
INTERAÇÃO FLUIDO-ESTRUTURA

Ao longo deste trabalho, conforme apresentado nos capítulos anteriores, foi desenvolvido um código computacional para análise de fluidos incompressíveis que permite a decomposição do domínio para capturar efeitos localizados por meio da técnica Arlequin estabilizada. Além disso, para esta pesquisa, foi disponibilizado por um pesquisador do grupo de pesquisas em Mecânica Computacional do Departamento de Engenharia de Estruturas da Escola de Engenharia de São Carlos, no qual a presente aluna está inserida, um código computacional para a análise não linear de estruturas pelo método dos elementos finitos posicional. Com base nesses desenvolvimentos, optou-se por um esquema de acoplamento particionado forte entre fluido e estrutura. Essa abordagem foi escolhida por proporcionar um total desacoplamento entre os *solvers* de fluido e de estrutura, o que facilita a solução dos problemas que aqui serão propostos.

Nesse contexto, para o acoplamento, utiliza-se a técnica de malhas adaptadas para a malha local do fluido em contato com a estrutura, aplicando-se uma descrição ALE. Vale ressaltar que, embora a malha local possa se mover, a malha global permanece fixa com descrição Euleriana, fazendo com que o método de acoplamento possa ser classificado como uma técnica híbrida.

No texto a seguir descrevem-se as condições de acoplamento necessárias a solução de um problema IFE, a técnica de movimentação de malha utilizada nesse estudo, e a metodologia de transferência de condições de contorno (Dirichlet-Neumann) em uma interface de fluido e sólido com malha não coincidente. Discorre-se na continuação sobre os detalhes a cerca do esquema de acoplamento particionado forte adotado. Por fim, o algoritmo de implementação computacional será apresentado, e exemplos de validação serão exibidos na sequência.

1.1 Condições de acoplamento

O domínio computacional para a análise de problemas de interação fluido-estrutura (Fig. 1.1), denominado de Ω_{IFE} , é composto pela união entre os domínios da estrutura Ω_E e do fluido Ω_F , ou seja, $\Omega_{IFE} = \Omega_F \cup \Omega_E$, com Γ_{IFE} representando o contorno que define a interface fluido-estrutura.

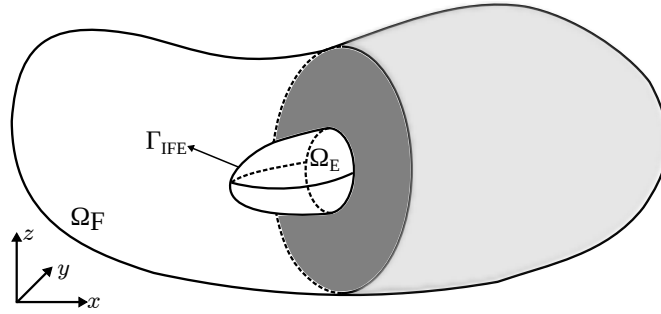


Figura 1.1 – Domínios Computacional para análise de problemas de IFE.

O domínio computacional não se sobrepõe, por isso, é necessário que em Γ_{IFE} existam condições físicas adicionais para se realizar o acoplamento. ??) cita que o acoplamento é realizado através de 3 diferentes princípios no contorno Γ_{IFE} : condição cinemática, condição dinâmica e condição geométrica.

A condição cinemática refere-se ao fato de que a velocidade do fluido e do sólido na interface devem ser iguais. A condição dinâmica, refere-se à existência de continuidade do vetor tensão de Cauchy na direção normal ao contorno Γ_{IFE} .

Em esquemas de acoplamento monolítico, as condições cinemática e dinâmica são atendidas de maneira implícita, visto que os meios são tratados no mesmo contexto matemático. Para esquemas particionadas, como o desse estudo, essas condições são atendidas através da transferência de condições de contorno apropriadas entre os meios.

Para a condição cinemática têm-se:

$$\mathbf{u}^h = \dot{\mathbf{y}}^h \text{ no contorno } \Gamma_{IFE}, \quad (1.1)$$

atendida através da aplicação dos valores de $\dot{\mathbf{y}}^h$ nos nós (ou pontos de controle) que compõe a malha do fluido na interface entre os meios.

