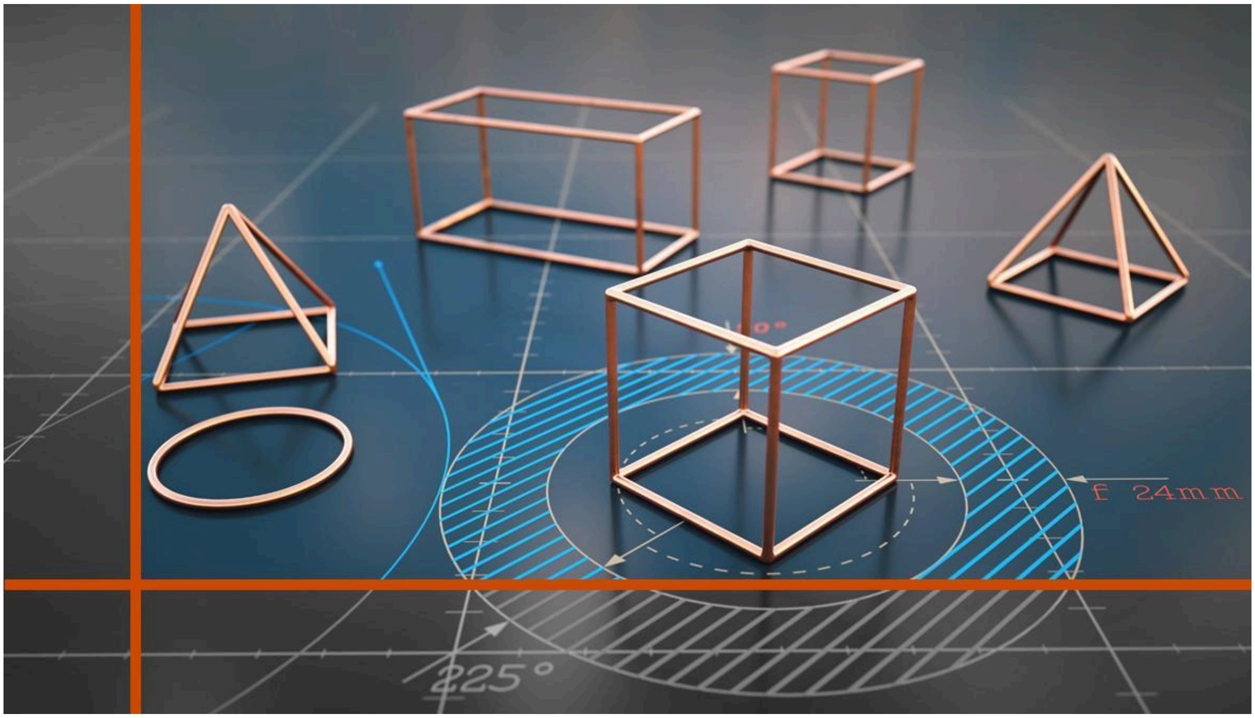


Université de Yaoundé 1
Département d’informatique
Option Génie Logiciel
Année académique: 2023 - 2024

