

Übungsblatt 7

Turing-Maschine

HTWG-Konstanz

Gesundheitsinformatik / Angewandte Informatik - WS24/25
Theoretische (Grundlagen der) Informatik

Prof. Dr. Renato Dambe

06.12.2023

Aufgabe 1

Gegeben ist die folgende Turing-Maschine $T_x = (S, \Sigma, \Pi, \delta, s_0, \square, F)$ mit

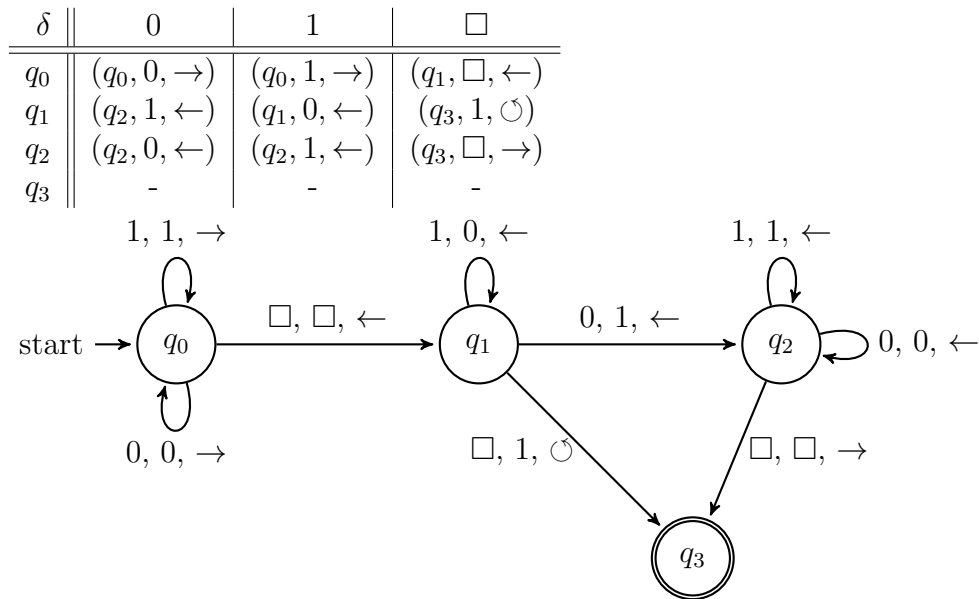
$$S = \{q_0, q_1, q_2, q_3\}$$

$$\Sigma = \{0, 1\}$$

$$\Pi = \{0, 1, \square\}$$

$$F = \{q_3\}$$

δ siehe Tabelle / Diagramm



Geben Sie an, welches Ergebnis T_x unter Eingabe von $\omega_1, \dots, \omega_4$ berechnet wird.

a) $\omega_1 = 0$ 1 $(\#, q_0, 0)(0, q_0, \#)(\#, q_1, 0), (\#, q_2, \#), (\#, q_3, 1)$

b) $\omega_2 = 1$ 10

c) $\omega_3 = 10$ 11

d) $\omega_4 = 111$ 1000

Geben Sie hierfür zuerst alle Konfigurationen an, welche T_x , ausgehend von der Startkonfiguration, bis zur Endkonfiguration durchläuft. Verwenden Sie hierfür die tabellarische Notation oder Konfigurationsübergänge. Geben Sie dann das Ergebnis der Berechnung an.

e) Welche Funktion berechnet T_x für ein Eingabewort $\omega \in \Sigma^*$

$$T_x = \text{Eingabe in Binär} + 1$$

Aufgabe 2

Gegeben ist die folgende Turing Maschine $T_x = (S, \Sigma, \Pi, \delta, s_0, \square, F)$ mit

