

Devoir n° 1 Du 1^{er} Semestre**Exercice 1 : 7,5 points****1 Compléter par \in ou \notin . (2,5 pts)**

Nous utilisons les définitions des ensembles de nombres : (\mathbb{N} : Naturels, \mathbb{Z} : Entiers relatifs, \mathbb{D} : Décimaux, \mathbb{Q} : Rationnels).

$$\frac{7}{5} \notin \mathbb{Z} ; \quad \frac{7}{3} \notin \mathbb{D} ; \quad -\frac{14}{7} \notin \mathbb{N} ; \quad -\frac{5}{7} \notin \mathbb{D} ; \quad -\frac{5}{7} \in \mathbb{Q}$$

- $\frac{7}{5} = 1,4$. 1,4 n'est pas un entier relatif ($\notin \mathbb{Z}$).
- $\frac{7}{3} = 2,333\dots$ Cette fraction n'a pas de développement décimal fini, elle n'est donc pas décimale ($\notin \mathbb{D}$).
- $-\frac{14}{7} = -2$. -2 n'est pas un nombre naturel ($\notin \mathbb{N}$).
- $-\frac{5}{7}$ n'a pas de développement décimal fini ($\notin \mathbb{D}$).
- $-\frac{5}{7}$ est un quotient d'entiers, c'est donc un nombre rationnel ($\in \mathbb{Q}$).

2 Répondre par Vrai ou Faux. (2,5 pts)

a Les fractions $\frac{7}{5}$ et $\frac{70}{50}$ sont égales.

Vrai ($\frac{70}{50} = \frac{70 \div 10}{50 \div 10} = \frac{7}{5}$)

b L'inverse de $-\frac{5}{7}$ est $\frac{7}{5}$.

Faux (L'inverse est $-\frac{7}{5}$)

c Si $a \leq b$ alors $a + c \leq b + c$.

Vrai (Propriété de l'addition des inégalités)

d $\left(\frac{a}{b}\right)^n \times \left(\frac{a}{b}\right)^m = \left(\frac{b}{a}\right)^{m+n}$.

Faux (Le résultat est $\left(\frac{a}{b}\right)^{m+n}$)

e $\frac{7}{5} < \frac{4}{5}$ et $\frac{1}{5} < \frac{4}{3}$.

Faux (Car $\frac{7}{5}$ n'est pas inférieur à $\frac{4}{5}$)

3 Soit un cercle $\mathcal{C}(O, r)$ et $\mathcal{C}'(O', r')$. Compléter : (2,5 pts)

a Les cercles (\mathcal{C}) et (\mathcal{C}') sont **tangents extérieurement** si et seulement si $OO' = r + r'$.

b Les cercles (\mathcal{C}) et (\mathcal{C}') sont disjoints extérieurement si et seulement si $OO' > r + r'$.

c Les cercles (\mathcal{C}) et (\mathcal{C}') sont sécants si et seulement si $|r - r'| < OO' < r + r'$.

d Si $OO' > r + r'$, alors (\mathcal{C}) et (\mathcal{C}') sont **disjoints extérieurement**.

e Si $OO' = |r - r'|$, alors (\mathcal{C}) et (\mathcal{C}') sont tangents intérieurement.

Correction de l'Exercice 2 : 5 points (Positions relatives de deux cercles)

Note : La valeur de O_1O_2 dans la dernière colonne a été ajustée de 24 à 10 pour illustrer le cas des cercles disjoints intérieurement.

R_1	9	8,2	6,4	10	5
R_2	14	7,5	4,9	23	18
O_1O_2	12	15,7	15,6	13	10
$R_1 + R_2$	23	15,7	11,3	33	23
$ R_1 - R_2 $	5	0,7	1,5	13	13
Position relative de (C_1) et (C_2)	Sécants	Tangents ext.	Disjoints ext.	Tangents int.	Disjoints int.

Justifications :

- 1 $O_1O_2 = 12$. On a $|R_1 - R_2| = 5$ et $R_1 + R_2 = 23$. Puisque $5 < 12 < 23$, les cercles sont **Sécants**.
- 2 $O_1O_2 = 15,7$. On a $R_1 + R_2 = 15,7$. Puisque $O_1O_2 = R_1 + R_2$, les cercles sont **Tangents extérieurement**.
- 3 $O_1O_2 = 15,6$. On a $R_1 + R_2 = 11,3$. Puisque $O_1O_2 > R_1 + R_2$ ($15,6 > 11,3$), les cercles sont **Disjoints extérieurement**.
- 4 $O_1O_2 = 13$. On a $|R_1 - R_2| = 13$. Puisque $O_1O_2 = |R_1 - R_2|$, les cercles sont **Tangents intérieurement**.
- 5 $O_1O_2 = 10$. On a $|R_1 - R_2| = 13$. Puisque $O_1O_2 < |R_1 - R_2|$ ($10 < 13$), les cercles sont **Disjoints intérieurement**.

