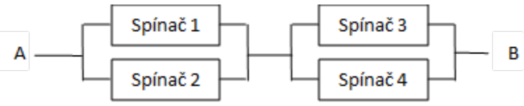
Stav	Dokončeno
Zahájení	pondělí, 26. ledna 2026, 09.08
Dokončeno	pondělí, 26. ledna 2026, 11.01
Trvání	1 hodina 52 min.
Známka	**25,05** z možných 50,00 (**50,1**%)

Úloha 1

Částečně správně Bodů 5,50 / 10,00

Hladina vody v nádrži je kontrolována pomocí čtyř na sobě nezávislých spínačů stejného typu zapojených dle obrázku. Spínače mají být sepnuty při nízké hladině vody. Je-li hladina vody dostatečná, spínače by měly být vypnuty. Každý ze spínačů je s pravděpodobností 5 % v opačném stavu, než má být. Ve chvíli, kdy se propojí uzly A a B (tj. např. sepnou spínače 1 a 4), je vyhlášen poplach.

V nádrži je dostatečná hladina vody. S jakou pravděpodobností kontrolní systém (viz obrázek) vyhlásí poplach?



<u>Použijme následující značení jevů:</u>

- $S_1(S_2,...,S_4)$ ... Spínač 1 (2, ..., 4) je sepnutý.
- S_X ... Alespoň jeden ze spínačů 1 a 2 je sepnutý.
- S_Y ... Alespoň jeden ze spínačů 3 a 4 je sepnutý.
- S ... Systém vyhlásí falešný poplach.

Jaká je pravděpodobnost, že spínače budou sepnuty?

$P(S_1) = P(S_2) = ... = P(S_4) =$ 0.05

Jaká je pravděpodobnost, že alespoň jeden ze spínačů 1 a 2 bude sepnutý?

$P(S_X) =$

$P(S_1) \cdot P(S_2)$
$P(\bar{S}_1) \cdot P(\bar{S}_2)$
✓ $P(S_1) + P(S_2)$
$P(\bar{S}_1) + P(\bar{S}_2)$
$1 - P(S_1) \cdot P(S_2)$
$1 - P(\bar{S}_1) \cdot P(\bar{S}_2)$
$1 - (P(S_1) + P(S_2))$
$1 - (P(\bar{S}_1) + P(\bar{S}_2))$

$P(S_X) =$ 0.10

S jakou pravděpodobností kontrolní systém (viz obrázek) vyhlásí poplach?

$P(S) =$

✓ $P(S_X) \cdot P(S_Y)$
$P(\bar{S}_X) \cdot P(\bar{S}_Y)$
$P(S_X) + P(S_Y)$
$P(\bar{S}_X) + P(\bar{S}_Y)$
$1 - P(S_X) \cdot P(S_Y)$
$1 - P(\bar{S}_X) \cdot P(\bar{S}_Y)$
$1 - (P(S_X) + P(S_Y))$
$1 - (P(\bar{S}_X) + P(\bar{S}_Y))$

$P(S) =$ 0.01

Úloha **2**

Částečně správně   Bodů 6,00 / 10,00

Databázový systém

V databázovém systému je server pravidelně monitorován, aby se zjistil počet dotazů (requestů) na databázi za jednu minutu. Po analýze záznamů byla určena pravděpodobnostní funkce náhodné veličiny X, která udává počet dotazů za minutu:

x	0	1	2	3	4
$P_X(x)$	0.10	0.25	0.30	?	0.15

Určete chybějící hodnotu pravděpodobnostní funkce.

$P_X(3) =$ 0,2

Nechť $F_X(x)$ je distribuční funkce náhodné veličiny X. Určete hodnoty distribuční funkce pro $x \in \{0, 1.5, 4, 5\}$.

$F_X(0) =$ 0

$F_X(1.5) =$ 0,35

$F_X(4) =$ 0,85

$F_X(5) =$ 1

Jaká je pravděpodobnost, že na server budou více než dva dotazy za minutu?

$P(X > 2) =$ 0,35

Víme, že na server přišly více než dva dotazy za minutu. S jakou pravděpodobností na server přišly právě tři dotazy za minutu?

Odpověď: 0,4286

Určete střední hodnotu, směrodatnou odchylku a modus počtu dotazů na server za minutu.