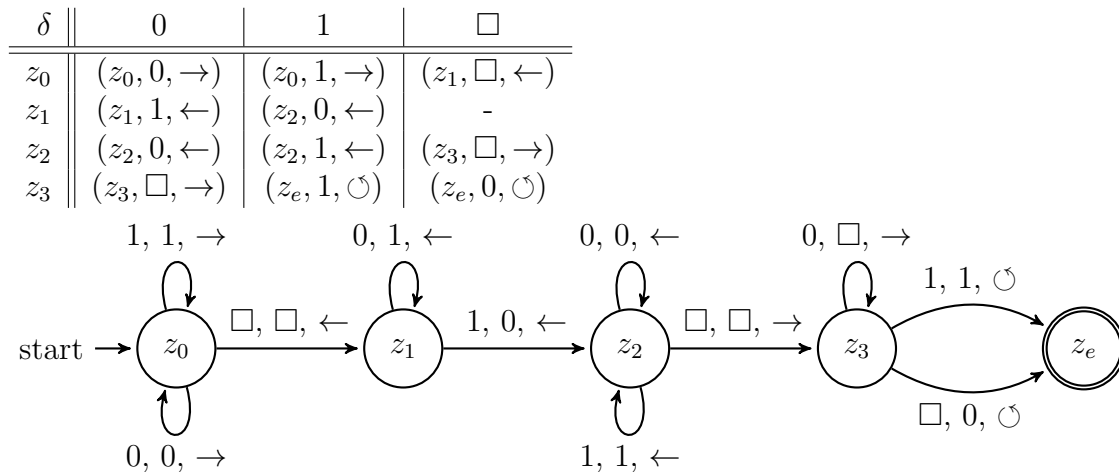
$S = \{z_0, z_1, z_2, z_3, z_e\}$

$\Sigma = \{0, 1\}$

$\Pi = \{0, 1, \square\}$

$F = \{z_e\}$

δ siehe Tabelle / Diagramm



Quelle: Uni-Chemnitz

10 -> 1, 101 -> 100, 111 -> 110, 1 -> 1

a) Welche Ausgaben hat die Maschine auf die folgenden Eingaben 10, 101, 111, 1

b) Geben Sie alle Konfigurationen der TM an bei der Eingabe des Wortes 100

(#, z0, 100)(1, z0, 00)(10, z0, 0)(100, z0, #)(10, z1, 0)(1, z1, 01)(#, z1, 111)(#, z2, #011)(#, z3, 011)(#, ze, 1

c) Welche Funktion wird durch die Turingmaschine berechnet?

T_x = Eingabe in Binär - 1

Aufgabe 3

Gegeben ist die folgende Turing-Maschine $T_x = (S, \Sigma, \Pi, \delta, s_0, \square, F)$ mit

