

Exercice 1 : 8 pts

Calculer les limites suivantes :

a. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-x^2 + 3}{3x^4 + x + 2}$

b. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{x - 1}$

c. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{x^2 + 3} + x$

d. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2 - 4}}{x - 2}$

e. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1} - 1}$

f. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{2x + 1} - 3}{x - 4}$

g. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4 - x} - \sqrt{4 + x}}{x}$

h. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{3x^2 + 3x + 2}}{2x + 3}$

Exercice 2 : 8 pts

Soit g la fonction définie par :
$$g(x) = \begin{cases} x + \sqrt{x^2 - x}, & \text{si } x \geq 0 \\ \frac{x - x(x - 2)}{x - 1}, & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

- 1 Justifier que la fonction g est définie sur $D_g = \mathbb{R}$.
- 2 Déterminer les limites aux bornes de l'ensemble de définition.
- 3 Étudier la continuité de g sur $[0, +\infty[$
- 4 Étudier la continuité de g sur $] -\infty, 0[$
- 5 Étudier la continuité de g en 0
- 6 En déduire l'ensemble de continuité de g
- 7 Soit f une fonction dont sa représentation graphique est ci-dessous. f est-elle continue sur $[-3, -1]$? Justifier.

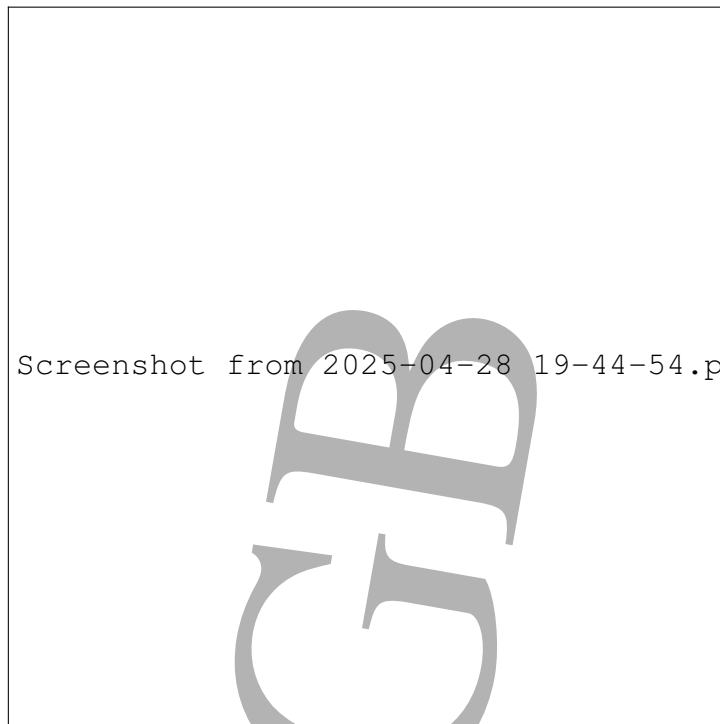


Figure 1: Représentation graphique de la fonction f .

Exercice 3 : 4 pts

- 1 Déterminer le domaine de définition des fonctions suivantes :

a $f(x) = \frac{(x-3)(x+8)}{x^2-2}$

b $g(x) = \frac{2x^2-8x+2}{\sqrt{x^2-4}}$

c $h(x) = \begin{cases} \frac{x^2-2x}{x-1} & \text{si } x < 0 \\ \sqrt{x^2+x} & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$

- 2 Soit $f(x) = \sqrt{x+1}$ et $g(x) = \frac{x+2}{x-3}$ deux fonctions.

a Déterminer Df et Dg

b Déterminer $Dg \circ f$ puis calculer $g \circ f(x)$