Exercice 1 : 8 pts

Calculer les limites suivantes :

a. $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{-x^2+3}{3x^4+x+2}$ **b.** $\lim\limits_{x\to1} \dfrac{x^2+x-2}{x-1}$ **c.** $\lim\limits_{x\to-\infty} \sqrt{x^2+3}+x$ **d.** $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\sqrt{x^2-4}}{x-2}$

e. $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}-1}$ **f.** $\lim\limits_{x\to4} \dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{x-4}$ **g.** $\lim\limits_{x\to0} \dfrac{\sqrt{4-x}-\sqrt{4+x}}{x}$ **h.** $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{\sqrt{3x^2+3x+2}}{2x+3}$

Exercice 2 : 8 pts

Soit g la fonction définie par : $g(x) = \begin{cases} x+\sqrt{|x^2-x|}, & \text{si } x \geq 0 \\ \dfrac{x-x(x-2)}{x-1}, & \text{si } x < 0 \end{cases}$

1. Justifier que la fonction g est définie sur $D_g = \mathbb{R}$.
2. Déterminer les limites aux bornes de l'ensemble de définition.
3. Étudier la continuité de g sur $[0, +\infty[$
4. Étudier la continuité de g sur $]-\infty, 0[$
5. Étudier la continuité de g en 0
6. En déduire l'ensemble de continuité de g
7. Soit f une fonction dont sa représentation graphique est ci-dessous. f est-elle continue sur $[-3, -1]$? Justifier.

Screenshot from 2025-04-28 19-44-54.png

Figure 1: Représentation graphique de la fonction f.

Exercice 3 : 4 pts

1. Déterminer le domaine de définition des fonctions suivantes :

   a. $f(x) = \dfrac{(x-3)(x+8)}{x^2-2}$

   b. $g(x) = \dfrac{2x^2-8x+2}{\sqrt{x^2-4}}$

   c. $h(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2-2x}{x-1} & \text{si } x < 0 \\ \sqrt{x^2+x} & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$

2. Soit $f(x) = \sqrt{x+1}$ et $g(x) = \dfrac{x+2}{x-3}$ deux fonctions.

   a. Déterminer Df et Dg

   b. Déterminer $Dg \circ f$ puis calculer $g \circ f(x)$