

I. Rappel : vocabulaire des séries statistiques

1) Population

Définition : Ensemble d'individus ou d'objets sur lesquels porte l'étude statistique.

Exemple : Les élèves d'un lycée.

2) Individu

Définition : Élément de la population étudiée.

Exemple : Un élève du lycée.

3) Échantillon

Définition : Sous-ensemble de la population, souvent utilisé lorsque la population est trop grande pour être étudiée en entier.

Exemple : Une classe de 1^{re} S parmi toutes les classes du lycée.

4) Caractère

Définition : Propriété ou caractéristique étudiée chez les individus de la population.

Caractère qualitatif

Définition : Ne s'exprime pas par un nombre.

Exemple : Couleur des yeux (bleu, marron...).

Caractère quantitatif

Définition : Peut être mesuré ou compté.

Exemple : L'âge des élèves (14, 15, 16 ans...).

Un caractère quantitatif peut être :

— **Discret :** il prend un nombre fini ou dénombrable de valeurs.

Exemple : Le nombre de frères et sœurs d'un élève (0, 1, 2, 3...).

— **Continu :** il peut prendre une infinité de valeurs dans un intervalle donné.

Exemple : Le poids d'un élève en kg (53,2 kg ; 54,8 kg ; etc.).

a) Caractère quantitatif discret

Exemple : L'âge des élèves dans une classe.

Âge (en années)	15	16	17	18
Effectif	2	5	8	5

Remarque : On peut lister toutes les valeurs possibles du caractère (15, 16, 17, 18).

b) Caractère quantitatif continu

Exemple : Le poids des élèves en kilogrammes.

Poids (en kg)	[40 ; 50[[50 ; 60[[60 ; 70[
Effectif	4	5	1

Remarque : Le poids peut prendre toutes les valeurs réelles dans un intervalle, comme 52,3 kg ou 48,7 kg.

5) Modalité d'un caractère qualitatif

Définition : Une modalité est une valeur possible prise par un caractère qualitatif.

Exemple : On interroge des élèves sur leur ethnie. L'ethnie est un caractère qualitatif dont les modalités sont : Diola, Sérère, Peul, Lebou.

Ethnie	Diola	Sérère	Peul	Lebou
Effectif	3	5	8	7

Remarque : Les modalités sont les différentes réponses possibles au caractère qualitatif "Ethnie".

6) Effectif partiel

Définition : L'effectif partiel est le nombre d'individus possédant une même valeur d'un caractère.

Exemple : On interroge des élèves sur leur ethnie. Voici les résultats obtenus :

Ethnie	Diola	Sérère	Peul	Lebou
Effectif partiel	3	5	8	7

Lecture du tableau :

- L'effectif partiel des **Diola** est 3.
- L'effectif partiel des **Sérère** est 5.
- L'effectif partiel des **Peul** est 8.
- L'effectif partiel des **Lebou** est 7.

7) Effectif total

Définition : L'effectif total est le nombre total d'individus interrogés ou observés dans une étude statistique.

Exemple : Reprenons le tableau des ethnies étudiées :

Ethnie	Diola	Sérère	Peul	Lebou
Effectif partiel	3	5	8	7

Calcul de l'effectif total :

$$N = 3 + 5 + 8 + 7 = 23$$

Il y a donc **23 élèves** au total dans la population observée.

8) Notation

On note :

- x_i : une valeur prise par le caractère étudié (appelée **modalité**) ;
- n_i : l'**effectif partiel** associé à la modalité x_i ;
- N : l'**effectif total**, c'est-à-dire la somme de tous les effectifs partiels :

$$N = \sum_{i=1}^p n_i$$

où p est le nombre de valeurs différentes (ou modalités) du caractère étudié.

Exemple :

x_i (Ethnie)	Diola	Sérère	Peul	Lebou
n_i (Effectif)	3	5	8	7

$$N = \sum_{i=1}^4 n_i = 3 + 5 + 8 + 7 = 23$$

9) Fréquence

Définition : La fréquence d'une valeur x_i est le quotient de l'effectif partiel n_i par l'effectif total N . Elle représente la proportion d'individus correspondant à cette valeur.

$$f_i = \frac{n_i}{N}$$

où :

- f_i : fréquence associée à la valeur x_i ,
- n_i : effectif partiel de x_i ,
- N : effectif total.

