
INTERAÇÃO FLUIDO-ESTRUTURA

O acoplamento entre Fluido e Estrutura proposto nesse trabalho é do tipo particionado forte através da técnica de bloco iterativo. O acoplamento foi resultado do desenvolvimento computacional dos modelos matemáticos apresentados nos capítulos anteriores deste trabalho, ou seja, das equações que descrevem o comportamento do fluido, do *Capítulo 1* e *Capítulo 2*, juntamente com a técnica de decomposição de domínios baseada no método Arlequin para o modelo de fluido apresentada no *Capítulo 4*, e, também, a metodologia de análise não linear de estruturas de casca pelo método dos elementos finitos posicional vista no *Capítulo 3*.

Nesse contexto, para o acoplamento, utiliza-se a técnica de rastreamento de interface para a malha local do fluido em contato com a estrutura, na qual aplica-se uma descrição Lagrangiana-Euleriana arbitrária, fazendo com que o domínio computacional local possa ser movido independentemente do movimento do fluido.

No texto a seguir apresentam-se inicialmente as condições de acoplamento que possibilitam a resolução dos problemas de IFE, a técnica de movimentação de malhas utilizada, o procedimento adotado em malhas não coincidentes de fluido e estrutura na interface fluido-estrutura, e, por fim, o tipo de acoplamento adotado.

1.1 Condições de acoplamento

O domínio computacional para a análise de problemas de interação fluido-estrutura (Fig. 1.1), denominado de Ω_{IFE} , é composto pela união entre os domínios da estrutura Ω_E e do fluido Ω_F , ou seja, $\Omega_{IFE} = \Omega_F \cup \Omega_E$, com Γ_{IFE} o sendo o contorno que define a interface fluido-estrutura.

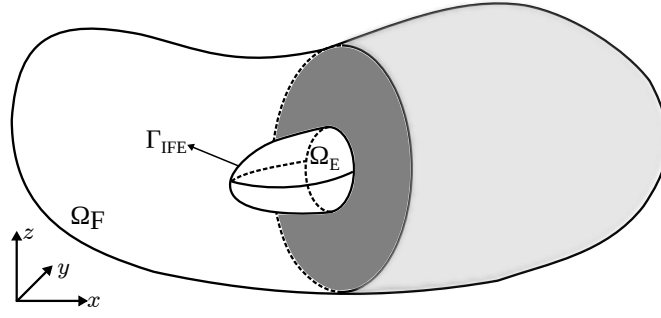


Figura 1.1 – Domínios do Fluido e da Estrutura.

O domínio computacional não se sobrepõe, por isso, é necessário que em Γ_{IFE} existam condições físicas adicionais para se realizar o acoplamento. ??) cita que o acoplamento é realizado através de 3 diferentes princípios no contorno Γ_{IFE} : condição cinemática, condição dinâmica e condição geométrica.

A condição cinemática refere-se ao fato de que a velocidade do fluido e do sólido na interface devem ser iguais, ou seja:

$$\mathbf{u}^h = \dot{\mathbf{y}}^h \text{ no contorno } \Gamma_{IFE} \quad (1.1)$$

A condição dinâmica, prescreve o balanço da tensão normal no contorno, ao que diz respeito à ação e reação, conforme a equação abaixo:

$$\sigma_E \mathbf{n}_E + \sigma_F \mathbf{n}_F = 0 \text{ no contorno } \Gamma_{IFE}, \quad (1.2)$$

na qual, σ_E representa as tensões de Cauchy da estrutura, σ_F as tensões de Cauchy no fluido, e \mathbf{n}_E e \mathbf{n}_F representam o vetor normal no contorno Γ_{IFE} respectivamente apontando para o fluido e para a estrutura.

Já a condição geométrica está relacionada ao fato que os domínios computacionais Ω_E da estrutura e Ω_F do fluido devem sempre coincidir em Γ_{IFE} , ou seja, não devem existir superposições ou frestas nessa interface.

