

# Matriz Simétrica

Tópicos em controle

IME USP

22 de agosto de 2020

## Um resultado sobre matriz simétrica

Se  $A$  é uma matriz simétrica então

$$\text{Ker}A = \text{Im}A^\perp$$

- ▶  $\text{Ker}A = \{x \in \mathbb{R}^n : Ax = 0\}$
- ▶  $\text{Im}A^\perp = \{x \in \mathbb{R}^n : x^T y = 0 \forall y \in \text{Im}A\}$

Se  $x \in \text{Ker}A$  então:

$$\begin{aligned}\forall y = Av \implies x^T y &= x^T Av = (A^T x)^T v \\ &= (Ax)^T v = 0 \implies x \in \text{Im}A^\perp \\ \text{Ker}A &\subseteq \text{Im}A^\perp\end{aligned}$$

Se  $x \in \text{Im}A^\perp$

$$\begin{aligned}0 = x^T Ae_i &= (A^T x)^T \cdot e_i = (Ax)^T \cdot e_i = 0 \implies \\ Ax &= 0 \implies \text{Im}A^\perp \subseteq \text{Ker}A\end{aligned}$$