

Testes adaptativos computadorizados como um Processo de Decisão Markoviano

Patricia Gilavert Fernandes
Orientador: Prof. Dr. Valdinei Freire da Silva

Universidade de São Paulo - EACH

Dezembro 2020

- 1 Introdução
- 2 Conceitos fundamentais
- 3 Proposta de Pesquisa
- 4 Trabalhos correlatos
- 5 Experimentos preliminares

- Testes Adaptativos Computadorizados (CAT): abordagem de medição que gera testes sob medida para os examinados com base em suas respostas aos itens anteriores;
- Destaque em relação aos testes tradicionais;
- Critérios fundamentais: seleção de itens e parada;
- Utilização da Teoria de Resposta ao Item (TRI);
- Pode ser entendido como um processo de decisão sequencial.
 - Processo de decisão Markoviano.

- Construção de um CAT como um MDP;
- Obter estimativa da habilidade mais próxima da real com menor quantidade de itens possíveis;
- Específico: comparações dos resultados com dados reais e simulados.

- Uso do MDP no CAT:
 - Melhor a estimativa da habilidade dos indivíduos;
 - Menor número de itens;
 - Olha um horizonte longo de tempo.
- Teste: medição das curvas de precisão da habilidade do aluno por itens realizados e a quantidade de itens necessários para atingir uma precisão predeterminada no CAT proposto e em um conjunto de CATs clássicos.

- TRI: Teoria de Resposta ao Item
- CAT: Testes Adaptativos Computadorizados
- MDP: Processos de Decisão Markoviano

- Descreve a probabilidade de um indivíduo obter um certo escore em um item em função do nível do traço latente;
- Probabilidade influenciada por parâmetros dos itens;
- Modelo mais usado para itens dicotômicos é o ML3:

$$\Pr(X_{ij} = 1 \mid \theta_j; a_i, b_i, c_i) = c_i + \frac{(1 - c_i)}{1 + \exp[-Da_i(\theta_j - b_j)]}.$$

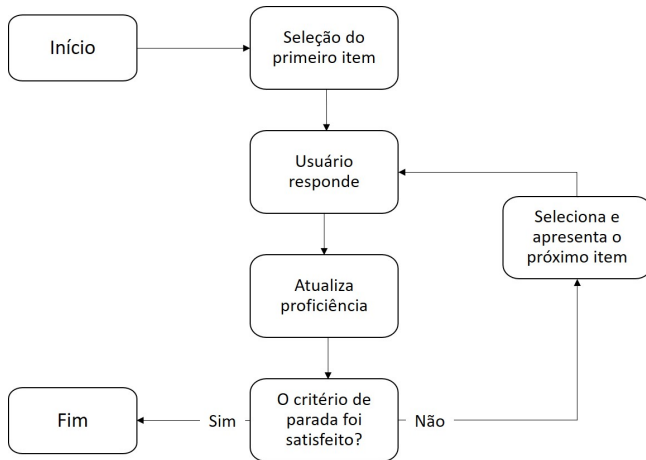
- Estimação dos parâmetro dos itens e da habilidade: método de máxima verossimilhança ou método Bayesiano.
- Informações *a priori*:
 - Modelo dos itens;
 - Probabilidade de acertar as questões de acordo com o ML3;
 - distribuição *a priori* de θ : $f(\theta)$.

Método Bayesiano

- $\hat{\theta}$ representado pela média da distribuição *a posteriori*.
- Após uma pergunta q , obtém-se uma resposta R e por meio do ML3 calcula-se $P(R|\theta, q)$.
- Seguindo o teorema de Bayes, *a posteriori* para θ é:

$$f(\theta|q_1, R_1, \dots, q_n, R_n) = \frac{f(\theta) \prod_{i=1}^n \Pr(R_i|q_i, \theta)}{\Pr(q_1, R_1, \dots, q_n, R_n)} \propto f(\theta) \prod_{i=1}^n \Pr(R_i|q_i, \theta).$$

CAT clássico



Seleção de itens:

- Informação de Fisher;
- MLWI;
- MPWI;
- KL;
- KLP.

Critérios de parada:

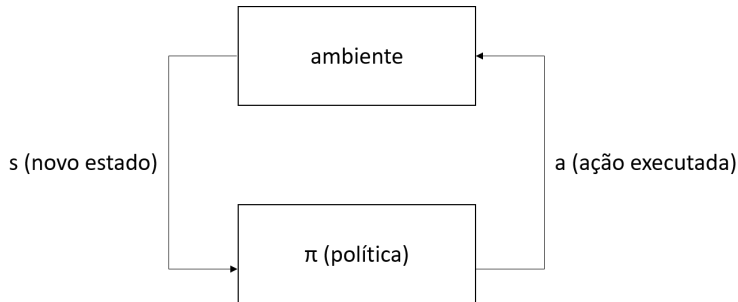
- Número máximo de questões;
- Erro padrão;
- Variância;
- Informação.

