

Übungsblatt 7

Turing-Maschine

HTWG-Konstanz

Gesundheitsinformatik / Angewandte Informatik - WS24/25
Theoretische (Grundlagen der) Informatik

Prof. Dr. Renato Dambe

06.12.2023

Aufgabe 1

Gegeben ist die folgende Turing-Maschine $T_x = (S, \Sigma, \Pi, \delta, s_0, \square, F)$ mit

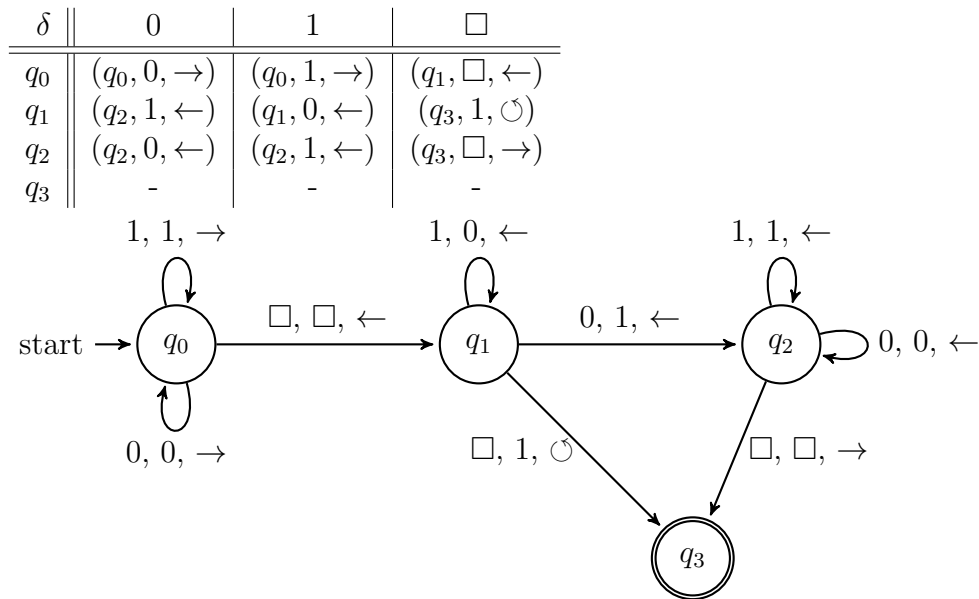
$$S = \{q_0, q_1, q_2, q_3\}$$

$$\Sigma = \{0, 1\}$$

$$\Pi = \{0, 1, \square\}$$

$$F = \{q_3\}$$

δ siehe Tabelle / Diagramm



Geben Sie an, welches Ergebnis T_x unter Eingabe von $\omega_1, \dots, \omega_4$ berechnet wird.

- $\omega_1 = 0$
- $\omega_2 = 1$
- $\omega_3 = 10$
- $\omega_4 = 111$

Geben Sie hierfür zuerst alle Konfigurationen an, welche T_x , ausgehend von der Startkonfiguration, bis zur Endkonfiguration durchläuft. Verwenden Sie hierfür die tabellarische Notation oder Konfigurationsübergänge. Geben Sie dann das Ergebnis der Berechnung an.

- Welche Funktion berechnet T_x für ein Eingabewort $\omega \in \Sigma^*$

Aufgabe 2

Gegeben ist die folgende Turing Maschine $T_x = (S, \Sigma, \Pi, \delta, s_0, \square, F)$ mit