$S = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6, q_{e1}, q_{e2}\}$

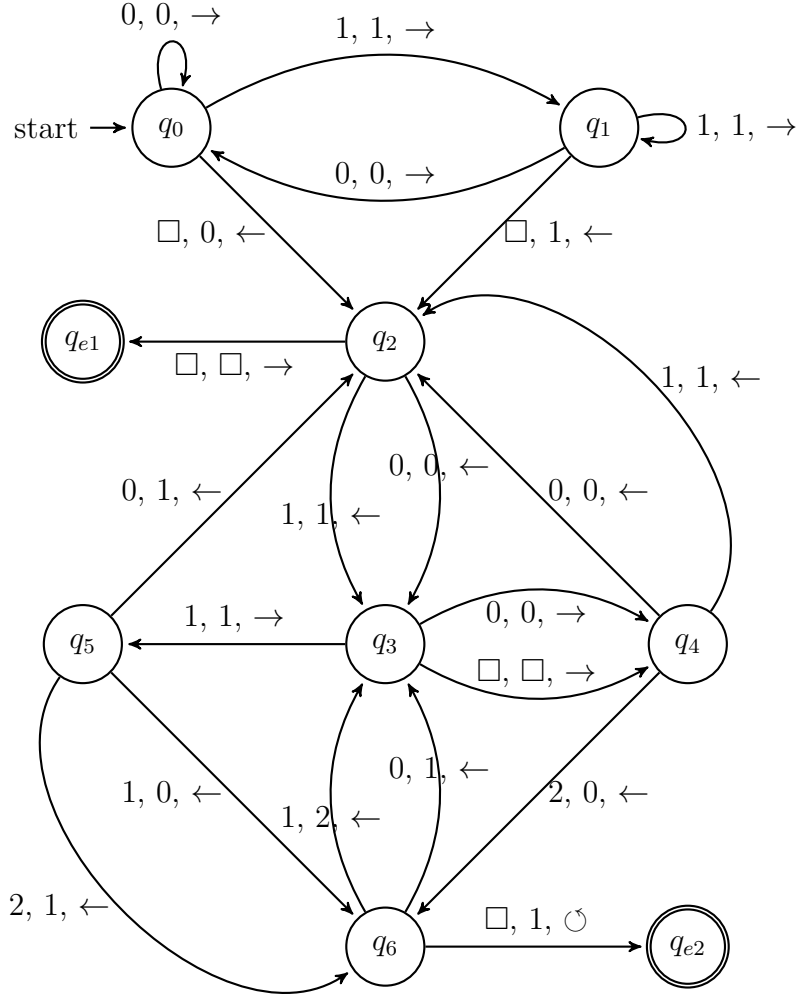
$\Sigma = \{0, 1\}$

$\Pi = \{0, 1, 2, \square\}$

$F = \{q_{e1}, q_{e2}\}$

δ siehe Tabelle / Diagramm

δ	0	1	2	\square
q_0	$(q_0, 0, \rightarrow)$	$(q_1, 1, \rightarrow)$	-	$(q_2, 0, \leftarrow)$
q_1	$(q_0, 0, \rightarrow)$	$(q_1, 1, \rightarrow)$	-	$(q_2, 1, \leftarrow)$
q_2	$(q_3, 0, \leftarrow)$	$(q_3, 1, \leftarrow)$	-	$(q_{e1}, \square, \rightarrow)$
q_3	$(q_4, 0, \rightarrow)$	$(q_5, 1, \rightarrow)$	-	$(q_4, \square, \rightarrow)$
q_4	$(q_2, 0, \leftarrow)$	$(q_2, 1, \leftarrow)$	$(q_6, 0, \leftarrow)$	-
q_5	$(q_2, 1, \leftarrow)$	$(q_6, 0, \leftarrow)$	$(q_6, 1, \leftarrow)$	-
q_6	$(q_3, 1, \leftarrow)$	$(q_3, 2, \leftarrow)$	$(q_{e2}, 1, \circlearrowleft)$	



a) Geben Sie an, welches Ergebnis T_x unter Eingabe von $\omega_1, \dots, \omega_4$ berechnet wird.

	Eingabe	Ergebnis
1)	$\omega_1 = 1$	11
2)	$\omega_2 = 10$	110
3)	$\omega_3 = 101$	1111

b) Geben Sie alle Konfigurationen an, welche T_x , ausgehend von der Startkonfiguration, bis zur Endkonfiguration bei der Eingabe $\omega_5 = 11$ durchläuft. Geben Sie dann das Ergebnis der Berechnung an. 1001

(0, q0, 11)(1, q1, 1)(11, q1, #)(1, q2, 11)(#, q3, 111)(1, q5, 11)(#, q6, 101)(#, q3, #201)(#, q4, 201)

c) Welche Funktion $f(x)$ berechnet T_x für ein Eingabewort $\omega \in \Sigma^*$ (#, q6, #001)(#, qe2, 1001)
 $f(x) = 3 * x$

Aufgabe 4

Gegeben ist die folgende Turing-Maschine $T_x = (S, \Sigma, \Pi, \delta, s_0, \square, F)$ mit