Pontos de atenção:

- Critérios de seleção de itens são gulosos;
- Critério de seleção e parada são predefinidos independentemente.

Processo de Decisão Markoviano

Modelo de um agente que interage em sincronia com um ambiente.



Fonte: Adaptado de Pellegrini e Wainer (2007).

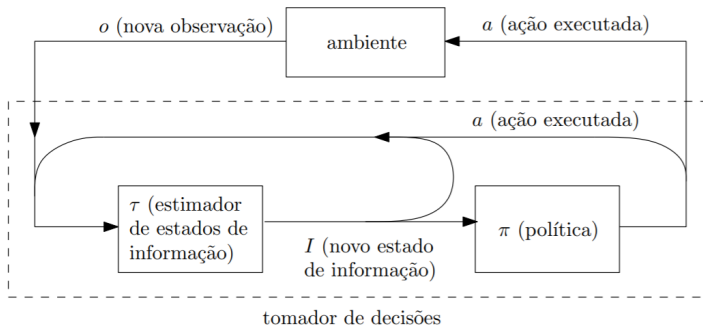
Objetivo: encontrar a política ideal que otimiza uma métrica de desempenho, resultando em maiores recompensas dado cada estado.

Pode ser descrito por uma tupla (S, A, T, R) , onde:

- S é um conjunto de estados;
- A é um conjunto de ações;
- $T : S \times A \times S \mapsto [0, 1]$ é uma função que dá a probabilidade de o sistema passar para um estado $s' \in S$, dado que o processo estava em um estado $s \in S$ e o agente decidiu executar uma ação $a \in A$ ($T(s'|s, a)$);
- $R : S \times A \mapsto \mathbb{R}$ é uma função que dá o recompensa (ou custo) por tomar uma decisão $a \in A$.

Processo de Decisão Markoviano parcialmente observável

O estado atual do sistema não é conhecido.



Fonte: Pellegrini e Wainer (2007).

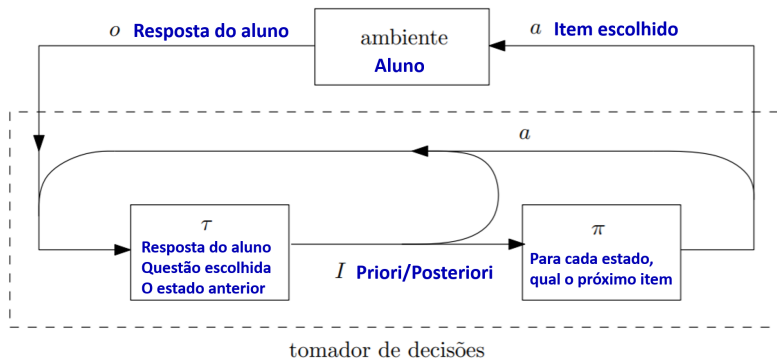
Processo de Decisão Markoviano parcialmente observável

Um POMDP pode ser descrito por (S, A, T, R, Ω, O) , onde:

- S, A, T e R descrevem MDP;
- Ω é um conjunto de observações que são obtidas em cada época de decisão; e
- $O : S \times A \times \Omega \mapsto [0, 1]$ é uma função que dá a probabilidade de uma observação o ser verificada, dados um estado s e a última ação a executada.

Proposta de Pesquisa

CAT utilizando MDP:



- Recompensa: função de quantidade de itens e precisão da avaliação do aluno.

- El-Alfy (2011): RL para testes de domínio sequencial com o objetivo é classificar cada pessoa examinada, usando o número mínimo de itens de teste.
- Nurakhmetov (2019): investigação de como CATs podem ser considerados como um processo de decisão sequencial.
- Jatobá *et al.* (2020) cria uma abordagem que personaliza o processo de seleção de itens no CAT, considerando o uso de mais de um critério.

- A construção de CATs como um MDP para encontrar o escore $\hat{\theta}$ do indivíduo ainda não foi explorado.
- O uso do MDP para trabalhar com critério de seleção de itens e critério de parada juntos não foi explorado.

- Métricas de desempenho para o modelo desenvolvido.
- Comparação com resultados de outros trabalhos.
- Testes nas bases de dados do ENEM e em bases internacionais com mais itens.
- Comparação com resultados do modelo em dados simulados.

