⋄⋄⋄ Lycée de Dindéfélo ⋄⋄⋄			A.S. : 2025/2026
Matière: Mathématiques	Niveau : 4ème	Date: 17/12/2025	Durée : 2 heures

Devoir n° 1 Du 1er Semestre

Exercice 1 : 7,5 points

1 Compléter par $\in$ ou $\notin$. (2,5 pts)

Nous utilisons les définitions des ensembles de nombres : ($\mathbb{N}$: Naturels, $\mathbb{Z}$: Entiers relatifs, $\mathbb{D}$: Décimaux, $\mathbb{Q}$: Rationnels).

$$\frac{7}{5} \notin \mathbb{Z} \quad ; \quad \frac{7}{3} \notin \mathbb{D} \quad ; \quad -\frac{14}{7} \notin \mathbb{N} \quad ; \quad -\frac{5}{7} \notin \mathbb{D} \quad ; \quad -\frac{5}{7} \in \mathbb{Q}$$

- $\frac{7}{5} = 1,4$. $1,4$ n'est pas un entier relatif ($\notin \mathbb{Z}$).
- $\frac{7}{3} = 2,333\ldots$ Cette fraction n'a pas de développement décimal fini, elle n'est donc pas décimale ($\notin \mathbb{D}$).
- $-\frac{14}{7} = -2$. -2 n'est pas un nombre naturel ($\notin \mathbb{N}$).
- $-\frac{5}{7}$ n'a pas de développement décimal fini ($\notin \mathbb{D}$).
- $-\frac{5}{7}$ est un quotient d'entiers, c'est donc un nombre rationnel ($\in \mathbb{Q}$).

2 Répondre par Vrai ou Faux. (2,5 pts)

a. Les fractions $\frac{7}{5}$ et $\frac{70}{50}$ sont égales. **Vrai** ($\frac{70}{50} = \frac{70 \div 10}{50 \div 10} = \frac{7}{5}$)

b. L'inverse de $-\frac{5}{7}$ est $\frac{7}{5}$. **Faux** (L'inverse est $-\frac{7}{5}$)

c. Si $a \leq b$ alors $a + c \leq b + c$. **Vrai** (Propriété de l'addition des inégalités)

d. $\left(\frac{a}{b}\right)^n \times \left(\frac{a}{b}\right)^m = \left(\frac{b}{a}\right)^{m+n}$. **Faux** (Le résultat est $\left(\frac{a}{b}\right)^{m+n}$)

e. En prenant $\frac{22}{7} = 3{,}1428$, un encadrement de $\frac{22}{7}$ à 10^{-3} près est : $3{,}142 < \frac{22}{7} < 3{,}144$. **Faux** ($3{,}142 < \frac{22}{7} < 3{,}143$.)

3 Soit un cercle $\mathscr{C}(O, r)$ et $\mathscr{C}'(O', r')$. Compléter : (2,5 pts)

a. Les cercles $(\mathscr{C})$ et $(\mathscr{C}')$ sont **tangents extérieurement** si et seulement si $OO' = r + r'$.

b. Les cercles $(\mathscr{C})$ et $(\mathscr{C}')$ sont disjoints extérieurement si et seulement si $\boldsymbol{OO' > r + r'}$.

c. Les cercles $(\mathscr{C})$ et $(\mathscr{C}')$ sont sécants si et seulement si $\boldsymbol{|r - r'| < OO' < r + r'}$.

d. Si $OO' > r + r'$, alors $(\mathscr{C})$ et $(\mathscr{C}')$ sont **disjoints extérieurement**.

e. Si $\boldsymbol{OO' = |r - r'|}$, alors $(\mathscr{C})$ et $(\mathscr{C}')$ sont tangents intérieurement.

Correction de l'Exercice 2 : 5 points (Positions relatives de deux cercles)

Note : La valeur de O_1O_2 dans la dernière colonne a été ajustée de 24 à 10 pour illustrer le cas des cercles disjoints intérieurement.

R_1	9	8,2	6,4	10	5
R_2	14	7,5	4,9	23	18
O_1O_2	12	15,7	15,6	13	**10**
$R_1 + R_2$	**23**	**15,7**	**11,3**	**33**	**23**
$\lvert R_1 - R_2 \rvert$	**5**	**0,7**	**1,5**	**13**	**13**
Position relative de (C_1) **et** (C_2)	**Sécants**	**Tangents ext.**	**Disjoints ext.**	**Tangents int.**	**Disjoints int.**

Justifications :

1. $O_1O_2 = 12$. On a $|R_1 - R_2| = 5$ et $R_1 + R_2 = 23$. Puisque $5 < 12 < 23$, les cercles sont **Sécants**.
2. $O_1O_2 = 15,7$. On a $R_1+R_2 = 15,7$. Puisque $O_1O_2 = R_1+R_2$, les cercles sont **Tangents extérieurement**.
3. $O_1O_2 = 15,6$. On a $R_1 + R_2 = 11,3$. Puisque $O_1O_2 > R_1 + R_2$ $(15,6 > 11,3)$, les cercles sont **Disjoints extérieurement**.
4. $O_1O_2 = 13$. On a $|R_1 - R_2| = 13$. Puisque $O_1O_2 = |R_1 - R_2|$, les cercles sont **Tangents intérieurement**.
5. $O_1O_2 = 10$. On a $|R_1 - R_2| = 13$. Puisque $O_1O_2 < |R_1 - R_2|$ $(10 < 13)$, les cercles sont **Disjoints intérieurement**.

