

Linéarisation

E.DIA

Année scolaire 2025-2026

On linéarise $(\cos x)^4$ en utilisant les nombres complexes.

Rappel (formule d'Euler) :

$$\cos x = \frac{e^{ix} + e^{-ix}}{2}$$

Écriture complexe :

$$(\cos x)^4 = \left(\frac{e^{ix} + e^{-ix}}{2} \right)^4 = \frac{1}{16} (e^{ix} + e^{-ix})^4$$

Développement :

$$(e^{ix} + e^{-ix})^4 = e^{4ix} + 4e^{2ix} + 6 + 4e^{-2ix} + e^{-4ix}$$

Regroupement en cosinus :

$$e^{ikx} + e^{-ikx} = 2 \cos kx$$

Ainsi,

$$(e^{ix} + e^{-ix})^4 = 2 \cos 4x + 8 \cos 2x + 6$$

Expression finale :

$$(\cos x)^4 = \frac{1}{16} (2 \cos 4x + 8 \cos 2x + 6)$$

$$\boxed{(\cos x)^4 = \frac{3}{8} + \frac{1}{2} \cos 2x + \frac{1}{8} \cos 4x}$$