ĐỀ LUYỆN 02

(Dành cho đội tuyển quốc gia)

Bài 1: Thứ tự từ điển lớn nhất

Cho một số nguyên dương M và một mảng $A = (A_1, A_2, \ldots, A_N)$ gồm N số nguyên dương, trong đó $1 \leq A_i \leq M$.

Hãy tìm mảng $B = (B_1, B_2, \ldots, B_N)$ **lớn nhất theo thứ tự từ điển** sao cho:

- $|B| = N$;
- $1 \leq B_i \leq M$ với mọi $1 \leq i \leq N$;
- $A_i = \gcd(B_1, B_2, \ldots, B_i)$, trong đó gcd là ước chung lớn nhất.

Đề bài đảm bảo rằng luôn tồn tại ít nhất một mảng B thoả mãn các điều kiện trên.

Hai mảng X và Y (cùng độ dài N) được so sánh theo *thứ tự từ điển* như sau: ở vị trí đầu tiên i mà $X_i \neq Y_i$, nếu $X_i > Y_i$ thì X được gọi là **lớn hơn từ điển** so với Y.

Dữ liệu vào

Dòng đầu chứa một số nguyên T — số lượng bộ test.

Mỗi bộ test gồm:

- Một dòng chứa hai số nguyên N và M — độ dài của mảng A và giới hạn trên của phần tử trong mảng B.
- Một dòng chứa N số nguyên $A_1, A_2, \ldots, A_N$ — biểu diễn mảng A.

Dữ liệu ra

Với mỗi bộ test, in ra trên một dòng mảng B lớn nhất theo thứ tự từ điển thoả mãn các điều kiện đã cho.

Ràng buộc

- $1 \leq T \leq 10^4$
- $1 \leq N \leq 10^4$
- $1 \leq M \leq 10^9$
- $1 \leq A_i \leq M$
- Tổng các giá trị N trong tất cả các bộ test không vượt quá 5×10^4

Ví dụ mẫu

LEXMAX.INP
4 1 1 1 2 2 2 1 4 3 2 2 2 2 4 5 2 2 2 2

LEXMAX.OUT
1 2 1 2 2 2 2 2 4 4 4

Giải thích

Test 1: Có duy nhất một dãy B là $[1]$.

Test 2: Có duy nhất một dãy B là $[2, 1]$.

Test 4: Dãy thứ tự từ điển lớn nhất là $B = [2, 4, 4, 4]$. Một vài dãy khác cũng thỏa mãn là $[2, 2, 2, 2]$, $[2, 2, 4, 2]$, $[2, 2, 4, 4]$, nhưng chúng đều nhỏ hơn dãy B theo thứ tự từ điển.

Bài 2: Đèn chùm

Có một chiếc đèn chùm thẳng hàng được treo bởi N giá đỡ. Giá đỡ thứ i ban đầu gánh một trọng lượng W_i và sẽ sụp đổ nếu trọng lượng đặt lên nó *lớn hơn hoặc bằng* A_i. Biết rằng ban đầu luôn thỏa $W_i < A_i$ với mọi $1 \le i \le N$.

Mỗi khi có chỉ số i mà $W_i \ge A_i$, diễn ra quy trình sau:

- Giá đỡ thứ i bị phá hủy;
- Chọn ngẫu nhiên đồng đều hai số nguyên không âm x, y sao cho $x + y = W_i$;
- Cộng x vào W_{i-1} và cộng y vào W_{i+1}.

Lưu ý:

- Nếu một trong hai hàng xóm không tồn tại, toàn bộ trọng lượng được chuyển cho hàng xóm còn lại.
- Nếu cả hai hàng xóm đều không tồn tại, trọng lượng sẽ tiêu tán.

Với mỗi $1 \le i \le N$, hãy tìm **lượng trọng lượng nhỏ nhất** cần cộng thêm vào W_i ban đầu, để **tồn tại xác suất dương** (không bằng 0) mà cuối cùng *tất cả* các giá đỡ đều bị phá hủy.

Dữ liệu vào

Dòng đầu chứa số nguyên T — số lượng bộ test.

Với mỗi bộ test:

- Dòng đầu chứa số nguyên N — số lượng giá đỡ.
- Dòng thứ hai chứa N số nguyên $W_1, W_2, \ldots, W_N$ — trọng lượng ban đầu trên từng giá đỡ.
- Dòng thứ ba chứa N số nguyên $A_1, A_2, \ldots, A_N$ — ngưỡng trọng lượng mà tại đó giá đỡ bị phá hủy.

