

Exercice 1 : 5 pts

Déterminer le domaine de définition dans chaque cas

1 $f(x) = \sqrt{4x - x^3}$

2 $f(x) = \sqrt{|1 - 3x| - x + 2}$

3
$$\begin{cases} f(x) = x\sqrt{\left|\frac{x+1}{x}\right|}, & \text{si } x < 0 \\ f(x) = \frac{x^3 - x^2}{x^2 + 1}, & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

4
$$\begin{cases} f(x) = \frac{x(x-2)}{x-1}, & \text{si } x < 0 \\ f(x) = x + \sqrt{x^2 - 4}, & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

5
$$\begin{cases} f(x) = \frac{3}{|x+1| - 2}, & \text{si } x \leq 1 \\ f(x) = \sqrt{x-3}, & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

Exercice 2 : 4 pts

1 Dans chacun des cas, montrer que (C_f) admet la droite (Δ) pour axe de symétrie.

a $f(x) = -3x^2 + 4x + 1$ et $(\Delta) : x = \frac{2}{3}$.

b $f(x) = \frac{x^2 + 4x + 3}{2x^2 + 8x + 9}$ et $(\Delta) : x = -2$.

2 Dans chacun des cas suivants, montrer que (C_f) admet le point I pour centre de symétrie.

a $f(x) = -x^3 + 3x + 4$ et $I(0; 4)$.

b $f(x) = \frac{x^3 - x^2 - x}{2x^2 - 4 + 1}$ et $I(1; 1)$.

c $f(x) = \frac{1}{x+3} + \frac{1}{x+1}$ et $I(-2; 0)$.

Exercice 3 : 5pts

1 Soient les fonctions f et g telles que :

$$\begin{array}{ll} f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} & g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto x^2 & x \mapsto 2x^2 - 5x - 3 \end{array}$$

a Montrer que f et g sont des applications.

(0,5 pt)

b Les fonctions f et g sont-elles injectives ? Surjectives ?

(2x0,5 pt)

2 Soit l'application

$$h :]3; +\infty[\rightarrow]0; +\infty[$$

$$x \mapsto 2x^2 - 5x - 3$$

Démontrer que h est une bijection. Déterminer sa bijection réciproque h^{-1} .

(1 pt)

3 On considère les intervalles $I = [4; 5]$ et $J = [0; 4]$.

Déterminer l'image directe de I par h et l'image réciproque de J par h .

(2x0,5 pt)

Exercice 4 : 6 pts

Dans le plan, on considère le triangle ABC tel que $AB = 2$, $AC = 4\sqrt{2}$ et $BC = 2\sqrt{5}$ (unité cm). I est le milieu de $[AB]$.

1 a Calculer $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$.

(01 pt)

b En déduire $\cos \widehat{BAC}$.

(0,5 pt)

c Quel est l'ensemble des points M du plan tels que $\vec{BA} \cdot \vec{MC} = 0$.

2 Soit l'ensemble $\mathcal{E} = \{M \in \mathbb{P} / MA^2 + MB^2 = 6\}$

a Montrer que $MA^2 + MB^2 = 2MI^2 + 2$.

(01 pt)

b Déterminer et construire l'ensemble \mathcal{E} .

(0,5+0,5 pt)

3 Soit G le barycentre des points pondérés $(A; 2)$; $(B; -3)$ et $\mathcal{F} = \{M \in \mathbb{P} / 2MA^2 - 3MB^2 = 15\}$

a Construire G et calculer GA et GB .

(0,5+0,5 pt)

b Montrer que $2MA^2 - 3MB^2 = -MG^2 + 24$.

(01 pt)

c Déterminer l'ensemble \mathcal{F} .

(0,5 pt)