Exemple :

$$f_{\text{Diola}} = \frac{3}{23}, \quad f_{\text{Sérère}} = \frac{5}{23}, \quad f_{\text{Peul}} = \frac{8}{23}, \quad f_{\text{Lebou}} = \frac{7}{23}$$

Remarque : La somme des fréquences est toujours égale à 1 :

$$\sum_{i=1}^p f_i = 1$$

10) Fréquence en pourcentage

Définition : La fréquence en pourcentage est la fréquence exprimée sur 100 au lieu de 1.

$$\text{Fréquence en \%} = f_i \times 100 = \frac{n_i}{N} \times 100$$

où :

- f_i est la fréquence de la valeur x_i ,
- n_i est l'effectif partiel,
- N est l'effectif total.

Exemple :

$$f_{\text{Diola}} = \frac{3}{23} \Rightarrow \text{Fréquence en \%} = \frac{3}{23} \times 100 \approx 13,04 \%$$

$$f_{\text{Peul}} = \frac{8}{23} \Rightarrow \text{Fréquence en \%} \approx 34,78 \%$$

Remarque : La somme des fréquences en pourcentage est toujours égale à 100%.

11) Effectif cumulé croissant[ECC]-Fréquence cumulée croissante[FCC]

(a) Effectif cumulé croissant[ECC]

Définition : L'effectif cumulé croissant est la somme des effectifs partiels des valeurs inférieures ou égales à une valeur donnée.

$$N_i = \sum_{j=1}^i n_j$$

où :

- N_i est l'effectif cumulé croissant jusqu'à la i -ème valeur,
- n_j est l'effectif partiel de la j -ème valeur.

Exemple :

$$N_1 = n_1 = 3$$

$$N_2 = n_1 + n_2 = 3 + 5 = 8$$

$$N_3 = n_1 + n_2 + n_3 = 3 + 5 + 8 = 16$$

$$N_4 = n_1 + n_2 + n_3 + n_4 = 3 + 5 + 8 + 7 = 23$$

Reprend le tableau age

Âge (en années)	15	16	17	18	Total
Effectif n_i	1	3	4	2	10
ECC N_i	1	4	8	10	—

(b) **Fréquence cumulée croissante[FCC]**

Définition : La fréquence cumulée croissante est la somme des fréquences des valeurs inférieures ou égales à une valeur donnée.

$$F_i = \sum_{j=1}^i f_j$$

où :

- F_i est la fréquence cumulée jusqu'à x_i ,
- $f_j = \frac{n_j}{N}$ est la fréquence de la valeur x_j .

Exemple :

$$F_1 = \frac{3}{23} \approx 0,130$$

$$F_2 = \frac{3+5}{23} = \frac{8}{23} \approx 0,348$$

$$F_3 = \frac{3+5+8}{23} = \frac{16}{23} \approx 0,696$$

$$F_4 = \frac{3+5+8+7}{23} = 1$$

Remarque : La fréquence cumulée croissante de la dernière valeur est toujours égale à 1 (ou 100%).

Âge (en années)	15	16	17	18	Total
Effectif n_i	1	3	4	2	10
ECC N_i	1	4	8	10	—
Fréquence f_i	0,1	0,3	0,4	0,2	1
Fréquence en %	10 %	30 %	40 %	20 %	100 %
Fréquence cumulée	0,1	0,4	0,8	1	—

12) Effectif cumulé décroissant[EDC]-Fréquence cumulée décroissante[FDC]

Âges	15	16	17	18	Total
Effectif n_i	1	3	4	2	10
E.C.D	10	9	6	2	—
Fréquence f_i	0,1	0,3	0,4	0,2	1
%	10	30	40	20	100
F.C.D	100	90	60	20	—

II. Représentation graphique

Diagramme en bâtons(Âges)

