Exercice 1 : 5 pts

Déterminer le domaine de définition dans chaque cas

1. $f(x) = \sqrt{4x - x^3}$
2. $f(x) = \sqrt{|1 - 3x| - x + 2}$
3. $\begin{cases} f(x) = x\sqrt{\left|\dfrac{x+1}{x}\right|}, & \text{si } x < 0 \\ f(x) = \dfrac{x^3 - x^2}{x^2+1}, & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$
4. $\begin{cases} f(x) = \dfrac{x(x-2)}{x-1}, & \text{si } x < 0 \\ f(x) = x + \sqrt{x^2 - 4}, & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$
5. $\begin{cases} f(x) = \dfrac{3}{|x+1| - 2}, & \text{si } x \leq 1 \\ f(x) = \sqrt{x - 3}, & \text{si } x > 1 \end{cases}$

Exercice 2 : 4 pts

1. Dans chacun des cas, montrer que (C_f) admet la droite (Δ) pour axe de symétrie.

   a. $f(x) = -3x^2 + 4x + 1$ et $(\Delta) : x = \dfrac{2}{3}$.

   b. $f(x) = \dfrac{x^2 + 4x + 3}{2x^2 + 8x + 9}$ et $(\Delta) : x = -2$.

2. Dans chacun des cas suivants, montrer que (C_f) admet le point I pour centre de symétrie.

   a. $f(x) = -x^3 + 3x + 4$ et $I(0; 4)$.

   b. $f(x) = \dfrac{x^3 - x^2 - x}{2x^2 - 4 + 1}$ et $I(1; 1)$.

   c. $f(x) = \dfrac{1}{x+3} + \dfrac{1}{x+1}$ et $I(-2; 0)$.

Exercice 3 : 5pts

1. Soient les fonctions f et g telles que :

$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad x \mapsto x^2 \qquad g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad x \mapsto 2x^2 - 5x - 3$$

a. Montrer que f et g sont des applications. **(0,5 pt)**

b. Les fonctions f et g sont-elles injectives ? Surjectives ? **(2x0,5 pt)**

2. Soit l'application

$$h :]3;+\infty[\to]0;+\infty[$$
$$x \mapsto 2x^2 - 5x - 3$$

Démontrer que h est une bijection. Déterminer sa bijection réciproque h^{-1}. **(1 pt)**

3. On considère les intervalles $I = [4;5]$ et $J = [0;4]$.

Déterminer l'image directe de I par h et l'image réciproque de J par h. **(2x0,5 pt)**

Exercice 4 : 6 pts

Dans le plan, on considère le triangle ABC tel que $AB = 2$, $AC = 4\sqrt{2}$ et $BC = 2\sqrt{5}$ (unité cm). I est le milieu de $[AB]$.

1. a. Calculer $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$. **(01 pt)**

   b. En déduire $\cos \widehat{BAC}$. **(0,5 pt)**

   c. Quel est l'ensemble des points M du plan tels que $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{MC} = 0$.

2. Soit l'ensemble $\mathcal{E} = \{M \in \mathbb{P} \ / \ MA^2 + MB^2 = 6\}$

   a. Montrer que $MA^2 + MB^2 = 2MI^2 + 2$. **(01 pt)**

   b. Déterminer et construire l'ensemble $\mathcal{E}$. **(0,5+0,5 pt)**

3. Soit G le barycentre des points pondérés $(A;2)$; $(B;-3)$ et $\mathcal{F} = \{M \in \mathbb{P} \ / \ 2MA^2 - 3MB^2 = 15\}$

   a. Construire G et calculer GA et GB. **(0,5+0,5 pt)**

   b. Montrer que $2MA^2 - 3MB^2 = -MG^2 + 24$. **(01 pt)**

   c. Déterminer l'ensemble $\mathcal{F}$. **(0,5 pt)**