Střední hodnota: 2,05 min^{-1}

Směrodatná odchylka: 1,2 min^{-1} (s přesností na 1 des. místo)

Modus: 2 min^{-1}

Každý dotaz přenese data o velikosti 50 kB. Navíc se při každé minutě provozu přenáší pevná režijní data (například metadata o připojení) o velikosti 100 kB. Určete střední hodnotu a směrodatnou odchylku celkového objemu dat přenesených za jednu minutu.

Střední hodnota: 103 kB/min (zaokrouhlete na celé číslo)

Směrodatná odchylka: 60 kB/min (zaokrouhlete na celé číslo)

Úloha 3

Částečně správně   Bodů 5,50 / 10,00

Délka hovoru s Centrem zákaznické podpory (v minutách) má střední hodnotu 11 minut a lze ji modelovat exponenciálním rozdělením.

Považujme délku hovoru s Centrem zákaznické podpory (v minutách) za náhodnou veličinu X.

Jaká je pravděpodobnost, že hovor bude trvat déle než 13 minut?

Odpověď: 0,3679

Jaká je pravděpodobnost, že hovor bude trvat déle než 13 minut, jestliže trvá už 8 minut?

P(X > 13 | X ≥ 8) = 0,6347

Jakou délku překročí jen 19 % hovorů?

Odpověď: 18,3 minut (s přesností na 1 des. místo)

Jaká je pravděpodobnost, že průměrná délka 40 hovorů nepřesáhne 14 minut?

Považujme průměrnou délku 40 hovorů (v minutách) za náhodnou veličinu Y.

Za předpokladu, že jsou délky hovorů nezávislé, lze průměrnou délku 40 hovorů nejlépe modelovat exponenciálním rozdělení.

Střední hodnota náhodné veličiny Y je dle uvedeného modelu 0.28 minut. (s přesností na 2 des. místa)

Směrodatná odchylka náhodné veličiny Y je dle uvedeného modelu 0.28 minut. (s přesností na 2 des. místa)

P(Y ≤ 14) = 1 (s přesností na 2 des. místa)

Úloha 4

Správně   Bodů 3,00 / 3,00

Identifikace odlehlých pozorování a dolního kvartilu propustnosti:

V datovém souboru **dataset_1_out.xlsx** identifikujte metodou vnitřních hradeb odlehlá pozorováni **propustnosti zařízení s původní verzi protokolu** pro **modemy výrobce C.** Následně určete **dolní kvartil** propustnosti zařízení (po odstranění odlehlých pozorování) a interpretujte jej.

Výrobce C:

Počet odlehlých pozorování: 3

Nejnižší identifikační číslo modemu, který byl identifikován jako odlehlé pozorování: 278

Dolní kvartil propustnosti modemů s původní verzí protokolu (po odstranění odlehlých pozorování) - interpretace:

25 % modemů výrobce C vykazovalo propustnost nejvýše 285,78 Mb/s.

Úloha 5

Částečně správně Bodů 1,05 / 7,00

Srovnání pravděpodobností chybových výstupů dvou algoritmů

Při testování dvou algoritmů na zpracování úloh jistého typu se zaznamenávají chybové výstupy (viz **dataset_6.xlsx**).

Dle vhodného intervalového odhadu a příslušného testu určete, zda je podíl chybových výstupů algoritmu A ***statisticky významně vyšší*** *než u algoritmu B. Rozhodujte na hladině významnosti 5 %.*

(**Poznámka**: V případě, že $p - hodnota < 0.001$, uveďte 0.001.)

Do analýzy jsou zařazeni všichni probandi (tj. nebyla řešena odlehlá pozorování ve změnách hmotnosti probandů).

Nechť:

- $\pi_A(\pi_B)$ ... pravděpodobnost chybového výstupu algoritmu A (B)
- $p_A(p_B)$ ... podíl (relativní četnost) chybových výstupů algoritmu A (B) mezi testovacími úlohami
- $n_A(n_B)$ ... počet úloh použitých pro testování algoritmu A (B)

Bodové odhady pravděpodobností chybových výstupů algoritmů A a B:

$p_A =$ [ ]

$p_B =$ [ ]

Interpretace bodového odhadu rozdílu pravděpodobností chybových výstupů algoritmů A a B:

Podíl chybových výstupů algoritmu A je cca o [ ] procentních bodů vyšší, než u algoritmu B.

Předpokladem pro použití intervalového odhadu/testu rozdílu pravděpodobností chybových výstupů algoritmů A a B je [dostatečný rozsah výběru] pro každou z testovaných algoritmů.

Uvažujme předpoklad $n_i > \frac{9}{p_i(1-p_i)}$, kde $i \in \{A, B\}$.

