Similitudes Planes Directe

Lycée de Dindéfelo
Mr BA

17 mai 2024

Exercice 1

Soient, dans le plan complexe $\mathbb{P}$, deux points M et M' d'affixes respectives z et z' tels que l'on ait : $z' = (1+i)z + 1$

1°) Calculer le module et un argument de $1+i$.

2°) Déterminer les éléments géométriques de la transformation du plan complexe qui, à tout point M d'affixe z, associe le point M' d'affixe $(1+i)z+1$.

3°) Déterminer l'ensemble des M du plan complexe tels que les vecteurs $O\vec{M}$ et $O\vec{M}'$ aient la même norme.

Exercice 2

Dans le plan complexe soit la similitude qui, à tout point M d'affixe z, associe le point M' d'affixe z' définie par : $z' = (1-i)z + 2i$.

1°) Déterminer le rapport, l'angle et le centre de .

2°) Soient $z = x + iy$ et $z' = x' + iy'$, les formes algébriques des nombres complexes z et z'. Exprimer x' et y' en fonction de x et de y.

3°) Quelle est l'image par de la droite d'équation $x + 2y - 1 = 0$?

4°) Quelle est l'image par du cercle (C) de centre le point d'affixe i et de rayon $\sqrt{2}$?

Exercice 3

Soit la transformation du plan complexe qui, à tout point M d'affixe z, associe le point M' d'affixe z' définie par : $z' = 2(1+i\sqrt{3})z + 3$.

1°) Quelle est la nature de ? Préciser ses éléments caractéristiques.

2°) Soit D une droite d'équation $x - y\sqrt{3} = 0$. Quelle est l'équation de l'image (D) de D ?

3°) Quelle est l'image par du cercle de rayon 2 dont le centre est le point $I(2i)$?

Exercice 4

Dans le plan complexe, soit la transformation qui au point M d'affixe z associe le point M' d'affixe z' définie par : $z' = (1+i\sqrt{3})z + \sqrt{3}(1\breve{}\,i)$.

1°) Démontrer que admet un unique point invariant I ; déterminer l'affixe de I. Caractériser géométriquement .

2°) Soit G le barycentre des points I, M, M' affectés respectivement des coefficients 3, 2, 1. Calculer les coordonnées de G en fonction de celles de M.

3°) On suppose que le point M décrit la droite d'équation $y = x$. Quel est l'ensemble décrit par le point G ?

Exercice 5

Soit b un nombre complexe. Soit l'application de $\mathbb{C}$ dans $\mathbb{C}$ définie par : $\forall z \in \mathbb{C}$, $(z) = (1 + 3i)z + b$. Soit F l'application du plan complexe dans lui-même qui, à tout point M d'affixe z, associe le point M' d'affixe (z).

1°) Déterminer b pour que le point $A(1, 1)$ de coordonnées soit invariant par F.

2°) Déterminer les éléments géométriques de F.

Exercice 6

Dans le plan affine euclidien muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$, on considère les points A et B d'affixes respectives $1 + 3i$ et $2i$.

1°) Soit S la similitude plane directe de centre B qui transforme O en A. On note z' l'affixe du point M' transformé par S du point M d'affixe z.

a) Calculer le module et un argument du nombre complexe affixe du vecteur $\vec{AB}$.

b) Calculer l'angle et le rapport de la similitude S.

c) Exprimer z' en fonction de z.

2°) Soit T la transformation qui, à tout point M d'affixe z, associe le point M'' d'affixe $z'' = iz + 3$. Donner la nature de T en précisant ses éléments caractéristiques. On note Ω le point invariant par la transformation T.

3°) Montrer que les points A, Ω, B sont les sommets d'un triangle isocèle.