NOME: Patricia S. Rodrigues Nº USP: 11315590

LISTA 3:

(a) Se $(a,b)=1$, então $\phi(ab)=\phi(a)\phi(b)$

Prova: A partir da tabela

1	(m+1)	2(m+1)	(n-1) m+1
2	(m+2)	2(m+2)	(n-1) m+2
3	(m+3)	2(m+3)	(n-1) m+3
⋮	⋮	⋮	⋮
m	2m	3m	nm

Considerando $a = mdc(m,r)$, temos que, para $a>1$, não haverá nenhum número da r-ésima linha que será relativamente primo (pela definição dada em aula de $\phi(n) = x \mid mdc(n,x)=1$), pois $a \mid Km+r$ para todos os Ks. Logo, observando as linhas organizadas por valores de r, podemos ponderar os os relativamente primos

t.q. $mdc(r,m)=1$

Desta maneira, pelo algoritmo euclidiano $(mdc(Km+r,m)=1)$ serão considerados relativamente primos para m ☒

(b) Se p é primo,

$\phi(p^K) = p^K - p^{K-1}$

Prova: Para provar $\phi(p^K) = p^K - p^{K-1}$, pode-se listar os números entre 1 e p^K:

$(1, 2, 3, 4, 5, \ldots, p^K)$

Nesta sequência, temos p^K números.

Ademais, seja p um fator comum, existirá um fator comum com $p^K \iff$ p for um divisor:

$(p.1, p.2, p.3, p.4, p.5, \ldots, \frac{p^K}{p})$ Basta multiplicar pela sequência

Logo: $(p.1, p.2, p.3, p.4, p.5, \ldots, p^{K-1}$.

☒