EA072 – 2º semestre de 2007 – Prova II
Gabarito

(1,0) Questão 1a) Suponha que um fabricante de queijo recebe o leite que utiliza na seguinte proporção:

- 20% do produtor P_1;
- 30% do produtor P_2;
- 50% do produtor P_3.

Um órgão de fiscalização inspecionou esses produtores de surpresa e relatou que:

- 20% dos galões de leite produzido por P_1 são adulterados;
- 5% dos galões de leite produzido por P_2 são adulterados;
- 2% dos galões de leite produzido por P_3 são adulterados.

Como os galões de leite não apresentam identificação do produtor, ao se analisar um galão ao acaso e constatar que o seu conteúdo está adulterado (nova evidência), qual é a probabilidade de que o leite seja proveniente do produtor P_1?

Sugestão: aplique a seguinte formulação para o teorema de Bayes:

$$\Pr(A_i \mid B) = \frac{\Pr(B \mid A_i)\Pr(A_i)}{\sum_j \Pr(B \mid A_j)\Pr(A_j)}$$

Resolução: Chamando $\Pr(P_j)$ a probabilidade do leite ser proveniente do produtor P_j (j=1,...,3) e de Q a nova evidência, então a probabilidade $\Pr(P_1 \mid Q)$ de que o leite seja proveniente do produtor P_1, dada a nova evidência Q, assume a forma:

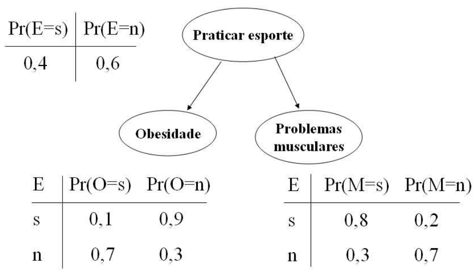
$$\Pr(P_1 \mid Q) = \frac{\Pr(Q \mid P_1)\Pr(P_1)}{\sum_{j=1}^{3} \Pr(Q \mid P_j)\Pr(P_j)}$$

A partir do enunciado da questão, extrai-se todos os valores dos termos do lado direito da equação acima, resultando:

$$\Pr(P_1 \mid Q) = \frac{0,2*0,2}{0,2*0,2+0,05*0,3+0,02*0,5} = \frac{0,04}{0,04+0,015+0,01} = \frac{0,04}{0,065} \cong 61,54\%$$

(1,0) Questão 1b) Um equipe da área de saúde coletou dados de campo e desenvolveu uma rede bayesiana visando explicar as relações de causa-efeito entre E ≡⟨Praticar Esporte⟩, O ≡⟨Ocorrência de Obesidade⟩ e M ≡⟨Ocorrência de Problemas Musculares⟩. A rede bayesiana está apresentada abaixo, onde “s” significa sim e “n” significa não. Estão sendo negligenciados outros fatores que, além de E, sabidamente também influenciam O e M. Sob estas condições, encontre a probabilidade de uma pessoa praticar esporte dado que ela apresenta problemas musculares. Sugestão: aplique a seguinte formulação para o teorema de Bayes:

$$\Pr(E = s \mid M = s) = \frac{\Pr(E = s, M = s)}{\Pr(M = s)}$$



Resolução: Embora seja possível empregar também a formulação da Questão 1(a), iremos adotar a sugestão, o que nos remete a calcular $\Pr(E = s, M = s)$ e $\Pr(M = s)$.

$$\Pr(E = s, M = s) = \Pr(E = s, M = s, O = s) + \Pr(E = s, M = s, O = n) = 0,4*0,8*0,1 + 0,4*0,8*0,9 = 0,32$$

$$\Pr(M = s) = \Pr(E = s, M = s, O = s) + \Pr(E = s, M = s, O = n) + \Pr(E = n, M = s, O = s) + \Pr(E = n, M = s, O = n) =$$
$$0,4*0,8*0,1 + 0,4*0,8*0,9 + 0,6*0,3*0,7 + 0,6*0,3*0,3 = 0,32 + 0,18 = 0,5$$

Logo:

$$\Pr(E = s \mid M = s) = \frac{\Pr(E = s, M = s)}{\Pr(M = s)} = \frac{0,32}{0,5} = 64\%$$

(1,0) Questão 2) Dadas as seguintes proposições:

