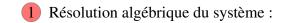
Matière: Mathématiques Niveau : 2ndL Date: 16/06/2025 Durée : 3 heures

Correction de la composition Du 2nd Semestre

Correction Exercice 1: 4 pts



2 pts

$$\begin{cases} 2x + y = 3 & (1) \\ 3x + 2y = 6 & (2) \end{cases}$$

Méthode: substitution (ou addition)

De (1):
$$y = 3 - 2x$$

On remplace dans (2):

$$3x + 2(3 - 2x) = 6$$

$$3x + 6 - 4x = 6$$

$$-x + 6 = 6$$

$$-x = 0 \Rightarrow x = 0$$

On remplace x = 0 dans (1): $2 \cdot 0 + y = 3 \Rightarrow y = 3$

$$S = \{(0; 3)\}$$

2 Résolution graphique du système :

2 pts

Cramer

Résolution par la méthode de Cramer

On considère le système :

$$\begin{cases} 2x + y = 3\\ 3x + 2y = 6 \end{cases}$$

On note:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix}$$
 $\Delta_x = \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 6 & 2 \end{vmatrix}$ $\Delta_y = \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 6 \end{vmatrix}$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = 4 - 3 = 1$$

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 6 & 2 \end{vmatrix} = 6 - 6 = 0$$

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 6 \end{vmatrix} = 12 - 9 = 3$$

$$x = \frac{\Delta_x}{\Delta} = \frac{0}{1}; y = \frac{\Delta_y}{\Delta} = \frac{3}{1}$$

 $\mathbf{S} = \{(\mathbf{0}; \mathbf{3})\}$

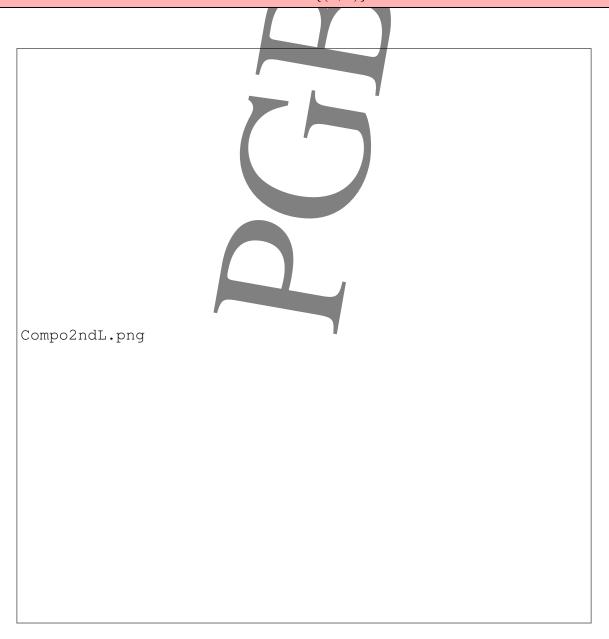


Figure 1: Représentation graphique du système

Clique ici pour voir la courbe sur géogébra

3 pts

Correction Exercice 2:8 pts

1 Discriminant, forme canonique et factorisée

On considère le trinôme : $f(x) = -2x^2 + 7x - 5$

Calcul du discriminant :

$$a = -2, \quad b = 7, \quad c = -5$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 7^2 - 4 \times (-2) \times (-5) = 49 - 40 = 9$$

Forme canonique:

$$f(x) = a \left[\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} \right]$$

$$= a \left[\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{\Delta}{4a^2} \right]$$

$$= -2 \left[\left(x - \frac{7}{2(-2)} \right)^2 - \frac{9}{4(-2)^2} \right]$$

$$= -2 \left[\left(x - \frac{7}{-4} \right)^2 - \frac{9}{16} \right]$$

$$= -2 \left[\left(x + \frac{7}{4} \right)^2 - \frac{9}{16} \right]$$

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}) = -2\left[\left(\mathbf{x} + rac{7}{4}
ight)^2 - rac{9}{16}
ight]$$

Forme factorisée :

