Laporan Tugas Besar Aljabar Geometri

Mata Kuliah Aljabar Geometri IF2123

Dr. Ir. Rinaldi, M.T.

Samuel Christopher Swandi (13520075)

Grace Claudia (13520078)

Patrick Amadeus Irawan (13520109)

Bab 1

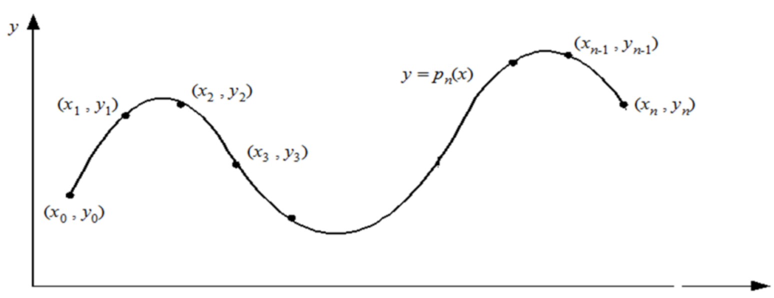
Deskripsi Masalah

Di dalam Tugas Besar 1 ini, kita diminta membuat satu atau lebih library aljabar linier dalam Bahasa Java. Library tersebut berisi fungsi-fungsi seperti eliminasi Gauss, eliminasi Gauss-Jordan, menentukan balikan matriks, menghitung determinan, kaidah Cramer (kaidah Cramer khusus untuk SPL dengan n peubah dan n persamaan). Selanjutnya, kita akan menggunakan library tersebut di dalam program Java untuk menyelesaikan berbagai persoalan yang dimodelkan dalam bentuk SPL, menyelesaikan persoalan interpolasi, dan persoalan regresi. Penjelasan tentang interpolasi dan regresi adalah seperti di bawah ini.

Sistem persamaan linier (SPL) banyak ditemukan di dalam bidang sains dan rekayasa. Anda sudah mempelajari berbagai metode untuk menyelesaikan SPL, termasuk menghitung determinan matriks. Sembarang SPL dapat diselesaikan dengan beberapa metode, yaitu metode eliminasi Gauss, metode eliminasi Gauss-Jordan, metode matriks balikan (x = A-1b), dan kaidah Cramer (khusus untuk SPL dengan n peubah dan n persamaan). Solusi sebuah SPL mungkin tidak ada, banyak (tidak berhingga), atau hanya satu (unik tunggal).

I. Interpolasi Polinom

Persoalan interpolasi polinom adalah sebagai berikut: Diberikan n+1 buah titik berbeda, (x0, y0), (x1, y1), ..., (xn, yn). Tentukan polinom pn(x) yang menginterpolasi (melewati) semua titik-titik tersebut sedemikian rupa sehingga yi = pn(xi) untuk i = 0, 1, 2, …, n.



Setelah polinom interpolasi pn(x) ditemukan, pn(x) dapat digunakan untuk menghitung perkiraan nilai y di sembarang titik di dalam selang [x0, xn].

Polinom interpolasi derajat n yang menginterpolasi titik-titik (x0, y0), (x1, y1), ..., (xn, yn). adalah berbentuk pn(x) = a0 + a1x + a2x2 + … + anxn. Jika hanya ada dua titik, (x0, y0) dan (x1, y1), maka polinom yang menginterpolasi kedua titik tersebut adalah p1(x) = a0 + a1x yaitu berupa persamaan garis lurus. Jika tersedia tiga titik, (x0, y0), (x1, y1), dan (x2, y2), maka polinom yang menginterpolasi ketiga titik tersebut adalah p2(x) = a0 + a1x + a2x2 atau persaman kuadrat dan kurvanya berupa parabola.

Jika tersedia empat titik, (x0, y0), (x1, y1), (x2, y2), dan (x3, y3), polinom yang menginterpolasi keempat titik tersebut adalah p3(x) = a0 + a1x + a2x2 + a3x3, demikian seterusnya.

Dengan cara yang sama kita dapat membuat polinom interpolasi berderajat n untuk n yang lebih tinggi asalkan tersedia (n+1) buah titik data. Dengan menyulihkan (xi, yi) ke dalam persamaan polinom pn(x) = a0 + a1x + a2x2 + … + anxn untuk i = 0, 1, 2, …, n, akan diperoleh n buah sistem persamaan lanjar dalam a0, a1, a2, …, an,

a0 + a1x0 + a2x02 + ... + an x0n = y0
a0 + a1x1 + a2x12 + ... + an x1n = y1
... ...
a0 + a1xn + a2xn2 + ... + an xnn = yn

Solusi sistem persamaan lanjar ini, yaitu nilai a0, a1, …, an, diperoleh dengan menggunakan metode eliminasi Gauss yang sudah anda pelajari. Sebagai contoh, misalkan diberikan tiga buah titik yaitu (8.0, 2.0794), (9.0, 2.1972), dan (9.5, 2.2513) Tentukan polinom interpolasi kuadratik lalu estimasi nilai fungsi pada x = 9.2. Polinom kuadratik berbentuk p2(x) = a0 + a1x + a2x2. Dengan menyulihkan ketiga buah titik data ke dalam polinom tersebut, diperoleh sisten persamaan lanjar yang terbentuk adalah

a0 + 8.0a1 + 64.00a2 = 2.0794
a0 + 9.0a1 + 81.00a2 = 2.1972
a0 + 9.5a1 + 90.25a2 = 2.2513

Penyelesaian sistem persamaan dengan metode eliminasi Gauss menghasilkan a0 = 0.6762, a1 = 0.2266, dan a2 = -0.0064. Polinom interpolasi yang melalui ketiga buah 2 titik tersebut adalah p2(x) = 0.6762 + 0.2266x - 0.0064x2. Dengan menggunakan polinom ini, maka nilai fungsi pada x = 9.2 dapat ditaksir sebagai berikut: p2(9.2) = 0.6762 + 0.2266(9.2) - 0.0064(9.2)2 = 2.2192.

II. Regresi Linier Berganda

Regresi Linear (akan dipelajari lebih lanjut di Probabilitas dan Statistika) merupakan salah satu metode untuk memprediksi nilai selain menggunakan Interpolasi Polinom. Meskipun sudah ada rumus jadi untuk menghitung regresi linear sederhana, terdapat rumus umum dari regresi linear yang bisa digunakan untuk regresi linear berganda, yaitu.

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \cdots + \beta_k x_{ki} + \epsilon_i$$

Untuk mendapatkan nilai dari setiap βi dapat digunakan Normal Estimation Equation for Multiple Linear Regression sebagai berikut:

$$
\begin{array}{lllll}
nb_0 + b_1 \sum_{i=1}^{n} x_{1i} & + b_2 \sum_{i=1}^{n} x_{2i} & + \cdots + b_k \sum_{i=1}^{n} x_{ki} & = \sum_{i=1}^{n} y_i \\
b_0 \sum_{i=1}^{n} x_{1i} + b_1 \sum_{i=1}^{n} x_{1i}^2 & + b_2 \sum_{i=1}^{n} x_{1i}x_{2i} + & \cdots + b_k \sum_{i=1}^{n} x_{1i}x_{ki} & = \sum_{i=1}^{n} x_{1i}y_i \\
\vdots \qquad \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
b_0 \sum_{i=1}^{n} x_{ki} + b_1 \sum_{i=1}^{n} x_{ki}x_{1i} & + b_2 \sum_{i=1}^{n} x_{ki}x_{2i} + & \cdots + b_k \sum_{i=1}^{n} x_{ki}^2 & = \sum_{i=1}^{n} x_{ki}y_i
\end{array}
$$

Sistem persamaan linier tersebut diselesaikan dengan menggunakan metode eliminasi Gauss.

Spesifikasi program adalah sebagai berikut:

1. Program dapat menerima masukan (input) baik dari keyboard maupun membaca masukan dari file text. Untuk SPL, masukan dari keyboard adalah 3 m, n, koefisien aij , dan bi . Masukan dari file berbentuk matriks augmented tanpa tanda kurung, setiap elemen matriks dipisah oleh spasi. Misalnya,

```
  3 4.5 2.8 10 12
 -3 7 8.3 11 -4
0.5 -10 -9 12 0
```

2. Untuk persoalan menghitung determinan dan matriks balikan, masukan dari keyboard adalah n dan koefisien aij . Masukan dari file berbentuk matriks, setiap elemen matriks dipisah oleh spasi. Misalnya,

```
  3 4.5 2.8 10 12
 -3 7 8.3 11 -4
0.5 -10 -9 12 0
```

3. Untuk persoalan interpolasi, masukannya jika dari keyboard adalah n, (x0 , y0), (x1 , y1), ..., (xn , yn), dan nilai x yang akan ditaksir nilai fungsinya. Jika masukannya dari file, maka titik-titik dinyatakan pada setiap baris tanpa koma dan tanda kurung. Misalnya jika titik-titik datanya adalah (8.0, 2.0794), (9.0, 2.1972), dan (9.5, 2.2513), maka di dalam file text ditulis sebagai berikut:

```
8.0 2.0794
9.0 2.1972
9.5 2.2513
```

4. Untuk persoalan regresi, masukannya jika dari keyboard adalah n (jumlah peubah x), semua nilai-nilai x1i , x2i , ..., xni , nilai yi , dan nilai-nilai xk yang akan ditaksir nilai fungsinya. Jika

masukannya dari file, maka titik-titik dinyatakan pada setiap baris tanpa koma dan tanda kurung.

