}{1+x^2}$

92 $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x^3}{\ln x}$

93 $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\ln(1+\ln x)}{x}$

94 $\lim\limits_{x\to+\infty} x\ln x-\ln x$

95 $\lim\limits_{x\to+\infty} \sqrt{x}\ln(x)$

96 $\lim\limits_{x\to0} \dfrac{x}{\ln(1+\sin x)}$

97 $\lim\limits_{x\to0} \dfrac{\ln(1+2x)}{\tan x}$

98 $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\ln x}{x-1}$

99 $\lim\limits_{x\to1} \dfrac{\ln x}{x-1}$

Exercice 2 Déterminer les limites suivantes :

1 $\lim\limits_{x\to+\infty} e^x$

2 $\lim\limits_{x\to-\infty} e^x$

3 $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{e^x}{x}$

4 $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{e^x}{x^3}$

5 $\lim\limits_{x\to+\infty} xe^{-x}$

6 $\lim\limits_{x\to+\infty} x^2e^{-x}$

7 $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{e^{2x}}{e^x+1}$

8 $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{e^{3x}+e^x}{e^{3x}-2}$

9 $\lim\limits_{x\to-\infty} e^{2x}$

10 $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{e^x}{1+e^x}$

11 $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{e^{x+2}}{e^x}$

12 $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{e^{2x}}{e^{x-1}}$

13 $\lim\limits_{x\to+\infty} \left(e^{x+1}-e^x\right)$

14 $\lim\limits_{x\to+\infty} \left(e^{2x}-e^x\right)$

15 $\lim\limits_{x\to0} \dfrac{e^x-1}{x}$

16 $\lim\limits_{x\to0} \dfrac{e^{2x}-1}{x}$

17 $\lim\limits_{x\to0} \dfrac{e^x-e^{-x}}{x}$

18 $\lim\limits_{x\to0} \dfrac{e^x-1-x}{x^2}$

19 $\lim\limits_{x\to0} \dfrac{e^{3x}-1-3x}{x^2}$

20 $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x+e^x}{e^x}$

21 $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{e^x-x}{e^x}$

22 $\lim\limits_{x\to-\infty} (xe^x)$

23 $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{x}{e^{-x}}$

Exercice 3 Calculer les limites suivantes :

1. $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\ln(1+e^x)}{x}$

2. $\lim\limits_{x\to+\infty} \ln\left(1+e^{-x}\right)$

3. $\lim\limits_{x\to+\infty} (\ln(e^x+x)-x)$

4. $\lim\limits_{x\to 0^+} x\ln x$

5. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\ln(1+e^x)-\ln 2}{x}$

6. $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\ln x}{e^x}$

Exercice 4 On considère la fonction

$$f(x)=\ln(e^x+1)-x.$$

1. Déterminer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2. Déterminer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

3. Interpréter graphiquement ces résultats.