A condição dinâmica, prescreve o balanço da tensão normal no contorno, ao que diz respeito à ação e reação, conforme a equação abaixo:

$$\sigma_E \mathbf{n}_E + \sigma_F \mathbf{n}_F = 0 \text{ no contorno } \Gamma_{IFE}, \quad (1.2)$$

na qual, σ_E representa as tensões de Cauchy da estrutura, σ_F as tensões de Cauchy no fluido, e \mathbf{n}_E e \mathbf{n}_F representam o vetor normal no contorno Γ_{IFE} respectivamente apontando para o fluido e para a estrutura. Essa condição é atendida através da aplicação de $\sigma_F \mathbf{n}_F$ aos nós da malha da estrutura na interface entre os meios.

Já a condição geométrica está relacionada ao fato que os domínios computacionais Ω_E da estrutura e Ω_F do fluido devem sempre coincidir em Γ_{IFE} , ou seja, não devem existir superposições ou frestas nessa interface. No contexto desse estudo essa condição é atendida através de uma movimentação adequada da malha local (Método Arlequin), que se deforma para acomodar a mudança de configuração da estrutura. A técnica de movimentação de malha adotada será apresentada na Subseção 1.1.1.

1.1.1 Movimentação da Malha

Para a satisfação da condição geométrica nos problemas de IFE desse trabalho, uma técnica adequada de movimentação de malha deve ser aplicada. É necessário que o método de movimentação de malha seja robusto o suficiente para que garanta ao longo de toda a análise dos problemas uma discretização de qualidade.

Dentre as técnicas desenvolvidas até o momento, destacam-se aquelas que impõem os deslocamentos da estrutura na malha do fluido ao longo do contorno Γ_{IFE} , determinando o campo de deslocamentos na malha do fluido por meio da resolução de um problema de valor de contorno (PVC). Neste trabalho, será adotada essa abordagem, formulando o problema com base na equivalência entre a movimentação da malha à um problema de mecânica dos sólidos, e aplicando-se a técnica de movimentação de malhas introduzida em ?? e ??) conhecida como MJBS (*Mesh-Jacobian Based Stiffening*).

Nesse método, o movimento da malha é determinado usando um problema da elasticidade de Dirichlet fictício, descrito como:

$$\int_{\Omega_i} \varepsilon(\mathbf{w}^h) : \sigma(\bar{\mathbf{y}}^h - \bar{\mathbf{y}}_i^h) d\Omega = 0, \quad (1.3)$$

na qual \mathbf{w}^h é a função peso respectiva ao deslocamento da malha $\bar{\mathbf{y}}^h$, medido a partir de uma configuração de referência até a configuração atual \mathbf{x}^h e $\bar{\mathbf{y}}_i^h$ representa o deslocamento da configuração de referência até a malha no tempo \tilde{t} , ou \mathbf{x}_i^h . A escolha para \tilde{t} é geralmente $\tilde{t} = t_n$ quando se calcula a configuração da malha no tempo t_{n+1} (ver ??) para maiores detalhes).

O tensor de tensões é calculado através da seguinte relação:

$$\sigma(\mathbf{y}) = \frac{E}{1 + \nu} \left(\frac{\nu}{(1 - 2\nu)} \text{tr}(\varepsilon(\mathbf{y})) \mathbf{I} + \varepsilon(\mathbf{y}) \right) \quad (1.4)$$

com E e ν o módulo de Elasticidade e o coeficiente de Poisson respectivamente.

Nos problemas de IFE, demanda-se maior controle da resolução da malha próxima a interface dos meios fluidos e sólidos, para representar os efeitos de camada limite, e como consequência, a obtenção de soluções mais acuradas nessas regiões críticas. Para fazer com que na deformação da malha se leve em conta o tamanho dos elementos, enrijecendo os menores mais do que os maiores, no método MJBS a equação da elasticidade fica descrita ao final como:

$$\int_{\Omega_i} \varepsilon(\mathbf{w}^h) : \boldsymbol{\sigma}(\bar{\mathbf{y}}^h - \bar{\mathbf{y}}_i^h) \left(\frac{J_M}{(J_M)_0} \right)^{-\chi} d\Omega = 0, \quad (1.5)$$

onde J_M é o Jacobiano da malha, $(J_M)_0$ é um parâmetro livre e χ determina a ordem pela qual os elementos menores serão enrijecidos mais do que os maiores. χ é adotado correntemente como 1. E o Jacobiano da malha calculado da forma que se segue:

$$J_M = \det \left(\frac{\partial \mathbf{x}_i^h}{\partial \boldsymbol{\xi}} \right), \quad (1.6)$$

onde $\boldsymbol{\xi}$ são as coordenadas paramétricas do elemento.

