

<b>Stav</b>	Dokončeno
<b>Zahájení</b>	pondělí, 12. ledna 2026, 09.18
<b>Dokončeno</b>	pondělí, 12. ledna 2026, 11.00
<b>Trvání</b>	1 hodina 41 min.
<b>Známka</b>	<b>35,70</b> z možných 50,00 (71,4%)

# Úloha 1

Správně Bodů 10,00 / 10,00

## Antivirový systém:

Antivirový systém kontroluje soubory, které se spouštějí v operačním systému. Na základě interního modelu vyhodnocuje, zda jde o malware (škodlivý kód), nebo o legitimní soubor.

- 10 % všech spouštěných souborů je ve skutečnosti malware.
- Antivirový systém správně detekuje spouštěný soubor jako malware v 95 % případů.
- Naopak, 2 % legitimních souborů jsou antivirem mylně označeny jako malware.

## Použité značení:

- $M$  ... Spouštěný soubor je malware.
- $+$  ... Antivirový systém označí spouštěný soubor jako malware.
- $-$  ... Antivirový systém označí spouštěný soubor jako legitimní soubor.

**Vyberte vždy jednu možnost správného označení vybrané pravděpodobnosti ze zadání:**

1)  $X = 0.10$ . Co patří na místo  $X$ ?

- ✓  $P(M)$    $P(\bar{M})$   $P(+)$   $P(-)$   $P(+|M)$   $P(+|\bar{M})$   $P(-|M)$   $P(-|\bar{M})$   $P(M|+)$   
 $P(M|-)$   $P(\bar{M}|+)$   $P(\bar{M}|-)$

2)  $X = 0.95$ . Co patří na místo  $X$ ?

- $P(M)$   $P(\bar{M})$   $P(+)$   $P(-)$  ✓  $P(+|M)$    $P(+|\bar{M})$   $P(-|M)$   $P(-|\bar{M})$   $P(M|+)$   
 $P(M|-)$   $P(\bar{M}|+)$   $P(\bar{M}|-)$

3)  $X = 0.05$ . Co patří na místo  $X$ ?

- $P(M)$   $P(\bar{M})$   $P(+)$   $P(-)$   $P(+|M)$   $P(+|\bar{M})$  ✓  $P(-|M)$    $P(-|\bar{M})$   $P(M|+)$   
 $P(M|-)$   $P(\bar{M}|+)$   $P(\bar{M}|-)$

4)  $X = 0.02$ . Co patří na místo  $X$ ?

- $P(M)$   $P(\bar{M})$   $P(+)$   $P(-)$   $P(+|M)$  ✓  $P(+|\bar{M})$    $P(-|M)$   $P(-|\bar{M})$   $P(M|+)$   
 $P(M|-)$   $P(\bar{M}|+)$   $P(\bar{M}|-)$

**Vyberte správné značení pravděpodobnosti a dopočtěte její hodnotu:**

5a) Jak označíme pravděpodobnost, že antivirový systém označí soubor jako malware?

- $P(M)$   $P(\bar{M})$  ✓  $P(+)$    $P(-)$   $P(+|M)$   $P(+|\bar{M})$   $P(-|M)$   $P(-|\bar{M})$   $P(M|+)$   
 $P(M|-)$   $P(\bar{M}|+)$   $P(\bar{M}|-)$

5b) Pravděpodobnost, že antivirový systém označí soubor jako malware je 0.113 .

6a) Jak označíme pravděpodobnost, spouštěný soubor je malware, víme-li, že antivirový systém jej označil jako malware?

- $P(M)$   $P(\bar{M})$   $P(+)$   $P(-)$   $P(+|M)$   $P(+|\bar{M})$   $P(-|M)$   $P(-|\bar{M})$  ✓  $P(M|+)$    
 $P(M|-)$   $P(\bar{M}|+)$   $P(\bar{M}|-)$

6b) Pravděpodobnost, že spouštěný soubor je malware, víme-li, že antivirový systém jej označil jako malware, je 0.84 .