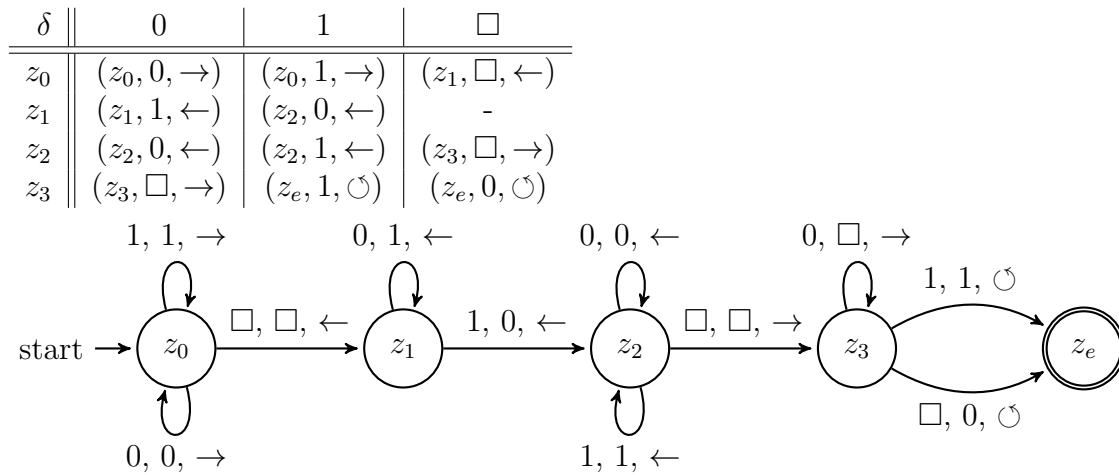
$$S = \{z_0, z_1, z_2, z_3, z_e\}$$

$$\Sigma = \{0, 1\}$$

$$\Pi = \{0, 1, \square\}$$

$$F = \{z_e\}$$

δ siehe Tabelle / Diagramm



Quelle: Uni-Chemnitz

- Welche Ausgaben hat die Maschine auf die folgenden Eingaben 10, 101, 111, 1
- Geben Sie alle Konfigurationen der TM an bei der Eingabe des Wortes 100
- Welche Funktion wird durch die Turingmaschine berechnet?

Aufgabe 3

Gegeben ist die folgende Turing-Maschine $T_x = (S, \Sigma, \Pi, \delta, s_0, \square, F)$ mit