INF 4178 - Software Engineering

Mathematical Modeling in Software Engineering

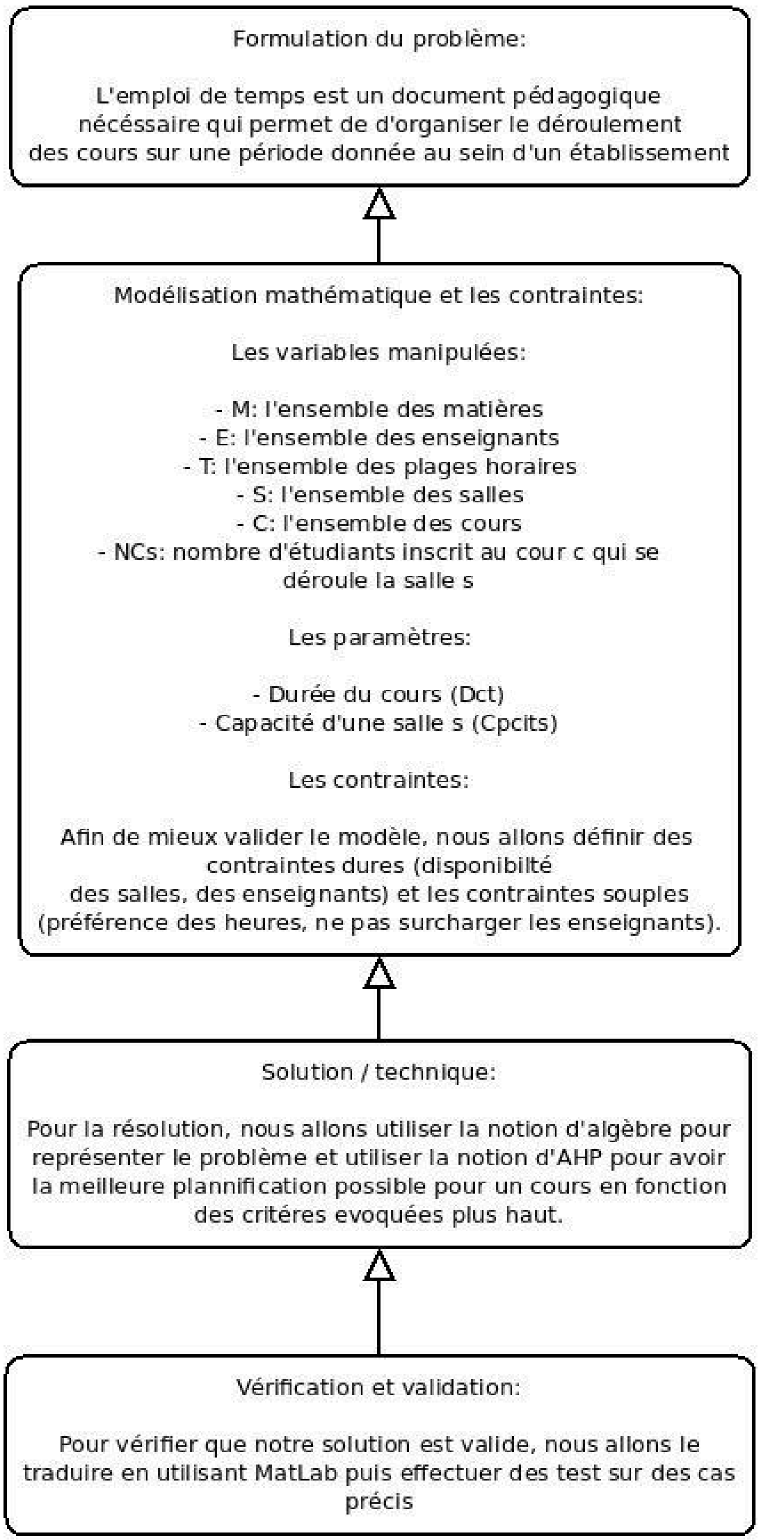
NJIOSSEU TCHOUTCHUI CHARLES LOIC	20U2659
MAFOKAM MACBOU LAURETTE	19M2085
NEGOUE MAFO PATRICIA	20U2603
LEUNA FIENKAK NKEHEUP	20U2698

Supervisor: **Dr KIMBI XAVIERA**

PLAN

1. Processus de modélisation mathématiques
2. Contraintes dures et contraintes souples
    a. Contraintes dures
    b. Contraintes souples
3. Modèle mathématique du système de programmation d’emploi de temps
4. Utilisation de AHP pour le calcul du modèle mathématique et la fonctions objective pour tous les enseignants et tous les cours

1. PROCESSUS DE MODÉLISATION MATHÉMATIQUE



Annotated Schematic View of Mathematical Modeling Processes

2. CONTRAINTES DURES ET CONTRAINTES SOUPLES

a. Contraintes dures

Il s'agit de conditions non négociables qui doivent être strictement respectées dans un calendrier ou une solution. Si une contrainte forte n'est pas respectée, l'ensemble du calendrier ou de la solution est considéré comme non valide. Une contrainte forte est comme une règle qui dit : « Ceci doit se produire », et il n'y a pas de place pour la négociation.