(1) Todos os participantes da competição são brasileiros.
(2) Todos os hóspedes do hotel são brasileiros.
(3) Todos os hóspedes do hotel são participantes da competição.
(4) Todos os participantes da competição são hóspedes do hotel.

indique o que é indução, dedução e abdução nas inferências abaixo:

(a) Se (1) e (2) então (3). ⟨ABDUÇÃO⟩
(b) Se (1) e (3) então (2). ⟨DEDUÇÃO⟩
(c) Se (1) e (4) então (2). ⟨ABDUÇÃO⟩
(d) Se (2) e (3) então (1). ⟨INDUÇÃO⟩
(e) Se (2) e (4) então (1). ⟨DEDUÇÃO⟩

(3,0) Questão 3) Em um jogo de soma nula com dois jogadores, cada jogador tem duas estratégias (não-dominantes entre si) e a matriz de pagamento assume a forma:

	II_1	II_2
I_1	a_{11}	a_{12}
I_2	a_{21}	a_{22}

Sob estas condições, responda às seguintes questões:

a) o que é estratégia, estratégia pura e estratégia mista?

Resolução: Uma estratégia deve determinar a ação do jogador frente a qualquer situação possível (estado) do jogo. Portanto, ela indica que decisão o jogador deve tomar a cada lance. Supondo que cada jogador possua um conjunto finito de estratégias alternativas, a estratégia pura implica a adoção de uma única estratégia durante todo o jogo, enquanto que a estratégia mista envolve a escolha aleatória de uma dentre as estratégias admissíveis, seguindo uma atribuição fixa de probabilidade para a escolha de cada estratégia.

b) forneça valores numéricos arbitrários para a matriz de pagamento de modo que, **em um cenário de estratégias puras**, o Jogador I seja sempre levado a adotar a sua estratégia 1. Para tanto, use o critério maxmin.

Resolução: O critério maxmin garante que o Jogador I não receberá um pagamento menor do que $p_{\min}$, onde $p_{\min} = \max_i \min_j a_{ij}$. Para atender à solicitação do enunciado, é necessário que o menor pagamento para quando o Jogador I utiliza a sua estratégia 1 seja maior que o menor pagamento no caso dele utilizar a estratégia 2. Dentre as infinitas possibilidades de atribuição de valores, tem-se:

	II_1	II_2	Mínimo
I_1	3	1	1
I_2	4	0	0

c) Aplicando técnicas de programação linear e **supondo estratégias mistas**, é possível obter a seguinte solução para o jogo:

- ✓ valor do jogo: $v = \dfrac{a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}}{a_{11} + a_{22} - a_{21} - a_{12}}$
- ✓ $\mathbf{x}^* = \begin{bmatrix} \dfrac{a_{22} - a_{21}}{a_{11} + a_{22} - a_{21} - a_{12}} & \dfrac{a_{11} - a_{12}}{a_{11} + a_{22} - a_{21} - a_{12}} \end{bmatrix}$
- ✓ $\mathbf{y}^* = \begin{bmatrix} \dfrac{a_{22} - a_{12}}{a_{11} + a_{22} - a_{21} - a_{12}} & \dfrac{a_{11} - a_{21}}{a_{11} + a_{22} - a_{21} - a_{12}} \end{bmatrix}$

O que é preciso acontecer com os elementos da matriz de pagamentos para que o jogador I adote com maior freqüência a sua estratégia 1?

Resolução: Basta produzir $\dfrac{a_{22} - a_{21}}{a_{11} + a_{22} - a_{21} - a_{12}} > \dfrac{a_{11} - a_{12}}{a_{11} + a_{22} - a_{21} - a_{12}}$, que pode ser decomposto em:

$$\begin{cases} a_{22} - a_{21} > a_{11} - a_{12} & \text{se } a_{11} + a_{22} - a_{21} - a_{12} > 0 \\ a_{22} - a_{21} < a_{11} - a_{12} & \text{se } a_{11} + a_{22} - a_{21} - a_{12} < 0 \end{cases}$$

(5,0) Questão 4) Responda a cinco dentre as seis questões abaixo:

a) quais são os dois tipos de custo que precisam ser definidos quando se realiza busca em árvore empregando o algoritmo A* e o que caracteriza cada um deles?