$$S = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6, q_{e1}, q_{e2}\}$$

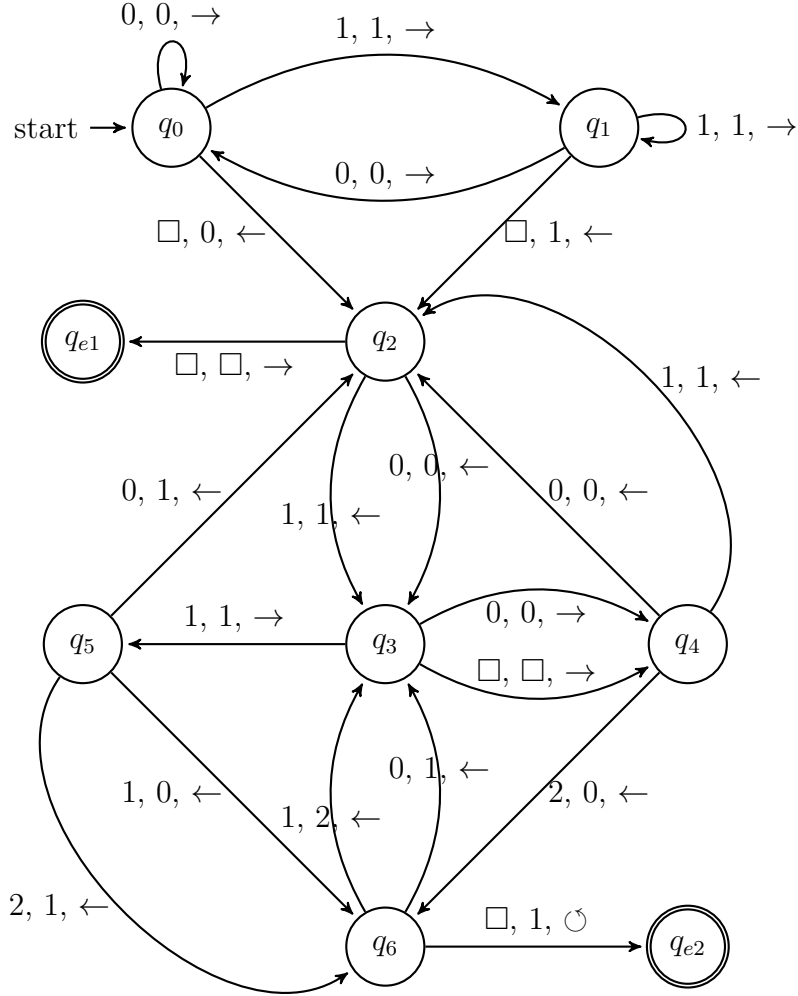
$$\Sigma = \{0, 1\}$$

$$\Pi = \{0, 1, 2, \square\}$$

$$F = \{q_{e1}, q_{e2}\}$$

δ siehe Tabelle / Diagramm

δ	0	1	2	\square
q_0	$(q_0, 0, \rightarrow)$	$(q_1, 1, \rightarrow)$	-	$(q_2, 0, \leftarrow)$
q_1	$(q_0, 0, \rightarrow)$	$(q_1, 1, \rightarrow)$	-	$(q_2, 1, \leftarrow)$
q_2	$(q_3, 0, \leftarrow)$	$(q_3, 1, \leftarrow)$	-	$(q_{e1}, \square, \rightarrow)$
q_3	$(q_4, 0, \rightarrow)$	$(q_5, 1, \rightarrow)$	-	$(q_4, \square, \rightarrow)$
q_4	$(q_2, 0, \leftarrow)$	$(q_2, 1, \leftarrow)$	$(q_6, 0, \leftarrow)$	-
q_5	$(q_2, 1, \leftarrow)$	$(q_6, 0, \leftarrow)$	$(q_6, 1, \leftarrow)$	-
q_6	$(q_3, 1, \leftarrow)$	$(q_3, 2, \leftarrow)$	$(q_{e2}, 1, \circlearrowleft)$	



a) Geben Sie an, welches Ergebnis T_x unter Eingabe von $\omega_1, \dots, \omega_4$ berechnet wird.

	Eingabe	Ergebnis
1)	$\omega_1 = 1$	
2)	$\omega_2 = 10$	
3)	$\omega_3 = 101$	

b) Geben Sie alle Konfigurationen an, welche T_x , ausgehend von der Startkonfiguration, bis zur Endkonfiguration bei der Eingabe $\omega_5 = 11$ durchläuft. Geben Sie dann das Ergebnis der Berechnung an.

c) Welche Funktion $f(x)$ berechnet T_x für ein Eingabewort $\omega \in \Sigma^*$

Aufgabe 4

Gegeben ist die folgende Turing-Maschine $T_x = (S, \Sigma, \Pi, \delta, s_0, \square, F)$ mit

