

Composition n° 2 Du 2nd Semestre

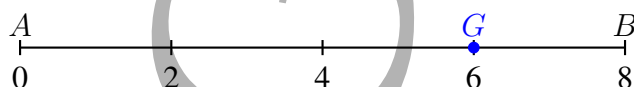
Exercice 1 : 5 pts

Soient A et B deux points du plan tels que $AB = 8$ cm.

- ① Construisons le barycentre G des points pondérés $(A; 1)$ et $(B; 3)$.

0,1 pt

$$\overrightarrow{AG} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB} \text{ et } \overrightarrow{BG} = \frac{1}{4}\overrightarrow{BA}$$



- ② Calculons les distances GA et GB .

0,5 pt + 0,5 pt

$$\overrightarrow{AG} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB} \implies \|\overrightarrow{AG}\| = \frac{3}{4}\|\overrightarrow{AB}\|$$

$$\implies AG = \frac{3}{4} \times 8$$

$$\implies AG = 6$$

$$\overrightarrow{BG} = \frac{1}{4}\overrightarrow{BA} \implies \|\overrightarrow{BG}\| = \frac{1}{4}\|\overrightarrow{BA}\|$$

$$\implies BG = \frac{1}{4} \times 8$$

$$\implies BG = 2$$

$$AG = 6 \text{ et } BG = 2$$

- ③ Démontrons que pour tout point M du plan,

$$MA^2 + 3MB^2 = 4MG^2 + 48$$

0,1 pt

$$MA^2 + 3MB^2 = \overrightarrow{MA}^2 + 3\overrightarrow{MB}^2$$

$$= (\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GA})^2 + 3(\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GB})^2$$

$$= \overrightarrow{MG}^2 + 2\overrightarrow{MG}\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GA}^2 + 3(\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GB})^2$$

- ④ Démontrer et construire l'ensemble des points M du plan tels que :

$$MA^2 + 3MB^2 = 84$$

0,1 pt

- ⑤ Déterminer et construire l'ensemble des points M tels que :

$$\vec{MA} \cdot \vec{MB} = -12$$

0,1 pt