MANUELA SILVA MACHRY

O USO DO VALUE AT RISK (VAR) COMO MEDIDA DE RISCO PARA OS FUNDOS DE PENSÃO

O USO DO VALUE AT RISK (VAR) COMO MEDIDA DE RISCO PARA OS FUNDOS DE PENSÃO

Banca examinadora

Prof. Orientador Flávio Marcílio Rabelo

Prof. William Eid Júnior

Prof. José Roberto Securato

FUNDAÇÃO GETÚLIO VARGAS
ESCOLA DE ADMINISTRAÇÃO DE EMPRESAS DE SÃO PAULO

MANUELA SILVA MACHRY

O USO DO VALUE AT RISK (VAR) COMO MEDIDA DE RISCO PARA OS FUNDOS DE PENSÃO

Dissertação apresentada ao Curso de Pós-Graduação da FGV/EAESP
Área de Concentração: Administração Contábil e Financeira como requisito para obtenção de título de mestre em Administração.

Orientador: Prof. Flávio Marcílio Rabelo

SÃO PAULO
2003

MACHRY, Manuela Silva. O uso do Value at Risk (VaR) como medida de risco para os fundos de pensão. São Paulo: EAESP/FGV, 2003. 130 p. (Dissertação de Mestrado apresentada ao Curso de Pós-Graduação da EAESP/FGV, Área de Concentração: Administração Contábil-Financeira).

Resumo: Este estudo faz uma revisão das origens do VaR, bem como dos conceitos e teorias que o fundamentam, e sua aplicabilidade aos fundos de pensão. Descreve as principais metodologias de cálculo e as situações nas quais o uso de cada uma é mais adequado. Revisa a literatura internacional acerca do uso do VaR como medida de risco pelos fundos de pensão. A seguir faz a previsão do VaR para as carteiras reais de três fundos de pensão brasileiros com três metodologias distintas: paramétrica, simulação histórica e simulação de Monte Carlo, esta última com duas suposições distintas para a distribuição dos retornos dos fatores de risco (normal e histórica). A partir disso, realiza um teste qualitativo, através da comparação do número de perdas efetivas realizadas pelas carteiras dos três fundos de pensão com o número de perdas correspondente admitido para os diferentes níveis de confiança utilizados no cálculo do VaR. O trabalho não encontra evidências de superioridade de nenhuma das metodologias de cálculo, sendo que todas elas superestimaram as perdas verificadas na prática (o VaR foi excedido menos vezes do que o esperado).

Palavras-Chaves: Value at Risk (VaR); Risco; Fundos de Pensão; Metodologia Paramétrica; Matriz de Covariância; Simulação Histórica; Simulação de Monte Carlo.

AGRADECIMENTOS

Gostaria de agradecer, em primeiro lugar, aos meus pais, Márcia e Amaury, que sempre me apoiaram nesta empreitada. À Teresita, que foi minha segunda mãe em São Paulo.

Ao Professor Flávio Marcílio Rabelo, que me abriu tantas portas.

Aos Professores William Eid Júnior, Artur Ridolfo Neto, Ricardo Ratner Rochman e Newton Conde, que gentilmente me deram boas orientações nos momentos em que precisei.

Ao José Édson da Cunha Júnior, Fábio Ohara Ishigami, e Felipe Maia da Secretaria de Previdência Complementar, sem a ajuda dos quais não teria sido possível a compreensão de muitos conceitos e a coleta dos dados.

Ao Daniel Motta, grande amigo que me ajudou desde o início do mestrado, em muitas horas.

À CAPES e ao CNPq, que prestaram auxílio financeiro para a realização desta pesquisa, através da concessão da bolsa de mestrado.

Aos funcionários da EAESP.

E a todos que, direta ou indiretamente, me deram suporte e me ajudaram, tornando possível a conclusão desta etapa tão importante da minha vida.

“A ‘arte’ de administrar riscos consiste em decidir que elementos do modelo são importantes.”

(Philippe Jorion)

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO

Com a estabilização econômica ocorrida no Brasil a partir de 1994, o planejamento financeiro tem-se tornado, gradativamente, parte da vida dos cidadãos comuns. O horizonte do longo prazo, antes praticamente não mencionado, passou a ser vislumbrado por um número crescente de brasileiros. Prova disto é o destaque cada vez maior que vem sendo dado à área de previdência em nosso país.

Contrastando com o caos econômico em que vivíamos anteriormente, num ambiente extremamente incerto e de altíssima inflação, no qual a principal preocupação era não deixar que o dinheiro fosse corroído, hoje em dia temos um cenário menos turbulento, em que o dinheiro não cresce mais a taxas nominais tão altas, mas tem muito mais valor do que antigamente. A estabilidade da moeda e a queda dos juros exigem um maior esforço para se atingir uma boa rentabilidade.

A melhora nas condições macroeconômicas do Brasil permitiu que fossem eliminados muitos vieses e também que se desse atenção a aspectos importantes na área de investimentos pessoais e de planejamento financeiro de longo prazo que antes ficavam perdidos ou subestimados no meio da chamada "ciranda financeira". As condições menos instáveis também possibilitaram a disponibilidade de séries históricas de dados mais confiáveis, favorecendo a aplicação de modelos matemáticos e ferramentas mais sofisticadas à realidade brasileira.

Dentre estes aspectos anteriormente subestimados, mas que atualmente têm recebido a devida atenção, encontram-se a mensuração e a administração do risco dos ativos que compõem uma carteira e, especificamente, do "risco agregado" de uma entidade previdenciária. Fala-se em "risco agregado" pelo fato de que, no caso de uma entidade previdenciária (apesar das diferenças existentes nos desenhos de cada plano), existe o risco da carteira de ativos e também o dos passivos, ou seja, não é adequado considerar apenas o risco dos ativos, dado que os passivos também aumentam com o decorrer do tempo, de acordo com a meta atuarial, tomando-se como base algum indexador. Além da possibilidade de que o valor dos ativos fique abaixo do esperado, ainda existe o risco maior de insolvência, isto é, tais ativos talvez não sejam suficientes para o pagamento dos benefícios acumulados (caso específico dos planos de benefício definido). É necessário, portanto, determinar qual é a alocação entre as principais classes de ativos que minimiza o risco de insolvência. O que conta neste caso, então, é a agregação dos vários riscos inerentes a uma entidade previdenciária. No caso dos planos de contribuição definida, apesar de não existir a possibilidade de que os ativos sejam insuficientes para cobrir as obrigações, a administração de risco também é importante para que se consiga a melhor combinação risco-retorno, de forma a maximizar a renda vitalícia.

