1. Ache os autovalores e autovetores da matriz

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

depois encontre uma matriz P invertível tal que $AP = P \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{pmatrix}$

2. Encontre os autovalores e autovetores de

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 4 & -3 \end{pmatrix} \text{ e } B = \begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix}$$

3. E para as matrizes

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \text{ e } B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

4. Suponha que A tenha os autovalores 0, 3 e 5 com os autovetores respectivos $\vec{u}$, $\vec{v}$ e $\vec{w}$.

- Forneça uma base para o núcleo e imagem de A.
- Encontre as soluções de $Ax = \vec{v} + \vec{w}$
- Mostre que $Ax = \vec{u}$ não tem solução.

5. Sabe-se que uma matriz B de tamanho 3×3 tem os autovalores 0, 1 e 2, esta informação é suficiente para encontrar quais dos seguintes itens:

- o posto de B
- o determinante de $B^T B$
- os autovalores de $B^T B$
- os autovalores de $(B + I)^{-1}$