5. Untuk persoalan SPL, luaran (output) program adalah solusi SPL. Jika solusinya tunggal, tuliskan nilainya. Jika solusinya tidak ada, tuliskan solusi tidak ada, jika solusinya banyak, maka tuliskan solusinya dalam bentuk parametrik (misalnya x4 = -2, x3 = 2s – t, x2 = s, dan x1 = t.)

6. Untuk persoalan determinan dan matriks balikan, maka luarannya sesuai dengan persoalan masing-masing

7. Untuk persoalan polinom interpolasi dan regresi, luarannya adalah persamaan polinom regresi dan taksiran nilai fungsi pada x yang diberikan.

8. Luaran program harus dapat ditampilkan pada layar komputer dan dapat disimpan ke dalam file.

9. Bahasa program yang digunakan adalah Java

10. Program tidak harus berbasis GUI, cukup text-based saja, namun boleh menggunakan GUI (memakai kakas Eclipse misalnya).

11. Program dapat dibuat dengan pilihan menu. Urutan menu dan isinya dipersilakan dirancang masing-masing. Misalnya, menu: MENU 1. Sistem Persamaaan Linier 2. Determinan 3. Matriks balikan 4. Interpolasi Polinom 5. Regresi linier berganda 6. Keluar Untuk pilihan menu nomor 1 ada sub-menu lagi yaitu pilihan metode: 1. Metode eliminasi Gauss 2. Metode eliminasi Gauss-Jordan 3. Metode matriks balikan 4. Kaidah Cramer Begitu juga untuk pilihan menu nomor 2 dan 3.

Bab 2

Teori Singkat

I. Metode Eliminasi Gauss

Eliminasi Gauss ditemukan oleh Carl Friedrich Gauss, metode ini dapat dimanfaatkan untuk memecahkan sistem persamaan linier yang diubah ke bentuk matriks, matriks tersebut lalu diubah ke bentuk Eselon Baris melalui Operasi Baris Elementer (OBE), dan diselesaikan dengan substitusi balik.
Ada 3 operasi baris elementer terhadap matriks augmented, yaitu:

1. Mengalikan sebuah baris dengan konstanta selain nol
2. Menukarkan dua baris
3. Menambahkan sebuah baris dengan kelipatan baris lainnya

Algoritma ini bertujuan untuk menghasilkan sebuah matriks eselon, yaitu sebuah matriks yang dimulai oleh angka 1 pada setiap barisnya dengan kolomnya yang semakin menjorok ke dalam.

II. Metode Eliminasi Gauss-Jordan

Eliminasi gauss-jordan ini adalah pengembangan dari eliminasi gauss yang hasilnya lebih disederhanakan lagi. Metode ini dimodifikasi oleh Wilhelm Jordan seorang insinyur Jerman pada tahun 1887. Dengan metode ini selain dapat digunakan untuk menyelesaikan sistem persamaan linear juga dapat digunakan untuk mencari invers dari sebuah matriks.

Sehingga untuk mengoperasikan persamaan linear cara penyelesaiannya pun hampir sama dengan metode gauss, namun pada metode gauss kita hanya menghasilkan matriks yang eselon baris sedangkan metode eliminasi gauss-jordan ini perbedaanya hanya kita harus membuat elemen elemen diatas maupun dibawah diagonal utama menjadi bernilai nol. Sehingga hasilnya menjadi matriks eselon yang tereduksi yaitu menjadi sebuah matriks dengan diagonal satuan atau matriks identitas (semua elemen pada diagonal utama bernilai 1, sedangkan elemen lainnya bernilai nol). Tahap pengerjaanya sama dengan metode sebelumnya yaitu eliminasi gauss menggunakan cara elementer.

III. Determinan

Determinan adalah nilai yang dapat dihitung dari unsur suatu matriks persegi. Determinan A dapat dinotasikan dengan det(A). Pada matriks berukuran 2 x 2, determinan dapat ditemukan dengan menggunakan rumus berikut :

$$|A| = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc.$$

Sedangkan untuk ukuran 3 x 3 dan lebih besar daripada itu, dapat dihitung dengan ekspansi kofaktor, baik pada baris manapun.

$$|A| = \begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} = a\begin{vmatrix} e & f \\ h & i \end{vmatrix} - b\begin{vmatrix} d & f \\ g & i \end{vmatrix} + c\begin{vmatrix} d & e \\ g & h \end{vmatrix}$$
$$= aei + bfg + cdh - ceg - bdi - afh.$$

IV. Matriks Invers

Invers matriks adalah kebalikan (invers) dari sebuah matriks yang apabila matriks tersebut dikalikan dengan inversnya, akan menjadi matriks identitas. Invers matriks dilambangkan dengan A-1. Suatu matriks dikatakan memiliki invers jika determinan dari matriks tersebut tidak sama dengan nol.

$$A^{-1} = \frac{1}{det(A)}\begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix} = \frac{1}{ad-bc}\begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{d}{ad-bc} & -\frac{b}{ad-bc} \\ -\frac{c}{ad-bc} & \frac{a}{ad-bc} \end{bmatrix}$$

V. Matriks Kofaktor

Matriks kofaktor merupakan matriks yang terdiri dari kofaktor-kofaktor matriks itu sendiri. Jadi, misalkan terdapat suatu matriks katakanlah matriks A, maka matriks kofaktor A merupakan matriks yang terdiri dari kofaktor-kofaktor dari matriks A. Susunan elemen matriks kofaktor juga mengikuti susunan (letak) kofaktor-kofaktornya.

Example: Find the cofactor matrix of $\mathbf{A}$ given that $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 4 & 5 \\ 1 & 0 & 6 \end{bmatrix}$.

Solution: First find the cofactor of each element.

$$A_{11} = \begin{vmatrix} 4 & 5 \\ 0 & 6 \end{vmatrix} = 24 \qquad A_{12} = -\begin{vmatrix} 0 & 5 \\ 1 & 6 \end{vmatrix} = 5 \qquad A_{13} = \begin{vmatrix} 0 & 4 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} = -4$$

$$A_{21} = -\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 6 \end{vmatrix} = -12 \qquad A_{22} = \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 6 \end{vmatrix} = 3 \qquad A_{23} = -\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} = 2$$

$$A_{31} = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{vmatrix} = -2 \qquad A_{32} = -\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 5 \end{vmatrix} = -5 \qquad A_{33} = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 4 \end{vmatrix} = 4$$

The cofactor matrix is thus $\begin{bmatrix} 24 & 5 & -4 \\ -12 & 3 & 2 \\ -2 & -5 & 4 \end{bmatrix}$.

VI. Matriks Adjoin

Adjoin dari matriks persegi A = [aij] nxn didefinisikan sebagai transpos dari matriks [Aij] nxn di mana Aij adalah kofaktor dari elemen aij. Adjoin dari matriks A dilambangkan dengan adj A. Untuk mencari adjoin dari sebuah matriks, pertama-tama cari kofaktor dari matriks yang diberikan. Kemudian temukan transpos dari matriks kofaktor tersebut.

VII. Kaidah Cramer

Aturan Cramer atau kaidah Cramer, ditemukan oleh matematikawan Swiss, Gabriel Cramer, adalah salah satu prosedur untuk menyelesaikan sistem persamaan linear. Metode ini menggunakan determinan suatu matriks dan matriks lain yang diperoleh dengan mengganti salah satu kolom dengan vektor yang terdiri dari angka di sebelah kanan persamaannya. Jika Ax = b adalah sebuah sistem linear *n* yang tidak diketahui dan det(A) tidak bernilai 0 maka persamaan tersebut mempunyai penyelesaian yang unik

$$x_1 = \frac{det(A_1)}{det(A)}, x_2 = \frac{det(A_2)}{det(A)}, \cdots, x_n = \frac{det(A_n)}{det(A)}$$

VIII. Interpolasi Polinom

Interpolasi adalah mencari nilai suatu fungsi yang tidak diketahui, di antara beberapa nilai fungsi yang diketahui. Interpolasi polinom artinya, mencari suatu nilai dari fungsi berderajat n.

$$y = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \ldots + a_{n-1} x^{n-1}$$

Dengan memasukkan nilai dari setiap titik ke dalam persamaan polinomial di atas dan diperoleh persamaan simultan dengan *n* persamaan dan *n* variabel bebas:

$$\begin{aligned}
y_1 &= a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_1^2 + a_3 x_1^3 + \ldots + a_{n-1} x_1^{n-1} \\
y_2 &= a_0 + a_1 x_2 + a_2 x_2^2 + a_3 x_2^3 + \ldots + a_{n-1} x_2^{n-1} \\
y_3 &= a_0 + a_1 x_3 + a_2 x_3^2 + a_3 x_3^3 + \ldots + a_{n-1} x_3^{n-1} \\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
y_n &= a_0 + a_1 x_n + a_2 x_n^2 + a_3 x_n^3 + \ldots + a_{n-1} x_n^{n-1}
\end{aligned}$$

Nilai a kemudian didapatkan dengan memecahkan persamaan dengan metode eliminasi Gauss. Kemudian, masukkan nilai yang ingin ditaksir ke persamaan yang telah d

IX. Regresi linier berganda

Regresi Linear Berganda adalah model regresi linear dengan melibatkan lebih dari satu variabel bebas atau predictor. Model regresi linear berganda dinotasikan dengan persamaan berikut:

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{i1} + \beta_2 X_{i2} + \ldots + \beta_p X_{ip} + \epsilon_i$$

Untuk mencari **β**, kita menggunakan *Normal estimation equation for Multiple Linear Regression* sebagai berikut

$$
\begin{array}{lllllll}
nb_0 + b_1 \sum_{i=1}^{n} x_{1i} & + b_2 \sum_{i=1}^{n} x_{2i} & + & \cdots & + b_k \sum_{i=1}^{n} x_{ki} & = \sum_{i=1}^{n} y_i \\
b_0 \sum_{i=1}^{n} x_{1i} + b_1 \sum_{i=1}^{n} x_{1i}^2 & + b_2 \sum_{i=1}^{n} x_{1i}x_{2i} & + & \cdots & + b_k \sum_{i=1}^{n} x_{1i}x_{ki} & = \sum_{i=1}^{n} x_{1i}y_i \\
\vdots \qquad \vdots & \vdots & & & \vdots & \vdots \\
b_0 \sum_{i=1}^{n} x_{ki} + b_1 \sum_{i=1}^{n} x_{ki}x_{1i} & + b_2 \sum_{i=1}^{n} x_{ki}x_{2i} & + & \cdots & + b_k \sum_{i=1}^{n} x_{ki}^2 & = \sum_{i=1}^{n} x_{ki}y_i
\end{array}
$$

Sistem persamaan linear tersebut kemudian dipecahkan dengan menggunakan metode eliminasi Gauss

Bab 3

Implementasi dalam Java

Dalam program yang kami buat, src folder kami berisikan 2 buah file yakin Main.java dan Matrix.java. Main.java merupakan file dimana kami menaruh main program kami, sedangkan untuk Matrix.java berisikan class-class untuk algoritma pemecahan masalah.