Cronograma

Atividades	2020												2021							
	4	5	6	7	8	9	10	11	12	1	2	3	4	5	6	7	8			
Revisão bibliográfica	×	×																		
CAT Bayesiano		×	×	×																
Avaliação de compromissos				×	×	×														
CAT como um MDP							×	×	×	×	×									
Experimentos: reais e simulados											×	×								
Análise dos resultados												×	×	×						
Dissertação			×	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×						
Escrita de artigo														×	×	×	×			

Fonte: Elaborado pela autora (2020).

- Contribuição para a área da educação e para a construção de CATs.
- Os resultados esperados podem ser aplicados em provas com resposta dicotômica.

Experimentos preliminares

- Avaliar compromissos entre critérios de seleção de itens e critérios de parada;
- Avaliar como esses compromissos variam com a base de itens escolhida;
- Avaliar como esses compromissos variam com as respostas dos alunos.

Avaliação de compromissos

- Simulação de um CAT com abordagem Bayesiana.
- Habilidade θ definida para teste: sequência de números entre -2,5 e 2,5 variando-se em 0,5 (11 habilidades).
- 4 bancos de itens de tamanho 100, considerando o modelo ML3 com parâmetros:
 - $a_i \sim \text{log-normal}(0; 0, 35)$;
 - $b_i \sim \text{uniforme}(-3; 3)$ ou $b_i \sim \text{normal}(0; 1)$;
 - $c_i \sim \text{beta}(2; 5)$; e
 - $d = 1,7$ (modelo normal).
- Para cada base, simulação de 50 respostas de cada aluno.

- Distribuição *a priori* para $\Pr(\theta)$: *normal*(0; 1);
- Distribuição *a posteriori*: discretizada em 10.000 valores espaçados igualmente entre -5 e 5 , associando uma densidade de probabilidade normal padrão e normalizando.
- A cada iteração calcula-se:
 - A média de θ discretizado;
 - O desvio padrão e a variância de θ discretizado; e
 - A informação de cada item selecionado.

- Inicialização do teste: seleção aleatória de itens com parâmetro b entre $-0,5$ e $0,5$ (itens medianos).
- Após a administração do item, calcula-se a primeira estimativa para a habilidade θ .

Seleção de itens:

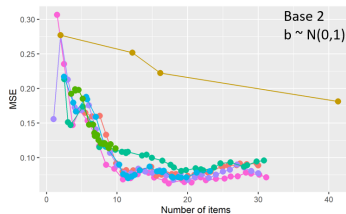
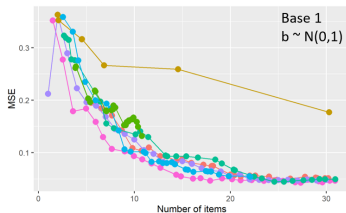
- Informação de Fisher;
- KL;
- KLP;
- MLWI;
- MPWI.

Critérios de parada:

- Número de questões;
- Erro padrão;
- Variância da *posteriori*;
- Informação mínima;
- Variância dos últimos 5 itens;
- Erro padrão relativo;
- Diferença de θ .

Resultados

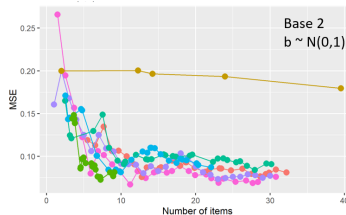
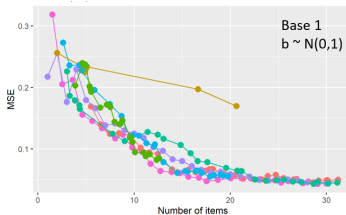
Habilidade: 0 e Seleção de itens: mpwi



Critério de parada

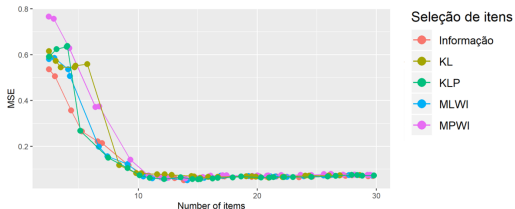
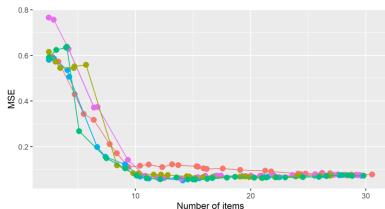
- Variação dos últimos 5 pontos
- Erro padrão
- Erro padrão relativo
- Informação mínima
- Diferença de θ
- Número de questões
- Variação da posteriori

Habilidade: 0 e Seleção de itens: kl

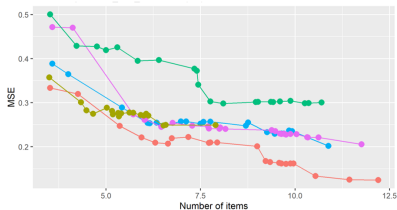
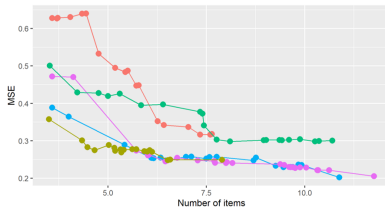