Dentro deste contexto e da crescente profissionalização do sistema previdenciário, torna-se fundamental que sejam implementados modelos de avaliação e de controle de riscos que atendam às necessidades e às características específicas dos fundos de pensão e, indo um pouco mais além, dos diferentes tipos de planos (benefício definido e contribuição definida). Tais características específicas dizem respeito, especialmente, à natureza de longo prazo dos investimentos e ao destino dos fundos à aposentadoria, o que faz com que seja indispensável que os modelos utilizados por instituições como bancos (cujo horizonte temporal costuma variar entre um dia e duas semanas) sejam adaptados à realidade dos planos previdenciários.

1.1 Justificativa

Assumir riscos é algo que faz parte da vida e da atividade de administração de ativos. Uma vez que a única maneira de eliminar o risco dos fundos de pensão é extinguir os fundos, é necessário administrar os riscos, protegendo-se na medida do possível, sem, contudo, abrir mão da rentabilidade.

A avaliação e o controle de riscos são instrumentos fundamentais para uma alocação eficiente da carteira de investimentos de um fundo de pensão. Hoje em dia, com os juros mais baixos, o investidor vê-se obrigado a correr riscos maiores para conseguir uma maior rentabilidade. Até o início de 1999, as aplicações em renda fixa eram seguras, garantindo uma remuneração razoável, sem muitos riscos. Com o CDI pagando entre 30% e 40% ao ano, era fácil ultrapassar, com tranqüilidade, a meta atuarial mínima de 6%. Atualmente, a remuneração líquida obtida com papéis de renda fixa empata ou fica desconfortavelmente próxima da soma da inflação com a meta atuarial. Torna-se, então, necessário mais afinco por parte dos administradores de carteira, no sentido de ser necessário que eles assumam maiores riscos para que possam obter retornos satisfatórios (Associação Brasileira das Entidades Fechadas de Previdência Complementar – ABRAPP, 2000).

No caso de um fundo de pensão com planos de benefício definido, a análise e a avaliação de riscos deverão levar em conta a estrutura do passivo do plano, procurando fazer o "casamento" entre ativo e passivo *('Asset Liability Management*'). Isso fica ainda mais importante ao se observar a aproximação da maturidade da massa de participantes, o que aumenta a preocupação em estabelecer a correspondência entre a administração do patrimônio e os compromissos a serem honrados num futuro próximo. É, portanto, necessário fazer um levantamento do passivo atuarial, estimar os riscos envolvidos e projetar o fluxo de caixa para o pagamento dos benefícios. No caso do Brasil, isto é primordial, pois com o objetivo, por parte do governo, de baixar a taxa de juros assim que for possível, os ganhos com as aplicações de renda fixa diminuirão, ao passo que o valor presente do passivo atuarial aumentará, pois ele será descontado a uma taxa menor.

Além disso, a Resolução nº 2829 do Conselho Monetário Nacional, a qual regula os investimentos das EFPCs, determina a obrigatoriedade da manutenção de um sistema de avaliação e de controle de riscos nos fundos (com menção à metodologia de VaR). Seria bom se as entidades de previdência pudessem contar com um modelo, no qual pudessem se basear para a implementação de um sistema de mensuração e monitoramento de risco.

O risco pode ser quantificado de várias formas, dentre elas o desvio padrão dos retornos da carteira, a *duration*, o VaR , o *downside risk* e o *tracking error*. A principal vantagem de usar o VaR, conforme coloca De La Rocque (1997), é que ele permite integrar, em uma única medida numérica, o risco total da carteira de ativos sob análise, agregando no cálculo todos os ativos e passivos e permitindo a comparação e a integração dos riscos de diferentes classes de ativos (como ações e renda fixa, por exemplo).

Cada fundo deve estabelecer suas diretrizes gerais de política de alocação de ativos e o seu nível de tolerância ao risco, que pode ser um determinado VaR. Assim, todas as vezes em que o VaR calculado para o fundo superar o VaR que foi estabelecido pelo fundo como o máximo aceitável, medidas corretivas poderão ser tomadas, mudando o perfil da carteira (ou de algumas das carteiras, no caso de uma gestão total ou parcialmente terceirizada), até que seja atingido um VaR considerado adequado para o fundo. Este processo é denominado "orçamento de VaR" e seu objetivo é criar um limite de exposição máxima da carteira do fundo de pensão ao risco de mercado. No caso dos planos de contribuição definida, a entidade pode dar aos participantes opções de produtos classificados de acordo com o VaR (Rabbat, 2000).

1.2 Objetivos

Um dos objetivos deste trabalho é realizar um estudo sobre as origens do VaR, sobre os conceitos e as teorias que o fundamentam e sua aplicabilidade às carteiras dos investidores institucionais, especificamente aos fundos de pensão. Isto inclui a pesquisa sobre a teoria estatística na qual se baseia o VaR, além da descrição das principais metodologias de cálculo, o que também envolve considerações sobre as circunstâncias em que o uso de cada uma é mais adequado. Somado a isto está a revisão da literatura internacional acerca do uso desta medida de risco pelos fundos de pensão e por outros investidores de longo prazo.

O principal objetivo deste trabalho, entretanto, é verificar se o VaR é um instrumento eficaz de controle de risco de mercado para os fundos de pensão brasileiros. Esta verificação será feita através da comparação, em carteiras de três fundos de pensão, dos percentuais de perdas esperados (gerados com as metodologias de cálculo) com as perdas efetivamente ocorridas, e das metodologias entre si.

Cabe ressaltar aqui que não será um teste estatístico, mas qualitativo, no intuito de verificar a proximidade das perdas ocorridas na realidade com as perdas previstas com três metodologias de cálculo: a paramétrica, a simulação histórica e a simulação de Monte Carlo. O teste será qualitativo porque analisará a carteira de apenas três entidades e porque a periodicidade de mensuração dos retornos das carteiras dos fundos de pensão e dos fatores de risco será mensal, resultando em uma amostra pequena, o que é a principal limitação do trabalho.

Todavia, o exercício que se está propondo é de grande utilidade para o universo dos fundos de pensão, visto que busca adaptar os modelos de cálculo de VaR existentes na literatura internacional às peculiaridades e às dificuldades do mercado brasileiro e às particularidades dos fundos de pensão, para que seja possível calcular estimativas confiáveis de risco de mercado para os fundos de pensão dentro do contexto que lhes é próprio.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 O Conceito de *Value at Risk* - VaR

2.1.1 Definição

A principal vantagem do *Value at Risk* é que ele resume o risco de uma instituição financeira devido a variáveis do mercado financeiro em uma única medida fácil de se entender. Esta é a razão pela qual o VaR se tornou uma ferramenta essencial na comunicação dos riscos para a alta administração, diretores e acionistas. O banco J.P. Morgan foi um dos primeiros usuários do VaR, revelando no seu relatório anual de 1994, que o seu VaR era, em média, de 15 milhões de dólares, ao nível de confiança de 95 por cento para um dia. Seus acionistas puderam então julgar se estavam confortáveis com este nível de risco (JORION, 2000).

