

- 1) Escribir un número entero arbitrario en representación decimal y binaria utilizando la representación en una base  $\sum_{n=0}^N \alpha_n k^n$  con  $k = 10, 2$ , respectivamente. Comparar con el resultado de divisiones sucesivas por  $k = 10, 2$ .
- 2) Escribir un archivo de texto que contenga  $n=1$  caracteres ascii cualquiera que este sea. Verificar la información que brinda el comando "wc" de linux y el tamaño que informa el comando "ls -lh". Repetir el ejercicio para  $n=2$ . Generalizar para  $n$  arbitrario.
- 3) Resolver la ecuación  $x = \cos(x)$  por los métodos de bisección, Newton-Raphson y secante. Comparar la convergencia de cada uno de estos métodos con el número de iteraciones necesarias para alcanzar una precisión de 6 decimales.
- 4) Encontrar la o las raíces de la ecuación  $f(x) = e^x - 2x - 1$  utilizando los métodos de problema 3. Graficar la función. Resolver de dos maneras, primero despejando  $x$  del primer término y luego del segundo., respectivamente.
- 5) Encontrar la o las raíces de la ecuación  $f(x) = e^x - x - 2$  utilizando los métodos de problema 3. Graficar la función. Resolver de dos maneras, primero despejando  $x$  del primer término y luego del segundo., respectivamente.
- 6) Las galaxias espirales tiene una densidad superficial de masa dada por la expresión  $\Sigma(R) = \Sigma_0 \exp(-R/R_d)$  donde  $R$  es el radio cilíndrico,  $\Sigma_0$  es la densidad superficial central y  $R_d$  la longitud de escala. Integrar analíticamente esta expresión para encontrar la masa interior contenida dentro de un radio arbitrario  $R$ . Resolver dicha ecuación para encontrar el radio  $R_h$  que contiene la mitad de la masa total utilizando los 3 métodos del problema 3).
- 7) Los halos de materia oscura tienen una densidad volumétrica de masa dada por la el perfil NFW cuya expresión es  $\rho(r) = \rho_0(r/r_s)^{-1}(1 + r/r_s)^{-2}$  donde  $r$  es el radio esférico,  $\rho_0$  es la densidad volumétrica central y  $r_s$  la longitud de escala. Integrar analíticamente esta expresión para encontrar la masa interior contenida dentro de un radio arbitrario  $r$ . resolver la ecuación para encontrar el radio  $r_h$  que contiene la mitad de la masa total utilizando los 3 métodos del problema 3).
- 8) La velocidad circular  $V(r)$  de cualquier distribución de masa esta dada por la expresión  $V^2(r) = GM(< r)/r$  donde  $G$  es la constante de gravitación universal y  $M(< r)$  es la masa interior contenida dentro de un radio  $r$ . Utilizando el perfil de masa de un NFW obtenido en el problema 5, hallar el radio  $r_{max}$  donde la velocidad circular es máxima. Cuánto vale la velocidad  $V_{max} = V(r_{max})$  en dicho radio?
- 9) Generar una distribución de  $N$  puntos  $(x_i, y_i)$  con  $i = 1, \dots, N$  donde los  $x_i$  están distribuidos al azar en el intervalo  $(a, b)$  y los valores  $y_i = f(x_i)$  es una función lineal mas un error  $\Delta$  al azar para cada punto. Encontrar la pendiente y la ordenada al origen de la recta que mejor ajustan los puntos generados. Graficar estos valores tanto como función del número de puntos  $\log(N) = 1, 2, 3, 4$  y del error relativo  $\log(\Delta) = -4, -3, -2, -1, 0$ .
- 10) Graficar la función  $f(x) = \sin(x)$  en el intervalo  $0 < x < \pi$  y compararla con el desarrollo de segundo orden de Taylor y con el polinomio que mejor ajusta la función también de segundo orden.
- 11) Las galaxias elípticas ocupan un región muy bien definida conocida como el "plano fundamental" en el espacio logarítmicos de parámetros masa, tamaño y velocidad.

Determinar la ecuación de dicho plano que mejor ajusta los datos del relevamiento Atlas3D.