Correction de l'Exercice 3 : 4 points (Condition d'existence d'un triangle)

Un triangle DEF existe si, et seulement si, la longueur du plus grand côté est strictement inférieure à la somme des longueurs des deux autres côtés.

1. **1**[er] cas : $DE = 500cm \quad EF = 200cm \quad DF = 250cm$
   - Le plus grand côté est : $DE = 500$.
   - Somme des deux autres côtés : $EF + DF = 200 + 250 = 450$.
   - Comparaison : $500 > 450$.
   - Conclusion : L'inégalité triangulaire n'est pas vérifiée ($DE > EF+DF$). **Le triangle** DEF **n'existe pas**.
2. **2**[ème] cas : $DE = 7500cm \quad EF = 5000cm \quad DF = 4000cm$
   - Le plus grand côté est : $DE = 7500$.
   - Somme des deux autres côtés : $EF + DF = 5000 + 4000 = 9000$.
   - Comparaison : $7500 < 9000$.
   - Conclusion : L'inégalité triangulaire est vérifiée ($DE < EF + DF$). **Le triangle** DEF **existe**.
3. **3**[ème] cas : $DE = 14200cm \quad EF = 19000cm \quad DF = 4200cm$

- Le plus grand côté est : $EF = 19000$.
- Somme des deux autres côtés : $DE + DF = 14200 + 4200 = 18400$.
- Comparaison : $19000 > 18400$.
- Conclusion : L'inégalité triangulaire n'est pas vérifiée ($EF > DE+DF$). **Le triangle** DEF **n'existe pas**.

4 4$^{\text{ème}}$ cas : $DE = 105600cm \quad EF = 104600cm \quad DF = 102400cm$

- Le plus grand côté est : $DE = 105600$.
- Somme des deux autres côtés : $EF + DF = 104600 + 102400 = 207000$.
- Comparaison : $105600 < 207000$.
- Conclusion : L'inégalité triangulaire est vérifiée ($DE < EF + DF$). **Le triangle** DEF **existe**.

Correction de l'Exercice 4 : 3,5 points (Calcul de Fractions et Priorité des Opérations)

Consigne : Calculer les expressions suivantes et donner le résultat sous forme de fraction irréductible.

1 Calculer l'expression A.

$$
\begin{aligned}
A &= \left(\frac{3}{4} - \frac{5}{6}\right) \div \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) \\
A &= \left(\frac{3 \times 3}{12} - \frac{5 \times 2}{12}\right) \div \left(\frac{1 \times 3}{6} + \frac{1 \times 2}{6}\right) && \text{(Réduction au même dénominateur)} \\
A &= \left(\frac{9}{12} - \frac{10}{12}\right) \div \left(\frac{3}{6} + \frac{2}{6}\right) \\
A &= \left(-\frac{1}{12}\right) \div \left(\frac{5}{6}\right) \\
A &= -\frac{1}{12} \times \frac{6}{5} && \text{(Multiplication par l'inverse)} \\
A &= -\frac{1 \times 6}{2 \times 6 \times 5} && \text{(Simplification par 6)} \\
A &= -\frac{1}{10}
\end{aligned}
$$

2 Calculer l'expression B en simplifiant au maximum.

$$
\begin{aligned}
B &= \left(-\frac{7}{5} \times \frac{25}{21}\right) + \frac{5}{3} - \frac{1}{4} \\
B &= \left(-\frac{7 \times (5 \times 5)}{5 \times (7 \times 3)}\right) + \frac{5}{3} - \frac{1}{4} && \text{(Simplification de la multiplication)} \\
B &= -\frac{5}{3} + \frac{5}{3} - \frac{1}{4} \\
B &= 0 - \frac{1}{4} \\
B &= -\frac{1}{4}
\end{aligned}
$$

③ Calculer l'expression C qui inclut une puissance négative.

$$C = \frac{2^3 - 3^2}{4} + \left(\frac{3}{2}\right)^2$$
$$C = \frac{8-9}{4} + \left(\frac{9}{4}\right)$$
$$C = \frac{8-9+9}{4}$$
$$C = -\frac{8}{4}$$
$$C = -2$$