$S = \{q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6, q_e\}$

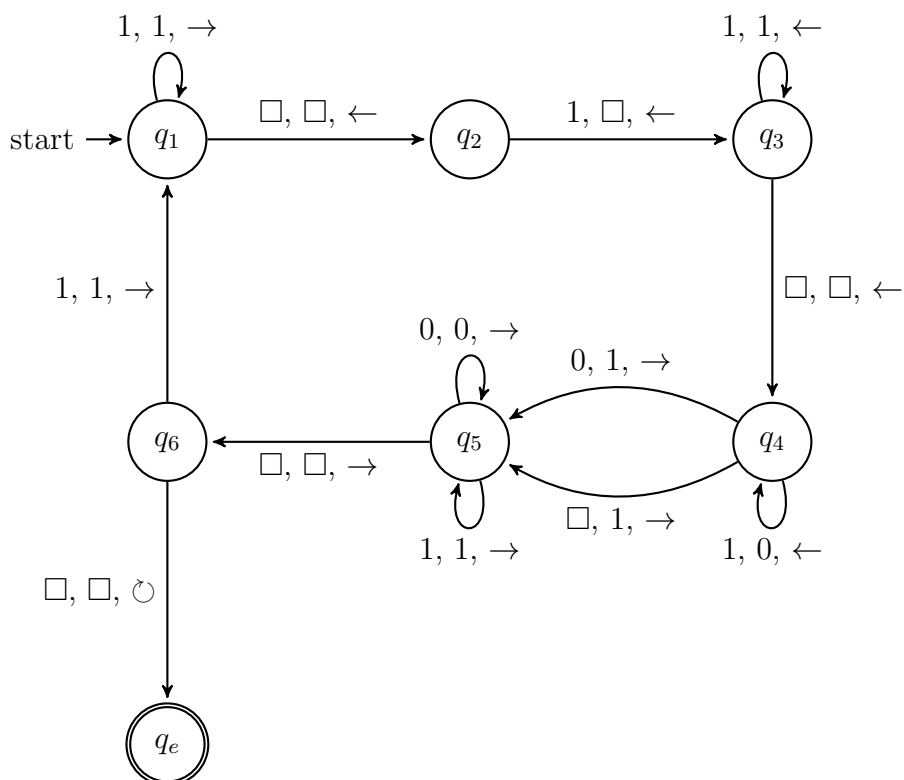
$\Sigma = \{1\}$

$\Pi = \{0, 1, \square\}$

$F = \{q_e\}$

δ siehe Tabelle / Diagramm

δ	0	1	\square
q_1	-	$(q_1, 1, \rightarrow)$	$(q_2, \square, \leftarrow)$
q_2	-	$(q_3, \square, \leftarrow)$	-
q_3	-	$(q_3, 1, \leftarrow)$	$(q_4, \square, \leftarrow)$
q_4	$(q_5, 1, \rightarrow)$	$(q_4, 0, \leftarrow)$	$(q_5, 1, \rightarrow)$
q_5	$(q_5, 0, \rightarrow)$	$(q_5, 1, \rightarrow)$	$(q_6, \square, \rightarrow)$
q_6	-	$(q_1, 1, \rightarrow)$	$(q_e, \square, \circlearrowright)$



a) Geben Sie an, welches Ergebnis T_x unter Eingabe von $\omega_1, \dots, \omega_3$ berechnet wird.

	Eingabe	Ergebnis
1)	$\omega_1 = 11$	10
2)	$\omega_2 = 111$	11
3)	$\omega_3 = 1111$	11

b) Geben Sie alle Konfigurationen an, welche T_x , ausgehend von der Startkonfiguration, bis zur Endkonfiguration bei der Eingabe $\omega_4 = 1$ durchläuft. Geben Sie dann das Ergebnis der Berechnung an.

(#, q1, 1)(1, q1, #)(#, q2, 1)(#, q3, #)(#, q4, #)(1, q5, #)(1#, q6, #)(1#, qe, #)

c) Was berechnet die Turingmaschine T_x bei einem beliebigen unären Eingabewort $\omega \in \Sigma^*$?

?

