Td Primitives

Exercice 1

1 Fonctions polynomiales et puissances simples (x^n)

Formule : $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1}$

- a $f(x) = x^3 - 2x + 1$
- b $f(x) = (x-1)(x-2)$
- c $f(x) = 4x^4 - 2x^2 + 5x$
- d $f(x) = x + \frac{1}{x^2}$
- e $f(x) = (x+1)^3$
- f $f(x) = x + \frac{1}{\sqrt{x}}$
- g $f(x) = \frac{2}{x^2} - \frac{3}{x^3}$
- h $f(x) = \frac{x^4 + x^2 + 1}{x^2}$

2 Forme $u'u^n$ *Formule :* $\int u'u^n = \frac{u^{n+1}}{n+1}$

- a $f(x) = (2x-1)(x^2-x)^2$
- b $f(x) = 2x(x^2-1)^5$
- c $f(x) = (6x-3)(4x^2-4x+2)^3$
- d $f(x) = \sin^2 x \cos x$
- e $f(x) = \sin x \cos^3 x$
- f $f(x) = (3x^2+2)(x^3+2x-5)^4$
- g $f(x) = \frac{1}{x^2}\left(1 - \frac{1}{x}\right)^3$
- h $f(x) = e^x(e^x+1)^2$
- i $f(x) = \frac{(\ln x)^4}{x}$
- j $f(x) = \frac{1}{\cos^2 x}(\tan x + 1)^2$
- k $f(x) = (x+1)(x^2+2x-3)^5$
- l $f(x) = x^2(x^3+1)^2$
- m $f(x) = \sin x \cos^4 x$
- n $f(x) = 2(e^{2x}+1)(e^{2x}+2x)^3$
- o $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}(\sqrt{x}+3)^5$

3 Forme $\frac{u'}{u^n}$ $(n \geq 2)$

- a $f(x) = \frac{1}{(x+1)^3}$
- b $f(x) = \frac{2x+1}{(x^2+x+1)^2}$
- c $f(x) = \frac{2x}{(x^2+1)^2}$
- d $f(x) = \frac{4x+3}{(2x^2+3x+1)^3}$
- e $f(x) = \frac{1-x}{(x^2-2x+3)^2}$
- f $f(x) = \frac{\cos x}{\sin^2 x}$

4 Forme $\frac{u'}{\sqrt{u}}$

Formule : $\int \frac{u'}{\sqrt{u}} = 2\sqrt{u}$

- a $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+1}}$
- b $f(x) = \frac{3x}{\sqrt{x^2+1}}$
- c $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2-1}}$
- d $f(x) = \frac{2x+3}{\sqrt{x^2+3x+2}}$

5 Fonctions Trigonométriques

Formes : $\sin(ax+b)$, $u'\cos(u)$, *linéarisation ou dérivées de* $\tan(x)$

- a $f(x) = 3\sin\frac{\pi x}{2}$
- b $f(x) = \sin 3x + \cos(2x+3)$
- c $f(x) = \sin 2x - 2\cos 2x$
- d $f(x) = x\cos x^2$
- e $f(x) = \frac{\cos\sqrt{x}}{\sqrt{x}}$
- f $f(x) = \frac{1}{x^2}\sin\frac{1}{x}$

g $f(x)=\dfrac{\tan x}{\cos^2 x}$

h $f(x)=\tan^2 x$

i $f(x)=\tan x+\tan^3 x$

j $f(x)=1+\dfrac{1}{\tan^2 x}$

k $f(x)=\sin^2 x$

l $f(x)=\cos^3 x$

1 *Dans chacun des cas suivants, déterminer une primitive F de f sur I après avoir effectuée la transformation d'écriture indiquée.*

a $f(x)=\dfrac{x^2-2x}{(x-1)^2}$ $I=]1;+\infty[$ Indication : Mettre $f(x)$ sous la forme $a+\dfrac{b}{(x-1)^2}$

b $f(x)=\dfrac{3x^2+12x-1}{(x+2)^2}$, $I=]-2;+\infty[$ Indication : Mettre $f(x)$ sous la forme $a+\dfrac{b}{(x+2)^2}$

c $f(x)=\dfrac{2x^3+13x^2+24x+2}{(x+3)^2}$, $I=]-3;+\infty[$

Indication : Mettre $f(x)$ sous la forme $ax+b+\dfrac{c}{(x+3)^2}$

d $f(x)=\dfrac{x(x^2+3)}{(x^2-1)^3}$, $I=]-1;1[$ Indication : Mettre $f(x)$ sous la forme $\dfrac{a}{(x-1)^3}+\dfrac{b}{(x+1)^3}$