## Úloha 2

Správně Bodů 10,00 / 10,00

### Statistika dešťivých dnů:

Nechť náhodná veličina  $Y$  popisuje počet dešťivých dnů za měsíc. Její distribuční funkce je dána takto:

$$F(y) = \begin{cases} 0.0, & \text{pro } y \leq 0 \\ 0.1, & \text{pro } 0 < y \leq 1 \\ 0.3, & \text{pro } 1 < y \leq 2 \\ 0.5, & \text{pro } 2 < y \leq 3 \\ 0.9, & \text{pro } 3 < y \leq 4 \\ 1.0, & \text{pro } y > 4 \end{cases}$$

1. Určete pravděpodobnost, že v daném měsíci budou přesně 2 dešťivé dny.

Odpověď: 0.2

2. Určete pravděpodobnost, že v daném měsíci budou méně než 3 dešťivé dny.

Odpověď: 0.5

3. Určete střední hodnotu, směrodatnou odchylku a modus počtu dešťivých dnů za měsíc.

Střední hodnota: 2.2

Směrodatná odchylka: 1.17  (s přesností na setiny)

Modus: 3

4. Každý dešťivý den způsobí zemědělců 500 korun ztrát. Označme náhodnou veličinu  $V$  jako celkové ztráty (v korunách) za měsíc. Určete pravděpodobnostní funkci, střední hodnotu a směrodatnou odchylku ztrát  $V$ .

- Pravděpodobnostní funkce (hodnoty  $v_i$  seřaďte vzestupně):

$v_i$	0 <input checked="" type="checkbox"/>	500 <input checked="" type="checkbox"/>	1000 <input checked="" type="checkbox"/>	1500 <input checked="" type="checkbox"/>	2000 <input checked="" type="checkbox"/>
$P_V(v_i)$	0.1 <input checked="" type="checkbox"/>	0.2 <input checked="" type="checkbox"/>	0.2 <input checked="" type="checkbox"/>	0.4 <input checked="" type="checkbox"/>	0.1 <input checked="" type="checkbox"/>

• Střední hodnota: 1100

• Směrodatná odchylka: 583.10  (s přesností na setiny)

### Úloha 3

Částečně správně Bodů 7,00 / 10,00

#### Přenos datových paketů

Časy mezi příchody datových paketů do systémů jsou náhodné a řídí se exponenciálním rozdělením se střední hodnotou 2 sekundy.

---

Jaká je pravděpodobnost, že mezi dvěma příchody paketů uplyne více než 0,5 sekundy?

Odpověď:

---

Doplňte následující tvrzení.

S pravděpodobností 5 % je doba mezi příchody paketů kratší než   sekund. (s přesností na desetiny)

S pravděpodobností 5 % je doba mezi příchody paketů delší než   sekund. (s přesností na desetiny)

---

80 % paketů je přenášeno správně (tj. nedojde u nich k chybě přenosu), u zbylých paketů dochází k chybě přenosu (tj. přijdou poškozené). Chyby přenosu jsou nezávislé. Bylo přeneseno 150 paketů. Považujme počet správně přenesených paketů (ze 150) za náhodnou veličinu  $X$ .

Jaké rozdělení má náhodná veličina  $X$ ?

Odpověď:

Střední hodnota počtu správně přenesených paketů (ze 150) je   paketů.

Rozptyl počtu správně přenesených paketů (ze 150) je   paketu<sup>2</sup>.

S jakou pravděpodobností bylo alespoň 110 paketů (ze 150) přeneseno správně?

=

---

## Úloha 4

Správně Bodů 3,00 / 3,00

### Identifikace odlehlých pozorování a výpočet vybraných charakteristik počáteční hmotnosti

V rámci výzkumné studie byli probandí s nadváhou, popř. obezitou prvního stupně (BMI 25-35) náhodně rozděleni do čtyř skupin, které po dobu tří měsíců upravily dle instrukcí své chování. Jedna skupina probandů (KETO) dodržovala tzv. KETO diétu, druhá skupina (HIIT) třikrát týdně podstupovala vysoce intenzivní intervalový trénink (cvičení), třetí skupina (KETO+HIIT) kombinovala KETO diétu a vysoce intenzivní intervalový trénink, čtvrtá skupina (KONTROL) své chování nezměnila. Informace o skupině, do níž byli probandí zařazeni, a o jejich počáteční ( $m_0$ ) a koncové ( $m_1$ ) hmotnosti máte k dispozici v datovém souboru **dataset\_5\_out.xlsx**.

