(5)

$f(x) = x^3 - a = 0$

$g(x) = x \Rightarrow f(x) + x = x$

$-x^3 + x + a = g(x) = x$

$g'(x) = -3x^2 + 1$

$|g'(x)| < \rho < 1 \Rightarrow$ garante convergência

$\Rightarrow |-3x^2 + 1| < \rho < 1$

$\Rightarrow |-3x^2 + 1| < 1$

$-1 < -3x^2 + 1 < 1$

$-2 < -3x^2 < 0$

$-\frac{2}{3} < -x^2 < 0 \quad (-1)$

$0 < x^2 < \frac{2}{3}$

$0 < |x| < \sqrt{2/3}$

$-\sqrt{\frac{2}{3}} = -0,816496\ldots$

$\sqrt{\frac{2}{3}} = 0,816496\ldots$

$\Rightarrow -\sqrt{\frac{2}{3}} < x < 0$ e $0 < x < \sqrt{2/3}$

(2 intervalos possíveis que garante a convergência

5

Para determinar o valor de "a", podemos substituir na inequação x por $\sqrt[3]{a}$

$$-\sqrt{\frac{2}{3}} < x < 0 \text{ ou } 0 < x < \sqrt{2/3}$$

$$\Rightarrow -\sqrt{\frac{2}{3}} < \sqrt[3]{a} < 0 \text{ ou } 0 < \sqrt[3]{a} < \sqrt{\frac{2}{3}}$$

$$\left(-\sqrt{\frac{2}{3}}\right)^3 < a < 0^3 \text{ ou } 0^3 < a < \left(\sqrt{\frac{2}{3}}\right)^3$$

$$-\left(\frac{2}{3}\right)^{1/2 \cdot 3} < a < 0 \text{ ou } 0 < a < \left(\frac{2}{3}\right)^{1/2 \cdot 3}$$

$$-\sqrt{\frac{8}{27}} < a < 0 \text{ ou } 0 < a < \sqrt{\frac{8}{27}}$$

$$-\sqrt{\frac{8}{27}} = -0{,}5443310\ldots$$

$$\sqrt{\frac{8}{27}} = 0{,}5443310\ldots$$

$\therefore$

$$-0{,}5443 < a < 0 \text{ ou } 0 < a < 0{,}5443$$