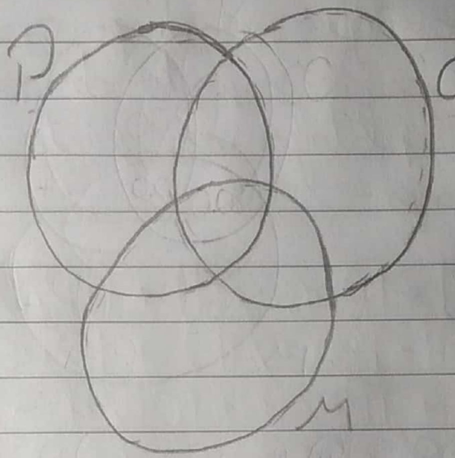
S T Q Q S S D ___/___/___

1) Denote por P, C e M os conjuntos dos alunos que jogam no PC, no console e no mobile, respectivamente.



1. O número de pessoas que joga apenas no PC é dado por

$$|P - C \cup M| = |P| - |P \cap C| - |P \cap M| + |P \cap C \cap M|$$
$$= 10^4(0.16 - 0.05 - 0.08 + 0.02)$$
$$= 10^4 \cdot 0.05$$
$$= 500$$

Analogamente, para C e M,

$$|C - P \cup M| = |C| - |P \cap C| - |C \cap M| + |C \cap P \cap M|$$
$$= 10^4(0.18 - 0.05 - 0.08 + 0.02)$$
$$= 10^4 \cdot 0.07 = 700$$
$$|M - P \cup C| = |M| - |M \cap P| - |M \cap C| + |M \cap P \cap C|$$
$$= 10^4(0.26 - 0.08 - 0.08 + 0.02)$$
$$= 10^4 \cdot 0.12 = 1200$$

Portanto, o número de pessoas que joga em uma única plataforma é

$$|P - C\cup M| + |C - P\cup M| + |M - C\cup P| = 500 + 700 + 1200$$
$$= 2400$$

2. O conjunto de pessoas que jogam em pelo menos duas plataformas consiste no conjunto de pessoas que joga em exatamente duas plataformas, junto das pessoas que jogam nas três. Ou seja

$$
\begin{aligned}
|\text{Pelo menos duas}| &= (|P\cap C| - |P\cap C\cap M|) + (|P\cap M| - |P\cap C\cap M|) \\
&\quad + (|C\cap M| - |P\cap C\cap M|) + |P\cap C\cap M| \\
&= |P\cap C| + |P\cap M| + |C\cap M| - 2\cdot|P\cap C\cap M| \\
&= 10^4(0.05 + 0.08 + 0.08 - 2\cdot 0.02) \\
&= 10^4\cdot 0.17 = 1700
\end{aligned}
$$

3. Neste caso, é necessário contabilizar o conjunto de pessoas que jogam em uma única plataforma tradicional e no mobile, juntamente com as pessoas que jogam em ambas as plataformas além do mobile. Denote este conjunto por X:

$$
\begin{aligned}
|X| &= (|P\cap M| + |C\cap M| - |P\cap C\cap M|) + |P\cap C\cap M| \\
&= |P\cap M| + |C\cap M| \\
&= 10^4(0.08 + 0.08) \\
&= 10^4\cdot 0.16 \\
&= 1600
\end{aligned}
$$

4. Para obter o número de pessoas que não jogam em nenhuma plataforma, subtraímos do total o número de pessoas que joga em pelo menos