Correction de l'Exercice 3 : 4 points (Condition d'existence d'un triangle)

Un triangle DEF existe si, et seulement si, la longueur du plus grand côté est strictement inférieure à la somme des longueurs des deux autres côtés.

- 1 1^{er} cas : $DE = 500\text{cm}$ $EF = 200\text{cm}$ $DF = 250\text{cm}$

- Le plus grand côté est : $DE = 500$.
- Somme des deux autres côtés : $EF + DF = 200 + 250 = 450$.
- Comparaison : $500 > 450$.
- Conclusion : L'inégalité triangulaire n'est pas vérifiée ($DE > EF + DF$). **Le triangle DEF n'existe pas.**

- 2 2^{ème} cas : $DE = 7500\text{cm}$ $EF = 5000\text{cm}$ $DF = 4000\text{cm}$

- Le plus grand côté est : $DE = 7500$.
- Somme des deux autres côtés : $EF + DF = 5000 + 4000 = 9000$.
- Comparaison : $7500 < 9000$.
- Conclusion : L'inégalité triangulaire est vérifiée ($DE < EF + DF$). **Le triangle DEF existe.**

- 3 3^{ème} cas : $DE = 14200\text{cm}$ $EF = 19000\text{cm}$ $DF = 4200\text{cm}$

- Le plus grand côté est : $EF = 19000$.
- Somme des deux autres côtés : $DE + DF = 14200 + 4200 = 18400$.
- Comparaison : $19000 > 18400$.
- Conclusion : L'inégalité triangulaire n'est pas vérifiée ($EF > DE + DF$). **Le triangle DEF n'existe pas.**

4 4^{ème} cas : $DE = 105600\text{cm}$ $EF = 104600\text{cm}$ $DF = 102400\text{cm}$

- Le plus grand côté est : $DE = 105600$.
- Somme des deux autres côtés : $EF + DF = 104600 + 102400 = 207000$.
- Comparaison : $105600 < 207000$.
- Conclusion : L'inégalité triangulaire est vérifiée ($DE < EF + DF$). **Le triangle DEF existe.**

Correction de l'Exercice 4 : 3 points (Calcul de Fractions et Priorité des Opérations)

Consigne : Calculer les expressions suivantes et donner le résultat sous forme de fraction irréductible.

1 Calculer l'expression A .

$$\begin{aligned}
 A &= \left(\frac{3}{4} - \frac{5}{6}\right) \div \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) \\
 A &= \left(\frac{3 \times 3}{12} - \frac{5 \times 2}{12}\right) \div \left(\frac{1 \times 3}{6} + \frac{1 \times 2}{6}\right) && \text{(Réduction au même dénominateur)} \\
 A &= \left(\frac{9}{12} - \frac{10}{12}\right) \div \left(\frac{3}{6} + \frac{2}{6}\right) \\
 A &= \left(-\frac{1}{12}\right) \div \left(\frac{5}{6}\right) \\
 A &= -\frac{1}{12} \times \frac{6}{5} && \text{(Multiplication par l'inverse)} \\
 A &= -\frac{1 \times 6}{2 \times 6 \times 5} && \text{(Simplification par 6)} \\
 A &= -\frac{1}{10}
 \end{aligned}$$

2 Calculer l'expression B en simplifiant au maximum.

$$\begin{aligned}
 B &= \left(-\frac{7}{5} \times \frac{25}{21}\right) + \frac{5}{3} - \frac{1}{4} \\
 B &= \left(-\frac{7 \times (5 \times 5)}{5 \times (7 \times 3)}\right) + \frac{5}{3} - \frac{1}{4} && \text{(Simplification de la multiplication)} \\
 B &= -\frac{5}{3} + \frac{5}{3} - \frac{1}{4} \\
 B &= 0 - \frac{1}{4} \\
 B &= -\frac{1}{4}
 \end{aligned}$$

3 Calculer l'expression C qui inclut une puissance négative.

$$C = \frac{2^3 - 3^2}{4} + \left(\frac{1}{5}\right)^{-2}$$

$$C = \frac{8 - 9}{4} + \left(\frac{5}{1}\right)^2 \quad (\text{Calcul des puissances et inverse})$$

$$C = \frac{-1}{4} + 25$$

$$C = -\frac{1}{4} + \frac{25 \times 4}{4} \quad (\text{Réduction au même dénominateur})$$

$$C = -\frac{1}{4} + \frac{100}{4}$$

$$C = \frac{99}{4}$$