---

*Metodou vnitřních hradeb identifikujte odlehlá pozorování počáteční hmotnosti  $m_0$  (v kg) pro probandy, kteří byli zařazeni do skupiny KETO+HIIT.*

#### Počáteční hmotnost probandů zařazených do skupiny KETO+HIIT

Počet odlehlých pozorování = 3 ✓

---

*Doplňte požadované informace.*

**POZOR!** Při zaokrouhlování číselných charakteristik dodržte pravidla zaokrouhlování (dle Manuálu pro zaokrouhlování).

Po odstranění odlehlých pozorování počáteční hmotnosti lze na základě příslušných kvantilů konstatovat, že

- počáteční hmotnost poloviny probandů zařazených do skupiny KETO+HIIT byla nižší než 85.4 ✓ kg,
- 10 % probandů zařazených do skupiny KETO+HIIT mělo počáteční hmotnost menší než 78.62 ✓ kg.

---

## Úloha 5

Částečně správně Bodů 0,70 / 7,00

### Analýza vlivu pití čaje na změnu hmotnosti

V rámci výzkumné studie byl zkoumán vliv pití různých typů čaje na změnu (nárůst/pokles) hmotnosti (viz **dataset\_2\_out.xlsx**). U účastníků studie (probandů) byla zaznamenána jejich počáteční hmotnost. Následně probandi pili 2 litry daného čaje denně po dobu tří měsíců. Typ čaje (ovocný, černý, zelený, bylinkový), který pili, byl dán skupinou, do níž byli probandi náhodně zařazeni. Po ukončení studie byla zaznamenána koncová hmotnost probandů.

Dle vhodného intervalového odhadu a příslušného testu určete, zda je podíl osob, u nichž došlo k poklesu hmotnosti mezi probandy, kteří pili zelený čaj, statisticky významně **vyšší než** mezi probandy, kteří pili černý čaj.

(**Poznámka:** V případě, že  $p - hodnota < 0.001$ , uveďte 0.001.)

---

**Do analýzy jsou zařazeni všichni probandi** (tj. nebyla řešena odlehlá pozorování ve změnách hmotnosti probandů).

Nechť:

- $\pi_{černý} (\pi_{zelený})$  ... podíl osob, u nichž dojde při pití černého (zeleného) čaje k poklesu hmotnosti
- $p_{černý} (p_{zelený})$  ... podíl osob, u nichž došlo k poklesu hmotnosti, mezi probandy, kteří pili černý (zelený) čaj
- $n_{černý} (n_{zelený})$  ... počet probandů, kteří pili černý (zelený) čaj

**Bodové odhady podílu osob, u nichž došlo k poklesu hmotnosti:**

$$p_{černý} = \boxed{0.9427} \quad \text{✖}$$

$$p_{zelený} = \boxed{0.3717} \quad \text{✖}$$

---

**Interpretace bodového odhadu rozdílu podílu osob, u nichž došlo k poklesu hmotnosti pro probandy, kteří pili černý a zelený čaj:**

Podíl osob, u nichž došlo k poklesu hmotnosti, mezi probandy, kteří pili zelený čaj, je cca o 10 ✓ procentních bodů **vyšší, než** mezi probandy, kteří pili černý čaj.

---

**Předpokladem pro použití intervalového odhadu/testu rozdílu pravděpodobnosti poklesu hmotnosti po pití daného typu čaje je**

**normalita dat** ✖ pro každou ze srovnávaných skupin probandů.

Uvažujme předpoklad  $n_i > \frac{9}{p_i(1-p_i)}$ , kde  $i \in \{\text{černý}, \text{zelený}\}$ .

**Černý čaj:** Rozsah výběru by měl být dle uvedeného předpokladu alespoň   ✖ probandů.

**Zelený čaj:** Rozsah výběru by měl být dle uvedeného předpokladu alespoň   ✖ probandů.

Předpoklad  $n_i > \frac{9}{p_i(1-p_i)}$  je splněn   ✖.