1. Implementasi Matriks

Matrix()
Class yang berisi function dan procedure yang dipakai untuk menyelesaikan Tugas Besar ini. Constructor Matrik ini berisi rows, columns, dan matrix, yang berturut-turut adalah baris, kolom, dan array 2 dimensi berisi matriks.
CreateMatrix()
Membaca dan membentuk matrix dari class Matrix I.S. = - F.S. = Terbentuk Matrix sesuai dengan inputan pengguna
CreateMatrix2()
Untuk kasus determinan dan matriks balikan, yang input matriks hanya n, dan ukuran matriks harus nxn. Membaca dan membentuk matrix dari class Matrix I.S. = - F.S. = Terbentuk Matrix sesuai dengan inputan pengguna
CreateMatrix3()
Untuk kasus interpolasi yang input matriks hanya n, dan ukuran matriks harus nx2. I.S. = - F.S. = Terbentuk Matrix sesuai dengan inputan pengguna
DisplayMatrix()
Mencetak matrix ke layar I.S. = Matrix bebas terdefinisi F.S. = Tercetak elemen-elemen Matrix ke layar sesuai dengan format penulisan matriks contoh : 1 0 0 0 0 0 0 1
DisplayMatrix2()
Mencetak matrix ke layar I.S. = Matrix bebas terdefinisi F.S. = Tercetak elemen-elemen Matrix ke layar sesuai dengan format penulisan X1 = 1 X2 = 2 dst
Transpose()
Menghasilkan matrix transpose I.S. = Matrix persegi terdefinisi (Matriks berukuran N x N) F.S. = Terbentuk matriks transpose dengan definisi dari matriks transpose adalah newMatrix[i][j] = oldMatrix[j][i]

Multiply()
Mengalikan dua matrix Prekondisi : Ukuran kolom efektif Matrix = ukuran baris efektif mIn Mengirim hasil perkalian matriks berupa array double 2-Dimensi I.S: Matrix terdefinisi dengan kolom efektif Matrix = ukuran baris efektif mIn F.S: Menghasilkan perkalian antar dua matrix
Add()
Menambahkan elemen pada matrix utama dengan matrix lain I.S. = Matrix terdefinisi, jumlah baris dan kolom kedua matriks sama F.S. = Menambah matrix utama dengan matriks input
Subtract()
Mengurangkan elemen pada matrix utama dengan matrix lain I.S. = Matrix terdefinisi, jumlah baris dan kolom kedua matriks sama F.S. = Mengurangkan matrix utama dengan matriks input
MultiplyConst()
Mengalikan setiap element matriks dengan konstanta n I.S. = Matrix terdefinisi F.S. = Terbentuk Matrix yang setiap elementnya telah dikalikan dengan konstanta n
DiagonalProduct()
Mengalikan setiap element diagonal matriks I.S. = Matrix SQUARE terdefinisi F.S. = Mengeluarkan hasil perkalian setiap element diagonal utama Matrix
validateZero()
Mengubah setiap elemen matrix dengan besar < abs(10^-8) diubah menjadi 0 I.S. = Matrix terdefnisi F.S. = Elemen matriks yang lebih kecil dari abs(10^-8) diubah menjadi 0
countZeroRow()
Menghitung banyaknya baris yang elemennya semuanya 0 Prekondisi: matriks tidak kosong minimal 1x1 I.S. = Matrix terdefinisi sesuai prekondisi F.S = mereturn jumlah baris yang elemennya semuanya 0

2. Implementasi Gauss dan Gauss Jordan

GaussTransform()
Menghasilkan matriks eselon baris untuk matriks terdefinisi I.S. = Matrix Terdefinisi F.S. = Terbentuk Matrix eselon baris
GaussJordanTransform()
Menghasilkan matriks eselon baris tereduksi untuk matriks terdefinisi I.S. = Matrix Terdefinisi F.S. = Terbentuk Matrix eselon baris tereduksi
gaussUniqueSolution()
Penyelesaian tipe matrix Unique Solution (Gauss/Gauss-Jordan SPL Method) I.S. = Matrix echelon baris biasa / tereduksi bertipe Unique Solution F.S. = Tercetak solusi penyelesaian variabel x1,x2,...,xN dengan N = matrix.rows
zeroRow()
Memeriksa suatu baris terdiri atas 0 seluruhnya. Prekondisi : Matrix tidak kosong, minimal 1x1 */ I.S. = Matrix terdefinisi F.S. = Mengembalikan true apabila suatu baris memiliki elemen 0 seluruhnya */
gaussMultipleSolution()
Penyelesaian tipe matrix Unique Solution (Gauss/Gauss-Jordan SPL Method) I.S. = Matrix echelon baris biasa / tereduksi bertipe Multiple Solution F.S. = Tercetak solusi penyelesaian variabel x1,x2,...,xN dengan N = matrix.rows, menggunakan pendekatan parametrik dengan batasan alfabet (p - z) [ASCII 112 - 122]
SPLGauss()
Mencari Solusi SPL dengan metode Gauss I.S. = Matrix terdefinisi yang memiliki nilai determinan != 0 F.S. = Tercetak solusi penyelesaian variabel x1,x2,...,xN dengan N = banyaknya baris matrix augmented yang dipisahkan dengan newline (\n)
SPLGaussJordan()
Mencari Solusi SPL dengan metode Gauss -Jordan I.S. = Matrix terdefinisi yang memiliki nilai determinan != 0 F.S. = Tercetak solusi penyelesaian variabel x1,x2,...,xN dengan N = banyaknya baris matrix augmented yang dipisahkan dengan newline (\n)

CheckMatrix()
Mengecek apakah matriks memiliki satu unik, banyak, atau tidak ada solusi I.S. = Matrix sudah merupakan matrix baris tereduksi F.S. = Tercetak solusi apakah matriks memiliki satu unik, banyak, atau tidak ada solusi 0 = Satu solusi yang unik, 1 = Banyak solusi, 2 = Tidak ada solusi
ArgMax()
Menghasilkan Index dari nilai absolute terbesar dari kolom k suatu matriks mulai dari kolom h hingga matrix.rows - 1 I.S. = Matrix terdefinisi bebas F.S. = Dikembalikan Index dengan nilai absolute terbesar.
SwapRow()
Menukar baris pada matriks I.S. = Matrix terdefnisi , i dan j merupakan index baris terdefinisi F.S. = Mempertukarkan baris i dengan baris j pada Matrix.
TransformOne()
Membentuk Form matrix echelon dengan 1 utama I.S = matrix terdefinisi F.S = terbentuk matrix echelon dengan 1 utama
addZeroBelow()
Menambahkan baris yang berisi seluruhnya 0, untuk kasus di mana jumlah kolom matriks lebih besar daripada jumlah baris matriks ditambah 1. I.S = Matrik terdefinisi F.S = Menambahkan seluruh baris 0
transformNXN()
Mengubah matriks menjadi nxn untuk kasus di mana jumlah baris lebih banyak daripada jumlah kolom matriks. I.S = Matriks terdefinisi F.S = Matriks berubah menjadi NxN
delLastRow()
Menghapus baris terakhir dari matriks I.S = Matriks terdefinisi F.S = Terbentuk matriks yang sudah terhapus baris terakhirnya

3. Implementasi Determinan

CofactorDeterminan()
Menghitung nilai determinan Matrix Prekondisi: Matrix berjenis matriks persegi (berukuran N x N) I.S. = matrix persegi berukuran nxn F.S = dihasilkan determinan dari sebuah matrix dengan menggunakan metode kofaktor
GaussDeterminan()
Menghitung nilai determinan Matrix Prekondisi: Matrix berjenis matriks persegi (berukuran N x N) I.S. = matrix persegi berukuran nxn F.S = dihasilkan determinan dari sebuah matrix dengan menggunakan metode eliminasi gauss

