



18)  $\log_{10} n$  é  $O(\lg n)$

Para  $c=1$  e  $n_0=1$  e  $n \geq n_0$ , temos  $\log_{10}(n) \leq 1 \cdot \log_2(n)$ .





2.0)  $n = O(2^n)$  Para provar que  $n = O(2^n)$  precisamos mostrar que  $n \leq c \cdot 2^n$

para  $c=1$  e  $n_0=1$ , temos  $1 < 2^1$ . Logo, para  $n > n_0$  é verdade.  
Supondo que é verdade para algum  $k \geq 1$  ou seja,  $k \leq 2^k$   
também é verdadeira para  $n=k+1 \rightarrow k+1 \leq 2^{k+1}$





38) Se  $f(n) = \Theta(g(n))$  e  $g(n) = \Theta(h(n))$  então  $f(n) = \Theta(h(n))$

$f(n) = \Theta(g(n))$  e  $g(n) \Rightarrow f(n) = O(n)$  e  $f(n) = \Omega(g(n))$

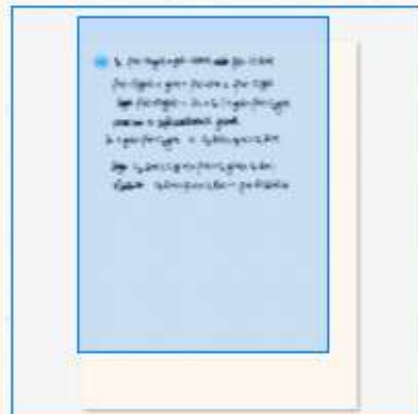
logo  $f(n) = \Theta(g(n)) \Rightarrow \exists c_1, c_2 \mid c_1 g(n) \leq f(n) \leq c_2 g(n)$

para um  $n$  suficientemente grande

Se  $c_1 g(n) \leq f(n) \leq c_2 g(n)$  e  $c_3 h(n) \leq g(n) \leq c_4 h(n)$

logo  $c_3 h(n) \leq c_1 g(n) \leq f(n) \leq c_2 g(n) \leq c_4 h(n)$

Portanto  $c_3 h(n) \leq f(n) \leq c_4 h(n) \Rightarrow f(n) = \Theta(h(n))$





4a) Prove que  $\sum_{i=1}^n i^{10}$  é  $\theta(n^{11})$ .

Para que  $\sum_{i=1}^n i^{10} = \theta(n^{11})$ , precisamos mostrar que  $\sum_{i=1}^n i^{10}$  é  $\Omega(n^{11})$  e que  $\sum_{i=1}^n i^{10}$  é  $O(n^{11})$ .

Mostrando que  $\sum_{i=1}^n i^{10}$  é  $O(n^{11})$

$\sum_{i=1}^n i^{10} \leq n \cdot n^{10} = n^{11}$ . Portanto, para  $c=1$ ,  $\sum_{i=1}^n i^{10}$  é  $O(n^{11})$  para um  $n$  suficientemente grande.

Mostrando que  $\sum_{i=1}^n i^{10}$  é  $\Omega(n^{11}) \rightarrow$  Mostrar que, para um  $c_2$  e um  $n$  suficientemente grande,  $\sum_{i=1}^n i^{10} \geq c_2 \cdot n^{11}$ .

$$\sum_{i=1}^n i^{10} \geq c_2 \cdot (n \cdot n^{10})$$

$$\rightarrow \frac{\sum_{i=1}^n i^{10}}{n \cdot n^{10}} \geq c_2 \text{ (limitado inferiormente)}$$

$$\frac{1^{10} + 2^{10} + \dots + n^{10}}{n \cdot n^{10}} \geq c_2$$

$\exists N \in \mathbb{R} \mid a_n \geq N \text{ para } \forall n \geq 1$

$$\Rightarrow c_2 \leq 1$$

para  $c_2 = 1/2$

$$\sum_{i=1}^n i^{10} \geq \frac{1}{2} \cdot n^{11} \Rightarrow \sum_{i=1}^n i^{10} \leq n \cdot n^{10} \geq \frac{1}{2} \cdot n \cdot n^{10}$$