1.2 Discretizações não coincidentes entre os meios

Na maioria dos casos a discretização das malhas do fluido e da estrutura são não-coincidentes no contorno Γ_{IFE} e podem inclusive ter aproximações matemáticas distintas. Dessa forma, uma metodologia que possibilita a aplicação de condições de contorno em caso de discretizações com nós não coincidentes, é imprescindível.

O procedimento adotado nesse trabalho pode ser entendido a partir da Fig. 1.2. Nele, durante o pré-processamento do código computacional, cada nó do contorno da estrutura \mathbf{x}_E é projetado sobre o contorno do fluido, e busca-se a coordenada paramétrica relativa a este ponto definida como $\boldsymbol{\xi}_F(\mathbf{x}_E)$. Da mesma forma, cada nó do contorno do fluido \mathbf{x}_F é projetado sobre o contorno da estrutura, e encontra-se uma coordenada paramétrica equivalente $\boldsymbol{\xi}_E(\mathbf{x}_F)$.

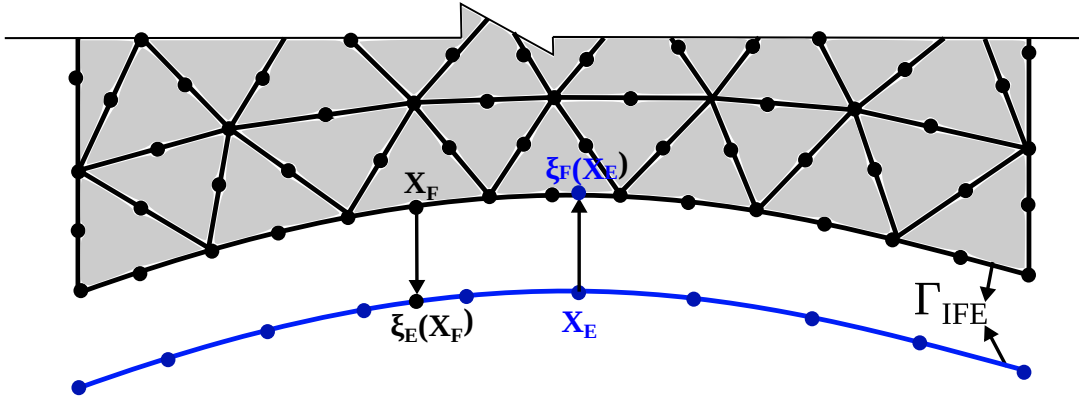


Figura 1.2 – Discretizações não-coincidentes no contorno IFE

Dessa forma, as informações que serão transmitidas ao fluido pela estrutura são interpoladas na malha da estrutura em cada uma das coordenadas paramétricas que possuem um nó equivalente na malha de fluido, e após isso aplicadas a este nó. O

equivalente ocorre quando os dados são provenientes do fluido e serão transmitidos a estrutura.

1.3 Acoplamento Particionado Forte - Bloco-Iterativo

Os problemas de IFE são caracterizados pela interdependência entre o fluido e a estrutura, visto que o comportamento do escoamento depende do formato e do movimento da estrutura, enquanto que o movimento da estrutura e sua deformação dependem das forças do fluido que atuam sobre ela. Matematicamente pode-se dizer que os problemas de IFE são conjuntos de equações e condições de contorno associadas ao fluido e a estrutura que devem ser satisfeitas simultaneamente.