1.2 Movimentação da Malha

Nos métodos de malhas adaptadas, à medida em que a interface Γ_{IFE} se move, a malha do fluido deve mover-se para ajustar-se ao novo formado e se adaptar à estrutura. Nessa metodologia demanda-se maior controle da resolução da malha próxima a interface dos meios fluidos e sólidos, possibilitando o uso de uma melhor discretização para representar os efeitos de camada limite, e como consequência, a obtenção de soluções mais acuradas nessas regiões críticas.

Para possibilitar esse controle, neste trabalho será utilizada a técnica de movimentação de malhas introduzida em ??) e ??) conhecida como MJBS (*Mesh-Jacobian Based*

Stiffening).

O movimento da malha é determinado usando um problema da elasticidade de Dirichlet fictício, descrito como:

$$\int_{\Omega_{\tilde{t}}} \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{w}^h) : \boldsymbol{\sigma}(\bar{\mathbf{y}}^h - \bar{\mathbf{y}}_{\tilde{t}}^h) d\Omega_{\tilde{t}} = 0, \quad (1.3)$$

na qual $\boldsymbol{\varepsilon}$ e $\boldsymbol{\sigma}$ representam o tensor de deformação linear infinitesimal e o tensor de tensões de Cauchy respectivamente. \mathbf{w}^h é a função peso respectiva ao deslocamento da malha $\bar{\mathbf{y}}^h$, medido a partir de uma configuração de referência até a configuração atual \mathbf{x}^h e $\bar{\mathbf{y}}_{\tilde{t}}^h$ representa o deslocamento da configuração de referência até a malha no tempo \tilde{t} , ou $\mathbf{x}_{\tilde{t}}^h$. A escolha para \tilde{t} é geralmente $\tilde{t} = t_n$ quando se calcula a configuração da malha no tempo t_{n+1} (ver ??) para maiores detalhes). O índice h refere-se à discretização das variáveis por uma aproximação matemática em elementos finitos ou isogeométrica.

O tensor de tensões é calculado através da seguinte relação:

$$\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{y}) = \frac{E}{1 + \nu} \left(\frac{\nu}{(1 - 2\nu)} \text{tr}(\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{y})) \mathbf{I} + \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{y}) \right) \quad (1.4)$$

com E e ν o módulo de Elasticidade e o coeficiente de Poisson respectivamente.

Para fazer com que na deformação da malha se leve em conta o tamanho dos elementos, enrijecendo os menores mais do que os maiores, no método MJBS a equação da elasticidade fica descrita ao final como:

$$\int_{\Omega_{\tilde{t}}} \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{w}^h) : \boldsymbol{\sigma}(\bar{\mathbf{y}}^h - \bar{\mathbf{y}}_{\tilde{t}}^h) \left(\frac{J_M}{(J_M)_0} \right)^{-\chi} d\Omega_{\tilde{t}} = 0, \quad (1.5)$$

onde J_M é o Jacobiano da malha, $(J_M)_0$ é um parâmetro livre e χ determina a ordem pela qual os elementos menores serão enrijecidos mais do que os maiores. χ é adotado correntemente como 1. E o Jacobiano da malha calculado da forma que se segue:

$$J_M = \det \left(\frac{\partial \mathbf{x}_{\tilde{t}}^h}{\partial \boldsymbol{\xi}} \right), \quad (1.6)$$

onde $\boldsymbol{\xi}$ são as coordenadas paramétricas do elemento.

1.3 Discretizações não coincidentes entre os meios

Na maioria dos casos a discretização das malhas do fluido e da estrutura são não-coincidentes e podem inclusive ter aproximações matemáticas distintas. Dessa forma, uma metodologia que possibilita a aplicação de condições de contorno em caso de discretizações com nós não coincidentes, é imprescindível. Para isso, uma técnica aplicada em ??) foi utilizada.

Esse procedimento pode ser entendido a partir da Fig. 1.2. Nele, durante o

pré-processamento, cada nó do contorno da estrutura \mathbf{x}_E é projetado sobre o contorno do fluido, e busca-se a coordenada paramétrica relativa a este ponto definida como $\xi_F(\mathbf{x}_E)$. Da mesma forma, cada nó do contorno do fluido \mathbf{x}_F é projetado sobre o contorno da estrutura, e encontra-se uma coordenada paramétrica equivalente $\xi_E(\mathbf{x}_F)$.

