

Td Primitives

Exercice 1

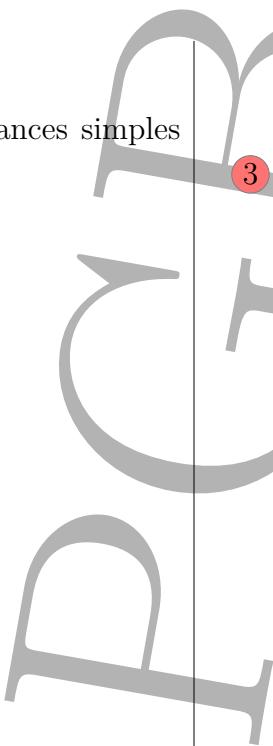
- 1 Fonctions polynomiales et puissances simples
 (x^n)

$$\text{Formule : } \int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1}$$

- a $f(x) = x^3 - 2x + 1$
- b $f(x) = (x-1)(x-2)$
- c $f(x) = 4x^4 - 2x^2 + 5x$
- d $f(x) = x + \frac{1}{x^2}$
- e $f(x) = (x+1)^3$
- f $f(x) = x + \frac{1}{\sqrt{x}}$
- g $f(x) = \frac{2}{x^2} - \frac{3}{x^3}$
- h $f(x) = \frac{x^4 + x^2 + 1}{x^2}$

- 2 Forme $u'u^n$ Formule : $\int u'u^n = \frac{u^{n+1}}{n+1}$

- a $f(x) = (2x-1)(x^2-x)^2$
- b $f(x) = 2x(x^2-1)^5$
- c $f(x) = (6x-3)(4x^2-4x+2)^3$
- d $f(x) = \sin^2 x \cos x$
- e $f(x) = \sin x \cos^3 x$
- f $f(x) = (3x^2+2)(x^3+2x-5)^4$
- g $f(x) = \frac{1}{x^2} \left(1 - \frac{1}{x}\right)^3$
- h $f(x) = e^x(e^x+1)^2$
- i $f(x) = \frac{(\ln x)^4}{x}$
- j $f(x) = \frac{1}{\cos^2 x} (\tan x + 1)^2$
- k $f(x) = (x+1)(x^2+2x-3)^5$
- l $f(x) = x^2(x^3+1)^2$
- m $f(x) = \sin x \cos^4 x$
- n $f(x) = 2(e^{2x}+1)(e^{2x}+2x)^3$



o $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}(\sqrt{x}+3)^5$

- 3 Forme $\frac{u'}{u^n}$ ($n \geq 2$)

- a $f(x) = \frac{1}{(x+1)^3}$
- b $f(x) = \frac{2x+1}{(x^2+x+1)^2}$
- c $f(x) = \frac{2x}{(x^2+1)^2}$
- d $f(x) = \frac{4x+3}{(2x^2+3x+1)^3}$
- e $f(x) = \frac{1-x}{(x^2-2x+3)^2}$
- f $f(x) = \frac{2 \cos x}{\sin^2 x}$
- g $f(x) = \frac{x^2}{(x^3+2)^4}$
- h $f(x) = \frac{7e^x}{(e^x+2)^2}$
- i $f(x) = \frac{1}{x(\ln x)^3}$
- j $f(x) = \frac{\sin x}{\cos^4 x}$
- k $f(x) = \frac{1}{(2x+5)^2}$
- l $f(x) = \frac{x}{(x^2+4)^3}$
- m $f(x) = \frac{x+1}{(x^2+2x-5)^5}$
- n $f(x) = \frac{e^{2x}}{(e^{2x}+1)^2}$
- o $f(x) = \frac{1}{\cos^2 x \tan^3 x}$

- 4 Forme $\frac{u'}{\sqrt{u}}$

- a $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+1}}$
- b $f(x) = \frac{3x}{\sqrt{x^2+1}}$

- c) $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 - 1}}$
- d) $f(x) = \frac{2x + 3}{\sqrt{x^2 + 3x + 2}}$
- e) $f(x) = \frac{e^x}{\sqrt{e^x + 1}}$
- f) $f(x) = \frac{\cos x}{\sqrt{\sin x}}$
- g) $f(x) = \frac{1}{x\sqrt{\ln x}}$
- h) $f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{\sqrt{e^x + e^{-x}}}$
- i) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2x + 3}}$
- j) $f(x) = \frac{\sin x}{\sqrt{\cos x}}$
- k) $f(x) = \frac{x^2}{\sqrt{x^3 + 1}}$
- l) $f(x) = \frac{1}{\cos^2 x \sqrt{\tan x}}$

5 Fonctions Trigonométriques
Formes : $\sin(ax + b)$, $u' \cos(u)$, linéarisation ou dérivées de $\tan(x)$

- a) $f(x) = 3 \sin \frac{\pi x}{2}$
- b) $f(x) = \sin 3x + \cos(2x + 3)$
- c) $f(x) = \sin 2x - 2 \cos 2x$
- d) $f(x) = x \cos x^2$
- e) $f(x) = \frac{\cos \sqrt{x}}{\sqrt{x}}$
- f) $f(x) = \frac{1}{x^2} \sin \frac{1}{x}$