S T Q Q S S D ___/___/___

problema, podemos assumir que a probabilidade de chuva em um dia útil é $6/20 = 3/10$. Portanto, se X é o total de atrasos,

$$\begin{aligned}
\mathbb{E}[X] &= \mathbb{E}\Big[4 \cdot \sum_D X_D\Big] \\
&= 4 \cdot \sum_D \mathbb{E}[X_D] \\
&= 4 \cdot \sum_D \big(\mathbb{E}[X_D \mid \text{com chuva}]\,\mathbb{P}(\text{com chuva}) \\
&\qquad + \mathbb{E}[X_D \mid \text{sem chuva}]\,\mathbb{P}(\text{sem chuva})\big) \\
&= 4 \cdot \Big[\Big(\frac{50 \cdot 3 + 35 \cdot 7}{10}\Big) + \Big(\frac{35 \cdot 3 + 25 \cdot 7}{10}\Big) + \Big(\frac{50 \cdot 3 + 30 \cdot 7}{10}\Big) \\
&\qquad + \Big(\frac{65 \cdot 3 + 60 \cdot 7}{10}\Big) + \Big(\frac{100 \cdot 3 + 75 \cdot 7}{10}\Big)\Big] \\
&= 990
\end{aligned}$$

2. Seja I_D uma variável indicadora que denota se um dado funcionário faltou no dia D. Por definição de probabilidade condicional,

$$\mathbb{P}(D = \text{quarta} \mid I_D = 1, C_D = \text{choveu}) = \frac{\mathbb{P}(I_D = 1, C_D = \text{choveu}, D = \text{quarta})}{\mathbb{P}(I_D = 1, C_D = \text{choveu})}$$

Da tabela, a probabilidade no numerador equivale a 0.10. Pelo teorema da probabilidade total,

$$\begin{aligned}
\mathbb{P}(I_D = 1, C_D = \text{choveu}) &= \sum_D \mathbb{P}(I_D = 1, C_D = \text{choveu}, D) \\
&= 0.10 + 0.07 + 0.10 + 0.13 + 0.20 \\
&= 0.60
\end{aligned}$$

$$\therefore \mathbb{P}(D = \text{quarta} \mid I_D = 1, C_D = \text{choveu}) = \frac{0.10}{0.60} = \frac{1}{6}$$

S T Q Q S S D __/__/__

3) Denote por G a variável aleatória que assume valores no conjunto $\{800, 200, 100, 0\}$, indicando o lucro da aposta.

Denote por N a variável aleatória que indica o tipo de nome selecionado. Supondo que seja uniforme a seleção de qualquer nome, N pode assumir os seguintes valores com as probabilidades correspondentes:

- $\mathbb{P}(N=A) = \frac{1}{500}$; retorna 800 de lucro
- $\mathbb{P}(N=B) = \frac{1}{100}$; retorna 200 de lucro
- $\mathbb{P}(N=C) = \frac{1}{50}$; retorna 100 de lucro
- $\mathbb{P}(N=D) = \frac{484}{500}$; não retorna lucro

Com isso conseguimos calcular a expectativa de lucro.

$$\begin{aligned}
\mathbb{E}[G] &= 800 \cdot \mathbb{P}(G=800) + 200 \cdot \mathbb{P}(G=200) \\
&\quad + 100 \cdot \mathbb{P}(G=100) + 0 \cdot \mathbb{P}(G=0) \\
&= 800 \cdot \mathbb{P}(N=A) + 200 \cdot \mathbb{P}(N=B) + 100 \cdot \mathbb{P}(N=C) \\
&= 800 \cdot \frac{1}{500} + 200 \cdot \frac{5}{500} + 100 \cdot \frac{10}{500} \\
&= 5.6
\end{aligned}$$

4) 1. Se $\vec{x} = (x, y, z)$ é um ponto do plano, então vale que

$$\langle (x-4, y-3, z-2), (-3, 2, -1) \rangle = 0,$$

o que equivale à

$$-3x + 2y - z + (12 - 6 + 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow \quad -3x + 2y - z + 8 = 0$$

2. A partir da equação do plano obtemos facilmente o vetor normal olhando para os coeficientes das incógnitas. Dessa forma, o vetor normal é dado por $n = (3, 4, 0)$.

Na interseção com o eixo x temos que $y = z = 0$, e da equação obtemos o ponto $(4, 0, 0)$. Analogamente, o plano intercepta o eixo y no ponto $(0, 3, 0)$, e observamos que não há ponto de interseção com o eixo z pois a equação não é satisfeita quando $x = y = 0$.