

UNIVERSITÉ CHEIKH ANTA DIOP DE DAKAR
OFFICE DU BACCALAURÉAT

Email : office@ucad.edu.sn

Site web : officedubac.sn

MATHÉMATIQUES

Séries : S1-S1A-S3

Coef. 8

Épreuve du 1^{er} groupe

Durée : 4 heures

Les calculatrices électroniques non imprimantes avec entrée unique par clavier sont autorisées. Les calculatrices permettant d'afficher des formulaires ou des tracés de courbe sont interdites. Leur utilisation sera considérée comme une fraude (Cf. Circulaire n° 5990/OB/DIR. du 12 08 1998).

EXERCICE 1 : (04,75 points)

Pour préparer les tests de sélection aux Jeux Olympiques de la Jeunesse de Dakar 2026, les athlètes disposent de deux stades A et B pour les entraînements.

PARTIE I (02,5 points)

Un athlète doit s'entraîner deux jours consécutifs.

- Le premier jour, la probabilité qu'il choisisse le stade A est égale à α .
- Le second jour, on admet que la probabilité qu'il choisisse un stade différent de celui fréquenté la veille est 0,8.

Pour $j \in \{1, 2\}$, on note les événements suivants :

A_j : « l'athlète choisit le stade A le $j^{\text{ième}}$ jour », B_j : « l'athlète choisit le stade B le $j^{\text{ième}}$ jour ».

1. Déterminer la valeur de α pour que les événements A_1 et A_2 aient la même probabilité. (01 point)
Dans toute la suite de l'exercice, on prendra $\alpha = 0,5$.
2. Calculer la probabilité qu'un athlète se rende au même stade pendant les deux jours. (0,75 point)
3. Au deuxième jour, on aperçoit un athlète sortant du stade B . Quelle est la probabilité qu'il se soit entraîné au même stade la veille ? (0,75 point)

PARTIE II (02,25 points)

Au premier jour, on a n athlètes ($n \geq 3$) qui doivent s'entraîner. Chacun d'entre eux choisit, au hasard et indépendamment des choix des autres, l'un des deux stades où il doit s'entraîner.

On suppose que les deux stades ne contiennent aucun athlète au départ.

On dit qu'un athlète est heureux s'il se trouve seul dans un stade où s'entraîner.

1. Quelle est la probabilité qu'il y ait deux athlètes heureux ? (0,5 point)
2. Soit p_n la probabilité qu'il y ait un athlète heureux parmi ces n athlètes.
 - a) Montrer, par un raisonnement naturel ($n \geq 3$), que : $p_n = \frac{2n}{2^n - 1}$. (0,75 point)
 - b) Étudier la variation de la suite $(p_n)_{n \geq 3}$. (0,5 point)
 - c) Déterminer la plus petite valeur de n pour laquelle la probabilité d'avoir un athlète heureux est inférieure à 0,01. (0,5 point)

.../2