Resolução: A busca empregando o algoritmo A* deve recorrer a dois índices:

- fator de altura – $g(n)$: é o custo do caminho de custo mínimo entre o nó-raiz e o nó n.
- fator heurístico – $h(n)$: é o custo estimado do caminho de custo mínimo entre o nó n e o nó-solução.

O fator de altura deve aumentar sempre que se aumenta a distância até a raiz, enquanto que o fator heurístico nunca pode sobre-estimar o custo real até o nó solução.

b) em um contexto híbrido envolvendo robótica autônoma baseada em comportamento e robótica evolutiva, como você proporia o projeto do controlador do robô?

Resolução: Se é robótica baseada em comportamento, então o robô irá adotar um dentre um conjunto finito de comportamentos admissíveis, a cada instante de tomada de decisão. A computação evolutiva pode auxiliar tanto na seleção de número e tipo de comportamentos, como também na concepção do sistema de coordenação de comportamentos. Um exemplo visto em aula foi a rede imunológica, onde a evolução atuava nos nós e nas conexões (de estímulo e supressão). No entanto, é possível supor a existência de um conjunto pré-definido de comportamentos e atuar apenas na síntese do processo de coordenação.

c) em um problema de otimização combinatória usando colônia de formigas, cada formiga, em uma dada iteração, deve se mover para um dentre um conjunto finito de posições alternativas. De forma genérica, quais são os dois fatores que influenciam a tomada de decisão da formiga?

Resolução: Um dos fatores é a quantidade relativa de feromônio no caminho até a nova posição (ou na própria posição), de modo que posições associadas com uma maior concentração de feromônio terão uma chance proporcionalmente maior de serem escolhidas. O outro fator é um termo heurístico associado a especificidades do problema de otimização. Por exemplo, se uma posição alternativa produz o menor acréscimo junto à função-custo (supondo minimização), quando comparada com as demais posições alternativas, ela terá proporcionalmente maior chance de ser escolhida. Esses dois fatores geralmente são ponderados e, em seguida, multiplicados, visando considerá-los simultaneamente na tomada de decisão por parte de cada formiga.

d) em um problema de otimização por enxame de partículas, quais são as três direções que contribuem para a definição da nova posição de cada partícula?

Resolução: (1) direção adotada na última atualização de posição da própria partícula; (2) direção que aponta da posição atual da partícula até a melhor posição dela, desde o início da busca; (3) direção que aponta da posição atual da partícula até a melhor posição encontrada até o momento por todas as partículas. A ponderação dessas três direções geralmente é feita de forma aleatória, a cada iteração.

e) o que é um problema de otimização multimodal e o que é um problema de otimização dinâmica? Por que algoritmos populacionais de busca, com módulos eficazes para manutenção de diversidade na população, se mostram bastante competitivos para esses dois tipos de problemas?

Resolução: Um problema de otimização multimodal é aquele que apresenta uma função de otimização não-convexa, com múltiplos ótimos locais. Esses ótimos locais podem ou não apresentar os mesmos valores do critério de otimização. Já um problema de otimização dinâmica é aquele em que a função de otimização varia com o tempo, de modo que a(s) região(ões) do espaço de busca em que se encontra(m) o(s) ótimo(s) pode(m) variar com o tempo. Abordagens de busca populacionais com manutenção de diversidade geralmente apresentam mecanismos para localização e preservação de múltiplos ótimos, assim como tendem a expressar uma melhor capacidade de seguimento de ótimos que variam no tempo.

f) Dada a regra da resolução:

$$\frac{\begin{array}{c} a \vee b \\ \neg b \vee r \end{array}}{a \vee r}$$

Regra da Resolução

e sua variante quando r é sempre verdadeiro:

$$\frac{\begin{array}{c} a \vee b \\ \neg b \end{array}}{a}$$

Variação da Regra da Resolução

o que é necessário para se realizar uma prova por refutação de uma determinada proposição, dada a base de conhecimento?

Resolução: Todas as proposições logicamente consistentes podem ser obtidas aplicando-se a regra de resolução. É por isso que se diz que a resolução é logicamente completa. Para provar que uma proposição é verdadeira, adiciona-se o negativo dessa proposição à base de conhecimento (conjunto de proposições sabidamente verdadeiras) e busca-se chegar a uma contradição. Antes de manipular a base de conhecimento, é necessário que todas as proposições sejam convertidas para a forma normal disjuntiva.