Aufgabe 5

Gegeben ist die folgende Turing-Maschine $T_x = (S, \Sigma, \Gamma, \delta, s_0, \square, F)$ mit

$S = \{q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_e\}$

$\Sigma = \{a, b\}$

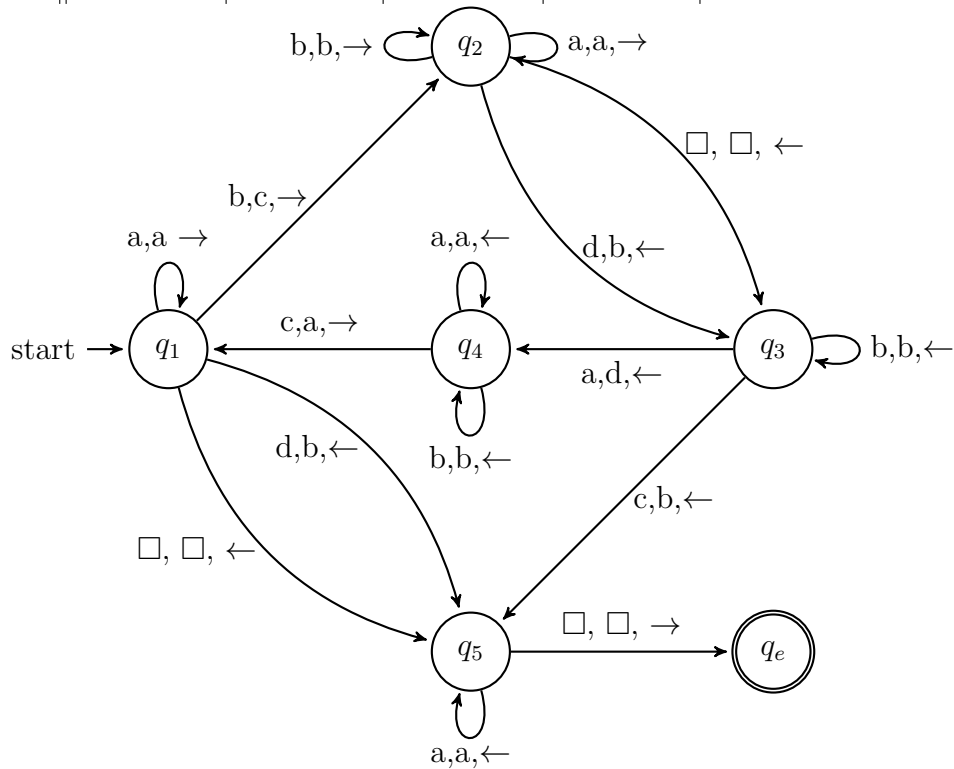
$\Pi = \{a,b,c,d,\square\}$

$s_0 = q_1$

$F = \{q_e\}$

δ siehe Tabelle / Diagramm

δ	a	b	c	d	\square
q_1	(q_1, a, \rightarrow)	(q_2, c, \rightarrow)	-	(q_5, b, \leftarrow)	$(q_5, \square, \leftarrow)$
q_2	(q_2, a, \rightarrow)	(q_2, b, \rightarrow)	-	(q_3, b, \leftarrow)	$(q_3, \square, \leftarrow)$
q_3	(q_4, d, \leftarrow)	(q_3, b, \leftarrow)	(q_5, a, \leftarrow)	-	-
q_4	(q_4, a, \leftarrow)	(q_4, b, \leftarrow)	(q_1, a, \rightarrow)	-	-
q_5	(q_5, a, \leftarrow)	-	-	-	$(q_6, \square, \rightarrow)$



a) Geben Sie an, welches Ergebnis T_x unter Eingabe von $\omega_1, \dots, \omega_4$ berechnet wird.

	Eingabe	Ergebnis
1)	$\omega_1 = aabba$	aaabb
2)	$\omega_2 = aaababbbb$	aaaabbbbb
3)	$\omega_3 = babab$	aabbb
4)	$\omega_4 = bbaaa$	aaabb

b) (#, q1, abba)(a, q1, bba)(ac, q2, ba)(acb, q2, a)(acba, q2, #)(acb, q3, a)
 (ac, q4, bd)(a, q4, cbd)(aa, q1, bd)(aac, q2, d)(aa, q3, cb)(a, q5, abb)(#, q5, aabb)
 (#, q5, #aabb)(#, qe, aabb)

- b) Geben Sie alle Konfigurationen an, welche T_x , ausgehend von der Startkonfiguration, bis zur Endkonfiguration bei der Eingabe $\omega_4 = \mathbf{abba}$ durchläuft. Geben Sie dann die Ausgabe der Turingmaschine T_x für die Eingabe ω_4 an.
- c) Was macht die Turingmaschine T_x mit einem beliebigen Eingabewort $\omega_x \in \Sigma^*$?