Resultados

Habilidade: -1,5 e Critério de parada: informação

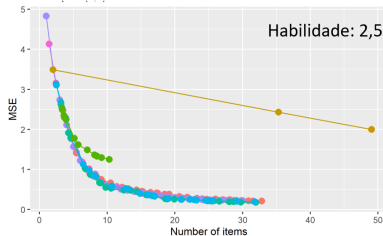
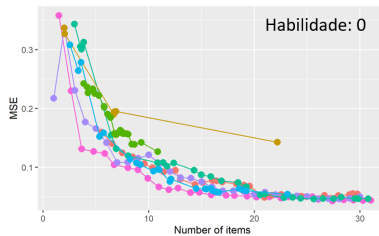
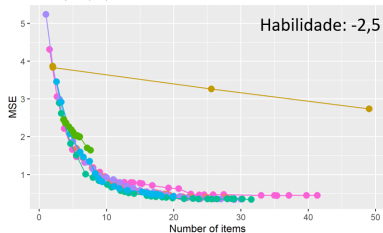


Habilidade: -1,5 e Critério de parada: erro relativo



Resultados

Seleção de itens: klp

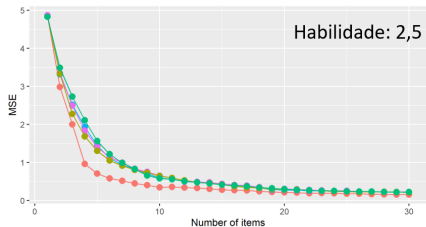
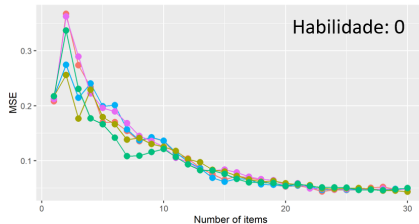
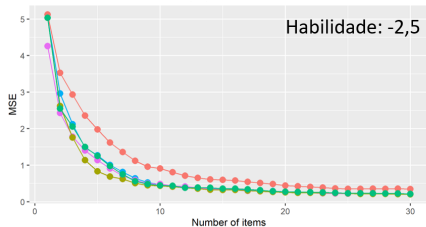


Critério de parada

- Variância dos últimos 5 pontos
- Erro padrão
- Erro padrão relativo
- Informação mínima
- Diferença de θ
- Número de questões
- Variância da posteriori

Resultados








Critério de parada: número de questões



Seleção de itens

- Informação
- KL
- KLP
- MLWI
- MPWI

- O melhor critério de seleção de itens e o melhor critério de parada dependem do tipo do banco itens;
- Certos critérios não são bons para alunos com habilidades muito baixas ou muito altas;
- Certos critérios não são bons para alunos medianos.
- A função de **recompensa** do MDP tentará otimizar os critérios de acordo com os itens e habilidades.

-  EL-ALFY, E.-S. M. A reinforcement learning approach for sequential mastery testing. p. 295–301, 2011.
-  JATOBÁ, V. M. G.; FARIAS, J. S.; FREIRE, V.; RUELA, A. S.; DELGADO, K. V. Alicat: a customized approach to item selection process in computerized adaptive testing. *Journal of the Brazilian Computer Society*, Springer, v. 26, p. 1–13, 2020.
-  LINDEN, W. J. van der; GLAS, C. A. *Computerized Adaptive Testing: Theory and Practice*. Boston, MA: Springer Science & Business Media, 2000.
-  NURAKHMETOV, D. Reinforcement learning applied to adaptive classification testing. In: *Theoretical and Practical Advances in Computer-based Educational Measurement*. Cham: Springer, 2019. p. 325–336.
-  PELLEGRINI, J.; WAINER, J. Processos de decisão de markov: um tutorial. *Revista de Informática Teórica e Aplicada*, v. 14, n. 2, p. 133–179, 2007.
-  SPENASSATO, D.; BORNIA, A.; TEZZA, R. Computerized adaptive testing: A review of research and technical characteristics. *IEEE Latin America Transactions*, v. 13, n. 12, p. 3890–3898, 2015.
-  STAFFORD, R. E.; RUNYON, C. R.; CASABIANCA, J. M.; DODD, B. G. Comparing computer adaptive testing stopping rules under the generalized partial-credit model. *Behavior research methods*, Springer, v. 51, n. 3, p. 1305–1320, 2019.

Obrigada!