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-7 - 3}{-4} = \frac{-10}{-4} = \frac{5}{2}, \quad x_2 = \frac{-7 + 3}{-4} = \frac{-4}{-4} = 1$$

$$f(x) = -2(x-1)\left(x - \frac{5}{2}\right)$$

2 Résolution de l'équation $x^2 - 3x - 10 = 0$

1 pt

$$\Delta = (-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-10) = 9 + 40 = 49 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 7$$

$$x_1 = \frac{3-7}{2} = -2, \quad x_2 = \frac{3+7}{2} = 5$$

$$\mathbf{S} = \{-2; \mathbf{5}\}$$

3 Résolution de l'inéquation $x^2 - 3x - 10 \le 0$

2 pts

On a déjà les racines : x = -2 et x = 5

x	$-\infty$		-2		5		$+\infty$
$x^2 - 3x - 10$		+	0	_	0	+	

4 Résolution du système

2 pts

$$\begin{cases} x + y = -5 & (1) \\ x \times y = 6 & (2) \end{cases}$$

Première Mèthode

Résolution du système

Résolvons le système suivant :

$$\begin{cases} x + y = -5 \\ x \cdot y = 6 \end{cases} \tag{1}$$

Étape 1 : Exprimer une variable à partir de l'équation (1)

$$y = -5 - x$$

Étape 2 : Remplacer dans (2) :

$$x(-5-x) = 6 \implies -5x - x^2 = 6 \implies x^2 + 5x + 6 = 0$$

Étape 3: Résolution du trinôme:

$$\Delta = 5^{2} - 4 \cdot 1 \cdot 6 = 25 - 24 = 1$$

$$x_{1} = \frac{-5 - 1}{2} = -3 \quad ; \quad x_{2} = \frac{-5 + 1}{2} = -2$$

Étape 4 : Calcul des valeurs de y :

- Si x = -3, alors y = -5 (-3) = -2
- Si x = -2, alors y = -5 (-2) = -3

Solution finale:

$$(x,y) \in \{(-3,-2), (-2,-3)\}$$

Deuxième Mèthode

$$\begin{cases} x+y=-5 & (1) \\ x\times y=6 & (2) \end{cases} \implies \begin{cases} S=-5 & (1) \\ P=6 & (2) \end{cases}$$

Ce système est équivalente à : $X^2 - SX + P = 0$ donc $X^2 + 5X + 6 = 0$

$$S = \{(-3, -2), (-2, -3)\}$$

Correction Exercice 3:8 pts

PARTIE A: 5 pts

On considère les fonctions suivantes :

$$f(x) = -\frac{1}{2}x + 3$$
 ; $g(x) = 5x + 10$; $h(x) = 3$

1 Sens de variation

1,5 pt

- $f(x) = -\frac{1}{2}x + 3$ est une fonction affine de coefficient directeur $,-\frac{1}{2} < 0$, négatif donc elle est **décroissante** sur \mathbb{R} .
- g(x) = 5x + 10 est une fonction affine de coefficient directeur 5 > 0, positif, donc elle est **croissante** sur \mathbb{R} .
- h(x) = 3 est une fonction constante, a = 0, donc elle est ni croissante ni décroissante.
- 2 Soit k(x) = -3x + 2
 - a Calcul de l'image de -1 et de 0

1 pt

$$k(-1) = -3 \times (-1) + 2 = 3 + 2 = 5$$

 $k(0) = -3 \times 0 + 2 = 0 + 2 = 2$

$$k(-1) = 5$$
 ; $k(0) = 2$

b Détermination des antécédents de 7 et $\frac{1}{2}$

1 pt

Résolvons -3x + 2 = 7:

$$-3x = 7 - 2 = 5$$
 \Rightarrow $x = -\frac{5}{3}$

Résolvons $-3x + 2 = \frac{1}{2}$:

$$-3x = \frac{1}{2} - 2 = \frac{1}{2} - \frac{4}{2} = -\frac{3}{2} \implies x = \frac{1}{2}$$

$$\mathbf{k^{-1}(7)} = -\frac{5}{3} \quad ; \quad \mathbf{k^{-1}}\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}$$

c Représentation graphique de k(x) = -3x + 2

1,5 pt

Deux points suffisent pour tracer la droite :

- Pour x = 0, k(0) = 2 point (0; 2)
- Pour x = 1, k(1) = -3 + 2 = -1 point (1; -1)

Figure 2: Représentation graphique de la droite

Clique ici pour voir la courbe sur géogébra

PARTIE B: 3 pts

1 Les droites (D) et (D') ont pour équations :

$$(D): y = -7x + 8$$
 et $(D'): y = -7x + 2$

Ce sont deux droites de la forme y = ax + b, avec a = -7 dans les deux cas.

Conclusion : Elles ont le même coefficient directeur \Rightarrow elles sont parallèles.

$$\boxed{(D) \parallel (D')}$$

2 On cherche la valeur de m pour que la droite (D_1) : y = mx + 2 soit parallèle à (D_2) : 4x - 2y + 3 = 0Réécrivons (D_2) sous la forme y = ax + b:

$$4x - 2y + 3 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad -2y = -4x - 3 \quad \Leftrightarrow \quad y = 2x + \frac{3}{2}$$

Donc la pente de (D_2) est a=2

Pour que $(D_1) \parallel (D_2)$, il faut m=2

$$m = 2$$