

Correction Devoir n° 2 Du 1^{ère} Semestre

Exercice 1 : 5 pts (Résolution de systèmes)

Système 1 :
$$\begin{cases} 3x + y + z = 6 \\ 2y = 4 \\ z = 1 \end{cases} \Rightarrow (x, y, z) = (1, 2, 1)$$

Système 2 :
$$\begin{cases} x + 2y - z = 2 \\ 3y + 2z = 8 \\ 3y + z = 7 \end{cases} \Rightarrow (x, y, z) = (-1, 2, 1)$$

Système 3 :
$$\begin{cases} 2x + 3y + z = 9 \\ 4y + 2z = 10 \\ 3z + 3 = 6 \end{cases} \Rightarrow (x, y, z) = (1, 2, 1)$$

Exercice 5 : Systèmes 3x3 à Solution Unique (Entière)

Système 1 :
$$\begin{cases} x + y + z = 3 \\ 2x - y + z = 2 \\ x + 2y - 2z = 2 \end{cases} \Rightarrow (x, y, z) = \boxed{(1, 1, 1)}$$

Système 2 :
$$\begin{cases} 3x + 2y - z = 4 \\ x - 4y + 2z = -1 \\ 2x + y + z = 7 \end{cases} \Rightarrow (x, y, z) = \boxed{(2, 1, 3)}$$

Système 3 :
$$\begin{cases} x - 2y + z = 0 \\ -x + y + 2z = 5 \\ 2x + 3y + z = 5 \end{cases} \Rightarrow (x, y, z) = \boxed{(3, 2, 1)}$$

Exercice 3 : 3 pts Racines de Polynômes

Un nombre a est une racine d'un polynôme $P(x)$ si et seulement si l'évaluation $P(a)$ est nulle.

- 1 Question : 2 est-il une racine de $P(x) = 3x^3 - 11x^2 + 17x - 14$?

Calcul de $P(2)$:

$$\begin{aligned}P(2) &= 3(2)^3 - 11(2)^2 + 17(2) - 14 \\&= 3(8) - 11(4) + 34 - 14 \\&= 24 - 44 + 34 - 14 \\&= (24 + 34) - (44 + 14) \\&= 58 - 58 \\&= 0\end{aligned}$$

Conclusion : Puisque $P(2) = 0$, **2** est une racine.

2 Question : 1 est-il une racine de $P(x) = x^4 - 2x^3 + x^2 - x + 5$?

Calcul de $P(1)$:

$$\begin{aligned}P(1) &= (1)^4 - 2(1)^3 + (1)^2 - (1) + 5 \\&= 1 - 2(1) + 1 - 1 + 5 \\&= 1 - 2 + 1 - 1 + 5 \\&= (1 + 1 + 5) - (2 + 1) \\&= 7 - 3 \\&= 4\end{aligned}$$

Conclusion : Puisque $P(1) \neq 0$, **1** n'est pas une racine.

3 Question : -3 est-il une racine de $Q(x) = x^3 + 2x^2 - 5x - 6$?

Calcul de $Q(-3)$:

$$\begin{aligned}Q(-3) &= (-3)^3 + 2(-3)^2 - 5(-3) - 6 \\&= -27 + 2(9) + 15 - 6 \\&= -27 + 18 + 15 - 6 \\&= (18 + 15) - (27 + 6) \\&= 33 - 33 \\&= 0\end{aligned}$$

Conclusion : Puisque $Q(-3) = 0$, **-3** est une racine.

4 Question : $\frac{1}{2}$ est-il une racine de $R(x) = 2x^2 + 3x - 2$?

Calcul de $R(\frac{1}{2})$:

$$\begin{aligned}R\left(\frac{1}{2}\right) &= 2\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 3\left(\frac{1}{2}\right) - 2 \\&= 2\left(\frac{1}{4}\right) + \frac{3}{2} - 2 \\&= \frac{1}{2} + \frac{3}{2} - 2 \\&= \frac{4}{2} - 2 \\&= 2 - 2 \\&= 0\end{aligned}$$

Conclusion : Puisque $R(\frac{1}{2}) = 0$, **$\frac{1}{2}$** est une racine.

5 Question : 3 est-il une racine de $S(x) = x^3 - 4x^2 + 2x + 1$?

Calcul de $S(3)$:

$$\begin{aligned}S(3) &= (3)^3 - 4(3)^2 + 2(3) + 1 \\&= 27 - 4(9) + 6 + 1 \\&= 27 - 36 + 6 + 1 \\&= (27 + 6 + 1) - 36 \\&= 34 - 36 \\&= -2\end{aligned}$$

Conclusion : Puisque $S(3) \neq 0$, 3 n'est pas une racine.

6 Question : 0 est-il une racine de $T(x) = x^5 - 3x^2 + 4x$?

Calcul de $T(0)$:

$$\begin{aligned}T(0) &= (0)^5 - 3(0)^2 + 4(0) \\&= 0 - 0 + 0 \\&= 0\end{aligned}$$

Conclusion : Puisque $T(0) = 0$, 0 est une racine.