4. Implementasi Inverse

SPLInverse()
Mencari Solusi SPL dengan metode inverse I.S. = Matrix terdefinisi yang memiliki nilai determinan != 0 F.S. = Tercetak solusi penyelesaian variabel x1,x2,...,xN dengan N = banyaknya baris matrix augmented yang dipisahkan dengan newline (\n)
CofactorInverse()
Menghasilkan inverse / balikan dari suatu matriks I.S. = Matrix terdefinisi bebas F.S. = Matriks yang bersangkutan akan berubah menjadi matriks balikan terdefinisi , sebaliknya apabila tidak memiliki balikan akan tercetak pesan peringatan pada layar.
GaussJordanInverse()
Menghasilkan inverse / balikan dari suatu matriks I.S. = Matrix terdefinisi bebas F.S. = Matriks yang bersangkutan akan berubah menjadi matriks balikan terdefinisi , sebaliknya apabila tidak memiliki balikan akan tercetak pesan peringatan pada layar.
AddIdentity()36
Membentuk matrix sebagai langkah inverse dengan menambahkan matrix identitas di sebelah kanan I.S. = Matrix Square terdefinisi F.S. = Ditambahkan matrix identitas berukuran (n x n) --> untuk keperluan Inverse metode Gauss-Jordan
DelIdentity()
Membentuk matrix n x n sebagai hasil inverse dengan mengurangkan matrix identitas di sebelah kiri

I.S. = Matrix Terdefinisi ukuran (n x 2n) hasil bentukan metoda Gauss-Jordan F.S. = Terbentuk matrix (n x n) setelah matrix identitas sebelah kiri terhapus

5. Implementasi Kaidah Cramer

SPLCramer()
Mencari Solusi SPL dengan kaidah cramer I.S. = Matrix terdefinisi yang memiliki nilai determinan != 0 F.S. = Tercetak solusi penyelesaian variabel x1,x2,...,xN dengan N = banyaknya baris matrix augmented yang dipisahkan dengan newline (\n)

6. Implementasi Interpolasi Polinom

Interpolation(int x)
Menghasilkan persamaan dan taksiran nilai dari suatu persamaan yang dicari melalui beberapa titik dengan x nilai yang dicari I.S. = titik-titik pembentuk persamaan didefinisikan dalam bentuk matrix berukuran sesuai banyaknya titik F.S = didapat persamaan yang melewati semua titik yang diketahui dan taksiran nilai y untuk x yang dicari

7. Implementasi Regresi Linear Berganda

MultipleLinearReg()
Menghasilkan persamaan dan taksiran nilai dari suatu persamaan yang dicari melalui beberapa data I.S. = data-data pembentuk persamaan didefinisikan dalam bentuk matrix berukuran sesuai banyaknya data F.S = didapat persamaan dari semua data yang diketahui dan taksiran dari data dengan memasukkan data yang ingin dicari taksirannya

8. Implementasi Manipulasi File

SaveToFile()
Membaca dan Membuat File Baru untuk memasukkan matrix I.S. = - F.S. = Terbentuk file baru atau menulis file yang sudah ada
SaveToFile2()
Membaca dan Membuat File Baru untuk memasukkan determinan I.S. = - F.S. = Terbentuk file baru atau menulis file yang sudah ada
SaveToFile3()

Membaca dan Membuat File Baru untuk memasukkan determinan I.S. = - F.S. = Terbentuk file baru atau menulis file yang sudah ada

9. Implementasi Program Utama

Main()
Menjalankan main program yang berupa implementasi menu dari seluruh tugas besar ini
menuSave()
Menampilkan sebuah menu output berupa pilihan untuk menyimpan file

Bab 4

Eksperimen

1. SPL Temukan solusi SPL Ax = B

<table>
<tr><th>NO</th><th>SOAL</th><th>INPUT MATRIKS</th><th>METODE</th><th>HASIL</th></tr>
<tr><td rowspan="5">1a</td><td rowspan="4">$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & -1 \\ 2 & 5 & -7 & -5 \\ 2 & -1 & 1 & 3 \\ 5 & 2 & -4 & 2 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 4 \\ 6 \end{bmatrix}$</td><td rowspan="4">Baris: 4
Kolom: 5
1 1 -1 -1 1
2 5 -7 -5 -2
2 -1 1 3 4
5 2 -4 2 6</td><td>Gauss</td><td>SPL tidak memiliki solusi penyelesaian.</td></tr>
<tr><td>Gauss Jordan</td><td>SPL tidak memiliki solusi penyelesaian.</td></tr>
<tr><td>Matriks Balikan</td><td>Matriks tidak memiliki invers!</td></tr>
<tr><td>Cramer</td><td>Determinan matriks 0!</td></tr>
<tr><td colspan="4">Analisis:
Menggunakan salah satu metode penyelesaian SPL yaitu eliminasi Gauss-Jordan Diperoleh bentuk matrix sebagai berikut.
1.0 0.0 0.0 0.6666666666666667 0.0
0.0 1.0 0.0 -2.6666666666666665 0.0
0.0 0.0 1.0 -0.9999999999999998 0.0
0.0 0.0 0.0 0.0 1.0
Terlihat bahwa bentuk matriks setelah transformasi tergolong pada bentuk matriks yang tidak memiliki penyelesaian dimana row 4 memiliki karakteristik persamaan yang tidak memiliki solusi (0+0+0+0 = 1).</td></tr>
<tr><td rowspan="3">1b</td><td rowspan="3">$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & -3 & 0 \\ 2 & -1 & 0 & 1 & -1 \\ -1 & 2 & 0 & -2 & -1 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 6 \\ 5 \\ -1 \end{bmatrix}$</td><td rowspan="3">Baris: 4
Kolom: 6
1 -1 0 0 1 3
1 1 0 -3 0 6
2 -1 0 1 -1 5
-1 2 0 -2 -1 -1</td><td>Gauss</td><td>-----MULTIPLE SOLUTION(S)-----
x1 = 3.0 +1.0b
x2 = 0.0 +2.0b
x3 = a
x4 = -1.0 +1.0b
x5 = b</td></tr>
<tr><td>Gauss Jordan</td><td>-----MULTIPLE SOLUTION(S)-----
x1 = 3.0 +1.0b
x2 = 0.0 +2.0b
x3 = a
x4 = -1.0 +1.0b
x5 = b</td></tr>
<tr><td>Matriks Balikan</td><td>Dibutuhkan 6 persamaan untuk 6 buah variabel!</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td rowspan="2"></td><td></td><td></td><td>Cramer</td><td>Dibutuhkan 5 persamaan untuk 5 buah variabel!</td></tr>
<tr><td colspan="4">Analisis:
Menggunakan salah satu metode penyelesaian SPL yaitu eliminasi Gauss
Diperoleh bentuk matrix sebagai berikut.
1.0 0.0 0.0 0.0 -1.0 3.0
0.0 1.0 0.0 0.0 -2.0 0.0
0.0 0.0 0.0 1.0 -1.0 -1.0
0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0
0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0
Terlihat bahwa bentuk matriks setelah transformasi tergolong pada bentuk matriks yang memiliki banyak penyelesaian dimana row 4 dan 5 memiliki karakteristik persamaan solusi banyak (semua elemen row terdiri atas 0).</td></tr>
<tr><td rowspan="5">1c</td><td rowspan="4">$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$</td><td rowspan="4">Baris: 3
Kolom: 7
0 1 0 0 1 0 2
0 0 0 1 1 0 -1
0 1 0 0 0 1 1</td><td>Gauss</td><td>-----MULTIPLE SOLUTION(S)-----
x1 = a
x2 = 1.0 -1.0c
x3 = b
x4 = -2.0 -1.0c
x5 = 1.0 +1.0c
x6 = c</td></tr>
<tr><td>Gauss Jordan</td><td>-----MULTIPLE SOLUTION(S)-----
x1 = a
x2 = 1.0 -1.0c
x3 = b
x4 = -2.0 -1.0c
x5 = 1.0 +1.0c
x6 = c</td></tr>
<tr><td>Matriks Balikan</td><td>Dibutuhkan 6 persamaan untuk 6 buah variabel!</td></tr>
<tr><td>Cramer</td><td>Dibutuhkan 6 persamaan untuk 6 buah variabel!</td></tr>
<tr><td colspan="4">Analisis:
Menggunakan salah satu metode penyelesaian SPL yaitu eliminasi Gauss
Diperoleh bentuk matrix sebagai berikut.
0.0 1.0 0.0 0.0 0.0 1.0 1.0
0.0 0.0 0.0 1.0 0.0 1.0 -2.0
0.0 0.0 0.0 0.0 1.0 -1.0 1.0
0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0
0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0
0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0
Terlihat bahwa bentuk matriks setelah transformasi tergolong pada bentuk matriks yang memiliki banyak penyelesaian dimana row semu pada row 4 hingga 7 memiliki karakteristik persamaan solusi banyak (semua elemen row</td></tr>
</table>