As equações completas discretizadas da formulação IFE conduzem a um sistema de equações não-lineares que devem ser resolvidas a cada passo de tempo e podem ser representadas da seguinte maneira (??):

$$\mathbf{N}_1(\mathbf{d}_1, \mathbf{d}_2, \mathbf{d}_3) = 0, \quad (1.7)$$

$$\mathbf{N}_2(\mathbf{d}_1, \mathbf{d}_2, \mathbf{d}_3) = 0, \quad (1.8)$$

$$\mathbf{N}_3(\mathbf{d}_1, \mathbf{d}_2, \mathbf{d}_3) = 0, \quad (1.9)$$

em que \mathbf{N}_1 , \mathbf{N}_2 e \mathbf{N}_3 representam as equações que descrevem o fluido, a estrutura e a malha respectivamente, e, \mathbf{d}_1 , \mathbf{d}_2 , \mathbf{d}_3 são vetores com as variáveis nodais de cada meio. A resolução dessas equações através do método de Newton-Raphson conduz ao seguinte sistema linear de equações:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}_{11} & \mathbf{A}_{12} & \mathbf{A}_{13} \\ \mathbf{A}_{21} & \mathbf{A}_{22} & \mathbf{A}_{23} \\ \mathbf{A}_{31} & \mathbf{A}_{32} & \mathbf{A}_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1 \\ \mathbf{x}_2 \\ \mathbf{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{b}_1 \\ \mathbf{b}_2 \\ \mathbf{b}_3 \end{bmatrix}. \quad (1.10)$$

sendo $\mathbf{b}_1 = -\mathbf{N}_1$, $\mathbf{b}_2 = -\mathbf{N}_2$, $\mathbf{b}_3 = -\mathbf{N}_3$. \mathbf{x}_1 , \mathbf{x}_2 e \mathbf{x}_3 são os incrementos às soluções \mathbf{d}_1 , \mathbf{d}_2 e \mathbf{d}_3 respectivamente e $\mathbf{A}_{ij} = \frac{\partial \mathbf{N}_i}{\partial \mathbf{d}_j}$.

Conforme exposto anteriormente, ??) apresentam uma classificação da metodologia de acoplamento segundo a forma de resolver essas equações não-lineares. As categorias definidas pelos autores são: técnica direta, técnica bloco-iterativa e técnica quase-direta.

A técnica direta seria equivalente aos esquemas de solução monolíticos citados ao longo do texto, e consiste na resolução a cada iteração de Newton-Raphson do sistema apresentado na Eq. 1.10. Essa técnica apresenta boa convergência, entretanto, devido aos grandes sistemas lineares gerados, ocorre um aumento do custo computacional.

Nesse contexto, e buscando proporcionar um total desacoplamento entre os *solvers* de fluido e de estrutura, adotou-se o um esquema de acoplamento do tipo particionado

forte. Dentro da classificação dos autores ??) seria equivalente a técnica de acoplamento do tipo bloco iterativo.

Quando se utiliza um acoplamento do tipo bloco iterativo, os sistemas do fluido, da estrutura e da malha são tratados em blocos separados, e para cada iteração dentro de um passo de tempo, se resolve sequencialmente o seguinte conjunto de equações:

$$\left. \frac{\partial \mathbf{N}_1}{\partial \mathbf{d}_1} \right|_{(\mathbf{d}_1^i, \mathbf{d}_2^i, \mathbf{d}_3^i)} \Delta \mathbf{d}_1^i = -\mathbf{N}_1(\mathbf{d}_1^i, \mathbf{d}_2^i, \mathbf{d}_3^i) \quad (1.11)$$

$$\mathbf{d}_1^{i+1} = \mathbf{d}_1^i + \Delta \mathbf{d}_1^i \quad (1.12)$$

$$\left. \frac{\partial \mathbf{N}_2}{\partial \mathbf{d}_2} \right|_{(\mathbf{d}_1^{i+1}, \mathbf{d}_2^i, \mathbf{d}_3^i)} \Delta \mathbf{d}_2^i = -\mathbf{N}_2(\mathbf{d}_1^{i+1}, \mathbf{d}_2^i, \mathbf{d}_3^i) \quad (1.13)$$

$$\mathbf{d}_2^{i+1} = \mathbf{d}_2^i + \Delta \mathbf{d}_2^i \quad (1.14)$$

$$\left. \frac{\partial \mathbf{N}_3}{\partial \mathbf{d}_3} \right|_{(\mathbf{d}_1^{i+1}, \mathbf{d}_2^{i+1}, \mathbf{d}_3^i)} \Delta \mathbf{d}_3^i = -\mathbf{N}_3(\mathbf{d}_1^{i+1}, \mathbf{d}_2^{i+1}, \mathbf{d}_3^i) \quad (1.15)$$

$$\mathbf{d}_3^{i+1} = \mathbf{d}_3^i + \Delta \mathbf{d}_3^i \quad (1.16)$$

Nota-se que o que ocorre é apenas uma modificação da matriz tangente com relação ao método direto. Este fato, faz com que a resposta não seja alterada, entretanto, a convergência do problema pode ser afetada.