Dữ liệu ra

Với mỗi bộ test, in ra N số nguyên, cách nhau bởi dấu cách. Số thứ i là lượng trọng lượng **nhỏ nhất** cần thêm vào giá đỡ thứ i sao cho có *khả năng* (xác suất dương) tất cả các giá đỡ đều bị phá hủy.

Ràng buộc

- $1 \le T \le 10^4$.
- $1 \le N \le 3 \cdot 10^5$.

- $1 \le W_i < A_i \le 10^9$.
- Tổng N qua tất cả các bộ test không vượt quá $3 \cdot 10^5$.

CHANDELIER.INP

```
4
3
1 1 1
2 2 2
1
1
1000000000
2
1 1234
2 5678
7
122 179 269 184 250 104 455
398 203 318 340 312 489 464
```

CHANDELIER.OUT

```
1 1 1
999999999
4443 4444
276 146 49 156 291 385 9
```

Giải thích

Test 1. Nếu ta thêm trọng lượng **1** vào giá đỡ thứ 2, kịch bản sau có thể xảy ra:

- Giá đỡ 2 sụp đổ vì $W_2 = 2 \ge 2$. Trọng lượng W_2 được chia đều ngẫu nhiên: chọn $x = 1$ cộng vào W_1 và $y = 1$ cộng vào W_3.
- Giá đỡ 1 sụp đổ vì $W_1 = 2 \ge 2$.
- Giá đỡ 3 sụp đổ vì $W_3 = 2 \ge 2$.

Nếu không thêm trọng lượng nào, sẽ không có gì xảy ra và tất cả giá đỡ vẫn đứng vững. Do đó, đáp án cho $i = 2$ là **1**.

Test 2. Chỉ có một giá đỡ. Ta phải thêm **999999999** vào giá đỡ duy nhất này để nó đạt ngưỡng và sụp đổ.

Test 3. Lưu ý rằng ta có thể thêm trọng lượng **1** vào giá đỡ 1 để làm nó sụp đổ, nhưng khi đó không còn cách nào làm giá đỡ thứ hai sụp đổ. Có thể chứng minh rằng cần thêm **4443** vào giá đỡ 1 thì mới có *xác suất dương* để cả hai giá đỡ cuối cùng đều bị phá huỷ.

Bài 3: Dãy chuẩn bình phương

Cho một mảng A độ dài N.

Gọi một mảng B là *squarified* ("chuẩn bình phương") nếu thỏa:

- Tích của các phần tử trong **mọi** dãy con *(không nhất thiết liên tiếp)* của B có **độ dài chẵn** đều là số chính phương;
- Tích của các phần tử trong **mọi** dãy con *(không nhất thiết liên tiếp)* của B có **độ dài lẻ** đều **không** phải số chính phương.

Nhiệm vụ của bạn là tìm **độ dài lớn nhất** của một dãy con của A mà là *squarified*.

Dữ liệu vào

Dòng đầu chứa số nguyên T — số lượng bộ test.

Mỗi bộ test gồm hai dòng:

- Dòng đầu chứa số nguyên N — số phần tử của mảng.
- Dòng thứ hai chứa N số nguyên $A_1, A_2, \ldots, A_N$ — các phần tử của mảng A.

Dữ liệu ra

Với mỗi bộ test, in ra trên một dòng **độ dài lớn nhất** của một dãy con của A là *squarified*.

Ràng buộc

- $1 \le T \le 10^5$.
- $1 \le N \le 10^5$.
- $1 \le A_i \le 10^7$.
- Tổng N qua tất cả các bộ test không vượt quá $5 \cdot 10^5$.

SQUAR.INP

```
3
4
7 18 8 10
5
27 8 12 16 12
2
9 1
```

SQUAR.OUT
2 3 0

Giải thích

Test 1. Dãy con $[18, 8]$ là dãy *squarified* dài nhất.

- Dãy con độ dài chẵn: $[18, 8]$ có tích $18 \cdot 8 = 144 = 12^2$ (chính phương).
- Các dãy con độ dài lẻ: $[18]$ (tích 18), $[8]$ (tích 8); không số nào là chính phương.

Test 2. Dãy con $[27, 12, 12]$ là dãy *squarified* dài nhất.

- Các dãy con độ dài chẵn: $[27, 12]$ có tích $27 \cdot 12 = 324 = 18^2$, $[12, 12]$ có tích $12 \cdot 12 = 144 = 12^2$ (đều là chính phương).
- Các dãy con độ dài lẻ: $[27]$ (tích 27), $[12]$ (tích 12), và $[27, 12, 12]$ (tích $27 \cdot 12 \cdot 12 = 3888$); không số nào là chính phương.

Test 3. Không tồn tại dãy con *squarified*, do đó kết quả là 0.