⋄⋄⋄ Lycée de Dindéfélo ⋄⋄⋄			A.S. : 2024/2025
Matière: Mathématiques	Niveau : TS2	Date: 19/04/2025	Durée : 4 heures

Devoir n° 2 Du 2nd Semestre

Exercice 1 : 5 points (BAC 2022)

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{u}, \vec{v})$, d'unité graphique 1cm.

1. On considère dans $\mathbb{C}$ le polynôme $P(z) = z^3 - 5z^2 + 19z + 25$.
   a. Montrer que -1 est solution de l'équation $P(z) = 0$. **(0.25 pt)**
   b. En déduire les solutions dans $\mathbb{C}$ de l'équation $P(z) = 0$. **(1.25 pt)**
2. On considère les points A, B, C et D d'affixes respectives : $z_A = -1; z_B = 3+4i; z_C = 3-4i; z_D = -7z_A$.
   a. On note z_1 et z_2 les affixes respectives des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DC}$. Montrer que $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DC}$ sont parallèles. (01 pt)
   b. Calculer $|z_1|$ et $|z_2|$ puis interpréter géométriquement le résultat. **(0.5 pt)**
   c. On note z_3 l'affixe du vecteur $\overrightarrow{BD}$. Comparer $|z_1|$ et $|z_3|$ puis interpréter géométriquement le résultat. **(0.5 pt)**
   d. Calculer $\arg\left(\frac{z_1}{z_3}\right)$, puis interpréter géométriquement le résultat. **(0.5 pt)**
   e. En déduire la nature précise du quadrilatère $ABDC$. **(1 pt)**

Exercice 2 : 5,5 points (BAC 2008)

On dispose de trois urnes U_1, U_2 et U_3

- U_1 contient 3 boules vertes et 2 boules rouges;
- U_2 contient 4 boules vertes et 5 boules jaunes;
- U_3 contient 5 boules jaunes, 4 boules rouges et 1 boule verte.

Description de l'épreuve
L'épreuve consiste à tirer une boule dans U_1.
Si elle est verte, on la met dans U_2 puis on tire une boule dans U_2.
Si elle est rouge, on la met dans U_3 puis on tire une boule dans U_3.
Question
A)

1. Calculer la probabilité d'avoir une boule verte au deuxième tirage sachant que la première tirée est verte. **(0.5 pt)**
2. Calculer la probabilité d'avoir une boule verte au deuxième tirage sachant que la première est rouge. **(0.5 pt)**
3. En déduire la probabilité d'avoir une boule verte au deuxième tirage. **(1 pt)**
4. Calculer la probabilité d'avoir une boule jaune au second tirage. **(0.5 pt)**

5 Calculer la probabilité d'avoir une boule rouge au deuxième tirage. **(0.5 pt)**

B) Au cours de cette épreuve si on obtient au deuxième tirage :

- Une boule verte, on gagne 1000 F
- Une boule jaune, on gagne 500 F
- Une boule rouge, on perd 500 F

Soit X la variable aléatoire qui, à chaque boule obtenue au second tirage, associe un gain défini ci-dessus

1 Déterminer la loi de probabilité de X. **(0.5 pt)**

2 Calculer l'espérance mathématique de X. **(0.5 pt)**

C) Cette épreuve est faite par chacun des 15 élèves d'une classe dans les mêmes conditions et d'une manière indépendante.
Les résultats seront donnés au centième près par défaut.

1 Calculer la probabilité pour que 8 élèves obtiennent une boule verte au deuxième tirage. **(0.5 pt)**

2 Calculer la probabilité pour que seulement les 8 premiers obtiennent une boule verte au deuxième tirage. **(0.5 pt)**

3 Calculer la probabilité pour qu'au moins un élève obtienne une boule verte au second tirage. **(0.5 pt)**

Problème : 9,5 points (BAC 2007)

Partie A: 3 pts

Soit g la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par : $g(x) = 1 + x + \ln x$.

1 Dresser le tableau de variation de g. **(1.5 pt)**

2 Montrer qu'il existe un unique réel α solution de l'équation $g(x) = 0$. Vérifier que α appartient à $]0.2; 0.3[$. **(0.5 pt)**

3 En déduire le signe de g sur $]0;+\infty[$. **(0.5 pt)**

4 Établir la relation $\ln(\alpha) = -1 - \alpha$. **(0.5 pt)**

Partie B: 6,5 pts

On considère la fonction f définie par : $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x\ln x}{1+x} & \text{si } x > 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \end{cases}$

1 Montrer que f est continue en 0 puis sur $]0;+\infty[$. **(0.5 + 0.5 pt)**

2 Étudier la dérivabilité de f en 0. Interpréter graphiquement ce résultat. **(0.5 + 0.5 pt)**

3 Déterminer la limite de f en $+\infty$. **(0.5 pt)**

4 Montrer que, quel que soit x élément de $]0;+\infty[$, $f'(x) = \dfrac{g(x)}{(1+x)^2}$. En déduire le signe de $f'(x)$ sur $]0;+\infty[$. **(0.5 pt)**

5 Montrer que $f(\alpha) = -\alpha$. **(0.5 pt)**

6 Dresser le tableau de variations de la fonction f. **(0.5 pt)**

7 Représenter la courbe de f dans le plan muni du repère orthonormal $(O; \vec{i}, \vec{j})$. Unité graphique : 5 cm. Prendre $\alpha \approx 0.3$. **(1.5 pt)**