Definido formalmente segundo JORION (2000), o VaR sintetiza a maior perda esperada em um determinado período de tempo e em um intervalo de confiança. O primeiro passo para medir o VaR é a escolha do horizonte temporal e do nível de confiança. Estes dois fatores são, de certa forma, arbitrários e devem ser orientados de acordo com o objetivo do VaR.

2.1.2 Escolha do nível de confiança e do horizonte temporal

O Comitê da Basiléia (BASLE COMMITTEE ON BANKING SUPERVISION, 1995), com sua abordagem do modelo interno, definiu um intervalo de confiança de 99% para 10 dias. O número de VaR calculado é então multiplicado por 3, o que fornece a exigência mínima de capital para o cumprimento da regulamentação. O Comitê escolheu um período de dez dias porque ele reflete o equilíbrio entre os custos de monitoramento freqüente e os benefícios da identificação antecipada de problemas potenciais. Do lado dos usuários, o horizonte pode ser determinado pela natureza da carteira. Os bancos comerciais costumam declarar o VaR de suas operações para um horizonte diário, pois suas carteiras giram rapidamente. Em contraposição, as carteiras de investimento, como os fundos de pensão, objetos do presente trabalho, ajustam suas exposições ao risco lentamente, razão pela qual um horizonte de um mês costuma ser adotado (JORION, 2000).

Há poucas linhas determinantes quando da escolha do horizonte temporal e do nível de confiança. O significado das diferenças entre estas escolhas depende do uso que será feito do VaR. DOWD (1998) enumera quatro aspectos que exercem influência na escolha do horizonte temporal. O primeiro é a liquidez dos ativos e dos mercados em que a instituição opera. O horizonte apropriado é normalmente encarado como o período necessário para uma liquidação ordenada das posições da carteira. Os outros três aspectos sugerem um horizonte temporal curto. Um deles é para justificar a aproximação normal, cuja validade é mais plausível quando o período é curto. O outro diz respeito à ausência de rebalanceamento da carteira: o cálculo do VaR supõe que as exposições aos fatores de risco são constantes, e quanto mais longo for o horizonte, maior a probabilidade de que a carteira seja ajustada no intuito de minimizar as perdas. O último motivo que favorece um horizonte temporal curto é o propósito de validação do modelo utilizado no cálculo do VaR. Para que a validação seja confiável, é necessária uma amostra grande, que é mais facilmente viabilizada através de um período pequeno. Se o teste exige, por exemplo, 1000 observações não coincidentes, a menor amostra será de quatro anos com dados diários, de 20 anos com dados semanais e de 80 anos com dados mensais. Séries tão longas contêm muitas observações demasiado antigas, que não dão sentido a comparações, devido às mudanças estruturais ocorridas desde então.

Quanto aos níveis de confiança, DOWD (1998) também apresenta algumas considerações. Quando o objetivo é a validação do modelo, não é aconselhável usar níveis de confiança altos. Quanto maior for o nível de confiança, mais raramente as perdas superarão o VaR, e ter-se-á que esperar mais tempo para que se tenha observações de perdas em excesso suficientes para se obterem resultados confiáveis. Além disso, existe a questão do equilíbrio entre os erros do tipo 1 e 2, que será abordada mais adiante. Se o objetivo for a determinação da reserva de capital, a escolha do nível de confiança será muito importante e deverá incorporar a aversão ao risco da empresa e o custo de uma eventual perda maior que o VaR. No entanto, se o VaR for utilizado como uma medida de referência que possibilite que a empresa compare riscos em mercados diferentes, a escolha do nível de confiança não terá tanta relevância.

2.1.3 O cálculo do VaR

JORION (2000) explica o cálculo do VaR com uma complexidade crescente. O autor começa com os conceitos mais básicos, adicionando novos elementos e novas metodologias de cálculo ao longo da obra. A seguir, descrever-se-á, segundo este autor, os passos para se calcular o VaR, o cálculo do VaR para distribuições gerais e o cálculo do VaR paramétrico, de uma maneira bem simples, que será aprofundada posteriormente.

<u>Passos para se calcular o VaR</u>

Suponhamos que seja necessário medir o VaR de uma carteira de ações no valor 100 milhões de unidades monetárias num horizonte temporal de 10 dias, ao nível de confiança de 99%. Os passos a serem implementados serão os seguintes:

1. Determinar o valor da carteira[1] hoje (isto é, 100 milhões de unidades monetárias);
2. Medir a variabilidade dos fatores de risco (por exemplo, 15% ao ano);
3. Definir o horizonte temporal (por exemplo, 10 dias úteis);
4. Definir o nível de confiança (por exemplo, 99%, que corresponde a um múltiplo ("α") de 2,33, supondo -se uma distribuição normal);
5. Declarar a pior perda resultante do processamento de toda a informação acima (isto é, um VaR de 7 milhões de unidades monetárias).

<u>Cálculo do VaR para distribuições gerais</u>

O método geral é baseado na distribuição empírica e no quantil amostral.

Para computar o VaR de uma carteira, define-se:

W_0 = investimento inicial;

R = taxa de retorno do investimento, com retorno esperado μ e volatilidade σ.

---

[1] Estritamente diz-se "marcar a mercado o valor da carteira".

W = valor da carteira ao fim do horizonte considerado: $W = W_0(1 + R)$.

W^* = menor valor da carteira ao nível de confiança *c*: $W^* = W_0 (1 + R^*)$.

O VaR pode ser definido como a perda, em unidades monetárias, em relação à média:

$$\text{VaR (média)} = E(W) - W^* = -W_0(R^* - \mu)$$

O VaR também pode ser definido como a perda absoluta em unidades monetárias (sem levar em consideração o valor esperado):

$$\text{VaR (absoluto)} = W_0 - W^* = -W_0 R^*$$

Nos dois casos, calcular o VaR é identificar o valor mínimo W^* ou o retorno crítico R^*.

De uma maneira mais geral, o VaR pode ser derivado da distribuição de probabilidade do valor futuro da carteira, *f(w)*. Considerando-se um nível de confiança *c*, queremos encontrar W^* de tal maneira que a probabilidade de se exceder este valor seja *c*:

$$c = \int_{W^*}^{\infty} f(w)dw$$

ou, alternativamente, de que a probabilidade de um valor menor que W^* seja $1 - c$:

$$1 - c = \int_{-\infty}^{W^*} f(w)dw = P(w \le W^*) = p$$

O valor W^* é denominado "quantil" da distribuição. Neste caso não se usou o desvio-padrão para determinar o VaR.