	terdiri atas 0).			
1d	$H=\begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \cdots & \frac{1}{n} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \cdots & \frac{1}{n+1} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \frac{1}{5} & \cdots & \frac{1}{n+2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ \frac{1}{n} & \frac{1}{n+1} & \frac{1}{n+2} & \cdots & \frac{1}{2n+1} \end{bmatrix}, b=\begin{bmatrix}1\\0\\0\\\vdots\\0\end{bmatrix}$ *H adalah matriks Hilbert. Cobakan untuk n = 6 dan n = 10.*	N = 6 Baris: 6 Kolom: 7 1 0.5 0.3333 0.25 0.2 0.16667 1 0.5 0.3333 0.25 0.2 0.16667 0.142857 0 0.3333 0.25 0.2 0.16667 0.142857 0.125 0 0.25 0.2 0.16667 0.142857 0.125 0.1111 0 0.2 0.16667 0.142857 0.125 0.1111 0.1 0 0.16667 0.142857 0.125 0.1111 0.1 0.0909 0	Gauss	-----UNIQUE SOLUTION(S)----- X1 = 25.12663793157401 X2 = -269.3967730222146 X3 = 760.0299448393106 X4 = -557.8480548885904 X5 = -337.27382258388604 X6 = 385.015620654827
			Gauss Jordan	-----UNIQUE SOLUTION(S)----- X1 = 25.12663793157401 X2 = -269.3967730222146 X3 = 760.0299448393106 X4 = -557.8480548885904 X5 = -337.27382258388604 X6 = 385.015620654827
			Matriks Balikan	Matriks tidak memiliki invers!
			Cramer	Determinan matriks 0!
	$H=\begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \cdots & \frac{1}{n} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \cdots & \frac{1}{n+1} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \frac{1}{5} & \cdots & \frac{1}{n+2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ \frac{1}{n} & \frac{1}{n+1} & \frac{1}{n+2} & \cdots & \frac{1}{2n+1} \end{bmatrix}, b=\begin{bmatrix}1\\0\\0\\\vdots\\0\end{bmatrix}$ *H adalah matriks Hilbert. Cobakan untuk n = 6 dan n = 10.*	N = 10 Baris: 10 Kolom: 11 1 0.5 0.3333 0.25 0.2 0.1667 0.142857 0.125 0.0909 0.1 1 0.5 0.3333 0.25 0.2 0.1667 0.142857 0.125 0.0909 0.1 0.0909 0	Gauss	-----UNIQUE SOLUTION(S)----- X1 = 0.11091069790771771 X2 = 0.08955387402393417 X3 = 0.16147776221807852 X4 = 0.5270204763159285 X5 = 0.6759634102923202 X6 = 1.3187248697883023 X7 = 2.1669070793594782 X8 = 4.0709645194667745 X9 = -40.593509402809474 X10 = 31.752339851934252
			Gauss Jordan	-----UNIQUE SOLUTION(S)----- X1 = 0.11091069790771771 X2 = 0.08955387402393417 X3 = 0.16147776221807852 X4 = 0.5270204763159285 X5 = 0.6759634102923202 X6 = 1.3187248697883023 X7 = 2.1669070793594782 X8 = 4.0709645194667745 X9 = -40.593509402809474 X10 = 31.752339851934252

		0.3333 0.25 0.2 0.1667 0.142857 0.125 0.0909 0.1 0.0909 0.0833 0 0.25 0.2 0.1667 0.142857 0.125 0.0909 0.1 0.0909 0.0833 0.076923 0 0.2 0.1667 0.142857 0.125 0.0909 0.1 0.0909 0.0833 0.076923 0.0714 0 0.1667 0.142857 0.125 0.0909 0.1 0.0909 0.0833 0.076923 0.0714 0.0667 0 0.142857 0.125 0.0909 0.1 0.0909 0.0833 0.076923 0.0714 0.0667 0.0625 0 0.125 0.0909 0.1 0.0909 0.0833 0.076923 0.0714 0.0667 0.0625 0.0588 0 0.0909 0.1 0.0909 0.0833 0.076923 0.0714 0.0667	Matriks Balikan	Matriks tidak memiliki invers!
			Cramer	Determinan matriks 0!

<table>
<tr><td></td><td></td><td>0.0625 0.0588
0.05556 0
0.1 0.0909
0.0833
0.076923
0.0714 0.0667
0.0625 0.0588
0.05556
0.05263 0</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td colspan="4">Analisis:
Untuk kedua hasil dari transformasi Matrix, diperoleh hasil dengan bentuk berikut
<pre>1.0 0.5 0.33329999446868896 0.25 0.20000000298023224 0.16666999459266663 1.0
0.0 1.0 1.066720020602568 0.9999399305339532 0.914181137569089 0.8332200290314123 -3.9988000409044457
0.0 0.0 1.0 1.664670407029011 2.057248948865179 2.271178528923645 11.979790188592377
0.0 0.0 0.0 1.0 2.1170934078437122 3.003443784628975 -115.51546847837783
0.0 0.0 0.0 0.0 1.0 1.3845506801749106 195.79981687172008
0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 1.0 385.015620654827</pre>Bentuk tersebut tergolong pada kategori dengan solusi unik, tetapi di lain sisi apabila menggunakan metode penyelesaian matriks balikan / cramer, terdapat kondisi dimana determinan matriks menjadi 0 yang mengakibatkan proses pembagian tidak dapat terjadi.</td></tr>
</table>

2. SPL berbentuk matriks augmented

<table>
<tr><th>NO</th><th>SOAL</th><th>INPUT MATRIKS</th><th>METODE</th><th>HASIL</th></tr>
<tr><td rowspan="5">2a</td><td rowspan="4">$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & -1 & -1 \\ 2 & 1 & -2 & -2 & -2 \\ -1 & 2 & -4 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 0 & -3 & -3 \end{bmatrix}.$$</td><td rowspan="4">Baris: 4
Kolom: 5
1 -1 2 -1 -1
2 1 -2 -2 -2
-1 2 -4 1 1
3 0 0 -3 -3</td><td>Gauss</td><td>-----MULTIPLE SOLUTION(S)-----
x1 = -1.0 +1.0b
x2 = 0.0 +2.0a
x3 = a
x4 = b</td></tr>
<tr><td>Gauss Jordan</td><td>-----MULTIPLE SOLUTION(S)-----
x1 = -1.0 +1.0b
x2 = 0.0 +2.0a
x3 = a
x4 = b</td></tr>
<tr><td>Matriks Balikan</td><td>Matriks tidak memiliki invers!</td></tr>
<tr><td>Cramer</td><td>Determinan matriks 0!</td></tr>
<tr><td colspan="4">Analisis:
Untuk hasil dari transformasi Matrix, diperoleh hasil dengan bentuk berikut
1.0 0.0 0.0 -1.0 -1.0
0.0 1.0 -2.0 0.0 0.0
0.0 0.0 0.0 0.0 0.0
0.0 0.0 0.0 0.0 0.0
Terlihat bahwa bentuk matriks setelah transformasi tergolong pada bentuk matriks yang memiliki banyak penyelesaian dimana row 3-4 terdiri atas baris yang memiliki elemen 0 seluruhnya. Di lain sisi apabila menggunakan metode penyelesaian matriks balikan / cramer, terdapat kondisi dimana determinan matriks menjadi 0 yang mengakibatkan proses pembagian tidak dapat terjadi.</td></tr>
<tr><td rowspan="4">2b</td><td rowspan="4">$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 8 & 0 & 8 \\ 0 & 1 & 0 & 4 & 6 \\ -4 & 0 & 6 & 0 & 6 \\ 0 & -2 & 0 & 3 & -1 \\ 2 & 0 & -4 & 0 & -4 \\ 0 & 1 & 0 & -2 & 0 \end{bmatrix}.$$</td><td rowspan="4">Baris: 6
Kolom: 5
2 0 8 0 8
0 1 0 4 6
-4 0 6 0 6
0 -2 0 3 -1
2 0 -4 0 -4
0 1 0 -2 0</td><td>Gauss</td><td>-----UNIQUE SOLUTION(S)-----
X1 = 0.0
X2 = 2.0
X3 = 1.0
X4 = 1.0</td></tr>
<tr><td>Gauss Jordan</td><td>-----UNIQUE SOLUTION(S)-----
X1 = 0.0
X2 = 2.0
X3 = 1.0
X4 = 1.0</td></tr>
<tr><td>Matriks Balikan</td><td>Dibutuhkan 5 persamaan untuk 5 buah variabel!</td></tr>
<tr><td>Cramer</td><td>Dibutuhkan 5 persamaan untuk 5 buah variabel!</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td></td><td>Analisis:
Untuk hasil dari transformasi Matrix, diperoleh hasil dengan bentuk berikut
<pre>
1.0 -0.0 -1.5 -0.0 -1.5
0.0 1.0 -0.0 -1.5 0.5
0.0 0.0 1.0 0.0 1.0
0.0 0.0 0.0 1.0 1.0
</pre>
Bentuk tersebut tergolong pada kategori dengan solusi unik, tetapi di lain sisi apabila menggunakan metode penyelesaian matriks balikan / cramer, terdapat kondisi dimana determinan matriks menjadi 0 yang mengakibatkan proses pembagian tidak dapat terjadi.</td></tr>
</table>

