# QUESTÃO 3

a) Se $m \leq n$, então $g(x) = 0, \forall x$;

Para $m \leq n$, $f(x)$ é um polinômio de grau $m$.

$P_n(x)$ é o polinômio interpolador para os pontos dados $(x_0, f(x_0)), \dots, (x_n, f(x_n))$

A diferença dividida de $f(x)$ para $n+1$ pontos incluindo $x$ será zero, pois $P_n(x)$ já interpola todos os pontos

se $f(x) = P_n(x)$, então a diferença dividida $g(x)$ é dada por:

$$g(x) = f[x_0, \dots, x_n, x] = \frac{f[x_1, \dots, x_n, x] - f[x_0, \dots, x_{n-1}]}{x - x_0}$$

Como $f(x)$ é um polinômio de grau $\leq n$, todas as diferenças divididas de ordem maior que $n$ são zero. Logo, $g(x) = 0, \forall x$.

B) Para $m > n$, $f(x)$ é um polinômio de grau $m$

$P_n(x)$ interpola $n+1$ pontos

$f(x) - P_n(x)$ é um polinômio de grau $m$

$$f(x) = P_n(x) + g(x) \prod_{i=0}^{n} (x - x_i)$$

e
$$g(x) = \frac{f(x) - P_n(x)}{\prod_{i=0}^{n} (x - x_i)}$$

Como $f(x)$ é um polinômio de grau $m$ e $P_n(x)$ é um polinômio de grau $m$, a diferença $f(x) - P_n(x)$ é um polinômio de grau $m$

Logo $g(x) = m - (n+1) = m - n - 1$