

MAC0338 - Análise de Algoritmos

Departamento de Ciência da Computação

Segundo semestre de 2023

Lista 2

Entregar: 1(c), 1(d) e 3.

1. Seja C uma constante real. Para todos os itens desta questão assuma que $T(1) := 1$. Em cada um dos itens você deve encontrar uma fórmula fechada (não recursiva) para a recorrência que seja verdadeira em todos os valores do conjunto $S \subseteq \mathbb{N}$ do item.
 - (a) $T(n) := 2T(n/2) + Cn^2$ para todo $n \geq 2$ e $S := \{2^k : k \in \mathbb{N}\}$.
 - (b) $T(n) := 8T(n/2) + Cn^2$ para todo $n \geq 2$ e $S := \{2^k : k \in \mathbb{N}\}$.
 - (c) $T(n) := 7T(n/3) + Cn^2$ para todo $n \geq 2$ e $S := \{3^k : k \in \mathbb{N}\}$.
 - (d) $T(n) := 2T(n/2) + Cn^3$ para todo $n \geq 2$ e $S := \{2^k : k \in \mathbb{N}\}$.
 - (e) $T(n) := 9T(n/10) + Cn$ para todo $n \geq 2$ e $S := \{10^k : k \in \mathbb{N}\}$.

Para os exercícios a seguir você deve: escrever um pseudocódigo, descrever seu funcionamento, argumentar corretude e fazer uma análise formal do consumo de tempo.

2. Seja $X[1..n]$ um vetor de inteiros e i e j dois índices distintos de X , ou seja, i e j são inteiros entre 1 e n . Dizemos que o par (i, j) é uma *inversão* de X se $i < j$ e $X[i] > X[j]$. Escreva um algoritmo $O(n \lg n)$ que devolva o número de inversões em um vetor X , onde n é o número de elementos em X . Você pode assumir que não existem itens repetidos no vetor.
3. Considere a sequência de vetores $A_k[1..2^k], A_{k-1}[1..2^{k-1}], \dots, A_1[1..2^1]$, e $A_0[1..2^0]$. Suponha que cada um dos vetores é crescente. Queremos reunir, por meio de sucessivas operações de intercalação (= *merge*), o conteúdo dos vetores A_0, \dots, A_k em um único vetor crescente $B[1..n]$, onde $n = 2^{k+1} - 1$. Escreva um algoritmo que faça isso em $O(n)$ unidades de tempo. Use como subrotina o INTERCALA visto em aula.
4. Escreva um algoritmo que ordena uma lista de n itens dividindo-a em três sublistas de aproximadamente $n/3$ itens, ordenando cada sublista recursivamente e intercalando as três sublistas ordenadas. Analise seu algoritmo concluindo qual é o seu consumo de tempo.
5. Descreva um algoritmo que, dados inteiros n e k , juntamente com k listas ordenadas que em conjunto tenham n registros, produza uma única lista ordenada contendo todos os registros dessas listas (isto é, faça uma *intercalação*). O seu algoritmo deve ter complexidade $O(n \lg k)$. Note que isto se transforma em $O(n \lg n)$ no caso de n listas de 1 elemento, e em $O(n)$ se só houver duas listas (no total com n elementos).