Ministère de l'éducation nationale
Inspection académique de Kédougou
Lycée de Dindéfelo
Cellule de mathématiques
M. BA
Classe : TS2

Année scolaire 2023-2024

TD de Prbabilité

EXERCICE 1

Une urne contient 15 boules identiques numérotées de 1 à 15. On tire une boule au hasard et on note N son numéro. Soient les événements :

— A : « N est divisible par 2 »
— B : « N est divisible par 3 »

Calculer les probabilités des événements A, B, $A \cup B$, $A \cap B$, $\overline{A}$, $\overline{B}$,$\overline{A} \cap \overline{B}$,$\overline{A} \cup \overline{B}$.

EXERCICE 2 : Chaussettes

Dans le tiroir de son armoire, Abdou possède 5 paires de chaussettes noires, 3 paires de chaussettes vertes et 2 paires de chaussettes rouge. Ces chaussettes sont mélangées dans le plus grand désordre et indiscernables au toucher. Au moment où il s'habille, survient une panne d'électricité. Abdou, qui est pressé et n'a ni lampe de poche, ni boite d'allumettes, prend au hasard deux chaussettes dans le tiroir.

1. Quelle est la probabilité pour qu'il ait tiré deux chaussettes de même couleur ?
2. En supposant que le nombre de chaussettes vertes et le nombre de chaussettes rouges reste inchangé, quel devrait être le nombre n de chaussettes noires contenues dans le tiroir pour que la probabilité d'avoir deux chaussettes noires soit égale à ?

EXERCICE 3 : Urne avec boules

Soit un entier $n \geq 4$. Une urne contient n boules blanches et n boules noires. On tire simultanément de cette urne 4 boules au hasard et on compte le nombre de boules blanches obtenues.

1. Quelle est la probabilité $P_n(2)$ pour que ce nombre soit égal à 2 ?
2. Quelle est la limite de $P_n(2)$ lorsque $n \to +\infty$?

EXERCICE 4 : Pollution

Un milieu biologique risque d'être pollué par des bactéries ou par des champignons. Ces deux sources de pollution sont indépendantes. Un milieu pollué le reste définitivement. Au cours d'une journée d'exposition, la probabilité d'être pollué par des bactéries est 0,2 et celle d'être pollué par des champignons est 0,3. Déterminer en fonction de n la probabilité d'avoir été pollué au cours de n journées d'exposition.

EXERCICE 5 : Maintenance

Dans une entreprise, on fait appel à un technicien lors de son passage hebdomadaire, pour l'entretien des machines. Chaque semaine, on décide donc pour chaque appareil de faire appel ou non au technicien. Pour un certain type de machines, le technicien constate :

- qu'il doit intervenir la première semaine ;
- que s'il est intervenu la n^{ime} semaine, la probabilité qu'il intervienne à la $(n+1)^{ime}$ semaine est égale à p ;
- que s'il n'est pas intervenu à la n^{ime} semaine, la probabilité qu'il intervienne à la $(n+1)^{ime}$ semaine est égale à q.

On désigne par E_n l'événement « le technicien intervient la n^{ime} semaine » et par P_n la probabilité de cet événement.

1. Déterminer les nombres $P(E_1)$, $P(E_{n+1}/E_n)$, $P(E_{n+1}/\overline{E_n})$ puis en fonction de P_n déterminer $P(E_{n+1} \cap E_n)$.
2. En déduire que pour tout entier n non nul : $P_{n+1} = P_n + p(1-P_n) + qP_n$.
3. On pose $q_n = p_n - \frac{2}{7}$. Montrer que la suite (q_n) est géométrique. En déduire l'expression de P_n en fonction de n. Pour quelles valeurs de n a-t-on $P_n \leq$?

EXERCICE 6 :

Dans une population donnée, 15% des individus ont une maladie Ma. Parmi les individus atteints de la maladie Ma, 20% ont une maladie Mb et parmi les individus non atteints de la maladie Ma, 4% ont la maladie Mb.

On prend un individu au hasard et on désigne par A et les événements

A : « l'undividu est atteint de la maladie Ma »

B : « l'individu est atteint de la maladie Mb »

a) Donner les valeurs de $P(A)$, $P(B/A)$ et $P(B/\overline{A})$

b) Calculer $P(B)$

c) Calculer $P(A/B)$.

EXERCICE 7 :

Un dé pipé est tel la probabilité d'avoir un numéro est proportionnelle à ce numéro. Calculer la probabilité de chaque événement élémentaire. On lance ce dé deux fois de suite soit X la variable aléatoire qui donne la somme des points marqués (numéros obtenus)

a) Donner la loi de probabilité de X

b) Calculer E(X) ; V(X), 6(X).

c) Représenter graphiquement la fonction de répartition de X.

EXERCICE 8 :

: Un questionnaire à choix multiples (QCM) est constitué de 5 questions. Pour chacune d'elles, 3 réponses sont proposées dont une est exacte.

1) Donner la loi de probabilité de X et calculer E(X)

2) Quelle est la probabilité d'avoir au moins une réponse exacte ?

EXERCICE 9 :

: Une urne contient 5 boules noires, 6 boules blanches et 2 boules rouges. On tire simultanément 3 boules.

a) Quelle est la probabilité de tirer 3 boules de couleurs différentes ?

b) Sachant qu'une des boules tirée est noire, quelle est la probabilité pour que les deux autres soient rouges ?

EXERCICE 10 :

: Une urne contient 3 boules blanches et 3 boules noires indiscernables au toucher. On tire au hasard et simultanément trois boules.

a) Calculer la probabilité de chacun des événements :

A : « obtenir au moins une boule blanche »

B : « obtenir au moins deux noires »

C : « obtenir au moins une boule blanche et une boule noire ».

b) Calculer p (A/B), p(A/C), p(B/A), p(B/C), p(C/A), p(C/B).

EXERCICE 11 :

: Dans une population donnée, 15% des individus ont que maladie Ma. Parmi les individus atteints de la maladie Ma, 20% ont une maladie Mb et parmi les individus non atteints de la maladie Ma ,4% ont la maladie Mb. On prend un individu au hasard et on désigne respectivement par A et B les événements suivants :

A : « L'individu est atteint de Ma »

B : « L'individu est atteint de Mb »

a) Donner les valeurs de P(A), P(B/A), et $P(B/\overline{A})$

b) Calculer P(B) et P(A/B)

EXERCICE 12 :

Un QCM est constitué de 8 questions. Pour chacune d'elles, 3 réponses sont proposées dont une des exacte. Un candidat répond au hasard à chacune des 8 questions.

Quelle est la probabilité qu'il trouve au moins 3 réponses exactes ?