Cálculo do VaR para distribuições paramétricas

O método paramétrico tenta ajustar uma distribuição paramétrica (como, por exemplo, a distribuição normal[2]) aos dados.

A suposição de normalidade da distribuição dos retornos simplifica o cálculo do VaR de forma considerável. Neste caso, o VaR pode ser calculado diretamente a partir do desvio-padrão da carteira, utilizando-se um multiplicador correspondente ao nível de confiança.

[2] DOWD (1998) destaca duas vantagens importantes da normalidade. A primeira é a sua "tratabilidade", que facilita os cálculos do VaR, tornado-o um múltiplo do desvio-padrão da carteira. A segunda é a sua "informatividade". Sob a suposição de normalidade, qualquer VaR baseado em alguma combinação particular

Em primeiro lugar, é necessário transformar a distribuição geral *f(w)* em uma distribuição normal padronizada Φ(ε), em que a média de ε seja zero e seu desvio-padrão seja 1. W* é associado ao retorno crítico R* tal que $W^* = W_0\,(1 + R^*)$. Geralmente, R* é negativo e também pode ser escrito como - |R*|. Pode-se, além disso, associar R* a um fator α > 0, proveniente de uma normal padronizada, por meio de:

$$-\alpha = \frac{-|R^*| - \mu}{\sigma}$$

e isto equivale a estabelecer que:

$$1 - c = \int_{-\infty}^{W^*} f(w)dw = \int_{-\infty}^{-|R^*|} f(r)dr = \int_{-\infty}^{-\alpha} \Phi(\in)d\in$$

Deste modo, a questão de se encontrar o VaR é descobrir o fator α de forma que a área à sua esquerda seja 1- *c*. Isto é feito usando-se as tabelas da *função distribuição normal padronizada cumulativa*, que é a área à esquerda de uma variável normal padronizada, com valor igual a *d*:

$$N(d) = \int_{-\infty}^{d} \Phi(\in)d\in$$

O retorno crítico é então:

$$R^* = -\alpha\sigma + \mu$$

Supondo-se que os parâmetros μ e σ estejam expressos em bases anuais e que o intervalo de tempo considerado seja Δt (em anos), temos que o VaR em relação à média é:

$$VaR(média) = -W_0(R^* - \mu) = W_0\alpha\sigma\sqrt{\Delta t}$$

O VaR é, portanto, um múltiplo do desvio-padrão da distribuição, multiplicado por um fator de ajuste que está diretamente relacionado ao nível de confiança e ao horizonte temporal.

O VaR absoluto é definido por:

$$VaR(absoluto) = -W_0 R^* = W_0\left(\alpha\sigma\sqrt{\Delta t} - \mu\Delta t\right)$$

A distribuição normal é simples de ser tratada e sua aplicação no cálculo do VaR é adequada quando se trabalha com carteiras grandes e bem diversificadas; entretanto, não é

---

de um nível de confiança e um horizonte temporal possibilita a transformação do número em outro VaR baseado em qualquer combinação de nível de confiança e horizonte temporal.

indicada para carteiras com muitas opções e com exposição a uma pequena quantidade de riscos financeiros.

2.1.4 A história do VaR

JORION (2000) destaca que as origens do VaR remontam ao trabalho sobre a teoria de carteiras de MARKOWITZ (1952). MARKOWITZ enfatizou que risco e retorno devem ser considerados conjuntamente e propôs o desvio padrão como medida de dispersão de apelo intuitivo. MARKOWITZ estudou o *tradeoff* entre o risco e o retorno esperado num arcabouço de média-variância.

Dada uma carteira de dois ou mais títulos, o retorno esperado será a média dos retornos individuais de cada título, ponderada pela sua proporção na carteira:

$$R_{p,t+1} = \sum_{i=1}^{N} w_{i,t} R_{i,t+1} \,,$$

onde $w_{i,t}$ é o peso do título i na carteira em t e $R_{i,t+1}$ é o retorno esperado do título i em $(t+1)$. A variância da carteira dependerá da variância de cada título e das covariâncias entre os títulos:

$$\sigma^2\left(R_{p,t+1}\right) = w_t^{'} \sum\nolimits_{t+1} w_t \,,$$

onde $\sum_{t+1}$ é a matriz de covariância e w_t é o vetor de pesos dos ativos. Incluindo as covariâncias no cálculo, leva-se em consideração o efeito da diversificação, que existirá quando a correlação (razão entre a covariância entre dois títulos e o produto de seus desvios-padrão) for menor do que 1. O VaR baseia-se intensivamente nos conceitos da teoria de carteiras, reconhecendo as correlações entre todos os ativos e classes de ativos (ações, títulos de renda fixa, etc.) e apresentando um único número para o risco de mercado.

O VaR é considerado por DOWD (1998) como uma evolução da teoria de carteiras de MARKOWITZ, sendo que DOWD destaca as seguintes vantagens:

1. A teoria de carteiras interpreta o risco como o desvio padrão do retorno, enquanto o VaR o interpreta em termos da perda máxima provável;

2. A teoria de carteiras é limitada ao risco de preços de mercado, ao passo que o VaR pode ser adaptado aos riscos de crédito e de liquidez[3];

3. O VaR permite o uso de metodologias distintas, conferindo flexibilidade para a adequação do cálculo em diferentes situações;

4. O VaR consegue tratar características como a não-normalidade dos retornos;

5. O VaR fornece orientações mais consistentes do que a teoria de carteiras para decisões de investimento, administração de carteiras e *hedging*;

6. O VaR proporciona uma gestão de risco global.

2.1.5 Precisão do VaR

Voltando à exposição de JORION (2000), as estimativas do VaR com base em dados reais devem ser olhadas com reserva, pois são afetadas pelo erro de estimação, que é a variação amostral decorrente do tamanho limitado da amostra. Os usuários precisam julgar o grau de precisão no VaR declarado. Uma estimativa pontual do VaR de 15 milhões de unidades monetárias, por exemplo, tanto pode significar que o VaR está entre 14 e 16 milhões, como pode significar que o VaR está entre 5 e 25 milhões.

No caso de o VaR ser obtido de uma simulação histórica, que usa uma janela de T dias para medir o risco, existe o problema de o VaR calculado ser apenas uma estimativa do valor real e ser, portanto, afetado pela variação amostral. A escolha de janelas T diferentes leva a valores de VaR diferentes.