- g) $f(x) = \frac{\tan x}{\cos^2 x}$
- h) $f(x) = \tan^2 x$
- i) $f(x) = \tan x + \tan^3 x$
- j) $f(x) = 1 + \frac{1}{\tan^2 x}$
- k) $f(x) = \sin^2 x$
- l) $f(x) = \cos^3 x$

6 Forme $\frac{u'}{u}$ Formule : $\int \frac{u'}{u} = \ln |u|$

- a) $f(x) = \frac{1}{x+3}$ sur $] - 3; +\infty[$
- b) $f(x) = \frac{2x}{x^2 + 1}$ sur \mathbb{R}
- c) $f(x) = \frac{3x^2 + 2}{x^3 + 2x + 1}$ sur $]0; +\infty[$
- d) $f(x) = \frac{e^x}{e^x + 1}$ sur \mathbb{R}
- e) $f(x) = \frac{\cos x}{\sin x}$ sur $]0; \pi[$
- f) $f(x) = \frac{1}{2x + 5}$ sur $] - 2, 5; +\infty[$
- g) $f(x) = \frac{x}{x^2 + 4}$ sur \mathbb{R}
- h) $f(x) = \frac{x^2}{x^3 - 1}$ sur $]1; +\infty[$
- i) $f(x) = \frac{\sin x}{\cos x}$ sur $] - \pi/2; \pi/2[$
- j) $f(x) = \frac{1}{x \ln x}$ sur $]1; +\infty[$
- k) $f(x) = \frac{e^{2x}}{e^{2x} + 3}$ sur \mathbb{R}
- l) $f(x) = \frac{1}{\cos^2 x \tan x}$ sur $]0; \pi/2[$

Exercice 2

1 Dans chacun des cas suivants, déterminer une primitive F de f sur I après avoir effectuée la transformation d'écriture indiquée.

- a) $f(x) = \frac{x^2 - 2x}{(x-1)^2}$ $I =]1; +\infty[$ Indication : Mettre $f(x)$ sous la forme $a + \frac{b}{(x-1)^2}$
- b) $f(x) = \frac{3x^2 + 12x - 1}{(x+2)^2}$, $I =] - 2; +\infty[$ Indication : Mettre $f(x)$ sous la forme $a + \frac{b}{(x+2)^2}$
- c) $f(x) = \frac{2x^3 + 13x^2 + 24x + 2}{(x+3)^2}$, $I =] - 3; +\infty[$
Indication : Mettre $f(x)$ sous la forme $ax + b + \frac{c}{(x+3)^2}$
- d) $f(x) = \frac{x(x^2 + 3)}{(x^2 - 1)^3}$, $I =] - 1; 1[$ Indication : Mettre $f(x)$ sous la forme $\frac{a}{(x-1)^3} + \frac{b}{(x+1)^3}$

Exercice 3 Transformations et Logarithmes

1 Dans chacun des cas suivants, déterminer une primitive F de f sur I après avoir effectué la transformation d'écriture indiquée.

a $f(x) = \frac{x+3}{x+1}$ $I =]-1; +\infty[$ Indication : Mettre $f(x)$ sous la forme $a + \frac{b}{x+1}$

b $f(x) = \frac{2x-5}{x-3}$, $I =]3; +\infty[$ Indication : Mettre $f(x)$ sous la forme $a + \frac{b}{x-3}$

c $f(x) = \frac{x^2+x-4}{x+2}$, $I =]-2; +\infty[$

Indication : Mettre $f(x)$ sous la forme $ax+b+\frac{c}{x+2}$

d $f(x) = \frac{2}{x^2-1}$, $I =]1; +\infty[$ Indication : Mettre $f(x)$ sous la forme $\frac{a}{x-1} + \frac{b}{x+1}$

Exercice 4 Primitives et Conditions Initiales

1 Dans chacun des cas suivants, déterminer la primitive F de la fonction f qui vérifie la condition initiale donnée sur l'intervalle I .

a $f(x) = \frac{x-2}{x-3}$ sur $I =]3; +\infty[$ avec $F(4) = 0$.

Indication : Mettre d'abord $f(x)$ sous la forme $a + \frac{b}{x-3}$.

b $f(x) = \frac{2x+5}{x+1}$ sur $I =]-1; +\infty[$ avec $F(0) = 2$.

Indication : Mettre d'abord $f(x)$ sous la forme $a + \frac{b}{x+1}$.

c $f(x) = \frac{x^2+3x+5}{x+2}$ sur $I =]-2; +\infty[$ avec $F(-1) = 1$.

Indication : Mettre d'abord $f(x)$ sous la forme $ax+b+\frac{c}{x+2}$.

d $f(x) = \frac{e^x}{e^x+2}$ sur \mathbb{R} avec $F(0) = \ln(3)$.