EA072 – 2º semestre de 2006 – Prof. Fernando J. Von Zuben
Prova II – Gabarito

(1,0) Questão 1) O conceito de meme foi introduzido por Richard Dawkins em 1976, num livro intitulado “O gene egoísta” (do inglês “The Selfish Gene”). O meme é o gene cultural, ou seja, o conhecimento que é transmitido de geração em geração. Diz-se, então, que uma pessoa com grande capacidade intelectual (obtida geneticamente) pode se desenvolver muito em ambientes que estimulam o aprendizado e a aquisição de conhecimento, ou seja, o potencial da pessoa é explorado durante a sua vida, pelo ambiente cultural. Com base nesses conceitos, foram propostos em 1989 os algoritmos meméticos, os quais podem ser interpretados (de forma simplista) como algoritmos genéticos com etapas de busca local. Sabendo que simulated annealing e busca tabu são exemplos de algoritmos de busca com decisões estocásticas e que trabalham com um indivíduo de cada vez ao longo da busca, indique como seria possível empregar simulated annealing e/ou busca tabu para implementar um algoritmo memético.
Resposta: *A cada n gerações, onde n é maior ou igual a um, todos ou parte dos indivíduos daquela geração (produzidos via os passos convencionais de um algoritmo genético) devem ser submetidos a uma busca local realizada por simulated annealing ou busca tabu. Com isso, o nível de adaptação (fitness) de alguns indivíduos pode sofrer aumentos significativos, particularmente quando eles apresentam elevado potencial de melhora via uma busca local.*

(2,0) Questão 2) Dados os processos de inferência a seguir, indicar quais deles estão baseados em dedução, indução e abdução.

a) Eu acredito que os novos funcionários que serão contratados para trabalhar na minha empresa sejam competentes, pois todos os que já foram contratados são competentes. [INDUÇÃO]
b) Todas as questões da prova foram abordadas em aula. As questões *A* e *B* da lista de exercícios foram abordadas em aula. Logo, as questões *A* e *B* estão incluídas na prova. [ABDUÇÃO]
c) Todos os assuntos abordados no curso até agora são relevantes para a minha futura atividade profissional. Logo, tudo que será visto no curso daqui até o seu término será relevante para a minha futura atividade profissional. [INDUÇÃO]
d) Eu acredito que a minha proposta de projeto foi selecionada, pois eu sou aluno da Unicamp e todas as propostas de alunos da Unicamp foram selecionadas. [DEDUÇÃO]
e) Não há risco de acidente nesta rodovia, pois sempre que eu circulei por ela eu não me deparei com nenhum acidente. [INDUÇÃO]
f) A cena do crime apresenta um cadáver na sala, a casa toda remexida e a janela quebrada. Logo, entrou um ladrão pela janela, matou o morador, procurou por produtos valiosos em toda a casa e, em seguida, foi embora carregando o que encontrou de valor. [ABDUÇÃO]
g) A cena do crime apresenta um cadáver na sala, a casa toda remexida e a janela quebrada. Logo, o morador recebeu a visita de uma pessoa conhecida, a qual o matou e forjou a cena do crime de modo a apontar para um arrombamento feito por uma pessoa estranha. [ABDUÇÃO]
h) O aluno é aprovado em uma disciplina de graduação se e somente se ele atender os critérios de nota mínima e freqüência mínima. Um aluno *A* foi aprovado na referida disciplina. Logo o aluno *A* atendeu os critérios de nota mínima e freqüência mínima para aprovação. [DEDUÇÃO]

(2,0) Questão 3) Em um jogo de soma nula com dois jogadores, cada jogador tem duas estratégias (não-dominantes entre si) e a matriz de pagamento assume a forma:

$$\begin{array}{ccc} & \mathrm{II}_1 & \mathrm{II}_2 \\ \mathrm{I}_1 & a_{11} & a_{12} \\ \mathrm{I}_2 & a_{21} & a_{22} \end{array}$$

Aplicando técnicas de programação linear e supondo estratégias mistas, é possível obter a seguinte solução para o jogo:

