

Devoir n° 1 Du 1^{ère} Semestre**Exercice 1 : 5 pts (Factoriser les expressions suivantes :)**

- 1 $a^2xy + aby^2 + b^2xy + abx^2$
- 2 $3a^2 + 3b^2 - 4c^2 - 6ab$
- 3 $y^2 - x^2 + 2x - 1$
- 4 $a^2b^2 - 1 + a^2 - b^2$
- 5 $(ab - 1)^2 - (a - b)^2$

Exercice 2 : 3 pts

- 1 Développer $(a + b + c)^2$.
- 2 Montrer que si $a + b + c = 0$ alors $a^2 + b^2 + c^2 = -2(ab + bc + ca)$.
- 3 On suppose a, b et c sont non nuls.

Montrer que $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 0 \implies (a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2$.

Exercice 3 : 4 pts

Soit a, b, c trois réels :

- 1 Développer $(a + b + c)(ab + bc + ca)$ puis $(a + b + c)^3$
- 2 Démontrer que si $a + b + c = 0$ alors $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$
- 3 En déduire que, pour tous réel x, y, z on a :

$$(x + y)^3 + (y + z)^3 + (z + x)^3 = 3(x + y)(y + z)(z + x)$$

Exercice 2 : 8 pts

- 1 Simplifier les expressions suivantes (on suppose que tous les dénominateurs sont non nuls).

$$A = \frac{\frac{x+y}{1-xy} - \frac{x-y}{1+xy}}{1 - \frac{x^2-y^2}{1-x^2y^2}} ; \quad B = \frac{\frac{1}{a} - \frac{1}{b}}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}} \div \frac{a^2 - b^2}{(a+b)^2} ; \quad C = \frac{\frac{1}{a} - \frac{1}{b+c}}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b+c}} \times \frac{\frac{1}{b} + \frac{1}{a+c}}{\frac{1}{b} - \frac{1}{a+c}} ; \quad D = \frac{\frac{1}{a} + \frac{1}{b+c}}{\frac{1}{a} - \frac{1}{b+c}} \div \frac{a + b + c}{a - b - c}$$

- 2 Écrire sous la forme $2^m \times 3^n \times 5^p$ (avec m, n, p des entiers relatifs) les réels suivants :

$$A = \frac{(0,009)^{-3} \times (0,016)^2 \times 250}{(0,00075)^{-1} \times 810^3 \times 30} ; \quad B = \frac{(-6)^4 \times 30^{-2} \times (-10)^{-3} \times 15^4}{(-25)^2 \times (36)^{-5} \times (-12)^3}$$