Uma possível interpretação das estimativas é que os estimadores $\hat{\mu}$ e $\hat{\sigma}$ são amostras de uma distribuição implícita com parâmetros desconhecidos μ e σ. Com um número infinito de observações $T \to \infty$ e um sistema perfeitamente estável, os estimadores devem convergir para seus valores verdadeiros. No mundo real, os tamanhos das amostras são limitados porque algumas séries, como mercados emergentes (caso do Brasil), são recentes, ou pelo fato de que mudanças estruturais tornam o uso de séries muito longas sem

---

[3] Os riscos de crédito e de liquidez não são objeto do presente trabalho, mas explicações mais detalhadas podem ser encontradas em DOWD (1998) e JORION (2000).

sentido. Como alguns erros de estimação podem permanecer, a dispersão natural dos valores pode ser medida pela distribuição amostral dos parâmetros $\hat{\mu}$ e $\hat{\sigma}$[4].

Dentre os dois métodos de determinação do VaR apresentados até agora (leitura direta do número através do quantil da distribuição e cálculo do desvio-padrão da carteira para posterior multiplicação pelo α apropriado), JORION (2000) coloca que o método baseado em σ é mais preciso. Este método utiliza informação sobre toda a distribuição (todos os desvios em torno da média elevados ao quadrado), enquanto o método do quantil utiliza apenas o *ranking* das observações e as duas observações vizinhas ao valor estimado. No caso da distribuição normal, é possível saber exatamente como transformar $\hat{\sigma}$ no quantil estimado usando α. Para outras distribuições, o α pode ser diferente, mas pode-se esperar um desempenho melhor do que o do quantil, devido ao uso de toda a informação amostral implícita no desvio-padrão. O método baseado em σ proporciona ganhos de eficiência substanciais em relação ao método do quantil.

Em resumo, a vantagem dos métodos paramétricos é que eles são muito mais fáceis de serem tratados e criam estimativas mais precisas do VaR. A desvantagem é que eles podem não representar uma boa aproximação da distribuição real de lucros e perdas. Ao se optar pelo método dos quantis empíricos, no entanto, é necessário ter-se consciência do efeito da variação amostral ou da imprecisão no cálculo do VaR.

[4] Para uma descrição detalhada da distribuição das estatísticas nas quais o VaR é baseado, ver JORION (2000).

2.2 Métodos analíticos de mensuração do risco de carteira

Segundo JORION (2000), o caminho mais curto para a mensuração do VaR assume que os retornos são funções lineares (ou funções delta) de fatores de risco distribuídos normalmente. O método delta normal é uma aplicação direta da análise de carteira tradicional, que é baseada em variâncias e covariâncias. O método é analítico porque o VaR é derivado de soluções preconcebidas e possibilita um controle melhor da mensuração do risco, através de uma decomposição do VaR da carteira. Entretanto, uma das inconveniências dos modelos lineares de VaR é que o tamanho da matriz de covariância aumenta geometricamente com o número de ativos.

Uma carteira é caracterizada pelas posições nos ativos que a constituem. Se as posições forem fixas no horizonte temporal selecionado, o retorno da carteira será uma combinação linear dos retornos dos ativos subjacentes, no qual os pesos serão dados pela participação relativa investida em cada ativo no início do período considerado. Assim, o VaR da carteira pode ser construído a partir de uma combinação dos riscos dos ativos subjacentes.

Vamos definir a taxa de retorno da carteira de t a $t+1$ como:

$$R_{p,t+1} = \sum_{i=1}^{N} w_i R_{i,t+1} \ ,$$

onde N é o número de ativos, $R_{i,t+1}$ é o retorno do ativo i, e w_i é o peso deste ativo na carteira. É possível que haja pesos positivos e negativos indicando posições comparadas (‘*long*’) e vendidas (‘*short*’), e valores maiores que 1, indicando um fundo alavancado. Também é possível que os retornos sejam expressos em unidades monetárias. Para que não haja confusão, ao longo deste trabalho, conforme sugestão de JORION (2000), convencionar-se-á que as posições em valores monetários serão denominadas ‘x’.

Na análise de média-variância tradicional, cada ativo é um título (‘*security’*), enquanto o VaR define os componentes como fatores de risco e w_i como a exposição linear a um determinado fator de risco.

O retorno da carteira pode ser escrito em notação matricial:

$$R_p = w_1 R_1 + w_2 R_2 + \ldots + w_N R_N = \begin{bmatrix} w_1 & w_2 & \ldots & w_N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_1 \\ R_2 \\ \ldots \\ R_N \end{bmatrix} = w' R,$$

onde *w'* representa o vetor de pesos transposto e *R* é o vetor contendo os retornos individuais dos ativos. O retorno esperado da carteira é, portanto:

$$E(R_p) = \mu_p = \sum_{i=1}^{N} w_i \mu_i$$

e sua variância é

$$V(R_p) = \sigma_p^2 = \sum_{i=1}^{N} w_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1\, j\neq i}^{N} w_i w_j \sigma_{ij} = \sum_{i=1}^{N} w_i^2 \sigma_i^2 + 2 \sum_{i=1}^{N} \sum_{j<i}^{N} w_i w_j \sigma_{ij} .$$

Esta soma leva em consideração tanto o risco dos ativos individuais σ_i^2 quanto todas as covariâncias, que resultam num total de N(N – 1)/2 termos diferentes. À medida que o número de ativos aumenta, torna-se mais difícil rastrear todos os temos de covariância, motivo pelo qual é mais conveniente usar-se a notação matricial. A variância pode ser expressa da seguinte maneira:

$$\sigma_p^2 = \begin{bmatrix} w_1 & \ldots & w_N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} & \ldots & \sigma_{1N} \\ \ldots & & & & \\ \sigma_{N1} & \sigma_{N2} & \sigma_{N3} & \ldots & \sigma_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ \ldots \\ w_N \end{bmatrix}.$$

Se definirmos **Σ** como a matriz de covariância, a variância do retorno da carteira pode ser escrita, de maneira compacta, como

$$\sigma_p^2 = w' \Sigma w$$

ou, alternativamente, em unidades monetárias:

$$\sigma_p^2 W^2 = x' \Sigma x$$

O objetivo final é traduzir a variância da carteira em uma medida de VaR. Para isso, é necessário saber a distribuição dos retornos da carteira. No modelo delta-normal, supõe-se que os retornos de todos os ativos individuais sejam distribuídos normalmente. Esta hipótese é bastante conveniente porque o retorno da carteira, que é uma combinação linear de variáveis aleatórias normais, também será normalmente distribuído. Assim sendo, é possível traduzir o nível de confiança *c* em um desvio α da distribuição normal padronizada tal que a probabilidade de ocorrer uma perda pior do que – α é (*1-c*).