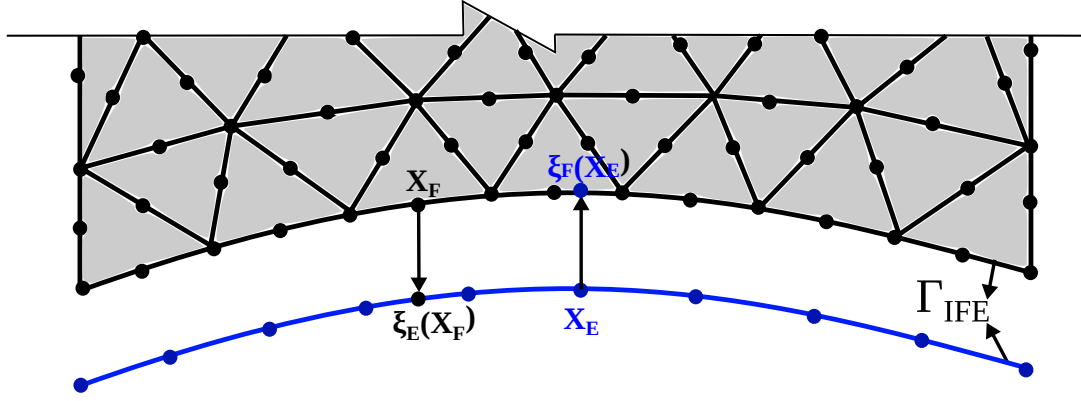


Figura 1.2 – Contorno IFE

Dessa forma, as informações que serão transmitidas ao fluido pela estrutura são interpoladas na malha da estrutura em cada uma das coordenadas paramétricas que possuem um nó equivalente na malha de fluido, e após isso aplicadas a este nó. O equivalente ocorre quando os dados são provenientes do fluido e serão transmitidos a estrutura.

1.4 Técnica de Acoplamento - Bloco-Iterativo

Os problemas de IFE são caracterizados pela interdependência entre o fluido e a estrutura, visto que o comportamento do escoamento depende do formato e do movimento da estrutura, enquanto que o movimento da estrutura e sua deformação dependem das forças do fluido que atuam sobre ela. Matematicamente pode-se dizer que os problemas de IFE são conjuntos de equações e condições de contorno associadas ao fluido e a estrutura que devem ser satisfeitas simultaneamente. Nessa seção se apresenta a técnica de acoplamento de Bloco-Iterativo, conforme ??). As equações completas discretizadas da formulação de IFE conduzem a um sistema equações não-lineares que devem ser resolvidas a cada passo de tempo e podem ser representadas da seguinte maneira:

$$\mathbf{N}_1(\mathbf{d}_1, \mathbf{d}_2, \mathbf{d}_3) = 0, \quad (1.7)$$

$$\mathbf{N}_2(\mathbf{d}_1, \mathbf{d}_2, \mathbf{d}_3) = 0, \quad (1.8)$$

$$\mathbf{N}_3(\mathbf{d}_1, \mathbf{d}_2, \mathbf{d}_3) = 0, \quad (1.9)$$

em que \mathbf{N}_1 , \mathbf{N}_2 e \mathbf{N}_3 representam as equações que descrevem o fluido, a estrutura e a malha respectivamente, e, \mathbf{d}_1 , \mathbf{d}_2 , \mathbf{d}_3 são vetores com as variáveis nodais de cada meio.

