

Devoir n° 2 Du 1^{ère} Semestre

Exercice 1 : (4,5 points)

Soient $x > 0$ et $y > 0$.

1 Démontrer que : $\frac{1}{x^2 + y^2} \leq \frac{1}{2xy}$

2 a En déduire que : $\forall x, y \in \mathbb{R}_+^*$, $\frac{x+y}{x^2 + y^2} \leq \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right)$

b En utilisant des inégalités semblables, démontrer que pour tous réels $x > 0$, $y > 0$ et $z > 0$, on a :

$$\frac{x+y}{x^2 + y^2} + \frac{y+z}{y^2 + z^2} + \frac{z+x}{z^2 + x^2} \leq \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}$$

Exercice 2 : (4,5 points)

1 Encadrement du carré $x - y$. (1 point)

Encadrer $x - y$ dans les cas suivants :

a $-2 \leq x \leq -1$ et $2 \leq y \leq 3$.

b En déduire l'amplitude de l'encadrement de $x - y$

2 Encadrement du carré xy . (1 point)

Encadrer xy dans les cas suivants :

a $-10 \leq x \leq -7$ et $1 \leq y \leq 2$.

b $-2 \leq x \leq 5$ et $2 \leq y \leq 7$.

3 Encadrement du carré x^2 . (1 point)

Encadrer x^2 dans les cas suivants :

a $-7 \leq x \leq -3$

b $-2 \leq x \leq 3$

4 Encadrer $\frac{x}{y}$ dans les cas suivants. (1,5 point)

a $1 \leq x \leq 2$ et $3 \leq y \leq 7$

b $-1 \leq x \leq -3$ et $-7 \leq y \leq 2$

c $-5 \leq x \leq -3$ et $3 \leq y \leq -1$

Exercice 3 : (2,75 points)

- 1 On donne les expressions suivantes : $A = \frac{1}{1 + \frac{a}{b+c}}$, $B = \frac{1}{1 + \frac{b}{c+a}}$ et $C = \frac{1}{1 + \frac{c}{a+b}}$

Vérifier que $A + B + C = 2$

(1,5 point)

- 2 Mettre sous la forme d'un produit de puissance de nombres premiers :

$$D = \frac{(-25^3) \times (-16)^3 \times 36^{-3}}{(-8)^4 \times 48^{-2} \times (-15^2)}$$

(1,25 point)

Exercice 4 : (8,25 points)

- 1 Recopier et compléter le tableau suivant : (2,25 pt)

Valeur absolue	Distance	Encadrement	Intervalle
$ x - 3 \leq 1$			
	$d(x; -4) < 2$		
			$x \in \left[-5; -\frac{1}{2}\right]$

- 2 Résoudre dans \mathbb{R}

- a $|2x + 3| > 0$ (1 point)
- b $|-2x + 3| \geq 6$ (1 point)
- c $|3x + 5| \leq 2$ (1 point)
- d $|3 - x| = 4x - 3$ (1 point)
- e $E(|x - 3|) = 2$ (1 point)
- f $E(|x - 2|) = -2$ (1 point)