2.2.1 VaR Diversificado

É o VaR da carteira, levando-se em consideração os benefícios da diversificação entre os componentes (JORION, 2000). Definindo-se W como o valor inicial da carteira, o VaR é:

$$VaR_{portfolio} = VaR_p = \alpha\sigma_p W = \alpha\sqrt{x'\Sigma x} \text{ ,}$$

2.2.2 VaR Individual

É o VaR de um ativo isoladamente. O risco individual de cada componente pode ser definido como:

$$VaR_i = \alpha\sigma_i |W_i| = \alpha\sigma_i |w_i| W \text{ .}$$

O VaR da carteira depende das variâncias, das covariâncias e do número de ativos. A covariância, entretanto, pode ser uma medida difícil de ser interpretada. O coeficiente de correlação é mais conveniente, além de ser uma medida de dependência linear que não tem escala:

$$\rho_{12} = \frac{\sigma_{12}}{\sigma_1 \sigma_2} \text{ .}$$

O risco da carteira pode ser diminuído se as correlações entre os ativos forem baixas ou se houver um número grande de ativos.

Quando as correlações entre os ativos que compõem a carteira são menores do que 1, o VaR da carteira é menor do que a soma dos VaRs individuais. Somente no caso extremo de os ativos serem perfeitamente correlacionados é que o VaR da carteira será igual à soma dos VaRs individuais dos ativos. Porém, isto dificilmente ocorrerá, já que as correlações são tipicamente imperfeitas. O benefício advindo da diversificação pode ser medido em termos da diferença entre o VaR diversificado e o VaR não-diversificado.

2.2.3 VaR Não-diversificado

É a soma dos VaRs individuais ou o VaR da carteira quando não existirem posições vendidas e todas as correlações forem iguais à unidade (JORION, 2000).

O VaR não-diversificado pode ser interpretado como o “teto” do VaR da carteira, se as correlações se revelarem instáveis e se moverem todas na direção errada ao mesmo tempo. É o pior cenário possível para a carteira em questão.

A DECOMPOSIÇÃO DO VaR

As ferramentas de decomposição do VaR auxiliam o processo de administração de risco. Elas possibilitam que se determine, por exemplo, que posição o administrador da carteira deve alterar para atingir um VaR mais adequado aos seus objetivos. As ferramentas de decomposição do VaR (VaR Marginal, VaR Incremental e VaR Componente) possibilitam uma análise da contribuição dos ativos para o risco da carteira, em função do critério desejado (JORION, 2000).

DOWD (1998) ressalta que estas informações podem ser úteis na identificação das fontes de exposição ao risco de maior vulto, proporcionando informações para o monitoramento de limites às posições e para a avaliação do desempenho individual dos administradores de carteiras. Esta decomposição também ajuda a avaliar o impacto de compras potenciais de ativos para o VaR da carteira.

2.2.4 VaR Marginal

É a variação no VaR da carteira, que resulta do aumento de uma unidade monetária na exposição a um determinado componente. É a derivada parcial em relação ao peso do componente (JORION, 2000).

Os VaRs individuais não são suficientes para se medir o efeito da mudança de posições no risco da carteira. A volatilidade mede a incerteza no retorno de um ativo, isoladamente. Entretanto, quando este ativo pertence a uma carteira, o que importa é a sua contribuição para o risco da mesma. Para se julgar o impacto de se somar uma unidade do ativo i à carteira, mede-se a sua contribuição marginal para o risco, aumentando-se w em uma quantidade pequena, ou diferenciando-se a equação da variância da carteira em relação a w_i:

$$\frac{\partial \sigma_p^2}{\partial w_i} = 2w_i\sigma_i^2 + 2\sum_{j=1,j\neq i}^{N} w_j\sigma_{ij} = 2Cov\left(R_i, w_iR_i + \sum_{j\neq i}^{N} w_jR_j\right) = 2Cov(R_i, R_p)$$

Mas a derivada da volatilidade, não a da variância, é que é necessária para o cálculo. Dado que $\frac{\partial \sigma_p^2}{\partial w_i} = 2\sigma_p \frac{\partial \sigma_p}{\partial w_i}$, a sensibilidade da volatilidade da carteira a uma mudança no peso do ativo i é:

$$\frac{\partial \sigma_p}{\partial w_i} = \frac{Cov(R_i, R_p)}{\sigma_p} \ .$$

Colocando-se esta derivada parcial dentro do contexto do VaR, encontra-se a expressão para o VaR Marginal:

$$\Delta VaR_i = \frac{\partial VaR}{\partial w_i W} = \alpha \frac{\partial \sigma_p}{\partial w_i} = \alpha \frac{Cov(R_i, R_p)}{\sigma_p} \ .$$

O VaR marginal está intimamente relacionado ao *beta*:

$$\beta_i = \frac{Cov(R_i, R_p)}{\sigma_p^2} = \frac{\sigma_{ip}}{\sigma_p^2} = \frac{\rho_{ip}\sigma_i\sigma_p}{\sigma_p^2} = \rho_{ip}\frac{\sigma_i}{\sigma_p},$$

que mede a contribuição de um ativo para o risco total da carteira. O vetor β, incluindo todos os ativos, pode ser escrito em notação matricial:

$$\beta = \frac{\Sigma w}{(w'\Sigma w)} \ .$$

Como o vetor Σw foi um passo intermediário no cálculo do VaR, o vetor β e, portanto, os VaRs marginais podem ser computados sem maiores dificuldades depois que o VaR for calculado. Em resumo, a relação entre o ΔVaR e o β é

$$\Delta VaR_i = \alpha(\beta_i\sigma_p) = \frac{VaR}{W}\beta_i$$

2.2.5 VaR Incremental

É a mudança no VaR devida a uma nova posição. A diferença entre o VaR Marginal e o VaR Incremental é que a quantidade adicionada ou subtraída no VaR Incremental pode ser grande e, neste caso, o VaR muda de modo não-linear (JORION, 2000).

Esta metodologia pode ser usada para avaliar o impacto total de uma determinada transação na carteira *p*. A nova transação é representada pela posição *a*, que é o vetor de exposições adicionais aos fatores de risco, medida em unidades monetárias. O ideal é que o VaR da carteira seja medido na posição inicial, VaR_p, e depois novamente na posição final VaR_{p+a}. O VaR incremental é então obtido como:

$$VaR_{incremental} = VaR_{p+a} - VaR_p \ .$$

Se o VaR diminuir depois da suposta transação, ela é dita redutora de risco ou '*hedge*'; se o VaR aumentar, a transação é agravadora de risco. O *a* pode representar uma alteração em um único componente ou mudanças mais complexas em vários componentes. Genericamente, *a* representa o vetor de novas posições.

