

Problème : (8 points)**Partie A :** On considère la fonction g définie sur \mathbb{R} par : $g(x) = x^3 + 3x + 2$

1. Étudier les limites de g , aux bornes de D_g .
2. Calculer l'expression de sa dérivée $g'(x)$, puis dresser le tableau de variations de la fonction g .
3. Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution α dans l'intervalle $[-1; 0]$
4. Donner une valeur approchée de α à 10^{-1} près, en utilisant la méthode de dichotomie.
5. Dédire des questions précédentes le signe de la fonction g suivant les valeurs de x .

Partie B : On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par :

$$f(x) = \frac{x^3 - 1}{x^2 + 1}$$

On note aussi (\mathcal{C}_f) sa représentation graphique dans le plan muni d'un repère orthogonal (O, \vec{i}, \vec{j})

- 1./ Étudier les limites de f , aux bornes de D_f .
- 2./ Montrer que, pour tout $x \in \mathbb{R}$,

$$f'(x) = \frac{xg(x)}{(x^2 + 1)^2}$$

- 3./ En déduire le tableau de variations de la fonction f . (On précisera la valeur de $f(\alpha)$)
- 4./ Déterminer l'équation de la tangente (T) à (\mathcal{C}_f) au point d'abscisse $x_0 = 0$
- 5.a) Montrer que (\mathcal{C}_f) admet une asymptote oblique $(\mathcal{A.O})$ (on précisera son équation) en $\pm\infty$.
- b) Tracer (T) , $(\mathcal{A.O})$ et (\mathcal{C}_f) . (unités graphiques conseillées : $1\|\vec{i}\| = 2 \text{ cm}$, $1\|\vec{j}\| = 4 \text{ cm}$)
- 6./ Construire dans le même repère la courbe de h définie par :

$$h(x) = |f(x)|$$