Em certos problemas envolvendo estruturas leves, a resposta estrutural pode tornar-se extremamente sensível a pequenas variações nas forças provenientes do fluido. Esse fenômeno pode levar à divergência da técnica de bloco iterativo. Para contornar essa dificuldade, adotou-se a estratégia proposta por ??), na qual a matriz de massa em \mathbf{A}_{22} é aumentada por um fator dependente do tipo de problema em análise. Essa modificação ocorre sem alterar \mathbf{b}_1 , \mathbf{b}_2 e \mathbf{b}_3 , ou seja, sem modificar as equações não lineares. Dessa forma, quando a solução pelo método de bloco iterativo converge, a massa estrutural real do problema permanece inalterada.

1.3.1 Implementação Computacional

O Algoritmo que descreve a implementação computacional do problema de IFE de acordo com a técnica de acoplamento forte do tipo bloco-iterativo é apresentada no Alg. 1.

No algoritmo apresentado \mathbf{t}^E representa as forças de superfície no contorno Γ_{IFE} aplicadas à estrutura, e as medidas de convergência ϵ_F , ϵ_E e ϵ_M são normas vetoriais L_2 aplicadas sobre o resíduo das respectivas equações diferenciais.

1.4 Exemplos

Para a validação da metodologia de análise de problemas de IFE, apresentada nesse capítulo, alguns exemplos serão estudados e analisados.

Algoritmo 1 Algoritmo para solução de problemas IFE

```
1: Busca por coordenadas paramétricas correspondentes aos nós da malha do fluido na
   malha da estrutura;
2: Busca por coordenadas paramétricas correspondentes aos nós da malha da estrutura
   na malha do fluido;
3: para o passo de tempo  $t = 0$  até  $t = T$  faça
4:   Atualiza as variáveis do fluido, estrutura e malha no passo de tempo  $t = t - 1$ ;
5:   para número de iterações de Newton Raphson  $it = 0$  até  $it = N_{it}$  faça
6:     Fluido
7:     Realiza os passos das linhas 1., 2., 3. e 4. do Algoritmo ??;
8:     Resolve o problema do fluido (Eq. (1.11));
9:     Atualiza as variáveis do fluido na iteração  $it$  através da eq. 1.12;
10:    Calcula medida de convergência  $\epsilon_F$ ;
11:    Atualiza as forças de superfície no contorno  $\Gamma_{IFE}$  ( $\mathbf{t}^E = -\boldsymbol{\sigma}_F \cdot \mathbf{n}_F$ );
12:    Estrutura
13:    Resolve o problema da estrutura (Eq. (1.13));
14:    Atualiza as variáveis da estrutura na iteração  $it$  através da eq. (1.14);
15:    Calcula medida de convergência  $\epsilon_E$ ;
16:    Atualiza velocidade e acelerações no fluido no contorno  $\Gamma_{IFE}$ ;
17:    Atualiza posição da interface da malha no contorno  $\Gamma_{IFE}$ ;
18:    Malha
19:    Resolve o problema de malha Eq. (1.15);
20:    Atualiza as variáveis da malha na iteração  $it$  através da eq. (1.16);
21:    Calcula medida de convergência  $\epsilon_M$ ;
22:    se  $\epsilon_F$ ,  $\epsilon_E$  e  $\epsilon_M < tol$  então
23:      Sair do loop;
24:    fim se
25:  fim para
26: fim para
```

Os dois primeiros exemplos dizem respeito a uma cavidade com um fundo flexível composto por uma chapa, com velocidade oscilatória aplicada em seu topo. Esses exemplos são uma extensão do típico problema da DFC de uma cavidade quadrada (apresentado, por exemplo, na Seção ??) e serão apresentados em uma versão bidimensional e tridimensional.

O seguinte exemplo consiste em...