Die Eingabe wird sortiert.

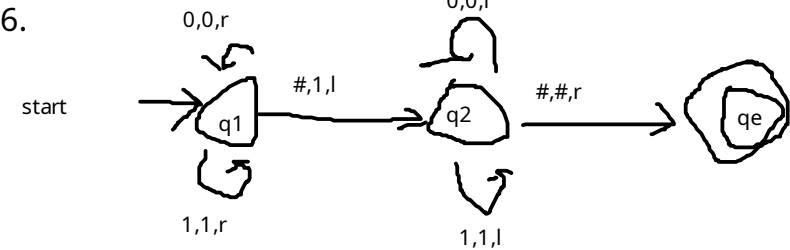
Aufgabe 6

Erstellen Sie eine Turing-Maschine, die eingegebene binäre Zahl mit zwei multipliziert und 1 addiert.

Aufgabe 7

Geben Sie für die angegebenen Grammatiken an, welcher Chomsky-Hierarchie (Typ-0 bis Typ-3) sie zuzuordnen sind.

Grammatik	Typ(0-3)
$A \rightarrow AbC aBc$ $aB \rightarrow CA b bCb$ $Ba \rightarrow cba bA$ $C \rightarrow a b c$	1
$A \rightarrow aB Cc$ $B \rightarrow bA d$ $C \rightarrow cB a b$	3
$A \rightarrow aAaa bbBC$ $bbB \rightarrow cC abcA$ $BC \rightarrow cBa \epsilon$ $C \rightarrow abc cba$	1
$A \rightarrow Bb Cb$ $B \rightarrow Ac \epsilon$ $C \rightarrow Bb Aa$	2



Aufgabe 8

Geben Sie an, welchen Typ die angegebenen Grammatiken nach Chomsky haben und welches Automatenmodell mindestens erforderlich ist, um die Sprache der angegebenen Grammatik zu erkennen.

Grammatik	Chomsky-Hierarchiestufe	Automat
$A \rightarrow aB cC$ $B \rightarrow Ab b$ $C \rightarrow aC bB c$	3	Endlicher
$A \rightarrow aC bB$ $B \rightarrow cA \epsilon$ $aBc \rightarrow bC \epsilon$ $C \rightarrow bB cC$	1	Turing
$A \rightarrow aAa cBBc$ $B \rightarrow bB Cd$ $aBa \rightarrow aaB Baa$ $C \rightarrow bA cB a$ $dC \rightarrow Bdd$	1	Turing
$A \rightarrow Ba Ab$ $B \rightarrow Cc \epsilon$ $C \rightarrow Ac Cb$	2	Keller
$A \rightarrow CB cAb$ $B \rightarrow aBc b$ $aaB \rightarrow Ba Baa$ $C \rightarrow cCc a$	1	Turing

Aufgabe 9

10 Geben Sie an, welchen Typ die angegebenen Grammatiken nach Chomsky haben und welches Automatenmodell mindestens erforderlich ist, um die Sprache der angegebenen Grammatik zu erkennen.

Grammatik	Typ (nach Chomsky)	Automat
$A \rightarrow bA cc$ $B \rightarrow aB Bc b$ $C \rightarrow aC bb c$	3	Endlicher
$A \rightarrow ACc cc$ $B \rightarrow BB aBc b$ $C \rightarrow cBc b$ $Cbb \rightarrow Ab bbB$	1	Turing
$A \rightarrow aAa cBBc$ $B \rightarrow bB Cd$ $aB \rightarrow Ba aA$ $C \rightarrow Ab bB c$ $Ca \rightarrow Aaa$	1	Turing
$A \rightarrow bA aB$ $B \rightarrow cC \epsilon$ $C \rightarrow aC cB$	2	Keller
$A \rightarrow bA aB$ $B \rightarrow Abb b$ $C \rightarrow aCa bbA c$	2	Keller