A principal desvantagem desta abordagem é que ela exige uma reavaliação completa da carteira com a nova transação. Porém o VaR incremental pode ser aproximado como

$$VaR_{incremental} \approx (\Delta VaR)' \times a \ .$$

Esta aproximação será boa para carteiras grandes, em que a nova transação pode ser considerada pequena (marginal) em relação ao total da carteira.

2.2.6 VaR Componente

É uma divisão da carteira que indica aproximadamente quanto o VaR do porfólio vai mudar se um fator de risco for removido (JORION, 2000).

Para se administrar o risco da carteira, é desejável dispor de sua decomposição, o que não é trivial, pois a volatilidade da carteira não é uma função linear das partes que a compõem. É necessária uma decomposição 'aditiva' do VaR, que leve em consideração os benefícios da diversificação, de modo que os componentes somados resultarão no VaR total da carteira:

$$CVaR_1 + CVaR_2 + ... + CVaR_N = VaR\left(\sum_{i=1}^{N} w_i \beta_i\right) = VaR$$

Podemos utilizar o VaR marginal no cálculo do VaR componente, dado que o VaR marginal é uma ferramenta que ajuda a medir a contribuição de cada ativo para o risco da carteira. Multiplicando-se o VaR marginal (ΔVaR) pela atual posição no ativo em unidades monetárias temos:

$$VaR_{componente} = CVaR = (\Delta VaR_i) \times w_i W = VaR\beta_i w_i \,.$$

A qualidade da aproximação melhora quando se trabalha com carteiras grandes que têm posições pequenas em cada fator de risco.

O VaR componente pode ser simplificado ainda mais. Considerando-se o fato de que β_i é igual à correlação ρ_i vezes σ_i dividido pelo desvio-padrão da carteira σ_p, podemos escrever:

$$CVaR_i = VaRw_i\beta_i = (\alpha\sigma_p W)w_i\beta_i = (\alpha\sigma_i w_i W)\rho_i = VaR_i\rho_i \,,$$

o que transforma o VaR Individual em sua contribuição para o VaR da carteira através da multiplicação pelo coeficiente de correlação. Daí temos que a contribuição percentual do componente *i* para o VaR da carteira é:

$$\textit{Contribuição percentual do Componente i para o VaR} = \frac{CVaR_i}{VaR} = w_i\beta_i \,.$$

2.3 Métodos para o cálculo do VaR

O objetivo do VaR é fornecer uma medida de risco razoavelmente exata a um custo aceitável. Para isto, é necessário escolher, entre as diversas metodologias disponíveis, aquela que melhor se adapte à carteira em questão. Conforme exposto por JORION (2000), as metodologias podem ser divididas em dois grupos:

1. Metodologias de Avaliação Local – o risco é medido avaliando-se a carteira uma vez na posição inicial e, depois, usando-se derivativos locais para inferir possíveis movimentos. As metodologias de avaliação local dividem-se em:

- Paramétrica ou Delta-normal
- Delta-gama (*the "Greeks"*) – é uma variação da delta-normal, sendo que esta considera as derivadas de primeira e segunda ordem.

2. Metodologias de Avaliação Plena – o risco é medido reavaliando-se a carteira em vários cenários possíveis. Dividem-se em:

- Simulação histórica
- Simulação de Monte Carlo

Esta classificação reflete o *tradeoff* entre velocidade e precisão da estimativa. A velocidade é fundamental para carteiras grandes com exposição a muitos fatores de risco, que são mais facilmente tratados com a abordagem delta-normal. Entretanto, a precisão pode ser mais importante se a carteira tiver grande quantidade de componentes não-lineares.

2.3.1 Metodologia paramétrica ou Delta-normal

Esta metodologia tem como hipótese essencial a normalidade dos retornos, o que faz com que sua implementação seja fácil e possibilite flexibilidade na conversão do VaR para diferentes níveis de confiança e horizontes temporais (JORION, 2000). A avaliação delta considera apenas a primeira derivada. No caso de um instrumento cujo valor depende apenas de um fator de risco S, a primeira etapa é avaliar a carteira no momento inicial, com derivativos numéricos ou analíticos:

$$V_0 = V(S_0)$$

Vamos definir Δ_0 como a primeira derivada parcial, ou seja, a sensibilidade da carteira a alterações nos preços, avaliados na posição atual V_0. O Δ da carteira pode ser computado como a soma dos Δs individuais. A perda potencial em valor *dV* é computada da seguinte maneira:

$$dV = \frac{\partial V}{\partial S}|_0 \; dS = \Delta_0 \times dS\,,$$

o que envolve a mudança potencial nos preços *dS*. Por se tratar de uma relação linear, a pior perda possível para V é quando ocorre um valor extremo de S (fator de risco). Se a distribuição for normal, o VaR da carteira poderá ser calculado a partir do produto entre a exposição e o VaR da variável subjacente:

$$VaR = |\Delta_0| \times VaR_S = |\Delta_0| \times (\alpha\sigma S_0)\,.$$

Aqui, σ(dS/S) é o desvio-padrão das taxas de mudanças no preço. O pressuposto é que estas taxas de mudanças sejam normalmente distribuídas. Aqui o VaR foi medido computando-se o valor da carteira apenas uma vez, na posição inicial V_0.

Para uma carteira de renda fixa, o fator de risco é a rentabilidade (‘*yield*’) *y*, e a relação preço-lucro (‘*price-yield*’) é

$$dV = -D^*Vdy$$

onde D^* é a *duration* modificada. Neste caso, o VaR da carteira é

$$VaR = (D^*V) \times (\alpha\sigma)\,,$$

onde $\sigma(dy)$ é agora a volatilidade das mudanças no nível de rentabilidade. Assim como no caso anterior do fator de risco S, supõe-se aqui que as mudanças na rentabilidade sejam normalmente distribuídas. O VaR para o lucro pode ser encontrado quando se tem a exposição e o VaR do preço subjacente.

A qualidade da aproximação proporcionada pela avaliação delta-normal depende do grau de não-linearidade da carteira, do tipo de opções existentes, de sua maturidade, da volatilidade dos fatores de risco e do horizonte temporal. Quanto menor for o horizonte, melhor será a aproximação delta-normal. Segundo DOWD (1998), ao se usar a abordagem delta normal, supõe-se que a não-linearidade de algumas das posições da carteira sejam suficientemente pequenas a ponto de se poder ignorá-las e, mesmo assim, de as estimativas de VaR serem obtidas com uma precisão satisfatória.