1.4.1 Cavidade com fundo flexível - 2D

O problema da cavidade com fundo flexível trata-se de uma extensão do típico problema da DFC de uma cavidade quadrada com velocidade prescrita em sua parede superior. Sua simulação computacional já foi realizada por diversos autores, como por exemplo, ??) e ??), e por isso, será utilizada no processo de validação da metodologia nesta tese apresentada.

A cavidade com fundo flexível (geometria apresentada na Fig. 1.3) consiste em uma cavidade composta por paredes laterais rígidas e um fundo flexível composto por uma chapa

finas de 0,002. No seu topo uma velocidade oscilatória horizontal $u_x(t) = 1 - \cos(0,4\pi t)$ é aplicada, sendo as demais velocidades (u_y e u_z) nulas. Condições de contorno de não deslizamento são aplicadas às paredes laterais. Esse modelo de cavidade apresenta duas aberturas de 0,1 no topo de suas laterais com condições homogêneas de Neumann. Como o problema apresenta comportamento bidimensional o mesmo será analisado utilizando-se inicialmente uma espessura de 0,1 de profundidade. As velocidades perpendiculares ao plano da cavidade são fixadas como zero em $y = 0,0$ e $y = 0,1$. Na Fig. 1.3 são apresentadas também as propriedades físicas do fluido e da estrutura necessárias à análise.

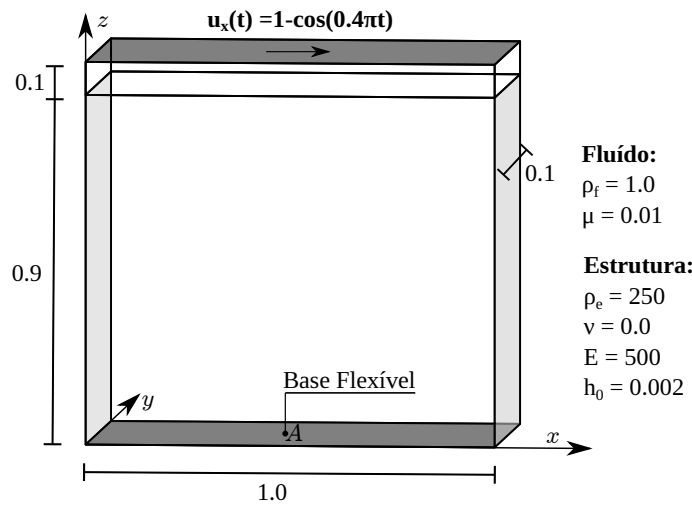


Figura 1.3 – Cavidade fundo flexível 2D: geometria

A chapa fina possui como condições de contorno engastamento em ambas as laterais, e na direção perpendicular ao plano da cavidade o vetor generalizado, nesta direção, é prescrito como zero em $y = 0,0$ e $y = 0,1$.

No que diz respeito à integração temporal utilizou-se $\Delta t = 0,1$, e $\rho_\infty = 0,0$. A escolha por uma integração temporal com máxima dissipação se deu por conta do trabalho de ??) que reporta que a regra trapezoidal de integração leva a resultados instáveis para esse problema.

Foram utilizadas nas análises três diferentes discretizações para o modelo Arlequin, sendo as malhas globais em elementos isogeométricos quadráticos (IGA) e as malhas locais, mais refinadas, em elementos finitos (MEF) tetraédricos quadráticos. Além disso, os resultados foram comparados com uma discretização somente em elementos finitos tetraédricos quadráticos, chamada de monomodelo. A quantidade de nós, ou pontos de controle (PC), e de elementos para cada uma dessas discretizações é apresentada na Tab. 1.1, assim como detalhes da discretização da placa, na qual foram utilizados elementos triangulares quadráticos. Na tabela ML e MG são abreviações para malha local e malha global respectivamente.

Tabela 1.1 – Discretizações

	Nós/PC ML	Elementos ML	Nós/PC MG	Elementos MG
Arlequin - Malha 0	777	370	504	100
Arlequin - Malha 1	1625	778	1584	400
Arlequin - Malha 2	6156	3040	5544	1600
Monomodelo	-	-	11789	5750
Estrutura - Malha 0	-	-	103	40
Estrutura - Malha 1	-	-	203	80
Estrutura - Malha 2	-	-	883	400

A malha isogeométrica utilizada foi composta por 2 *patches* (observar Fig. 1.4). Essa discretização usando 2 *patches* foi necessária para gerar pontos de controle que estivessem posicionados na linha que separa as paredes laterais das aberturas, possibilitando a adequada aplicação das condições de contorno. Na Fig. 1.4 pode ser observada também a composição do modelo Arlequin. A região em vermelho da malha local corresponde aos elementos que fazem parte da zona de colagem. A espessura da zona de colagem foi definida como 0,2. A constante do operador de acoplamento L^2 foi especificada como $k_0 = 10$.