On a pour le système:

- Un enseignant ne peut donner qu'un cours à la fois
- Une salle ne doit accueillir qu'un cours à la fois.
- Un cours ne doit pas être programmé entre 22H et 6H
- La capacité d'une salle doit être supérieure ou égale au nombre d'étudiants présents au cours qui doit se dérouler dans cette salle.

b. Contrainte souples

Les contraintes souples (ou flexibles) sont des préférences qui influencent la solution optimale mais ne doivent pas nécessairement être satisfaites

On a pour le système:

- Préférence des horaires des enseignants
- Ne pas surchargé l'enseignant.
- Un enseignant peut dispenser plusieurs cours.
- Préférences des étudiants pour les horaires des cours : Il est souhaitable de planifier les cours en tenant compte des préférences des étudiants, comme éviter les cours tôt le matin ou tard dans l'après-midi.

3. MODÈLE MATHÉMATIQUE DU SYSTÈME DE PLANIFICATION D’EMPLOI DE TEMPS

- Notion mathématique: **Algèbre**
- Variables:
  - Soit $M = \{m_1, m_2, m_3, .., m$⍰$\}$: *l’ensemble de n matières*,
  - Soit $E = \{e_1, e_2, ..., e$⍰ $\}$: *Ensemble des m enseignants*
  - Soit $T = \{t_1, t_2, ..., ti\}$: *Ensemble des i enseignants*
  - Soit $S = \{s_1, s_2, ..., s$⍰$\}$: *Ensemble des j salles*
  - Soit $C = \{c_1, c_2, ..., cf\}$: *Ensemble des f cours*
  - $NCs(c, s)$: *Nombre d'étudiant présent au cour c qui se déroule dans la salle s*
  - Soit $t' = \{22H - 6H\}$: *une plage horaire*

- Paramètres:
  - Durée du cours c: Dct
  - Capacité de la salle s: *Cpcité*⍰

Représentation de la notion de cours

$c = \{(e, s, t, m) | e \in E, s \in S, t \in T, m \in M\}$

- Variable décisionnelle:
  - Soit $Xcste$, une variable qui vaut 1 si l’enseignant e dispense le cour c dans une salle s sur une plage horaire t et vaut 0 si non.

  - Soit $Xcst$ une variable qui vaut 1 si le cour C est programmé dans la salle s à une plage horaire t.

- Modélisation mathématique des contraintes:
  - Un enseignant ne peut donner qu’un cours à la fois

    $\sum e \in E \ (Xcste) \leq 1$; $\forall c \in C, \ s \in S, \ t \in T$: Qui signifie que la somme de toutes les possibilité que l’ enseignant e donne cours dans la salle s à une plage horaire t doit être supérieur ou égal à 1.

- Une salle s ne peut accueillir qu'un cours à la fois

  $\sum s \in S\, Xcst \leq 1\ ;\ \forall\, c \in C,\ s \in S$

- Un cours ne doit pas être programmé entre 22H et 6H (t')

  $Xcst\ = 0\ ;\ \forall\, t\ =\ t'$

- La capacité d'une salle doit être supérieure ou égale au nombre d'étudiants inscrits au cours qui doit se dérouler dans cette salle.

  $Cpcité \geq NCs(c, s)$

- Algorithme

Considérons un emploi de temps défini sur une période donnée. (Une semaine).

Soit Hc le meilleur intervalle de planification d'un cours c pour un enseignant e. (Cette valeur sera obtenue à partir du processus AHP).