$S = \{q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6, q_e\}$

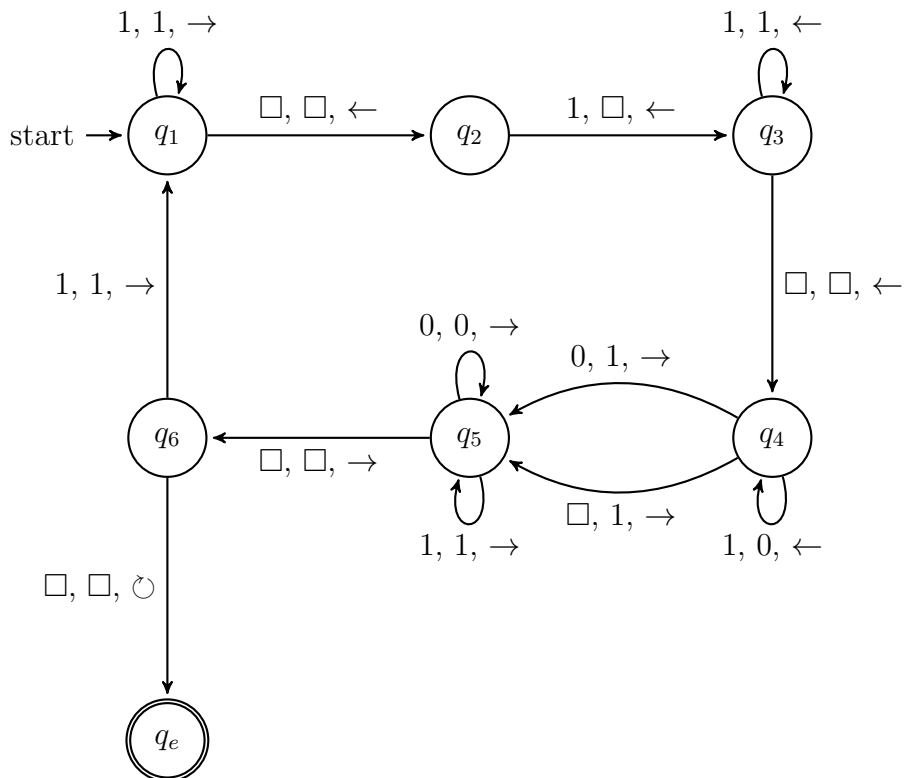
$\Sigma = \{1\}$

$\Pi = \{0, 1, \square\}$

$F = \{q_e\}$

δ siehe Tabelle / Diagramm

δ	0	1	\square
q_1	-	$(q_1, 1, \rightarrow)$	$(q_2, \square, \leftarrow)$
q_2	-	$(q_3, \square, \leftarrow)$	-
q_3	-	$(q_3, 1, \leftarrow)$	$(q_4, \square, \leftarrow)$
q_4	$(q_5, 1, \rightarrow)$	$(q_4, 0, \leftarrow)$	$(q_5, 1, \rightarrow)$
q_5	$(q_5, 0, \rightarrow)$	$(q_5, 1, \rightarrow)$	$(q_6, \square, \rightarrow)$
q_6	-	$(q_1, 1, \rightarrow)$	$(q_e, \square, \circlearrowright)$



a) Geben Sie an, welches Ergebnis T_x unter Eingabe von $\omega_1, \dots, \omega_3$ berechnet wird.

	Eingabe	Ergebnis
1)	$\omega_1 = 11$	
2)	$\omega_2 = 111$	
3)	$\omega_3 = 1111$	

b) Geben Sie alle Konfigurationen an, welche T_x , ausgehend von der Startkonfiguration, bis zur Endkonfiguration bei der Eingabe $\omega_4 = 1$ durchläuft. Geben Sie dann das Ergebnis der Berechnung an.

c) Was berechnet die Turingmaschine T_x bei einem beliebigen unären Eingabewort $\omega \in \Sigma^*$?

Aufgabe 5

Gegeben ist die folgende Turing-Maschine $T_x = (S, \Sigma, \Gamma, \delta, s_0, \square, F)$ mit

$$S = \{q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_e\}$$

$$\Sigma = \{a, b\}$$

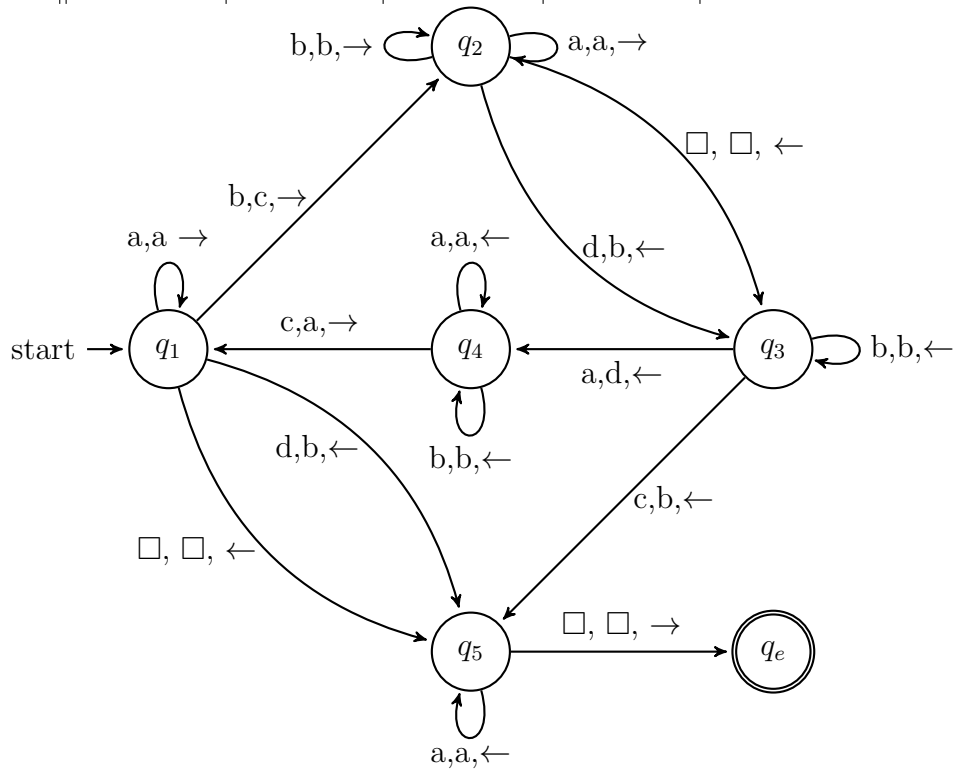
$\Pi = \{a, b, c, d, \square\}$

$s_0 = q_1$

$F = \{q_e\}$

δ siehe Tabelle / Diagramm

δ	a	b	c	d	\square
q_1	(q_1, a, \rightarrow)	(q_2, c, \rightarrow)	-	(q_5, b, \leftarrow)	$(q_5, \square, \leftarrow)$
q_2	(q_2, a, \rightarrow)	(q_2, b, \rightarrow)	-	(q_3, b, \leftarrow)	$(q_3, \square, \leftarrow)$
q_3	(q_4, d, \leftarrow)	(q_3, b, \leftarrow)	(q_5, a, \leftarrow)	-	-
q_4	(q_4, a, \leftarrow)	(q_4, b, \leftarrow)	(q_1, a, \rightarrow)	-	-
q_5	(q_5, a, \leftarrow)	-	-	-	$(q_6, \square, \rightarrow)$