Algoritmus A: Rozsah výběru by měl být dle uvedeného předpokladu alespoň [ ] testovacích úloh.

Algoritmus B: Rozsah výběru by měl být dle uvedeného předpokladu alespoň [ ] testovacích úloh.

Předpoklad $n_i > \frac{9}{p_i(1-p_i)}$ je splněn [pouze pro algoritmus A] .

95% [pravostranný] **intervalový odhad** $\pi_A - \pi_B$: ([ ] , [inf])

(**Poznámka**: Nejsou-li splněny předpoklady pro použití daného intervalového odhadu, zadejte obě meze jako **-10**.)

Dle intervalového odhadu i příslušného testu ($p - hodnota =$ [ ]) lze konstatovat, že podíl podíl chybových výstupů algoritmu A [je] **statisticky významně větší** než u algoritmu B.

Úloha 6

Částečně správně Bodů 4,00 / 10,00

Byla provedena studie hodnotící propustnost optických modemů čtyř různých výrobců (A, B, C, D) před a po zavedení nové verze komunikačního protokolu (viz **dataset_3_out.xlsx**). Každý výrobce testoval 100 svých zařízení. Zavedení nové verze protokolu pravděpodobně přispělo k vyšší propustnosti zařízení.

Výrobce A se rozhodl prozkoumat, zda má to, kdo provedl montáž zařízení (profesionál/amatér), vliv na (zvýšení (či beze změny)/snížení) propustnosti zařízení po zavedení nové verze protokolu (pouze pro výrobce A). **Konkrétně ho zajímá, zda amatérská montáž vede k méně kvalitní instalaci, a tedy i nemožnosti plně využít novou verzi protokolu, což se projeví jako snížení rychlosti po zavedení nové verze protokolu.** Tedy je třeba ověřit, zda existuje závislost mezi způsobem montáže (amatérská nebo profesionální) a změnou (snížením nebo zvýšením (popř. stagnací) propustnosti zařízení).

Nápověda: Nejdříve si z dostupných dat definujte novou proměnnou *zmena*, která bude nabývat hodnot („snizeni“/“zvyseni (stagnace)“) dle toho, jak se změnila propustnost zařízení po zavedení nové verze protokolu oproti propustnosti zařízení s původní verzi protokolu.

Doplňte asociační tabulku (včetně popisků řádků a sloupců) vhodnou pro analýzu závislosti mezi způsobem montáže (profesionální/amatérská) a změnou (zvýšením (stagnací)/snížením) propustnosti. Za sledovanou událost považujte snížení propustnosti.

	snížení	zvýšení (stagnace)
amatérská	40	251
profesionální	12	97

---

*Určete **rizika** snížení propustnosti pro zařízení, jejichž montáž byla provedena amatérský/profesionálně:*

Pro zařízení, jejichž **montáž byla provedena amatérský** je riziko snížení propustnosti po zavedení nové verze protokolu cca 14,94 %.

Pro zařízení, jejichž **montáž byla provedena profesionálně** je riziko snížení propustnosti po zavedení nové verze protokolu cca 14,94 %.

Určete bodový a 95% intervalový odhad relativního rizika snížení propustnosti pro zařízení, která byla instalována amatérem vůči těm, která byla instalována profesionálem.

Riziko snížení propustnosti pro zařízení, která byla instalována amatérem je cca ___ krát větší než u zařízení, která byla instalována profesionálem.

95% intervalový odhad relativního rizika je (___ , ___).

Pomocí chí-kvadrát testu nezávislosti v kontingenční tabulce rozhodněte na 5% hladině významnosti, zda je pozorovaná závislost mezi způsobem montáže (profesionální/amatérská) a změnou (zvýšením (stagnací)/snížením) propustnosti statisticky významná.

H_0 : Mezi způsobem montáže (profesionální/amatérská) a změnou (zvýšením (stagnací)/snížením) propustnosti neexistuje statisticky významná závislost.

H_A: $\neg H_0$

Vyhodnocení předpokladů:

- Všechny očekávané četnosti jsou větší než 5.
- Nejnižší očekávaná četnost je 14,17 . (s přesností na 2 des. místa)

Na základě chí-kvadrát testu nezávislosti v kontingenční tabulce nezamítám H_0 ($p - hodnota =$ 0,5771), tj. mezi způsobem montáže (profesionální/amatérská) a změnou (zvýšením (stagnaci)/snížením) propustnosti neexistuje statisticky významná závislost.