- ✓ valor do jogo: $v = \dfrac{a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}}{a_{11} + a_{22} - a_{21} - a_{12}}$
- ✓ $\mathbf{x}^* = \begin{bmatrix} \dfrac{a_{22} - a_{21}}{a_{11} + a_{22} - a_{21} - a_{12}} & \dfrac{a_{11} - a_{12}}{a_{11} + a_{22} - a_{21} - a_{12}} \end{bmatrix}$
- ✓ $\mathbf{y}^* = \begin{bmatrix} \dfrac{a_{22} - a_{12}}{a_{11} + a_{22} - a_{21} - a_{12}} & \dfrac{a_{11} - a_{21}}{a_{11} + a_{22} - a_{21} - a_{12}} \end{bmatrix}$

Considerando que os Jogadores I e II adotem as estratégias indicadas acima, responda às seguintes questões:

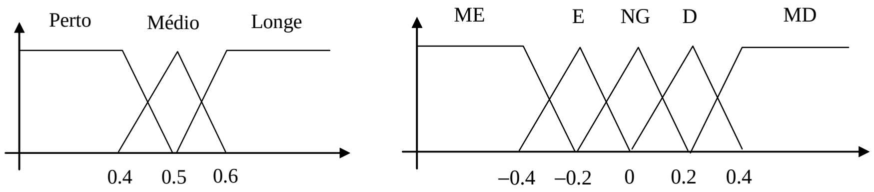
a) qual vai ser o pagamento do Jogador I na primeira vez em que ele jogar contra o Jogador II?
Resposta: *O pagamento do jogador I será a_{11} ou a_{12} ou a_{21} ou a_{22}, pois tudo vai depender de qual estratégia será escolhida por cada um dos dois jogadores, sendo que esta escolha é aleatória segundo as probabilidades indicadas pelos vetores* **x*** *e* **y***.
b) qual vai ser o pagamento médio do Jogador II nos jogos contra o Jogador I?
Resposta: *O pagamento médio de um jogador é dado pelo valor do jogo. Sendo assim, o pagamento do jogador II será* $-v$.
c) se houver 100 jogos entre os Jogadores I e II, quantas vezes, em média, o Jogador I irá adotar a estratégia I_2?
Resposta: *A probabilidade de se adotar cada uma das duas estratégias do jogador I é dada pelos elementos do vetor* **x***. *Logo, em média, o jogador I irá adotar a estratégia I_2 um número de vezes igual a 100*$\dfrac{a_{11} - a_{12}}{a_{11} + a_{22} - a_{21} - a_{12}}$.
d) o que é preciso acontecer com os elementos da matriz de pagamentos para que o jogador I receba, em média, um pagamento maior que aquele recebido pelo jogador II?
Resposta: *O jogador I receberá, em média, um pagamento maior que aquele recebido pelo jogador II se o valor do jogo for maior que zero. Logo:*

$$v > 0 \Rightarrow \frac{a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}}{a_{11} + a_{22} - a_{21} - a_{12}} > 0 \Rightarrow \begin{cases} a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12} > 0 \;\; e \;\; a_{11} + a_{22} - a_{21} - a_{12} > 0 \\ ou \\ a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12} < 0 \;\; e \;\; a_{11} + a_{22} - a_{21} - a_{12} < 0 \end{cases}$$

e) explique como chegar ao valor a_{11} da matriz de pagamentos em uma situação prática.
Resposta: *Em uma situação prática, é necessário executar um jogo completo (ou infinitos jogos completos se houver eventos aleatórios durante o jogo) entre os jogadores, tal que o jogador I adote a estratégia I_1 e o jogador II adote a estratégia II_1. Ao final do(s) jogo(s), deve-se computar o pagamento (médio) de cada jogador e esse valor corresponde a a_{11}.*

(1,0) Questão 4) Dado o conjunto de regras a seguir e as respectivas funções de pertinência:

sensor direito\sensor esquerdo	Perto	Médio	Longe
Perto	muito_direita (MD)	muito_esquerda (ME)	muito_esquerda (ME)
Médio	muito_direita (MD)	não_girar (NG)	esquerda (E)
Longe	muito_direita (MD)	direita (D)	não_girar (NG)



Para ambos os sensores   Para a saída

apresente as regras que atuam em cada caso e empregue o método de inferência de Mamdani para obter a saída do sistema nebuloso, imediatamente antes da aplicação do operador centro de massa, quando:

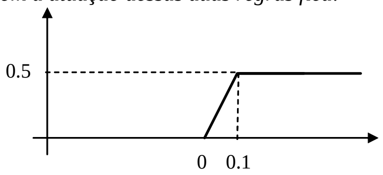
a) o sensor esquerdo indica 0.45 e o sensor direito indica 0.7;

Resposta: *As regras que atuam são as seguintes:*

SE ⟨Sensor esquerdo é perto⟩ E ⟨Sensor direito é longe⟩ ENTÃO ⟨Saída é muito_direita⟩.