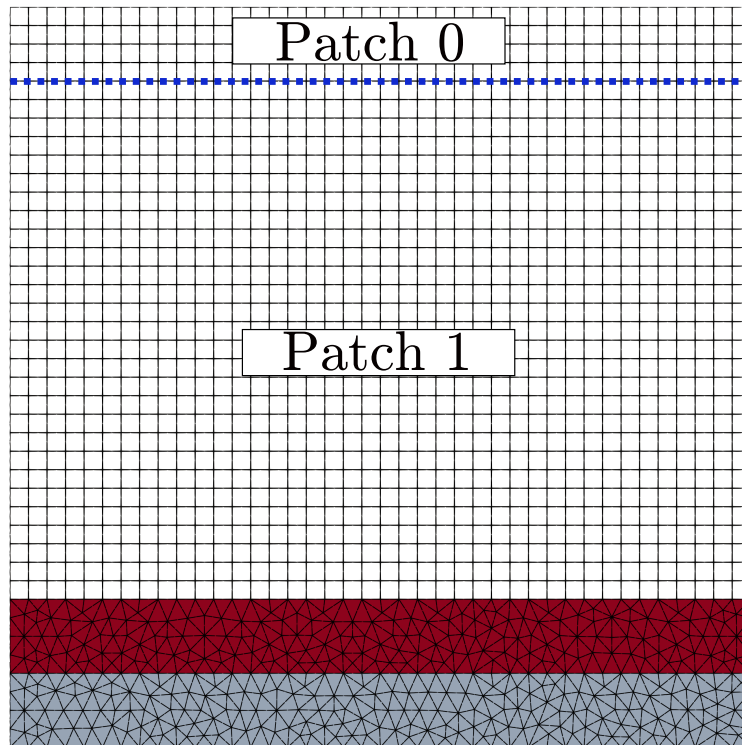


Figura 1.4 – Cavidade fundo flexível 2D: Discretização para modelo Arlequin - malha 2

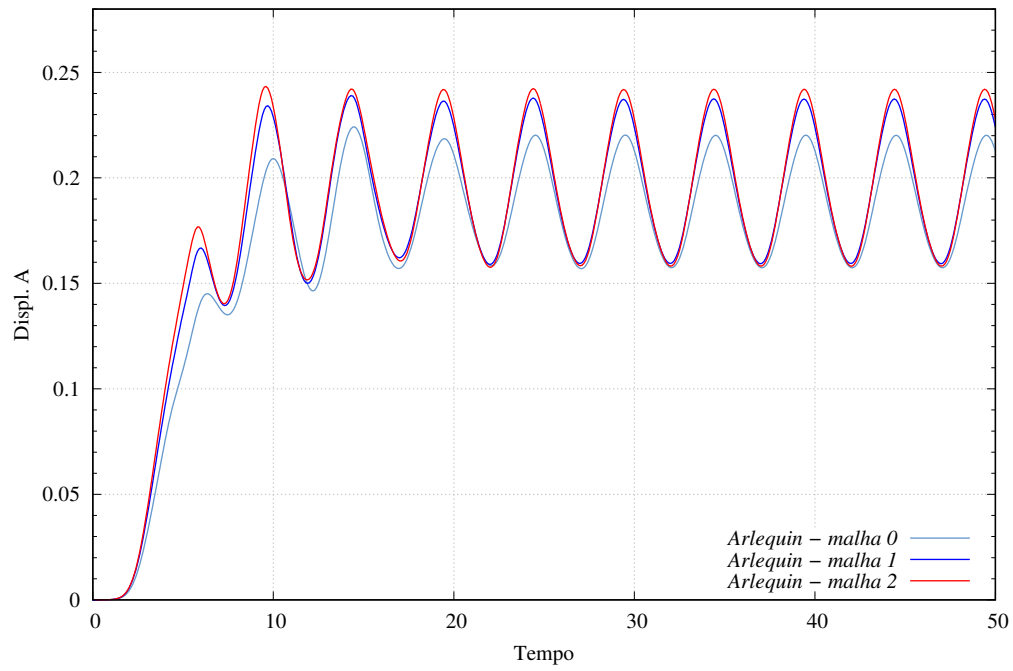


Figura 1.5 – Cavity fundo flexível 2D: Deslocamento em A para malhas do modelo Arlequin

