

Devoir n° 1 Du 1^{ère} Semestre**Correction Exercice 1 : 4 pts (Factoriser les expressions suivantes :)**

1) $a^2xy + aby^2 + b^2xy + abx^2$

Solution : Regroupons les termes :

$$(a^2xy + abx^2) + (b^2xy + aby^2) = ax(ax + by) + by(ax + by)$$

Factorisons le facteur commun ($ax + by$) :

$$a^2xy + aby^2 + b^2xy + abx^2 = (ax + by)^2$$

2) $3a^2 + 3b^2 - 4c^2 - 6ab$ **Solution :** Regroupons les termes :

$$(3a^2 - 6ab + 3b^2) - 4c^2 = 3(a^2 - 2ab + b^2) - 4c^2$$

$$3(a - b)^2 - (2 \cdot c)^2 \quad (\text{forme différence de carrés})$$

$$3(a - b)^2 - (2c)^2 = (\sqrt{3}(a - b) - 2c)(\sqrt{3}(a - b) + 2c)$$

3) $y^2 - x^2 + 2x - 1$ **Solution :** Regroupons et remarquons une forme factorisable :

$$y^2 - (x^2 - 2x + 1) = y^2 - (x - 1)^2$$

C'est une différence de carrés :

$$y^2 - (x - 1)^2 = (y - (x - 1))(y + (x - 1)) = (y - x + 1)(y + x - 1)$$

4) $a^2b^2 - 1 + a^2 - b^2$ **Solution :** Regroupons et utilisons des identités remarquables :

$$(a^2b^2 - b^2) + (a^2 - 1) = b^2(a^2 - 1) + (a^2 - 1) = (a^2 - 1)(b^2 + 1)$$

Et $a^2 - 1 = (a - 1)(a + 1)$, donc :

$$a^2b^2 - 1 + a^2 - b^2 = (a - 1)(a + 1)(b^2 + 1)$$

5) $(ab - 1)^2 - (a - b)^2$ **Solution :** Différence de carrés :

$$(ab - 1 - (a - b))(ab - 1 + (a - b)) = (ab - 1 - a + b)(ab - 1 + a - b)$$

Simplifions chaque facteur :

$$(a(b - 1) + (b - 1))(a(b + 1) + (-b - 1 + 2b?))$$

Recalculons soigneusement :

$$ab - 1 - a + b = a(b - 1) + (b - 1) = (a + 1)(b - 1)$$

$$ab - 1 + a - b = a(b + 1) - (1 + b) = (a - 1)(b + 1)$$

Donc la factorisation finale :

$$(ab - 1)^2 - (a - b)^2 = (a + 1)(b - 1)(a - 1)(b + 1) = (a - 1)(a + 1)(b - 1)(b + 1)$$

6) $8 + 36ab^2 + 54a^2b + 27ab$ **Solution :** Mettons en facteur le plus grand commun diviseur :

$$8 + 36ab^2 + 54a^2b + 27ab = 1 \cdot 8 + 9ab(4b + 6a + 3?)$$

Recalculons correctement les coefficients :

$$36ab^2 + 54a^2b + 27ab = 9ab(4b + 6a + 3)$$

Donc :

$$8 + 36ab^2 + 54a^2b + 27ab = 8 + 9ab(6a + 4b + 3)$$

Ici, il n'y a pas de factorisation plus simple entière possible sans utiliser les fractions.

Correction Exercice 2 : pts ()