SE ⟨Sensor esquerdo é médio⟩ E ⟨Sensor direito é longe⟩ ENTÃO ⟨Saída é direita⟩.

A saída do sistema nebuloso com a atuação dessas duas regras fica:



Repare que a saída acima foi obtida tomando-se o máximo no conseqüente das regras, após obter o mínimo das ativações de cada função de pertinência do antecedente.

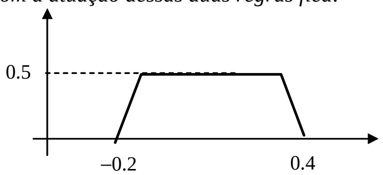
b) o sensor esquerdo indica 0.5 e o sensor direito indica 0.55.

Resposta: *As regras que atuam são as seguintes:*

SE ⟨Sensor esquerdo é médio⟩ E ⟨Sensor direito é médio⟩ ENTÃO ⟨Saída é não_girar⟩.

SE ⟨Sensor esquerdo é médio⟩ E ⟨Sensor direito é longe⟩ ENTÃO ⟨Saída é direita⟩.

A saída do sistema nebuloso com a atuação dessas duas regras fica:



Repare que a saída acima foi obtida tomando-se o máximo no conseqüente das regras, após obter o mínimo das ativações de cada função de pertinência do antecedente.

(1,0) Questão 5) Dada a regra da resolução:

$$\frac{\begin{array}{c} a \vee b \\ \neg b \vee r \end{array}}{a \vee r}$$

Regra da Resolução

e sua variante quando r é sempre verdadeiro:

$$\frac{\begin{array}{c} a \vee b \\ \neg b \end{array}}{a}$$

Variação da Regra da Resolução

prove, por refutação, que, partindo-se das seguintes hipóteses:

$$p$$
$$p \to q$$
$$(r \wedge q) \to s$$

é possível inferir:

$$r \to s$$

<u>Nota</u>: É necessário converter todas as expressões para a forma disjuntiva. Para tanto, lembre-se que:

- $a \to b \equiv \neg\, a \vee b$
- $\neg\,(a \wedge b) \equiv \neg\, a \vee \neg\, b$

Resposta: *Provar por refutação envolve incluir na base de conhecimento a negação do que se quer provar e chegar a uma contradição. Mas antes, é necessário expressar toda a base de conhecimento com base em disjunções:*

(1) p

(2) $\neg\, p \vee q$

(3) $\neg\,(r \wedge q) \vee s \equiv \neg\, r \vee \neg\, q \vee s$

assim como a negação do que se quer provar:

(4) $\neg\,(\neg\, r \vee s)$

Essas quatro proposições formam a base de conhecimento, reproduzida abaixo com uma comutação na proposição 3, e a regra da resolução deve ser aplicada até se obter uma contradição.

(1) p

(2) $\neg\, p \vee q$

(3) $(\neg\, r \vee s) \vee \neg\, q$

(4) $\neg\,(\neg\, r \vee s)$

De (1) e (2), resulta:

(1) p

(2) $\neg\, p \vee q$

(3) $(\neg\, r \vee s) \vee \neg\, q$

(4) $\neg\,(\neg\, r \vee s)$

(5) q

De (3) e (4), resulta:

(1)	p
(2)	$\neg p \vee q$
(3)	$(\neg r \vee s) \vee \neg q$
(4)	$\neg(\neg r \vee s)$
(5)	q
(6)	$\neg q$

De (5) e (6), chega-se a uma contradição, o que prova que $r \rightarrow s$ é verdade.