- 12) Construir el polinomio interpolatorio de Lagrange de grado  $N = 2$  para la función  $f(x) = e^x$  en el intervalo  $[-1, 1]$  con puntos interpolatorios  $x_0 = -1, x_1 = 0, x_2 = 1$ . Graficar la función y el polinomio.
- 13) Construir el polinomio interpolatorio de Lagrange de grado  $N = 10$  para la función  $f(x) = 1/(1 + x^2)$  en el intervalo  $[-5, 5]$  con puntos interpolatorios equiespaciados. Graficar la función y el polinomio.
- 14) Encontrar el polinomio interpolatorio de grado  $N = 3$  tal que en los puntos interpolatorios  $x_0 = 0, x_1 = 1$  se cumpla que  $p_3(0) = 0, p_3(1) = 1$  y que su derivada  $p'_3(0) = 1, p'_3(1) = 0$ .
- 15) Escribir un código que resuelva un sistema no homogéneo de  $N$  ecuaciones con  $N$  incógnitas por el método de los cofactores, la regla de Cramer y la descomposición LU.
- 16) Verificar cuántas operaciones de punto flotante realizar una computadora aplicando el comando "time <ejecutable>" de linux donde "ejecutable" es un código que realiza numerosas veces una operación de punto flotante.
- 17) Calcular la derivada numérica  $f'(x)$  de la función  $f(x) = xe^x$  en el punto  $x = 2$  a partir de un paso inicial  $h = 0.4$  utilizando el método de la extrapolación de Richardson.
- 18) Generar una distribución espacial de puntos al azar distribuidos homogéneamente dentro de un prisma rectangular de lados arbitrarios y rotarlo espacialmente de forma que ninguno de los lados coincida con los ejes cartesianos. Calcular los autovectores y autovalores y compararlos con los ejes rotados y con los lados.
- 19) Graficar el error de la aproximación para las funciones  $f(x) = e^{-3x}$  y  $f(x) = 1/(1 + x^2)$  utilizando polinomios interpolatorios tipo spline lineal, spline cúbico natural y spline cúbico de Hermite temiendo la función tabulada en  $x=0, 1/3, 2/3, 1$  y en  $x=0, 5/3, 10/3, 5$ , respectivamente.
- 20) Deducir el sistema de ecuaciones lineales tridiagonal para el método interpolatorio spline cúbico natural.
- 21) Escribir un código que resuelva un sistema de ecuaciones lineales cuya matrix es tridiagonal y aplicarlo a las funciones del problema 19.
- 22) Graficar las funciones B-splines de orden  $n=1, 3$  y  $5$ .
- 23) Obtener los pesos  $\omega_0, \omega_1$  y  $\omega_2$  para la regla de Simpson a partir de la fórmula de Newton-Cotes de orden  $n = 2$ .
- 24) Calcular la integral  $I = \int_{-5}^5 \frac{1}{1 + x^2} dx$  utilizando la regla de Newton-Cotes con  $n = 1, \dots, 15$ .
- 25) Derivar la relación de recurrencia para  $R_k$  en función de  $R_{k-1}$  para la integración de Romberg
- 26) Resolver numéricamente la integral  $\int_0^\pi \sin(x) dx$  usando la integración de Romberg hasta  $R_{6,6}$  y construir la tabla correspondiente.
- 27) Resolver numéricamente la integral  $\int_0^1 e^{-2x}/(1 + 4x) dx$  usando la integración de Romberg hasta  $R_{6,6}$  y construir la tabla correspondiente.

- 28) Resolver numéricamente la integral  $\int_0^1 x^{1/3} dx$  usando la integración de Romberg hasta  $R_{6,6}$  y construir la tabla correspondiente.
- 29) Deducir los coeficiente y abscisas del método de integración de cuadratura de Gauss para el caso  $n=2$  en el intervalo  $[0,1]$ .
- 30) Deducir los coeficientes y abscisas del método de integración de cuadratura de Gauss para el caso  $n=3$  en el intervalo  $[-1,1]$ .
- 31) Calcular la integral  $I = \int_0^1 e^x dx$  utilizando el método de cuadratura de Gauss para el caso  $n=2$ .
- 32) Resolver la integral  $\int_{-1}^1 \frac{1}{x+2} dx$  utilizando las reglas del rectángulo (1er orden), del trapecio (2do orden), de Simpson (3er orden), Simpson 3/8 (4to orden) y cuadratura de Gauss en la versión de segundo orden.
- 33) Resolver numéricamente la ecuación diferencial  $\frac{dy}{dx} = -y$  con los métodos de Euler explícito, implícito, centrado, modificado, mejorado y Runge-Kutta de 2do y 4to orden. Integrar para valores  $0 < x < 2.6$  a partir de la condición inicial  $y(x=0) = 1$  con un paso de  $\Delta x = 0.2$ . Graficar las soluciones comparando con la solución analítica y el error en cada una de ellas.
- 34) Resolver numéricamente la ecuación diferencial  $\frac{dy}{dx} = y - x(x+2)$  con los métodos de Euler explícito, implícito, centrado, modificado, mejorado y de Runge-Kutta de 2do y 4to orden. Integrar para valores  $0 < x < 10$  a partir de la condición inicial  $y(x=0) = 0$  con pasos de  $\Delta x = 1, 0.5, 0.1$ . Graficar las soluciones comparando con la solución analítica ( $y(x) = x^2$ ) y el error en cada una de ellas.
- 35) Integrar numéricamente la ecuación de movimiento del oscilador armónico  $\frac{dx^2}{dt^2} = -x$  con la condición inicial  $x(t=0) = 1$  y  $\frac{dx}{dt}(t=0) = 0$  entre  $0 < t < 2\pi$  utilizando 100 pasos de integración con el método de leap-frog. Graficar la solución para la posición y velocidad comparando con las respectivas soluciones analíticas y graficar el error en cada una de ellas.
- 36) Integrar la ecuación de movimiento de un péndulo  $\frac{d\theta^2}{dt^2} = -g/l \sin(\theta)$  donde  $g = 9.80665 \text{ m/s}^2$  es la aceleración de la gravedad y  $l = 1\text{m}$  es la longitud del mismo. Realizar la integración temporal por un tiempo total de 10 segundos con un paso de tiempo de  $\Delta t = 0.01\text{s}$  partiendo del reposo con un ángulo de apartamiento  $\theta(t=0) = 30^\circ$ . Graficar la solución para la posición y velocidad comparando con las respectivas soluciones analíticas y graficar el error en cada una de ellas.