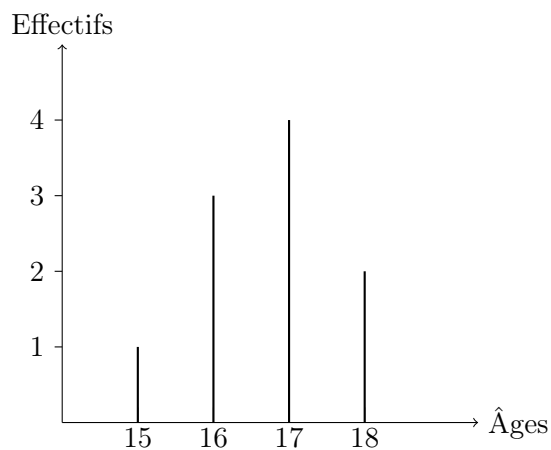
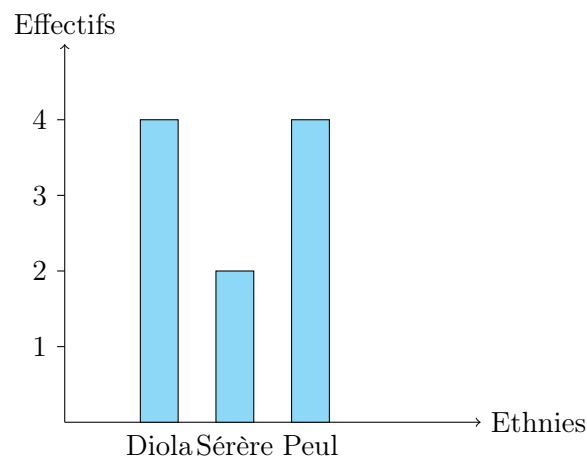
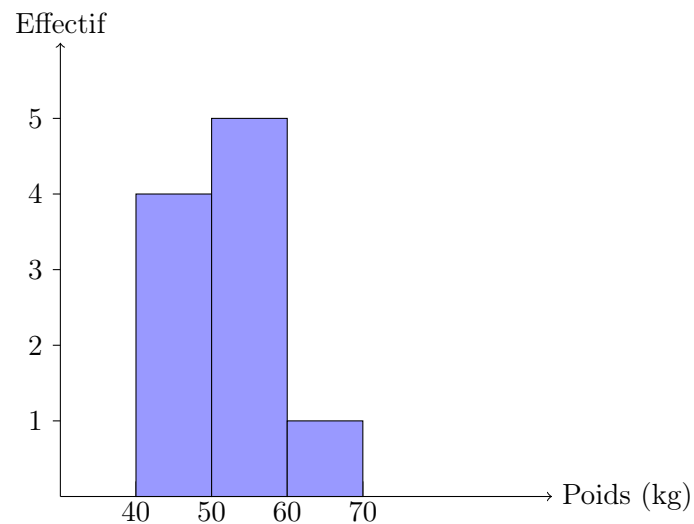


Diagramme en bandes (ethnies)



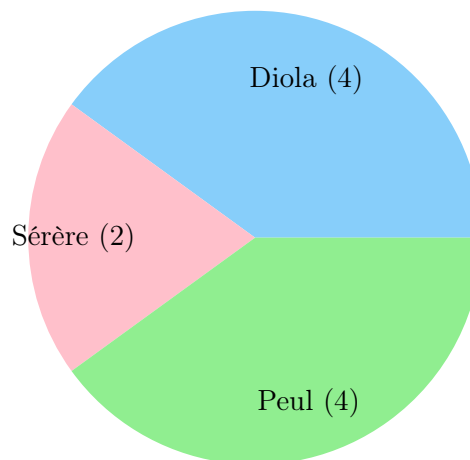
1. Histogramme



2. Diagramme circulaire

Formule de l'angle d'un secteur

$$\text{Angle} = \frac{n_i}{N} \times 360^\circ \quad \text{ou} \quad \text{Angle} = f_i \times 360^\circ$$



IV. Paramètre de position

IV. Paramètre de position

1. Cas discret

- **Mode** : valeur la plus fréquente dans la série.
Une série peut être :
 - **Unimodale** : si elle a un seul mode ;
 - **Bimodale** : si elle a deux modes de même fréquence ;
 - **Multimodale** : si elle a plusieurs valeurs ayant la même fréquence maximale.
- **Moyenne** :

Moyenne d'une série discrète

$$\bar{X} = \frac{\sum x_i}{N}$$

Exemple :

Les notes obtenues par un élève en mathématiques à un devoir sont : 12 ; 13 ; 08 ; 10 ; 11

$$\bar{X} = \frac{12 + 13 + 08 + 10 + 11}{5} = \frac{54}{5} = 10,8$$