

### Exercice D'application

Soit  $f$  la fonction définie par :  $f(x) = \begin{cases} 2x\sqrt{1-x^2} & \text{si } x > 0, \\ -x + \sqrt{x^2 - 2x} & \text{si } x \leq 0. \end{cases}$

1. Déterminer  $D_f$ , les limites aux bornes et préciser les asymptotes et branches infinies éventuelles.
2. Étudier la dérivabilité de  $f$  en 0 et 1 ; interpréter géométriquement les résultats obtenus.
3. Calculer  $f'(x)$  là où  $f$  est définie, puis dresser le tableau de variation de  $f$ .
4. Tracer la courbe de  $f$ .
5. Soit  $h$  la restriction de  $f$  à l'intervalle  $] -\infty; 0]$ .
  - (a) Montrer que  $h$  admet une bijection réciproque  $h^{-1}$  dont on précisera l'ensemble de définition, l'ensemble de dérivabilité et le tableau de variation.
  - (b) Sans utiliser l'expression de  $h^{-1}(x)$ , calculer  $(h^{-1})'(2)$ .
  - (c) Déterminer explicitement  $h^{-1}$ .
  - (d) Tracer la courbe de  $h^{-1}$  dans le même repère que celle de  $f$ .