

Nombres Complexes

Destiné à la TerminaleS2

Au Lycée de Dindéferlo

20 avril 2025

Exercice 1

1. Mettre sous forme algébrique les nombres complexes suivants :

a. $z_1 = (1 - i)(5 + i)$ b. $z_2 = (2 - 3i)^2$ c. $z_3 = \frac{1}{3+2i}$ d. $z_4 = \frac{4-5i}{3+2i}$

2. Écrire en fonction de \bar{z} les conjugués des nombres complexes suivants :

a. $z_1 = 1 + iz$ b. $z_2 = i(z + 3)$ c. $z_3 = \frac{1-z}{1+iz}$ d. $z_4 = \frac{1+3z}{i+2z}$

3. Déterminer un argument de z dans chacun des cas suivants :

a. $z = -1 + i$ b. $z = \sqrt{6} + i\sqrt{6}$ c. $z = \frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$ d. $z = (2 + 2i)(1 - i)$
e. $z = \frac{-1+i\sqrt{3}}{1+i}$ f. $z = (-1 - i)^4$

Exercice 2

Le plan est muni d'une repère orthonormé direct.

1. Déterminer puis construire l'ensemble des points M du plan d'affixe z vérifiant :

a. $|z - 3| = |z + i|$ b. $|iz + 3| = |z + 4 + i|$ c. $|\bar{z} + \frac{1}{3}| = 3$ d. $|z - \bar{z} + i| = 2$ e. $|\bar{z} - 2 + i| = |z + 5 - 2i|$ f. $|\bar{z} - 2 + i| = |z + 5 - 2i|$

2. Pour tout nombre complexe $z \neq -1 + 2i$, :

on pose $Z = \frac{z-2+4i}{z+1-2i}$

Déterminer l'ensemble des points M du plan tels que

a. $|Z| = 1$ b. $|Z| = 2$

c. Z soit un réel.

d. Z est un imaginaire pur.

3. Pour tout complexe $z \neq i$, on pose $U = \frac{z+i}{z-i}$

Déterminer l'ensemble des points M d'affixe z tels que :

a. $U \in \mathbb{R}_-^*$ b. $U \in \mathbb{R}_+^*$ c. $U \in i\mathbb{R}$

Exercice 3

Le plan est muni d'une repère orthonormé direct.

Soit le nombre complexe $z = \frac{2(-1+i\sqrt{3})}{1+i\sqrt{3}}$

1. Déterminer $\operatorname{Re}(z)$ et $\operatorname{Im}(z)$.

2. Déterminer le module et un argument de z .

3. En déduire le module et un argument de :

$\frac{1}{z}$, $\frac{i}{z}$ et $\frac{1+i}{z}$

Exercice 4

1. On pose $z_1 = \frac{\sqrt{6}+i\sqrt{2}}{2}$; $z_2 = 1 - i$ et $z_3 = \frac{z_1}{z_2}$.
 - a. Déterminer un argument de z_1 ; z_2 et z_3 .
 - b. En déduire les valeurs exactes de $\cos(\frac{5\pi}{12})$ et $\sin(\frac{5\pi}{12})$
2. On considère les nombres complexes : $a = 1 - i$; $b = 1 - i\sqrt{3}$; $Z = \frac{a^5}{b^4}$.
 - a. Déterminer une écriture trigonométrique de Z .
 - b. Déterminer une écriture cartésienne de Z .En déduire les valeurs de $\cos(\frac{\pi}{12})$ et $\sin(\frac{\pi}{12})$
- c. Calculer Z^{12} et Z^{2024}
- d. Pour quelles valeurs de l'entier naturel n :
 Z^n est un réel.
 Z^n est un imaginaire pur

Exercice 5

- On donne $u = \sqrt{2 - \sqrt{2}} + i\sqrt{2 + \sqrt{2}}$
1. Calculer u^2 et u^4 sous forme algébrique.
 2. En déduire le module et un argument de u .
 3. Soit M le point d'affixe $z \in \mathbb{C}$. Déterminer l'ensemble des points M tels que $|uz| = 8$

Exercice 6

Exercice 7

Exercice 8

Exercice 9

Exercice 10

Exercice 11

Exercice 12

Exercice 13

Exercice 14