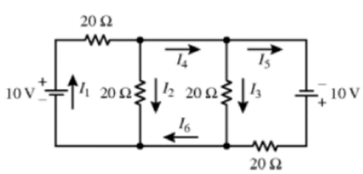
3. SPL berbentuk

<table>
<tr><th>NO</th><th>SOAL</th><th>INPUT MATRIKS</th><th>METODE</th><th>HASIL</th></tr>
<tr><td rowspan="5">3a</td><td rowspan="4">$8x_1 + x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 0$
$2x_1 + 9x_2 - x_3 - 2x_4 = 1$
$x_1 + 3x_2 + 2x_3 - x_4 = 2$
$x_1 + 6x_3 + 4x_4 = 3$</td><td rowspan="4">Baris: 4
Kolom: 5
8 1 3 2 0
2 9 -1 -2 1
1 3 2 -1 2
1 0 6 4 3</td><td>Gauss</td><td><pre>
-----UNIQUE SOLUTION(S)-----
X1 = -0.22432432432432436
X2 = 0.18243243243243246
X3 = 0.7094594594594595
X4 = -0.2581081081081081
</pre></td></tr>
<tr><td>Gauss Jordan</td><td><pre>
-----UNIQUE SOLUTION(S)-----
X1 = -0.22432432432432436
X2 = 0.18243243243243246
X3 = 0.7094594594594595
X4 = -0.2581081081081081
</pre></td></tr>
<tr><td>Matriks Balikan</td><td><pre>
Hasil SPL :
X1 = -0.22432432432432436
X2 = 0.18243243243243248
X3 = 0.7094594594594592
X4 = -0.2581081081081079
</pre></td></tr>
<tr><td>Cramer</td><td><pre>
Hasil SPL :
X1 = -0.22432432432432436
X2 = 0.1824324324324324
X3 = 0.7094594594594595
X4 = -0.2581081081081081
</pre></td></tr>
<tr><td colspan="4">Analisis:
Untuk hasil dari transformasi Matrix, diperoleh hasil dengan bentuk berikut
<pre>
1.0 0.125 0.375 0.25 0.0
0.0 1.0 -0.2 -0.2857142857142857 0.11428571428571428
0.0 0.0 1.0 0.663265306122449 0.538265306122449
0.0 0.0 0.0 1.0 -0.2581081081081081
</pre>
Terlihat bahwa bentuk matriks setelah transformasi tergolong pada bentuk</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td></td><td colspan="4">matriks yang memiliki penyelesaian solusi unik. Penyelesaian dengan menggunakan metode lainnya juga dapat terselesaikan dengan baik karena dimana ax = b, determinan dari matriks a tidaklah pernah bernilai 0.</td></tr>
<tr><td rowspan="4">3b</td><td rowspan="4">$$\begin{aligned} x_7+x_8+x_9 &= 13.00 \\ x_4+x_5+x_6 &= 15.00 \\ x_1+x_2+x_3 &= 8.00 \\ 0.04289(x_3+x_5+x_7)+0.75(x_6+x_8)+0.61396x_9 &= 14.79 \\ 0.91421(x_3+x_5+x_7)+0.25(x_2+x_4+x_6+x_8) &= 14.31 \\ 0.04289(x_3+x_5+x_7)+0.75(x_2+x_4)+0.61396x_1 &= 3.81 \\ x_3+x_6+x_9 &= 18.00 \\ x_2+x_5+x_8 &= 12.00 \\ x_1+x_4+x_7 &= 6.00 \\ 0.04289(x_1+x_5+x_9)+0.75(x_2+x_6)+0.61396x_3 &= 10.51 \\ 0.91421(x_1+x_5+x_9)+0.25(x_2+x_4+x_6+x_8) &= 16.13 \\ 0.04289(x_1+x_5+x_9)+0.75(x_4+x_8)+0.61396x_7 &= 7.04 \end{aligned}$$</td><td rowspan="4">Baris: 12
Kolom: 10
0 0 0 0 0 0 1 1 1 13.00
0 0 0 1 1 1 0 0 0 15.00
1 1 1 0 0 0 0 0 0 8.00
0 0 0.04289 0 0.04289 0.75 0.04289 0.75 0.61396 14.79
0 0.25 0.91421 0.25 0.91421 0.25 0.91421 0.25 0 14.31
0.61396 0.75 0.04289 0.75 0.04289 0 0.04289 0 0 3.81
0 0 1 0 0 1 0 0 1 18.00
0 1 0 0 1 0 0 1 0 12.00
1 0 0 1 0 0 1 0 0 6.00
0.04289 0.75 0.61396 0 0.04289 0.75 0 0 0.04289 10.51
0.91421 0.25 0 0.25 0.91421 0.25 0 0.25 0.91421 16.13
0.04289 0 0 0.75 0.04289 0</td><td>Gauss</td><td>SPL tidak memiliki solusi penyelesaian.</td></tr>
<tr><td>Gauss Jordan</td><td>SPL tidak memiliki solusi penyelesaian.</td></tr>
<tr><td>Matriks Balikan</td><td>Dibutuhkan 10 persamaan untuk 10 buah variabel!</td></tr>
<tr><td>Cramer</td><td>Dibutuhkan 10 persamaan untuk 10 buah variabel!</td></tr>
</table>

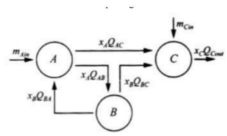
<table>
<tr><td></td><td></td><td>0.61396 0.75
0.04289 7.04</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td colspan="4">Analisis:
Untuk hasil dari transformasi Matrix, diperoleh hasil dengan bentuk berikut
1.0 1.0 1.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 8.0
0.0 1.0 0.0 0.0 1.0 0.0 0.0 1.0 0.0 12.0
0.0 0.0 1.0 0.0 0.0 1.0 0.0 0.0 1.0 18.0
0.0 0.0 0.0 1.0 1.0 1.0 0.0 0.0 0.0 15.0
0.0 0.0 0.0 0.0 1.0 0.688193486931282 0.0 0.688193486931282 1.376386973862564 22.20127571039687
0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 1.0 -0.7623075431000058 0.2376924568999942 1.2376924568999943 15.085694826902579
0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 1.0 1.0 1.0 13.0
0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 1.0 1.0 11.003426467224736
0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 1.0 4.998328479846378
0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 1.0
Terlihat bahwa bentuk matriks setelah transformasi tergolong pada bentuk matriks yang tidak memiliki penyelesaian. Terlihat pada row terakhir form berbentuk (0+ 0 +0 +... +0 = 1) dimana hal ini menunjukan bahwa persamaan tidak konsisten.</td></tr>
</table>

4. Tentukan arus yang mengalir pada rangkaian listrik di bawah ini:

<table>
<tr><th>NO</th><th>SOAL</th><th>INPUT MATRIKS</th><th>METODE</th><th>HASIL</th></tr>
<tr><td rowspan="3">4</td><td rowspan="3"></td><td rowspan="3">Baris: 6
Kolom: 7
4 0 0 -2 0 0 1
-2 0 0 4 -2 0 0
0 0 0 -2 4 0 1
1 -1 0 -1 0 0 0
0 0 -1 1 -1 0 0
0 0 0 1 0 -1 0</td><td>Gauss</td><td>-----UNIQUE SOLUTION(S)-----
X1 = 0.49999999999999994
X2 = 5.551115123125783E-17
X3 = -5.551115123125783E-17
X4 = 0.4999999999999999
X5 = 0.49999999999999994
X6 = 0.4999999999999999</td></tr>
<tr><td>Gauss Jordan</td><td>-----UNIQUE SOLUTION(S)-----
X1 = 0.49999999999999994
X2 = 5.551115123125783E-17
X3 = 0.0
X4 = 0.4999999999999999
X5 = 0.49999999999999994
X6 = 0.4999999999999999</td></tr>
<tr><td>Matriks Balikan</td><td>Hasil SPL :
X1 = 0.5
X2 = 5.551115123125783E-17
X3 = 0.0
X4 = 0.4999999999999999
X5 = 0.49999999999999994
X6 = 0.49999999999999994</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td rowspan="2"></td><td></td><td></td><td>Cramer</td><td>Hasil SPL :
X1 = 0.5
X2 = 0.0
X3 = 0.0
X4 = 0.5
X5 = 0.5
X6 = 0.5</td></tr>
<tr><td colspan="4">Analisis:
Untuk hasil dari transformasi Matrix, diperoleh hasil dengan bentuk berikut
1.0 0.0 0.0 -0.5 0.0 0.0 0.25
0.0 1.0 -0.0 0.5 -0.0 -0.0 0.25
0.0 0.0 1.0 -1.0 1.0 -0.0 -0.0
0.0 0.0 0.0 1.0 -0.6666666666666666 0.0 0.16666666666666666
0.0 0.0 0.0 0.0 1.0 0.0 0.49999999999999994
0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 1.0 0.4999999999999999
Terlihat bahwa bentuk matriks setelah transformasi tergolong pada bentuk matriks yang memiliki penyelesaian solusi unik. Penyelesaian dengan menggunakan metode lainnya juga dapat terselesaikan dengan baik karena dimana ax = b, determinan dari matriks a tidaklah pernah bernilai 0.</td></tr>
</table>

5. Tentukan solusi xA, xB, xC dengan menggunakan parameter berikut : QAB = 40, QAC = 80, QBA = 60, QBC = 20 dan QCout = 150 m3 /s dan mAin = 1300 dan mCin = 200 mg/s.

<table>
<tr><th>NO</th><th>SOAL</th><th>INPUT MATRIKS</th><th>METODE</th><th>HASIL</th></tr>
<tr><td rowspan="4">5</td><td rowspan="4">
Dengan laju volume Q dalam m³/s dan input massa m_{in} dalam mg/s. Konservasi massa pada tiap inti reaktor adalah sebagai berikut:
A: $m_{A_{in}} + Q_{BA}x_B - Q_{AB}x_A - Q_{AC}x_A = 0$
B: $Q_{AB}x_A - Q_{BA}x_B - Q_{BC}x_B = 0$
C: $m_{C_{in}} + Q_{AC}x_A + Q_{BC}x_B - Q_{C_{out}}x_C = 0$
Tentukan solusi x_A, x_B, x_C dengan menggunakan parameter berikut : $Q_{AB} = 40$, $Q_{AC} = 80$, $Q_{BA} = 60$, $Q_{BC} = 20$ dan $Q_{Cout} = 150$ m³/s dan $m_{Ain} = 1300$ dan $m_{Cin} = 200$ mg/s.</td><td rowspan="4">Baris: 3
Kolom: 4
120 -60 0 1300
40 -80 0 0
80 20 -150
-200</td><td>Gauss</td><td>-----UNIQUE SOLUTION(S)-----
X1 = 14.444444444444445
X2 = 7.222222222222222
X3 = 9.999999999999998</td></tr>
<tr><td>Gauss Jordan</td><td>-----UNIQUE SOLUTION(S)-----
X1 = 14.444444444444445
X2 = 7.222222222222222
X3 = 9.999999999999998</td></tr>
<tr><td>Matriks Balikan</td><td>Hasil SPL :
X1 = 14.444444444444443
X2 = 7.222222222222221
X3 = 10.000000000000002</td></tr>
<tr><td>Cramer</td><td>Hasil SPL :
X1 = 14.444444444444443
X2 = 7.222222222222221
X3 = 10.000000000000002</td></tr>
</table>

	Analisis:
	Untuk kedua hasil dari transformasi Matrix, diperoleh hasil dengan bentuk berikut
	`1.0 -0.5 0.0 10.833333333333334`
	`0.0 1.0 -0.0 7.222222222222222`
	`0.0 0.0 1.0 9.999999999999998`
	Terlihat bahwa bentuk matriks setelah transformasi tergolong pada bentuk matriks yang memiliki penyelesaian solusi unik. Penyelesaian dengan menggunakan metode lainnya juga dapat terselesaikan dengan baik karena dimana ax = b, determinan dari matriks a tidaklah pernah bernilai 0.

