MAC0329 – Álgebra booleana e aplicações

DCC / IME-USP — Primeiro semestre de 2021

Lista de exercícios 3

Prazo para entrega: 13/julho/2021 (no moodle)

Entregar apenas dos exercícios marcados com $*$. Justifique as respostas. A lista deve ser resolvida individualmente.

Em caso de dúvidas, poste suas dúvidas no Fórum de discussões/dúvidas no moodle.

Álgebra booleana, expressões booleanas e funções booleanas

Nas questões deste bloco, suponha que a álgebra booleana considerada, caso não haja menção em contrário, é dada por $\langle A, +, \cdot, \bar{}, 0, 1\rangle$, e que a relação de ordem parcial $\leq$ sobre A é definida por $x \leq y \Longleftrightarrow x + y = y, \forall x, y \in A$.

1. Prove ou mostre um contra-exemplo para a seguinte igualdade: $x + y + z = x\,(\overline{y + z})$

2. $*$ Sejam $a, b, c \in A$. A seguinte implicação está correta? Explique.

$$a + b = a + c \Longrightarrow b = c$$

3. Prove que $x\,\overline{y} = 0$ se, e somente se, $x\,y = x$.

4. $*$ (Teorema do consenso) Prove algebricamente que $\forall x, y, z \in A$

$$x\,y + y\,z + \overline{x}\,z = x\,y + \overline{x}\,z$$

5. $*$ Prove que, $\forall x, y \in A, \quad x \cdot y = x \Longleftrightarrow x + y = y$.

6. Defina uma relação binária $\leq$ da seguinte forma:

$$x \leq y \Longleftrightarrow x \cdot y = x, \quad \forall x, y \in A$$

   Prove que $\leq$ é uma relação de ordem parcial em A.

7. Mostre que
   - $x\,y \leq x \leq x + y, \quad \forall x, y \in A$
   - $0 \leq x \leq 1, \quad \forall x \in A$

8. Seja a álgebra booleana B^3. Escreva o elemento 110 como união de átomos.

9. * Escreva a expressão a seguir na forma soma de produtos (SOP) e soma canônica de produtos (SOP canônica), usando apenas manipulações algébricas das expressões.

$$(a + b\,\overline{c})\overline{(bc)}$$

10. Escreva a expressão do exercício anterior na forma produto de somas (POS) e produto canônico de somas (POS canônica). Também via manipulação de expressões algébricas.

11. Seja a tabela-verdade da função $f : B^3 \to B$ dada conforme a seguir:

$a\,b\,c$	$f(a,b,c)$
0 0 0	0
0 0 1	1
0 1 0	0
0 1 1	0
1 0 0	0
1 0 1	1
1 1 0	1
1 1 1	1

   (a) escreva f na forma SOP canônica
   (b) escreva f na forma POS canônica

Minimização de funções booleanas

8. Seja a notação compacta $f(a,b,c) = \sum m(1,5,6)$. Escreva a expressão algébrica de f na forma SOP canônica e desenhe o mapa de Karnaugh de f (com a nas linhas e bc nas colunas do mapa).

9. Desenhe o mapa de Karnaugh de 4 variáveis $a\,b\,c\,d$ (com ab nas linhas e cd nas colunas do mapa) e indique no mapa os produtos $\overline{a}\,c\,d$ e $\overline{b}\,\overline{d}$.

10. Sejam funções em 4 variáveis $a\,b\,c\,d$. A qual intervalo corresponde o produto $a\,\overline{b}$? A qual produto corresponde o intervalo `X010` ?

11. * Usando o mapa de Karnaugh, minimize a expressão $f(a,b,c,d) = \sum m(0,1,4,5,6,9,11,13,15)$. Escreva explicitamente em forma algébrica a expressão minimal obtida.

Circuitos combinacionais/sequenciais

12. Explique o que é um multiplexador com n entradas. Quantas saídas há? Mostre o circuito que o implementa para o caso $n = 4$.

13. Explique o que é um decodificador com n entradas. Quantas saída há? Mostre o circuito que o implementa para o caso $n = 2$.

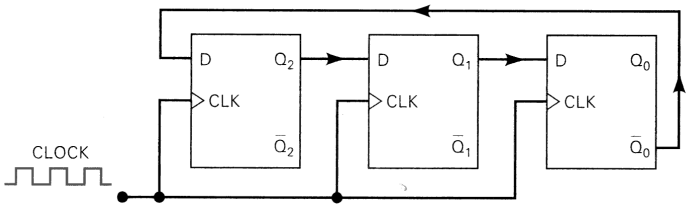
14. Escreva a tabela-verdade a expressão (minimizada na forma SOP) do próximo estado Q^* de um *flip-flop* SR, em função dos valores de suas entradas S e R e do valor do seu estado Q. Note que é suposto que a entrada $S = R = 1$ nunca ocorrerá.

15. Repita o exercício anterior, desta vez para o *flip-flop* JK. Note que no JK todas as combinações de valores para as entradas J e K são permitidas.

16. * O estado de um *flip-flop* JK passou de 1 para 0. Quais valores nas entradas J e K podem ter provocado essa transição? Explique.

17. O que é um *flip-flop* D? Como ele pode ser implementado usando um *flip-flop* JK ?

18. * Seja o circuito a seguir. Suponha que o estado inicial é $Q_2 = Q_1 = Q_0 = 0$ e que os *flip-flops* são disparados na subida do sinal de *clock*.



- Preencha o **diagrama temporal** com a simulação do circuito