<u>Problème</u> : (8 points) (Problème) :

Partie A : On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = x^3 + 3x + 2$

1. Étudier les limites de g, aux bornes de D_g.
2. Calculer l'expression de sa dérivée $g'(x)$, puis dresser le tableau de variations de la fonction g.
3. Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution α dans l'intervalle $[-1; 0]$
4. Donner une valeur approchée de α à 10^{-1} près, en utilisant la méthode de dichotomie.
5. Déduire des questions précédentes le signe de la fonction g suivant les valeurs de x.

Partie B : On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = \frac{x^3 - 1}{x^2 + 1}$$

On note aussi $(\mathcal{C}_f)$ sa représentation graphique dans le plan muni d'un repère orthogonal $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1./ Étudier les limites de f, aux bornes de D_f.

2./ Montrer que, pour tout $x \in \mathbb{R}$,

$$f'(x) = \frac{xg(x)}{(x^2+1)^2}$$

3./ En déduire le tableau de variations de la fonction f. (On précisera la valeur de $f(\alpha)$)

4./ Déterminer l'équation de la tangente (T) à $(\mathcal{C}_f)$ au point d'abscisse $x_0 = 0$

5.a) Montrer que $(\mathcal{C}_f)$ admet une asymptote oblique $(\mathcal{A}.\mathcal{O})$ (on précisera son équation) en $\pm\infty$.

b) Tracer (T), $(\mathcal{A}.\mathcal{O})$ et $(\mathcal{C}_f)$. (unités graphiques conseillées : $1\|\vec{i}\| = 2$ cm, $1\|\vec{j}\| = 4$ cm)

6./ Construire dans le même repère la courbe de h définie par :

$$h(x) = |f(x)|$$