

1. Uma aplicação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  tem a seguinte representação matricial na base canônica:

$$A_T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

Se fizermos uma mudança de base só no contra-domínio da aplicação  $T$  substituindo a base canônica  $\mathbf{e}_1$ ,  $\mathbf{e}_2$  e  $\mathbf{e}_3$  por  $\mathbf{f}_1 = \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2$ ,  $\mathbf{f}_2 = \mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_3$  e  $\mathbf{f}_3 = \mathbf{e}_2 - \mathbf{e}_1$ , qual é a nova matriz de representação de  $T$  com relação a esta base?

2. Achar a decomposição  $LU$  e  $LDV$  da matriz seguinte

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 2 & 0 & 0 \\ 1 & -5 & 2 \end{pmatrix}$$

Neste exercício  $D$  é uma matriz diagonal e  $V$  uma matriz triangular superior com 1s na diagonal.

3. Calcular a inversa das seguintes matrizes

$$L_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & a & 1 & 0 \\ 0 & b & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ e } L_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ a & 1 & 0 & 0 \\ b & d & 1 & 0 \\ c & e & f & 1 \end{pmatrix}$$

4. Achar  $L$  e  $U$  da matriz

$$A = \begin{pmatrix} a & a & a & a \\ a & b & b & b \\ a & b & c & c \\ a & b & c & d \end{pmatrix}$$

e dar as condições sobre  $a, b, c, d$  para que não haja permutações de linhas.

5. Mostre que se uma matriz

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$$

tem o determinante do menor

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = 0$$

então não é possível escrever  $A = LU$ .