Soit Nc le nombre total des cours de l'enseignant e dans l'emploi de temps
L'objectif étant de minimiser les pénalités (maximiser la présence), on définit la fonction Pe de présence/pénalité comme suit:

$Pe\ =\ (\frac{F(Hc)}{Nc})\ \times\ 100\ =\ \{1\ si\ e\ n'a\ manqué\ aucun\ cours,\ \ <1\ si\ e\ a\ manqué\ un\ ou\ plusieurs\ cours\}$

où $F(Hc)$ retourne le nombre total des cours de e planifiés à Hc .

4. UTILISATION DE AHP POUR LE CALCUL DU MODÈLE MATHÉMATIQUE ET LA FONCTIONS OBJECTIVE POUR TOUS LES ENSEIGNANTS ET TOUS LES COURS

a. Processus analytique hiérarchique (AHP)

- But: Trouver la meilleure plage horaire pour planifier un cours précis.

- Critères:
    - Disponibilité de l’enseignant (De)
    - Disponibilité de la salle (Ds)
    - Capacité de la salle (Cs)
    - Ncs

- Alternatives:
    - Matin (7H -9H55)
    - Midi (10H05 - 12H55)
    - Après-midi (13H05 - 15H55)
    - Soir (16H05 - 18H55)

- Comparaisons par paires:

Considérons les préférences d’un enseignant e. **figure a**

	De	Ds	Cs	Ncs
De	1	3	5	9
Ds	1/3	1	5	5
Cs	1/5	1/5	1	3
Ncs	1/9	1/5	1/3	1

- Poids des critères

	De	Ds	Cs	Ncs	Poids
De	0,61	0,68	0,44	0,50	0,558
Ds	0,20	0,23	0,44	0,28	0,287
Cs	0,12	0,05	0,09	0,17	0,106
Ncs	0,07	0,05	0,03	0,06	0,05

- Vérification de la consistance

	De	Ds	Cs	Ncs	Somme	S. poids
De	0,56	0,86	0,53	0,45	2,39	4,29
Ds	**0,18**	**0,29**	**0,53**	**0,25**	**1,25**	**4,35**
Cs	0,11	0,06	0,11	0,15	0,42	4,01
Ncs	0,06	0,06	0,04	0,05	0,20	4,12

On a donc:

- $\lambda c = 4$
- $\lambda_{max} = 4.190$
- CI (Consistency Index) = 0.063
- CR(Consistency Ratio) = 0.07

- Synthèse des résultats

De l'étape précédente, on déduit que pour l'enseignant e, le critère le plus important pour la planification de ses cours est La disponibilité de la salle (**Ds**)

Tableau des données pour l'enseignant e: **figure b**

Alternatives	De	Ds	Cs	Ncs
Matin	1	0	60	62
Midi	0	1	60	70
Après - midi	1	1	60	35
Soir	1	0	60	10

Poids des critères pour chaque alternatives

Alternatives	De	Ds	Cs	Ncs
Matin	0.558	0	6.36	3.1

Midi	0	0.287	6.36	3.5
Après - midi	0,558	0.287	6.36	1.75
Soir	0.558	0	6.36	0.5

Classement des alternatives

Alternatives	Somme des poids
Matin	10.018
Midi	**10,147**
Après - midi	8,955
Soir	7.418

Donc , afin de minimiser les pénalités de l'enseignant e, ses cours doivent être planifiés à **midi.**

b. Application du calcul de la fonction objectives de présence/pénalité pour les enseignants et les cours

Considérons un emploi du temps sur une période de 6 jours.

Soit e, un enseignant ayant Nc cours dans l'emploi de temps et ayant les préférences de la figure a et figure b

On suppose que l'enseignant e a cours 3 fois dont 2 à **midi** et 1 le soir (Hc = midi).

$$Pe = \left(\frac{F(Hc)}{Nc}\right) \times 100 = \frac{2}{3} \times 100 = 66.66\,\%$$