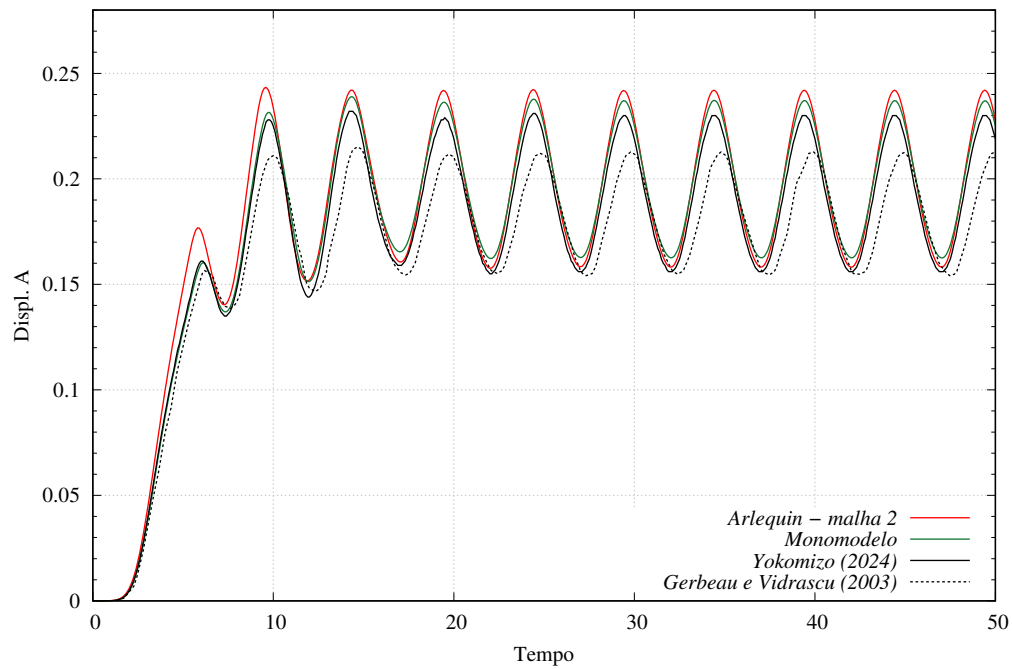


Figura 1.6 – Cavity fundo flexível 2D: Deslocamento em A comparado com as referências e monomodelo

1.4.2 Cavity com fundo flexível - 3D

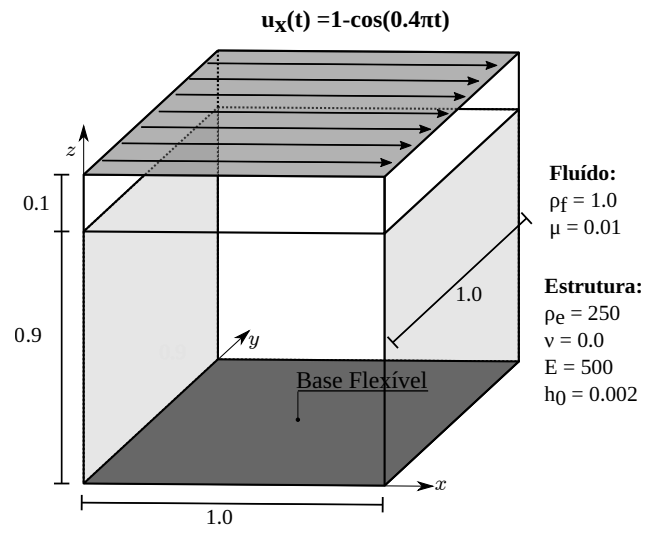


Figura 1.7 – Geometria Cavity Fundo Flexível 3D