6. Studi kasus Interpolasi
   a. Gunakan tabel di bawah ini untuk mencari polinom interpolasi dari pasangan titik-titik yang terdapat dalam tabel. Program menerima masukan nilai x yang akan dicari nilai fungsi f(x).

x	0.1	0.3	0.5	0.7	0.9	1.1	1.3
$f(x)$	0.003	0.067	0. 148	0.248	0.370	0.518	0.697

Variasi X	**Input Terminal**	**Tafsiran nilai**
0.2	7,(0.1,0.003),(0.3,0.067),(0.5,0.148),(0.7,0.248),(0.9,0.370),(1.1,0.518),(1.3,0.697),0.2	0.033

Output Terminal:
`Persamaan yang diperoleh:`
`y = -0.022976562500000013 + 0.24000000000000465x + 0.19739583333330657x**2 + 1.2789769243681803E-13x**3 + 0.02604166666571928x**4 + 2.8421709430404007E-14x**5 + -8.881784197001252E-15x**6`
`Untuk x dengan nilai 0.2, hasil yang diperoleh: 0.032960937500000606`		

0.55	7,(0.1,0.003),(0.3,0.067),(0.5,0.148),(0.7,0.248),(0.9,0.370),(1.1,0.518),(1.3,0.697),0.55	0.1711
Output Terminal:		

```
Persamaan yang diperoleh:
y = -0.02297656250000013 + 0.24000000000000465x + 0.19739583333330657x**2 + 1.27897692
43681803E-13x**3 + 0.026041666666571928x**4 + 2.8421709430404007E-14x**5 + -8.88178419
7001252E-15x**6
Untuk x dengan nilai 0.55, hasil yang diperoleh: 0.17111865234375817
```

0.85	7,(0.1,0.003),(0.3,0.067),(0.5,0.148),(0.7,0.248),(0.9,0.370),(1.1,0.518),(1.3,0.697),0.85	0.3372

Output Terminal:

```
Persamaan yang diperoleh:
y = -0.02297656250000013 + 0.24000000000000465x + 0.19739583333330657x**2 + 1.27897692
43681803E-13x**3 + 0.026041666666571928x**4 + 2.8421709430404007E-14x**5 + -8.88178419
7001252E-15x**6
Untuk x dengan nilai 0.85, hasil yang diperoleh: 0.3372358398437728
```

1.28	7,(0.1,0.003),(0.3,0.067),(0.5,0.148),(0.7,0.248),(0.9,0.370),(1.1,0.518),(1.3,0.697),1.28	0.6775

Output Terminal:

```
Persamaan yang diperoleh:
y = -0.02297656250000013 + 0.24000000000000465x + 0.19739583333330657x**2 + 1.27897692
43681803E-13x**3 + 0.026041666666571928x**4 + 2.8421709430404007E-14x**5 + -8.88178419
7001252E-15x**6
Untuk x dengan nilai 1.28, hasil yang diperoleh: 0.6775418375000345
```

Analisis:

Taksiran nilai yang diperoleh didapatkan setelah mendapatkan beberapa persamaan lalu dilakukan penyelesaian dengan interpolasi dan memasukkan nilai yang ditaksir

b. Jumlah kasus positif baru Covid-19 di Indonesia semakin fluktuatif dari hari ke hari. Di bawah ini diperlihatkan jumlah kasus baru Covid-19 di Indonesia mulai dari tanggal 17 Juni 2021 hingga 31 Agustus 2021:

Tanggal	Tanggal (desimal)	Jumlah Kasus Baru
17/06/2021	6,567	12.624
30/06/2021	7	21.807
08/07/2021	7,258	38.391
14/07/2021	7,451	54.517
17/07/2021	7,548	51.952
26/07/2021	7,839	28.228
05/08/2021	8,161	35.764
15/08/2021	8,484	20.813
22/08/2021	8,709	12.408
31/08/2021	9	10.534

Gunakanlah data di atas dengan memanfaatkan polinom interpolasi untuk melakukan prediksi jumlah kasus baru Covid-19 pada tanggal-tanggal berikut

Hitung-hitungan untuk variasi x:

a. 16/07/2021 = 7 + (16 / 31) = 7.5160
b. 10/08/2021 = 8 + (10 / 31) = 8.3230
c. 05/09/2021 = 9 + (5 / 30) = 9.1670
d. Input user:
   17/09/2021 = 9 + (17 / 30) = 9.5667

<table>
<tr><th>Variasi X</th><th>Input Terminal</th><th>Tafsiran nilai</th></tr>
<tr><td>a. 7.5160</td><td>10,(6.567,12624),(7,21807),(7.258,38391),(7.451,54517),(7.548,51952),(7.839,28228),(8.161,35764),(8.484,20813),(8.709,12408),(9,10534),7.5160</td><td>53524.9727</td></tr>
<tr><td colspan="3">Output Terminal:
Persamaan yang diperoleh:
y = 7.186396850224923E12 + -9.346209175932002E12x + 5.33379552322569E12x**2 + -1.756686771893298E12x**3 + 3.6852681483848096E11x**4 + -5.1128771663639496E10x**5 + 4.695538784694107E9x**6 + -2.754597423991916E8x**7 + 9372372.500985745x**8 + -140986.89526907855x**9
Untuk x dengan nilai 7.516, hasil yang diperoleh: 53524.97265625</td></tr>
<tr><td>b. 8.3230</td><td>10,(6.567,12624),(7,21807),(7.258,38391),(7.451,54517),(7.548,51952),(7.839,28228),(8.161,35764),(8.484,20813),(8.709,12408),(9,10534),8.3230</td><td>36271.7969</td></tr>
<tr><td colspan="3">Output Terminal:</td></tr>
</table>

```
Persamaan yang diperoleh:
y = 7.186396850224923E12 + -9.346209175932002E12x + 5.33379552322569E12x**2 + -1.75668
6771893298E12x**3 + 3.6852681483848096E11x**4 + -5.1128771663639496E10x**5 + 4.6955387
84694107E9x**6 + -2.754597423991916E8x**7 + 9372372.500985745x**8 + -140986.8952690785
5x**9
Untuk x dengan nilai 8.323, hasil yang diperoleh: 36271.796875
```

c. 9.1670	10,(6.567,12624),(7,21807),(7.258,38391),(7.451,54517),(7.548,51952),(7.839,28228),(8.161,35764),(8.484,20813),(8.709,12408),(9,10534),9.1670	-667722.8125

Output Terminal:

```
Persamaan yang diperoleh:
y = 7.186396850224923E12 + -9.346209175932002E12x + 5.33379552322569E12x**2 + -1.75668
6771893298E12x**3 + 3.6852681483848096E11x**4 + -5.1128771663639496E10x**5 + 4.6955387
84694107E9x**6 + -2.754597423991916E8x**7 + 9372372.500985745x**8 + -140986.8952690785
5x**9
Untuk x dengan nilai 9.167, hasil yang diperoleh: -667722.8125
```

d. 9.5667	10,(6.567,12624),(7,21807),(7.258,38391),(7.451,54517),(7.548,51952),(7.839,28228),(8.161,35764),(8.484,20813),(8.709,12408),(9,10534),9.5667	-2.1377

Output Terminal:

```
y = 7.186396850224923E12 + -9.346209175932002E12x + 5.33379552322569E12x**2 + -1.75668
6771893298E12x**3 + 3.6852681483848096E11x**4 + -5.1128771663639496E10x**5 + 4.6955387
84694107E9x**6 + -2.754597423991916E8x**7 + 9372372.500985745x**8 + -140986.8952690785
5x**9
Untuk x dengan nilai 9.5667, hasil yang diperoleh: -2.1376901734375E7
```

Analisis:

Taksiran nilai yang diperoleh didapatkan setelah mendapatkan beberapa persamaan lalu dilakukan penyelesaian dengan interpolasi dan memasukkan nilai yang ditaksir

c. Sederhanakan fungsi

$$f(x) = \frac{x^2 + \sqrt{x}}{e^x + x}$$

dengan polinom interpolasi derajat n di dalam selang [0, 2]. Sebagai contoh, jika n = 5, maka titik-titik x yang diambil di dalam selang [0, 2] berjarak h = (2 – 0)/5 = 0.4.