---

**90% pravostranný** ✖ **intervalový odhad**  $\pi_{zelený} - \pi_{černý}$ : (  ✖,   ✖)

(**Poznámka:** Nejsou-li splněny předpoklady pro použití daného intervalového odhadu, zadejte obě meze jako **-10**.)

---

Dle intervalového odhadu i příslušného testu ( $p - hodnota = \boxed{ }$  ✖) lze konstatovat, že podíl osob, u nichž došlo k poklesu hmotnosti, je ✖ pro probandy, kteří pili zelený čaj, statisticky významně větší než pro probandy, kteří pili černý čaj.

## Úloha 6

Částečně správně Bodů 5,00 / 10,00

### Analýza zlepšení studijních výsledků

V rámci pedagogického experimentu byli studenti připravující se na standardizovaný test náhodně rozděleni do čtyř skupin. Každá skupina po dobu jednoho měsíce využívala specifickou studijní metodu. První skupina (METODA\_A) využívala techniku aktivního vybavování (active recall), druhá skupina (METODA\_B) metodu rozloženého učení (spaced repetition), třetí skupina (METODA\_A\_B) kombinovala obě tyto metody a čtvrtá skupina (KONTROLNI) studovala dle svých obvyklých návyků bez specifických instrukcí. Informace o skupině, do níž byli studenti zařazeni, a o jejich skóre v testu před zahájením experimentu ( $s_0$ ) a po jeho ukončení ( $s_1$ ) máte k dispozici v datovém souboru **dataset\_9.xlsx**.

Na **hladině významnosti 5 %** rozhodněte, zda se střední hodnoty, popřípadě mediány, **zlepšení skóre** ( $s_1 - s_0$ ) pro jednotlivé skupiny studentů statisticky významně liší. Pokud ano, zjistěte, zda lze některé skupiny studentů z hlediska střední hodnoty, popřípadě mediánu zlepšení skóre označit za homogenní a **homogenní skupiny studentů dle sledovaného parametru seřaďte sestupně**.

**Poznámka:** V případě, že p-hodnota < 0.001, uveděte 0.001.

#### Doplňte řešení:

- Datový soubor neobsahuje odlehlá pozorování.
- Dle Shapirova-Wilkova testu aplikovaného na srovnávané výběry  nezamítáme  předpoklad normality. Nejnižší zjištěná p-hodnota Shapirova-Wilkova testu je   .
- Na základě Bartlettova testu  (p-hodnota =   )  nezamítáme  předpoklad o shodě rozptylu zlepšení skóre pro srovnávané skupiny studentů.
- Tvar rozdělení zlepšení skóre pro srovnávané skupiny studentů považujeme za shodný.
- Na základě ANOVA testu  (p-hodnota =   )  zamítáme  předpoklad o shodě středních hodnot  zlepšení skóre pro srovnávané skupiny studentů.
- Pomocí Tukeyho  post hoc analýzy byly detekovány následující homogenní skupiny studentů:

**Poznámka:** Homogenní skupiny jsou **seřazeny sestupně** podle sledovaného parametru. Pro každou homogenní skupinu označte všechny skupiny studentů (typů výuky), které do ní spadají. Pokud je homogenních skupin méně než 4, uveděte v daném pořadí (od konce) jako odpověď „nebyla detekována“.

Skupina 1	Skupina 2	Skupina 3	Skupina 4
METODA_A METODA_B <input checked="" type="checkbox"/> METODA_A_B <input checked="" type="checkbox"/> KONTROLNI <input checked="" type="checkbox"/> nebyla detekována	<input checked="" type="checkbox"/> METODA_A <input checked="" type="checkbox"/> METODA_B METODA_A_B <input checked="" type="checkbox"/> KONTROLNI <input checked="" type="checkbox"/> nebyla detekována	METODA_A <input checked="" type="checkbox"/> METODA_B <input checked="" type="checkbox"/> METODA_A_B <input checked="" type="checkbox"/> KONTROLNI <input checked="" type="checkbox"/> nebyla detekována	<input checked="" type="checkbox"/> METODA_A <input checked="" type="checkbox"/> METODA_B <input checked="" type="checkbox"/> METODA_A_B <input checked="" type="checkbox"/> KONTROLNI <input checked="" type="checkbox"/> nebyla detekována