,
ti-
tle=2,1,
boxed
ti-
tle
style=frame
code=
[fill=tcbcolback!30!black]
([yshift=-
1mm,xshift=-
1mm]frame.north
west)
arc[start
an-
gle=0,end
an-
gle=180,radius=1mm]
([yshift=-
1mm,xshift=1mm]frame.north
east)
arc[start
an-
gle=180,end
an-
gle=0,radius=1mm];
[left
color=tcbcolback!60!black,right
color
tcb-
col-
back!60!black,
mid-
dle
color
tcb-
col-
back!80!black]
([xshift=-
2mm]frame.north
west)
–
([xshift=2mm]frame.north
east)
[rounded
corners=1mm]–
([xshift=1mm,yshift=-
1mm]frame.north
east)
–
(frame.south
east)
–
(frame.south
west)
–
([xshift=-
1mm,yshift=-
1mm]frame.north
west)
[sharp
corners]–
cy-
cle;
,in-
te-
rior
en-
gine=empty,
,in-
te-
rior
style=top
color=yellow!5

admet une unique solution α puis vérifier que $-1,8 < \alpha < -1,7$.
Construire (C_f) (unité 2 cm) (on précisera la tangente au point d'abscisse e^{-1} et on placera le point d'abscisse 1).

***Partie C**

Soit h la restriction de f à $I =]0;+\infty[$.
Montrer que h admet une bijection réciproque h^{-1} définie sur un intervalle J à préciser.
Étudier la dérivabilité de h^{-1} sur J.
Calculer $h(1)$.
Calculer $(h^{-1})'(2)$.
Construire la courbe de h^{-1}.

***Exercice 5**

***Partie A**

Soit g la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par $g(x) = -x + 1 - 2\ln x$
Étudier les variations de g puis dresser son tableau de variations.
Calculer $g(1)$. En déduire le signe de $g(x)$ sur $]0;+\infty[$.

***Partie B**

Soit f la fonction définie par $f(x) = \dfrac{x + \ln x}{x^2}$ et (C) sa courbe représentative dans un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$.
Déterminer le domaine de définition de f.
Calculer $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x)$. Interpréter graphiquement le résultat.
Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$. Interpréter graphiquement le résultat.
Montrer que pour tout $x \in]0;+\infty[$, $f'(x) = \dfrac{g(x)}{x^2}$
Dresser le tableau de variations de f.
Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet dans $]0;+\infty[$ une unique solution β et que $\beta \in]0,56;0,57[$.
Construire (C).

***Partie C** Soit h la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par $h(x) = \dfrac{1}{x}$ et (Γ) sa courbe.
Étudier les positions relatives de (C) et (Γ).
Construire dans le même repère (Γ).
Soit I_λ l'aire en unité d'aires de la partie du plan délimitée par les courbes (C), (Γ) et les droites d'équations $x = 1$ et x
Montrer que $I_\lambda = 1 - \dfrac{1}{\lambda}(1 + \ln \lambda)$.
Déterminer $\lim\limits_{\lambda \to +\infty} I_\lambda$.

***Exercice 6** Soit $f(x) = \dfrac{\ln x}{1 + x^2}$

***Partie A**

Soit $g(x) = 1 + x^2 - 2x^2 \ln x$.
Déterminer D_g et montrer que si $0 < x < 1$ alors $g(x) \geq 1$.
Montrer que g est strictement décroissante sur $[1;+\infty[$.
Calculer $g(1)$ et $g(2)$. Montrer qu'il existe un unique réel α strictement positif tel que $g(\alpha) = 0$. Donner un encadremen
Donner le signe de $g(x)$ sur $]0;+\infty[$.

***Partie B**

Calculer $f'(x)$ et étudier les variations de f.
Montrer que $f(\alpha) = \dfrac{1}{2\alpha^2}$.
Calculer $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.
Donner une équation de la tangente (T) à (C_f) au point d'abscisse 1.
Donner le tableau de variations de f puis tracer (C_f).

***Exercice 7**

***Partie A**

On considère dans $]0;+\infty[$ la fonction g donnée par : $g(x) = x\ln(x) - 1$.
Dresser le tableau des variations de g.
Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une solution unique α sur $]0;+\infty[$.
Montrer que $1,76 < \alpha < 1,77$.
En déduire le signe de $g(x)$ suivant les valeurs de x.

***Partie B**

On considère la fonction f de R vers R définie par : $f(x) = \dfrac{1 + x}{1 + \ln(x)}$.
Justifie que $D_f =]0;+\infty[\setminus \left\{\dfrac{1}{e}\right\}$.
Calcule les limites de f aux bornes de D_f.
Étudie les branches infinies à (C_f).
Démontre que $\forall x \in D_f$, $f'(x) = \dfrac{g(x)}{x(1 + \ln(x))^2}$.
Donne le signe de $f'(x)$ suivant les valeurs de x.
En déduire le sens de variation de f et dresser son tableau de variation.
Démontre que $f(\alpha) = \alpha$.
Trace la courbe (C_f) et son asymptote. (On prendra $\alpha = 1,76$)

***Exercice 8**

***Partie A**

Soit $g(x) = 2x - (x + 1)\ln(x + 1)$.
Déterminer le domaine de définition D_g