Variasi X	Input Terminal	Tafsiran nilai
0.2	6,(0,0),(0.4,0.418884),(0.8,0.507158),(1.2,0.560925),(1.6, 0.583686),(2.0,0.576652),0.2	0.26886
Output Terminal:		

```
Persamaan yang diperoleh:
y = 0.0 + 2.035257250000005x + -3.5526817708333613x**2 + 3.2371145833333714x**3 + -1.4
212662760416956x**4 + 0.23625651041667306x**5
Untuk x dengan nilai 0.2, hasil yang diperoleh: 0.2886426718750001
```

Variasi X	Input Terminal	Tafsiran nilai
1.173	6,(0,0),(0.4,0.418884),(0.8,0.507158),(1.2,0.560925),(1.6, 0.583686),(2.0,0.576652),1.173	0.5576
Output Terminal:		

```
Persamaan yang diperoleh:
y = 0.0 + 2.035257250000005x + -3.5526817708333613x**2 + 3.2371145833333714x**3 + -1.4
212662760416956x**4 + 0.23625651041667306x**5
Untuk x dengan nilai 1.173, hasil yang diperoleh: 0.5576488762537174
```

Variasi X	Input Terminal	Tafsiran nilai
1.85	6,(0,0),(0.4,0.418884),(0.8,0.507158),(1.2,0.560925),(1.6, 0.583686),(2.0,0.576652),1.85	0.5740
Output Terminal:		

```
Persamaan yang diperoleh:
y = 0.0 + 2.035257250000005x + -3.5526817708333613x**2 + 3.2371145833333714x**3 + -1.4
212662760416956x**4 + 0.23625651041667306x**5
Untuk x dengan nilai 1.85, hasil yang diperoleh: 0.5740321742248078
```

Analisis:

Taksiran nilai yang diperoleh didapatkan setelah mendapatkan beberapa persamaan lalu dilakukan penyelesaian dengan interpolasi dan memasukkan nilai yang ditaksir

7. Studi Kasus regresi Linear Berganda

Diberikan sekumpulan data sesuai pada tabel berikut ini.

Table 12.1: Data for Example 12.1

Nitrous Oxide, y	Humidity, x_1	Temp., x_2	Pressure, x_3	Nitrous Oxide, y	Humidity, x_1	Temp., x_2	Pressure, x_3
0.90	72.4	76.3	29.18	1.07	23.2	76.8	29.38
0.91	41.6	70.3	29.35	0.94	47.4	86.6	29.35
0.96	34.3	77.1	29.24	1.10	31.5	76.9	29.63
0.89	35.1	68.0	29.27	1.10	10.6	86.3	29.56
1.00	10.7	79.0	29.78	1.10	11.2	86.0	29.48
1.10	12.9	67.4	29.39	0.91	73.3	76.3	29.40
1.15	8.3	66.8	29.69	0.87	75.4	77.9	29.28
1.03	20.1	76.9	29.48	0.78	96.6	78.7	29.29
0.77	72.2	77.7	29.09	0.82	107.4	86.8	29.03
1.07	24.0	67.7	29.60	0.95	54.9	70.9	29.37

Source: Charles T. Hare, "Light-Duty Diesel Emission Correction Factors for Ambient Conditions," EPA-600/2-77-116. U.S. Environmental Protection Agency.

estimasi nilai Nitrous Oxide apabila Humidity bernilai 50%, temperatur 76°F, dan tekanan udara sebesar 29.30.

Dari data-data tersebut, apabila diterapkan Normal Estimation Equation for Multiple Linear Regression, maka diperoleh sistem persamaan linear sebagai berikut.

Input matriks sesuai data:

```
Baris: 20
Kolom: 4
72.4 76.3 29.18 0.90
41.6 70.3 29.35 0.91
34.3 77.1 29.24 0.96
35.1 68.0 29.27 0.89
10.7 79.0 29.78 1.00
12.9 67.4 29.39 1.10
8.3 66.8 29.69 1.15
20.1 76.9 29.48 1.03
72.2 77.7 29.09 0.77
24.0 67.7 29.60 1.07
23.2 76.8 29.38 1.07
47.4 86.6 29.35 0.94
31.5 76.9 29.63 1.10
10.6 86.3 29.56 1.10
```

```
11.2 86.0 29.48 1.10
73.3 76.3 29.40 0.91
75.4 77.9 29.28 0.87
96.6 78.7 29.29 0.78
107.4 86.8 29.03 0.82
54.9 70.9 29.37 0.95
```

Dari data-data tersebut, apabila diterapkan Normal Estimation Equation for Multiple Linear Regression, maka diperoleh sistem persamaan linear sebagai berikut

$$20b_0 + 863.1b_1 + 1530.4b_2 + 587.84b_3 = 19.42$$

$$863.1b_0 + 54876.89b_1 + 67000.09b_2 + 25283.395b_3 = 779.477$$

$$1530.4b_0 + 67000.09b_1 + 117912.32b_2 + 44976.867b_3 = 1483.437$$

$$587.84b_0 + 25283.395b_1 + 44976.867b_2 + 17278.5086b_3 = 571.1219$$

Pembuktian output terminal untuk persamaan setelah multiple linear regression:

```
20.0b0 + 863.1000032424927b1 + 1530.400016784668b2 + 587.8400020599365b3 + 19.42000007
6293945b4 +
863.1000032424927b0 + 54876.89056030277b1 + 67000.09090229038b2 + 25283.395350198745b3
 + 779.4770016353132b4 +
1530.400016784668b067000.09090229038b1117912.32255523693b244976.867643020625b31483.437
0234446528b4
 = 587.8400020599365 = 25283.395350198745 = 44976.867643020625 = 17278.508720175178 =
571.121903539276
```

Persamaan dan hasil output untuk X1= 50, X2=73, X3=29.30

```
Persamaan yang diperoleh:
y = -3.50775318658998 + X1*-0.0026249968167491033 + X2*7.989462450384011E-4 + X3*0.154
15417614485705
Untuk data X1 50.0 X2 73.0 dan X3 29.3, estimasi Y yang diperoleh adalah sebanyak 0.93
60374095046797
```

Analisis:

Dari data-data yang diinput, sudah diterapkan Normal Estimation Equation for Multiple Linear Regression dan terbukti mendapatkan sistem persamaan linear sesuai yang terdapat pada persoalan. Setelah mendapat persamaan, dengan memasukkan X1= 50, X2=73, dan X3=29.30 di dapatkan hasil 0.936

Bab 5

I. Kesimpulan

Dengan menggunakan teori matematika yang terkhusus pada kuliah aljabar linier dan geometri, kita dapat membuat program dengan berbagai bahasa pemrograman. Pada tugas ini, bahasa pemrograman yang ditentukan adalah Java. Aplikasi ini dapat menerima masukan berupa matrix melalui *keyboard* ataupun *file* luar dan melakukan berbagai operasi matematika. Operasi-operasi yang dapat dilakukan diantaranya penyelesaian sistem persamaan linear, pencarian determinan, pencarian matriks balikan, penyelesaian interpolasi polinom, dan penyelesaian regresi linear berganda. Untuk SPL sendiri dapat diselesaikan dengan berbagai metode seperti metode eliminasi *Gauss,* metode eliminasi *Gauss-Jordan,* metode matriks balikan, dan Kaidah *Cramer*. Solusi SPL memiliki 3 kemungkinan diantaranya tidak memiliki solusi, memiliki solusi unik, dan solusi banyak. Penyelesaian determinan dan matriks balikan dapat dilakukan dengan metode eliminasi Gauss dan metode kofaktor. Penyelesaian interpolasi polinom maupun regresi linear berganda memanfaatkan penyelesaian SPL yang nantinya akan diperoleh nilai hasil yang ditaksir dengan memasukkan nilai diketahui yang ingin ditaksir.

II. Saran

Penulis menyadari bahwa dalam pengerjaan program masih banyak yang dapat dikembangkan sebagai berikut:

1. Tampilan program dapat menjadi lebih baik jika ditambahkan *Graphical User Interface*
2. Untuk meningkatkan *readability* pada program, perlu menambahkan beberapa class berdasarkan fungsional masing-masing fungsi, sehingga dapat mengurangi penulisan kode yang berulang
3. Penguatan konsep mengenai OOP agar dapat meningkatkan algoritma yang efisien karena pada dasarnya bahasa java menggunakan konsep OOP
4. Dapat meningkatkan lagi *time* dan *space complexity*

III. Refleksi

Dari Tugas Besar 1 IF 2123 Aljabar Linier dan Geometri Semester 1 Tahun 2021/2022, kami belajar untuk bekerja sama sebagai tim. Kerja sama ini meliputi membantu anggota lain yang kesusahan, menjelaskan kode yang telah dibuat agar dapat dimengerti oleh sesama, tidak menunda pekerjaan karena keterkaitan function antar program, bergantian saat melakukan *commit* agar tidak *conflict*, dan lain lain. Secara individu, kami jadi belajar menghargai waktu, bertanggung jawab sesuai tugas, dan mengasah pola pikir saat membuat algoritma. Secara teknikal, kami tentunya belajar membuat program dalam bahasa *Java* untuk pertama kalinya.

Referensi

https://stackify.com/java-tutorials/

https://www.codecademy.com/learn/learn-java
https://www.w3schools.com/java/java_user_input.asp
https://stackoverflow.com/questions/47605/string-concatenation-concat-vs-operator
https://www.journaldev.com/18380/java-convert-double-to-string
https://stackoverflow.com/questions/80476/how-can-i-concatenate-two-arrays-in-java
https://www.geeksforgeeks.org/array-copy-in-java/
https://www.geeksforgeeks.org/stack-push-method-in-java/
https://www.javatpoint.com/java-string-split
https://developer.mozilla.org/en-US/docs/Web/JavaScript/Reference/Global_Objects/String/replaceAll
https://www.geeksforgeeks.org/math-pow-method-in-java-with-example/
https://www.geeksforgeeks.org/multidimensional-arrays-in-java/
https://www.youtube.com/watch?v=vkuHX9KFXiQ
https://www.javatpoint.com/for-each-loop