

## Devoir n° 2 Du 1<sup>ère</sup> Semestre

### Exercice 1 : (4,5 points)

Soient  $x > 0$  et  $y > 0$ .

1 Démontrer que :  $\frac{1}{x^2 + y^2} \leq \frac{1}{2xy}$

2 a En déduire que :  $\forall x, y \in \mathbb{R}_+, \frac{x+y}{x^2 + y^2} \leq \frac{1}{2} \left( \frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right)$

b En utilisant des inégalités semblables, démontrer que pour tous réels  $x > 0, y > 0$  et  $z > 0$ , on a :

$$\frac{x+y}{x^2 + y^2} + \frac{y+z}{y^2 + z^2} + \frac{z+x}{z^2 + x^2} \leq \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}$$

### Exercice 2 : (4,5 points)

1 Encadrement du carré  $x - y$ . (1 point)

Encadrer  $x - y$  dans les cas suivants :

a  $-2 \leq x \leq -1$  et  $2 \leq y \leq 3$ .

b En déduire l'amplitude de l'encadrement de  $x - y$

2 Encadrement du carré  $xy$ . (1 point)

Encadrer  $xy$  dans les cas suivants :

a  $-10 \leq x \leq -7$  et  $1 \leq y \leq 2$ .

b  $-2 \leq x \leq 5$  et  $2 \leq y \leq 7$ .

3 Encadrement du carré  $x^2$ . (1 point)

Encadrer  $x^2$  dans les cas suivants :

a  $-7 \leq x \leq -3$

b  $-2 \leq x \leq 3$

4 Encadrer  $\frac{x}{y}$  dans les cas suivants. (1,5 point)

a  $1 \leq x \leq 2$  et  $3 \leq y \leq 7$

b  $-1 \leq x \leq -3$  et  $-7 \leq y \leq 2$

c  $-5 \leq x \leq -3$  et  $3 \leq y \leq -1$

### Exercice 3 : (2,75 points)

- 1 On donne les expressions suivantes :  $A = \frac{1}{1 + \frac{b}{c}}$ ,  $B = \frac{1}{1 + \frac{b}{c+a}}$  et  $C = \frac{1}{1 + \frac{1}{a+b}}$

Vérifier que  $A + B + C = 2$

(1,5 point)

- 2 Mettre sous la forme d'un produit de puissance de nombres premiers :

(1,25 point)

$$D = \frac{(-25^3) \times (-16)^3 \times 36^{-3}}{(-8)^4 \times 48^{-2} \times (-15^2)}$$

### Exercice 4 : (8,25 points)

- 1 Recopier et compléter le tableau suivant : (2,25 pt)

Valeur absolue	Distance	Encadrement	Intervalle
$ x - 3  \leq 1$			
	$d(x; -4) < 2$		
			$x \in \left[-5; -\frac{1}{2}\right]$

- 2 Résoudre dans  $\mathbb{R}$

a  $|2x + 3| > 0$

(1 point)

b  $|-2x + 3| \geq 6$

(1 point)

c  $|3x + 5| \leq 2$

(1 point)

d  $|3 - x| = 4x - 3$

(1 point)

e  $E(|x - 3|) = 2$

(1 point)

f  $E(|x - 2|) = -2$

(1 point)