a) Geben Sie an, welches Ergebnis T_x unter Eingabe von $\omega_1, \dots, \omega_4$ berechnet wird.

	Eingabe	Ergebnis
1)	$\omega_1 = aabba$	
2)	$\omega_2 = aaababbbb$	
3)	$\omega_3 = babab$	
4)	$\omega_4 = bbaaa$	

b) Geben Sie alle Konfigurationen an, welche T_x , ausgehend von der Startkonfiguration, bis zur Endkonfiguration bei der Eingabe $\omega_4 = \mathbf{abba}$ durchläuft. Geben Sie dann die Ausgabe der Turingmaschine T_x für die Eingabe ω_4 an.

c) Was macht die Turingmaschine T_x mit einem beliebigen Eingabewort $\omega_x \in \Sigma^*$?

Aufgabe 6

Erstellen Sie eine Turing-Maschine, die eingegebene binäre Zahl mit zwei multipliziert und 1 addiert.

Aufgabe 7

Geben Sie für die angegebenen Grammatiken an, welcher Chomsky-Hierarchie (Typ-0 bis Typ-3) sie zuzuordnen sind.

Grammatik	Typ(0-3)
$A \rightarrow AbC aBc$ $aB \rightarrow CA b bCb$ $Ba \rightarrow cba bA$ $C \rightarrow a b c$	
$A \rightarrow aB Cc$ $B \rightarrow bA d$ $C \rightarrow cB a b$	
$A \rightarrow aAaa bbBC$ $bbB \rightarrow cC abcA$ $BC \rightarrow cBa \epsilon$ $C \rightarrow abc cba$	
$A \rightarrow Bb Cb$ $B \rightarrow Ac \epsilon$ $C \rightarrow Bb Aa$	

Aufgabe 8

Geben Sie an, welchen Typ die angegebenen Grammatiken nach Chomsky haben und welches Automatenmodell mindestens erforderlich ist, um die Sprache der angegebenen Grammatik zu erkennen.

Grammatik	Chomsky-Hierarchiestufe	Automat
$A \rightarrow aB cC$ $B \rightarrow Ab b$ $C \rightarrow aC bB c$		
$A \rightarrow aC bB$ $B \rightarrow cA \epsilon$ $aBc \rightarrow bC \epsilon$ $C \rightarrow bB cC$		
$A \rightarrow aAa cBBc$ $B \rightarrow bB Cd$ $aBa \rightarrow aaB Baa$ $C \rightarrow bA cB a$ $dC \rightarrow Bdd$		
$A \rightarrow Ba Ab$ $B \rightarrow Cc \epsilon$ $C \rightarrow Ac Cb$		
$A \rightarrow CB cAb$ $B \rightarrow aBc b$ $aaB \rightarrow Ba Baa$ $C \rightarrow cCc a$		

Aufgabe 9

10 Geben Sie an, welchen Typ die angegebenen Grammatiken nach Chomsky haben und welches Automatenmodell mindestens erforderlich ist, um die Sprache der angegebenen Grammatik zu erkennen.

Grammatik	Typ (nach Chomsky)	Automat
$A \rightarrow bA cc$ $B \rightarrow aB Bc b$ $C \rightarrow aC bb c$		
$A \rightarrow ACc cc$ $B \rightarrow BB aBc b$ $C \rightarrow cBc b$ $Cbb \rightarrow Ab bbB$		
$A \rightarrow aAa cBBc$ $B \rightarrow bB Cd$ $aB \rightarrow Ba aA$ $C \rightarrow Ab bB c$ $Ca \rightarrow Aaa$		
$A \rightarrow bA aB$ $B \rightarrow cC \epsilon$ $C \rightarrow aC cB$		
$A \rightarrow bA aB$ $B \rightarrow Abb b$ $C \rightarrow aCa bbA c$		