



Département d'Informatique

INF4048 (Compilation II) : Fiche de TD N°1  
20 mars 2020  
Etienne Kouokam

EXERCICE 1 [Généralités sur les grammaires]

1.1 Construire une grammaire pour chacun des langages suivants :

1.1.1  $L_1 =$  Le langage des palindromes sur l'alphabet  $\{0, 1\}$ .

1.1.2  $L_2 = \{w \in \{0, 1\}^* \mid w = w^R \text{ et } w \text{ est pair}\}$

1.1.3  $L_3 = \{w \in \{0, 1\}^* \mid w \text{ contient au moins trois 1s}\}$

1.1.4  $L_4 = \{a^i b^j c^k \mid i, j, k > 0 \text{ et } i + j = k\}$

1.2 Etant donnée la grammaire  $G_1 \begin{cases} S \rightarrow (L) \mid a \\ L \rightarrow L, S \mid a \end{cases}$

1.2.1 Quels sont les symboles terminaux et non terminaux ?

1.2.2 Donner les arbres de dérivation pour chacun des cas suivants :  $(a, a)$ ;  $(a, (a, a))$ ;  $(a, ((a, a), (a, a)))$

1.2.3 Construire une dérivation à gauche et une dérivation à droite pour chacune des phrases de la question précédente.

1.3 Etant donnée la grammaire  $G_2 \begin{cases} S \rightarrow aB \mid bA \\ A \rightarrow a \mid aS \mid bAA \\ B \rightarrow b \mid bS \mid aBB \end{cases}$

1.3.1 Trouver pour le mot  $aaabbabbba$  une dérivation à gauche, une dérivation à droite et un arbre de dérivation.

1.3.2 Montrer par récurrence sur  $|w|$  que  $L(G)$  est l'ensemble des mots de longueur non nulle qui contiennent autant de  $a$  que de  $b$ .

1.3.3 Construire une dérivation à gauche et une dérivation à droite pour chacune des phrases de la question précédente.

EXERCICE 2 [Simplification dans les grammaires]

On considère différentes grammaires dont les productions sont les suivantes :

$$G_1 \begin{cases} S \rightarrow aAAB \\ S \rightarrow CC \mid cA \\ A \rightarrow aA \mid a \\ C \rightarrow cC \end{cases} \quad G_2 \begin{cases} S \rightarrow AB \\ A \rightarrow aA \mid \epsilon \\ B \rightarrow b \mid \epsilon \end{cases} \quad G_3 \begin{cases} S \rightarrow ABc \\ A \rightarrow B \\ B \rightarrow b \mid c \end{cases} \quad G_4 \begin{cases} S \rightarrow AB \mid CA \\ A \rightarrow a \mid b \mid \epsilon \\ B \rightarrow BC \mid DB \\ C \rightarrow E \mid \epsilon \\ D \rightarrow a \mid d \\ E \rightarrow aB \mid c \mid d \mid \epsilon \end{cases}$$

2.1 Supprimer (en expliquant) les symboles inutiles de la grammaire  $G_1$

2.2 Supprimer (en expliquant) les  $\epsilon$ -productions de la grammaire  $G_2$

2.3 Supprimer (en expliquant) les règles unitaires de la grammaire  $G_3$ .

**2.4** Transformer la grammaire  $G_4$  en une grammaire équivalente (sans  $\epsilon$ ) sans symboles inutiles, sans  $\epsilon$ -productions et sans règles unitaires

### EXERCICE 3 [Formes normales de Chomsky (CNF) et Greibach (GNF)]

On considère différentes grammaires dont les productions sont les suivantes :

$$G_1 : S \rightarrow aSb \mid \epsilon \quad G_2 \left\{ \begin{array}{l} S \rightarrow ASB \mid \epsilon \\ B \rightarrow b \end{array} \right. \quad G_3 \left\{ \begin{array}{l} S \rightarrow aB \mid bA \\ A \rightarrow a \mid aS \mid bAA \\ B \rightarrow b \mid bS \mid aBB \end{array} \right. \quad G_4 \left\{ \begin{array}{l} S \rightarrow AB \mid C \\ A \rightarrow aAb \mid ab \\ B \rightarrow cBd \mid cd \\ C \rightarrow aCd \mid aDd \\ D \rightarrow bDc \mid bc \end{array} \right.$$

**3.1** Quel est le langage généré par chacune de ces grammaires ? Qu'en déduit-on ?

**3.2** Sont-elles de Chomsky ? De Greibach ? Sinon la/les mettre sous CNF/GNF.

**3.4** Mettre la grammaire suivante sous forme normale de Greibach

$$G_4 \left\{ \begin{array}{l} S \rightarrow XA \mid BB \\ B \rightarrow b \mid SB \\ X \rightarrow b \\ A \rightarrow a \end{array} \right.$$

### EXERCICE 4 [Opération de clôture & Lemme de pompage]

En vous servant du lemme de pompage adapté aux langages hors-contexte, montrer que les langages suivants ne sont pas hors-contexte :

**4.1** Montrer que les langages hors-contexte sont clos pour l'Union, la concaténation et l'étoile

**4.2**  $L_2 = \{a^n b^n c^i \mid i \leq n\}$ .

**4.3**  $L_2 = \{0^p \mid p \text{ est premier}\}$

**4.4**  $L_2 = \{w \mid |w|_a < |w|_b < |w|_c\}$