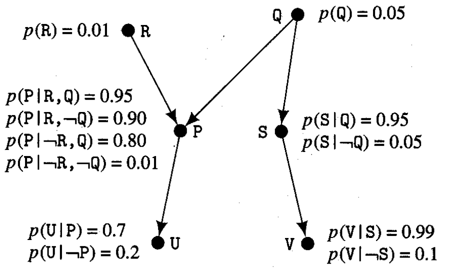
(1,0) Questão 6) Dada a rede bayesiana a seguir, com as probabilidades associadas aos nós (a probabilidade complementar não está sendo apresentada), a obtenção de $p(Q/U) = \dfrac{p(U/Q)\,p(Q)}{p(U)}$ requer a determinação de $p(U/Q)$, $p(Q)$ e $p(U)$. Sabe-se que $p(U/Q)$ é dado por:

$$p(U/Q) = p(U/P)\,p(P/Q) + p(U/\neg P)\,p(\neg P/Q)\,, \qquad [**]$$

sendo também necessário determinar $p(P/Q)$ como segue:

$$p(P/Q) = p(P/R,Q)\,p(R) + p(P/\neg R,Q)\,p(\neg R)\,.$$

Um procedimento similar pode ser feito para se obter $p(Q/V) = \dfrac{p(V/Q)\,p(Q)}{p(V)}$, sendo que para tal é necessário obter $p(V/Q)$ como um passo intermediário. Determine o valor numérico de $p(V/Q)$.



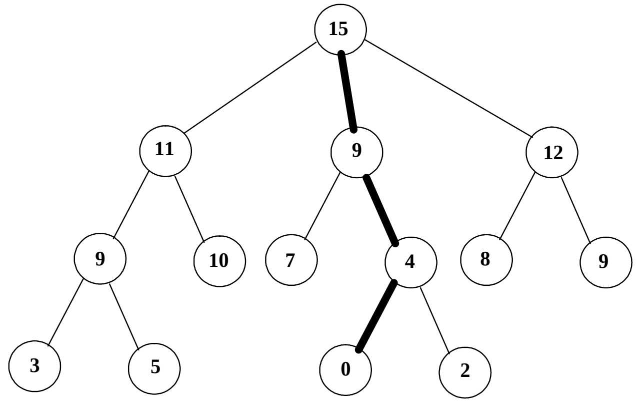
Resposta: *O enunciado da questão já apresenta uma dedução de fórmulas de probabilidade condicional para uma das sub-árvores da rede bayesiana. A probabilidade condicional que se quer determinar está associada à outra sub-árvore da rede, sendo que, por analogia à fórmula acima marcada com [**], chega-se a:*

$$p(V/Q) = p(V/S)\,p(S/Q) + p(V/\neg S)\,p(\neg S/Q)\,.$$

Como todos os valores são diretamente extraídos da própria rede bayesiana, resulta:

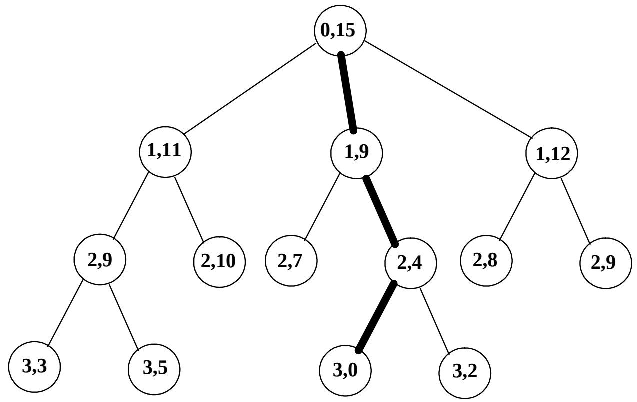
$$p(V/Q) = 0.99 * 0.95 + 0.1 * (1 - 0.95) = 0.9405 + 0.005 = 94{,}55\%\,.$$

(2,0) Questão 7) Nas árvores de busca a seguir, é sabido que o custo da solução sempre aumenta conforme se afasta da raiz (ou seja, o custo de cada aresta é sempre positivo). Atribua custos adequados para a solução em cada nó da árvore para que o caminho apontado seja aquele escolhido pelas estratégias indicadas.



Busca gulosa

Obs: *Foram aceitas respostas que apresentavam custo a partir da raiz também (fator de altura), iniciando com custo zero. Aqui, foram usadas estimativas de custo até a solução (fator heurístico). Em qualquer caso, as possibilidades de solução deste item da questão são infinitas.*



Busca A*

Obs: *Notação: g(n), h(n), onde g(n) é o fator de altura (custo da raiz até o nó) e h(n) é o fator heurístico (estimativa de custo até a solução). As possibilidades de solução deste item da questão são infinitas.*