A resolução dessas equações através do método de Newton-Raphson conduz ao seguinte sistema linear de equações:

$$\mathbf{A}_{11}\mathbf{x}_1 + \mathbf{A}_{12}\mathbf{x}_2 + \mathbf{A}_{13}\mathbf{x}_3 = \mathbf{b}_1 \quad (1.10)$$

$$\mathbf{A}_{21}\mathbf{x}_1 + \mathbf{A}_{22}\mathbf{x}_2 + \mathbf{A}_{23}\mathbf{x}_3 = \mathbf{b}_2 \quad (1.11)$$

$$\mathbf{A}_{31}\mathbf{x}_1 + \mathbf{A}_{32}\mathbf{x}_2 + \mathbf{A}_{33}\mathbf{x}_3 = \mathbf{b}_3 \quad (1.12)$$

sendo $\mathbf{b}_1 = -\mathbf{N}_1$, $\mathbf{b}_2 = -\mathbf{N}_2$, $\mathbf{b}_3 = -\mathbf{N}_3$. \mathbf{x}_1 , \mathbf{x}_2 e \mathbf{x}_3 são os incrementos às soluções \mathbf{d}_1 , \mathbf{d}_2 e \mathbf{d}_3 respectivamente e $\mathbf{A}_{ij} = \frac{\partial \mathbf{N}_i}{\partial \mathbf{d}_j}$.

Quando se utiliza o acoplamento forte do tipo bloco iterativo, para cada passo de iteração se resolve sequencialmente cada um dos três blocos, conforme apresentado a seguir:

$$\left. \frac{\partial \mathbf{N}_1}{\partial \mathbf{d}_1} \right|_{(\mathbf{d}_1^i, \mathbf{d}_2^i, \mathbf{d}_3^i)} \Delta \mathbf{d}_1^i = -\mathbf{N}_1(\mathbf{d}_1^i, \mathbf{d}_2^i, \mathbf{d}_3^i) \quad (1.13)$$

$$\mathbf{d}_1^{i+1} = \mathbf{d}_1^i + \Delta \mathbf{d}_1^i \quad (1.14)$$

$$\left. \frac{\partial \mathbf{N}_2}{\partial \mathbf{d}_2} \right|_{(\mathbf{d}_1^{i+1}, \mathbf{d}_2^i, \mathbf{d}_3^i)} \Delta \mathbf{d}_2^i = -\mathbf{N}_2(\mathbf{d}_1^{i+1}, \mathbf{d}_2^i, \mathbf{d}_3^i) \quad (1.15)$$

$$\mathbf{d}_2^{i+1} = \mathbf{d}_2^i + \Delta \mathbf{d}_2^i \quad (1.16)$$

$$\left. \frac{\partial \mathbf{N}_3}{\partial \mathbf{d}_3} \right|_{(\mathbf{d}_1^{i+1}, \mathbf{d}_2^{i+1}, \mathbf{d}_3^i)} \Delta \mathbf{d}_3^i = -\mathbf{N}_3(\mathbf{d}_1^{i+1}, \mathbf{d}_2^{i+1}, \mathbf{d}_3^i) \quad (1.17)$$

$$\mathbf{d}_3^{i+1} = \mathbf{d}_3^i + \Delta \mathbf{d}_3^i \quad (1.18)$$

Nas resoluções de problemas IFE, quando a estrutura é leve, a resposta estrutural torna-se muito sensível para pequenas mudanças nas forças provenientes do fluido. Para resolver esse problema, utilizou-se a técnica apresentada em ??), onde para corrigir o deslocamento estrutural durante a resolução a matriz de massa em \mathbf{A}_{22} é aumentada. Isso ocorre sem que \mathbf{b}_1 , \mathbf{b}_2 e \mathbf{b}_3 sejam alterados, ou seja, sem que ocorra uma mudança nas equações não lineares. Isso faz com que quando a solução por bloco iterativo converge, ela converge sem que seja alterada a massa estrutural real do problema.

1.4.1 Implementação Computacional

O Algoritmo que descreve a implementação computacional do problema de IFE de acordo com a técnica de acoplamento forte do tipo bloco-iterativo é apresentada no Alg. 1.

