◇◇◇ Lycée de Dindéfélo ◇◇◇			A.S. : 2024/2025
Matière: Mathématiques	Niveau : 1S2	Date: 15/04/2025	

Td Limites-Continuités

Exercice 1

Calculer les limites suivantes :

1. $\lim\limits_{x\to 0} -x^2-2x+4$
2. $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^3-8}{x-2}$
3. $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{\sqrt{x+1}-1}{x-3}$
4. $\lim\limits_{x\to 9} \dfrac{x-9}{\sqrt{x}-3}$
5. $\lim\limits_{x\to -3} \dfrac{x^2-9}{2x^2+6x}$
6. $\lim\limits_{x\to -5} \dfrac{\sqrt{-x}-\sqrt{5}}{x+5}$
7. $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{2x-2}{x^2+4x-5}$
8. $\lim\limits_{x\to 4} \dfrac{x^3-4x^2-6x+24}{x-4}$
9. $\lim\limits_{x\to +\infty} -5x^3-3x+4$
10. $\lim\limits_{x\to -\infty} -4x^3+7x^2+3$
11. $\lim\limits_{x\to +\infty} 2x^4-3x^2+7$
12. $\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{-5x+2}{2x+5}$
13. $\lim\limits_{x\to -\infty} \dfrac{2x+7}{x^2+5}$
14. $\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{3x^3+2x+4}{x^2-5x+1}$
15. $\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{x^2-x+1}{2x^2-5x+1}$
16. $\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{\sqrt{3x^2+3x+2}}{2x+3}$
17. $\lim\limits_{x\to +\infty} \sqrt{x^2+4x+3}-3x$
18. $\lim\limits_{x\to +\infty} \sqrt{x^2+x}-x$
19. $\lim\limits_{x\to \pm\infty} x-\sqrt{x^2+3x-1}$
20. $\lim\limits_{x\to +\infty} 3x-1-\sqrt{9x^2-3}$
21. $\lim\limits_{x\to -\infty} \sqrt{x^2+3x+7}-x$
22. $\lim\limits_{x\to -\infty} \dfrac{2x+\sqrt{x^2+1}}{x}$
23. $\lim\limits_{x\to -\infty} \dfrac{x^2-3x+1}{-2x+5}$
24. $\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{\sqrt{x^2+1}}{x}-\sqrt{x}$
25. $\lim\limits_{x\to -\infty} (2x-1)^2(x-5)^3$
26. $\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{x-\sqrt{x^2+x+1}}{2x-\sqrt{4x^2+x}}$
27. $\lim\limits_{x\to +\infty} \sqrt{x+2}-\sqrt{x}$
28. $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x+2}{\sqrt{x+7}-3}$
29. $\lim\limits_{x\to -3} \dfrac{\sqrt{x^2+7}-4}{x+3}$
30. $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{\sqrt{x+1}-2}{\sqrt{x^2-x-6}}$
31. $\lim\limits_{x\to 4} \dfrac{x\sqrt{x}-8}{4-x}$
32. $\lim\limits_{x\to \pm\infty} \sqrt{x^4+x^2+2}-(x^2+x)$
33. $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{\sqrt{3x}-3}{\sqrt{x+1}-\sqrt{3x-5}}$
34. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt{x^2+x+1}-1}{\sqrt{x+2}-\sqrt{3x+2}}$
35. $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{\sqrt{x^2+1}+\sqrt{x+3}}{x-2}$
36. $\lim\limits_{x\to 1^+} \dfrac{\sqrt{x-2}}{x^2-5x+4}$
37. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt{1+x^2}-1}{\sqrt{x}}$
38. $\lim\limits_{x\to 8} \dfrac{\sqrt[3]{x}-2}{\sqrt[3]{x+19}-3}$
39. $\lim\limits_{x\to +\infty} \sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}}-\sqrt{x}$
40. $\lim\limits_{x\to \pm\infty} \dfrac{x-|x|}{3x+2}$
41. $\lim\limits_{x\to \pm\infty} \dfrac{2x-1-\sqrt{4x^2+2x-5}}{x-3+\sqrt{3x^2-x+2}}$
42. $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x-2}{|x-2|}$
43. $\lim\limits_{x\to -\infty} \dfrac{\sqrt{3x^2+1}+5x}{3x-1}$
44. $\lim\limits_{x\to 2} \left(\dfrac{5}{x^2-4}-\dfrac{1}{x-2}\right)$
45. $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{\sqrt{x+3}-\sqrt{5-x}}{\sqrt{2x+7}-\sqrt{10-x}}$
46. $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x}{\sqrt{x^2+x-2}}$

Exercice 2 **Limites trigonométriques**

Calculer les limites suivantes :

1. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 3x}{2x}$
2. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\tan 2x}{5x}$
3. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 3x}{\sin 5x}$
4. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos x}{\sin x}$
5. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 2x}{x\cos x}$
6. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x^2+\sin x}{x}$
7. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x+\tan x}{\sqrt{x^2}}$
8. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\tan 3x}{1-\sqrt{x+1}}$
9. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1+\sin x-\cos x}{1-\sin x-\cos x}$
10. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos x-1}{x^2+x^3}$
11. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{3\sin^2 x-\cos x+1}{x^2}$
12. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x-\tan x}{x^3}$
13. $\lim\limits_{x\to+\infty} x\sin\left(\dfrac{1}{x}\right)$
14. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos x}{\sin^2\pi x}$
15. $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}}\dfrac{\sin x-\cos x}{x-\frac{\pi}{4}}$
16. $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{6}}\dfrac{\cos x-\sqrt{3}\sin x}{x-\frac{\pi}{6}}$
17. $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}}\dfrac{\tan x-1}{\cos x-\sin x}$
18. $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{6}}\dfrac{\sin\left(\frac{\pi}{6}-x\right)}{1-2\sin x}$
19. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1+\sin x}-\sqrt{1-\sin x}}{\tan x}$
20. $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\dfrac{\cos x}{1-\sin x}$
21. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x+\tan x}{x}$
22. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1+\sin x}-1}{\sin 2x}$
23. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos x^2-1}{x\tan x}$
24. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos x}{x\sin x}$
25. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\tan 2x}{\sin 3x}$

Exercice 3 :

Calculer la limite à gauche et à droite de f en x_0. f admet-elle une limite en x_0 ?

a) $f(x)=\begin{cases}2x^2-1 & \text{si } x\le 1\\ \dfrac{x^2+x-2}{x^2-3x+2} & \text{si } x>1\end{cases}$ $\quad x_0=1$

b) $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{6-x}-2}{x-2} & \text{si } x\le 2\\ \dfrac{\sqrt{3-x}-1}{4\sqrt{2x}-8} & \text{si } x>2\end{cases}$ $\quad x_0=2$

Exercice 4 : Déterminer la limite de f aux bornes de D_f. **1)** $f(x)=\dfrac{x^2-9x+2}{-x+1}$

2) $f(x)=\dfrac{4x+3}{4x^2-1}$ **3)** $f(x)=\dfrac{3x^2-4x^3+2x-1}{x^3-x^2-x+1}$

4) $f(x)=x+\sqrt{x^2+1}$

Exercice 5 : Prolongement par continuité

Dans chacun des cas suivants, dites si f est prolongeable par continuité en a.

1. $f(x)=\dfrac{x^2-3x+2}{3x^2-7x+2}$, $\quad a=2$
2. $f(x)=\dfrac{x-\sqrt{x}}{\sqrt{x}}$, $\quad a=0$
3. $f(x)=\dfrac{\sin^2 x}{x}$, $\quad a=0$
4. $f(x)=\dfrac{x-\sqrt{x}}{x}$, $\quad a=0$
5. $f(x)=\dfrac{\sqrt{x^2-x+1}-x}{x-1}$, $\quad a=1$
6. $f(x)=\dfrac{\sin(x-1)}{x-1}$, $\quad a=1$

Exercice 6 : Étudier la continuité de f en x_0.

1. $f(x)=3x^2-5x-7$, $\quad x_0=2$
2. $f(x)=\dfrac{3x^2-5x-7}{8x^3-5x+3}$, $\quad x_0=1$
3. $f(x)=\dfrac{x^3-4}{x+2}$, $\quad x_0=-2$
4. $f(x)=\sqrt{\dfrac{x(x-1)}{x+2}}$, $\quad x_0=1$
5. $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-|x|}{x^2+|x|} & \text{si } x\neq 0\\ -1 & \text{si } x=0\end{cases}$, $\quad x_0=0$
6. $g(x)=\begin{cases}\dfrac{x+1}{\sqrt{x^2-1}} & \text{si } x\neq -1\\ 0 & \text{si } x=-1\end{cases}$, $\quad x_0=-1$
7. $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x-\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-2} & \text{si } x\neq 4\\ 3 & \text{si } x=4\end{cases}$, $\quad x_0=4$
8. $f(x)=\begin{cases}x^2+4 & \text{si } x\le 2\\ 3x+2 & \text{si } x>2\end{cases}$, $\quad x_0=2$
9. $f(x)=\begin{cases}3x-1 & \text{si } x<1\\ \dfrac{x-1}{x+1} & \text{si } x\ge 1\end{cases}$, $\quad x_0=1$