1.5 Cavidade com fundo flexível - 2D

1.6 Cavidade com fundo flexível - 3D

Algoritmo 1 Algoritmo para problemas IFE

```
1: para o passo de tempo  $t = 0$  até  $t = T$  faça
2:   Atualiza as variáveis do fluido, estrutura e malha no passo de tempo  $t - 1$ ;
3:   para número de iterações de Newton Raphson  $it = 0$  até  $it = Nit$  faça
4:     Fluido
5:     Resolve o problema do fluido (Eq. (1.13)) ;
6:     Atualiza as variáveis do fluido na iteração  $it$  através da eq. 1.14;
7:     Calcula medida de convergência  $\epsilon_F$ 
8:     Atualiza as forças de superfície no contorno  $\Gamma_{IFE}$ :  $t^E = -\sigma_F \cdot n_F$  ;
9:     Estrutura
10:    Resolve o problema da estrutura (Eq. (1.15));
11:    Atualiza as variáveis da estrutura na iteração  $it$  através da eq. (1.16);
12:    Calcula medida de convergência  $\epsilon_E$ 
13:    Atualiza velocidade e acelerações no fluido no contorno  $\Gamma_{IFE}$ ;
14:    Atualiza velocidade e acelerações na malha no contorno  $\Gamma_{IFE}$ ;
15:    Malha
16:    Resolve o problema de malha Eq. (1.17);
17:    Atualiza as variáveis da malha na iteração  $it$  através da eq. (1.18);
18:    Calcula medida de convergência  $\epsilon_M$ 
19:    se  $\epsilon_F, \epsilon_E$  e  $\epsilon_M < tol$  então
20:      Sair do loop;
21:    fim se
22:  fim para
23: fim para
```

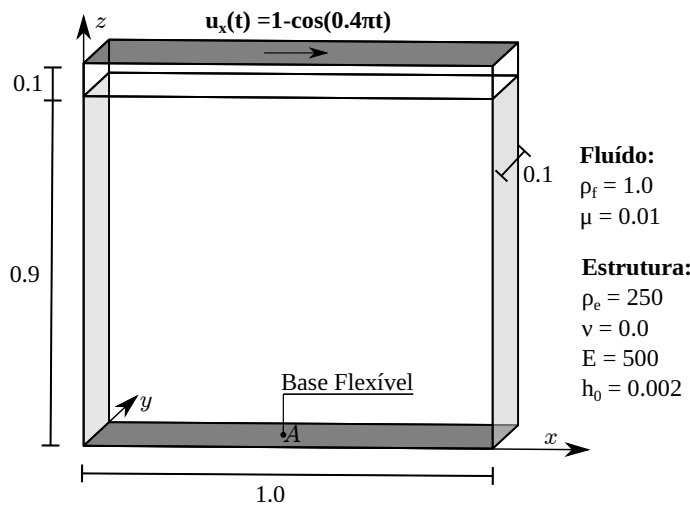


Figura 1.3 – Geometria Cavidade Fundo Flexível 2D

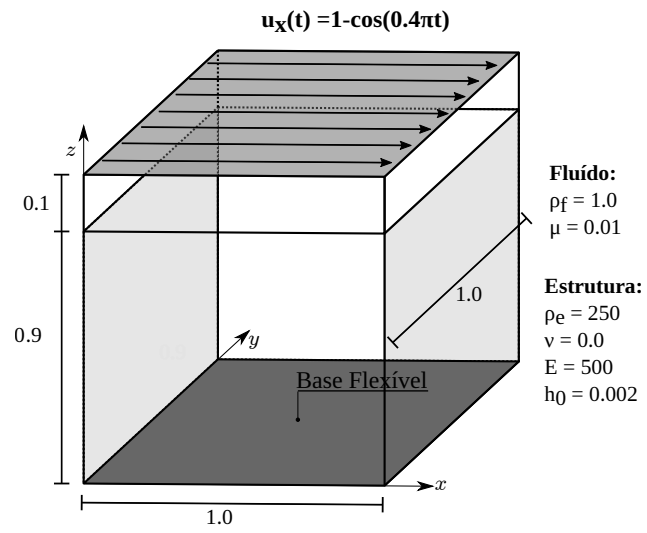


Figura 1.4 – Geometria Cavity Fundo Flexível 3D