Implementação do método Delta-normal

Quando a carteira é composta apenas de títulos com distribuição conjunta normal, a mensuração do VaR é simples. O retorno da carteira é

$$R_{p,t+1} = \sum_{i=1}^{N} w_{i,t} R_{i,t+1} .$$

Como o retorno da carteira é uma combinação linear de variáveis normais, ele também é normalmente distribuído. Em notação matricial, a variância da carteira é dada por:

$$\sigma^2 (R_{p,t+1}) = w_t^{'} \Sigma_{t+1} w_t ,$$

onde Σ_{t+1} é a previsão da matriz de covariância para o horizonte de VaR selecionado.

Entretanto, o VaR precisa ser medido para carteiras grandes e complexas e que se modificam com o passar do tempo. O método delta-normal simplifica o processo através da implementação dos seguintes passos JORION (2000):

1. Especificação de uma lista de fatores de risco (renda fixa, renda variável, imóveis);

2. Mapeamento da exposição linear de todos os ativos da carteira a estes fatores de risco (pode-se, por exemplo, considerar que todos os títulos de renda fixa que têm o mesmo indexador estejam expostos ao mesmo fator de risco);

3. Agrupamento dos ativos que estão expostos ao mesmo fator de risco em "grupos de risco";

4. Estimação da matriz de covariância dos fatores de risco[5];

[5] Existe uma questão relativa à matriz de covariância com a qual é preciso ter cuidado. A matriz de covariância estimada tem que ser positiva semidefinida, de modo a assegurar que as variâncias estimadas sejam sempre não-negativas, não importando o valor relativo aplicado em cada instrumento na carteira. Uma matriz Σ n x n é positiva semidefinida se o produto $x'\Sigma x$ for não-negativo, sendo que x é qualquer vetor n x 1 com um ou mais termos positivos, e que, se existirem outros termos, eles serão iguais a zero. Esta condição é satisfeita se duas outras forem verdadeiras: (1) o número de observações utilizado para estimar a matriz de covariância terá que ser pelo menos tão grande quanto o número de ativos existentes na carteira; e (2) nenhuma das séries de retornos dos ativos poderá apresentar correlação linear perfeita com outra série ou grupo de séries. A solução normalmente empregada para solucionar a não-existência de uma matriz positiva semidefinida é diminuir a dimensão da matriz de covariância, através do mapeamento dos ativos em "ativos *benchmarks*" (ou fatores de risco). Isto equivale a descrever os instrumentos como combinações aproximadas de elementos-padrão constituintes ('*standard building blocks*'), que viabilizarão o cálculo do VaR (DOWD, 1998).

5. Cálculo do risco total da carteira.

O mapeamento produz um conjunto de exposições $x_{i,t}$, agregadas por fator de risco, incluindo todos os ativos e este conjunto é medido em unidades monetárias. O VaR da carteira é portanto:

$$VaR = \alpha\sqrt{x_t^{'}\Sigma_{t+1}x_t}\ .$$

Duas metodologias podem ser usadas para se medir a matriz de covariância Σ. Ela pode ser baseada unicamente em dados históricos, usando, por exemplo, um modelo que permite a variação do risco no tempo, ou pode incluir medidas de risco implícitas em opções. Estas últimas são superiores às medidas históricas, mas não estão disponíveis para todos os ativos.

Vantagens e desvantagens do método Delta-normal

JORION (2000) destaca que o método delta-normal é de fácil implementação porque envolve apenas a multiplicação matricial. Além disso, é rápido em termos computacionais, mesmo havendo grande número de ativos, uma vez que ele substitui as posições nos ativos pela sua exposição linear aos fatores de risco. Por ser uma abordagem paramétrica, o VaR calculado pelo método delta-normal é de fácil decomposição e análise, pois as medidas de risco incremental e marginal são passos intermediários para o cálculo do VaR. Os únicos dados necessários para se calcular o VaR através deste método são os valores de mercado e as exposições aos fatores de risco das posições correntes, combinados com dados sobre o risco.

Dentre os problemas relacionados ao método delta-normal, um dos mais sérios é a presença de caudas gordas na distribuição dos retornos da maioria dos ativos financeiros. As caudas gordas são particularmente preocupantes pelo fato de que o VaR busca justamente captar o comportamento do retorno da carteira na cauda esquerda. Neste caso, um modelo baseado na distribuição normal subestima a proporção de pontos extremos (‘*outliers*’) e, por conseqüência, o VaR verdadeiro. Outro problema é que o método delta-normal não capta as assimetrias na distribuição de instrumentos não-lineares, como as opções e, portanto, não mede adequadamente seu risco.

<u>É razoável supor a normalidade dos retornos da carteira?</u>

DOWD (1998) apresenta uma breve discussão acerca da sensatez da suposição de normalidade dos retornos da carteira. Ele coloca que, até certo ponto, isto depende da distribuição dos retornos de cada ativo individual que compõe a carteira e que, em muitos casos, a suposição de normalidade é razoável, ainda que como uma aproximação. Entretanto, existem evidências de que muitos retornos individuais não são normais[6]. Conforme já colocado por JORION (2000), a principal inconsistência de muitas séries de retornos em relação à distribuição normal é a presença de caudas gordas (esta característica é conhecida como curtose excessiva). Além disso, é comum a presença de assimetria negativa nas séries de retornos dos ativos (mais observações na cauda esquerda do que na direita), o que é um mau sinal, pois indica a existência de mais eventos ruins do que bons.

Entretanto, DOWD (1998) considera que não se deve descartar a hipótese de normalidade dos retornos da carteira, mesmo depois de se concluir que os retornos individuais dos ativos não são normais. A justificativa para isto é que o Teorema do Limite Central postula que variáveis aleatórias independentes de qualquer distribuição bem comportada terão uma média que convergirá para a distribuição normal em grandes amostras. Isto implica que a hipótese de normalidade dos retornos da carteira funcionará bem, desde que ela seja bem diversificada e que os retornos individuais sejam suficientemente independentes entre si, mesmo que individualmente não apresentem distribuição normal.

A resposta à pergunta sobre se a distribuição normal é uma descrição apropriada da carteira, portanto, depende da composição da própria carteira. A distribuição normal é adequada se a carteira for linear nos riscos normais e pode ser ou não adequada se a carteira não for linear em tais riscos ou se estiver exposta a riscos não-normais. A adequação da normalidade como descrição do retorno da carteira depende, então, das distribuições dos retornos dos instrumentos individuais, da natureza e da extensão das não-linearidades e da maneira específica como os riscos individuais interagirem para afetar o retorno final da carteira. A hipótese de normalidade pode ser plausível para um determinada carteira e não o ser para outra.

[6] DOWD (1998) cita os trabalhos de FAMA (1965), HSIEH (1988), e HENDRICKS (1996).

A abordagem delta-normal pode ser extremamente inadequada em algumas situações, como, por exemplo, quando a pior perda não corresponder a valores extremos do fator de risco. É o caso de opções que estão próximas da data de vencimento e '*at-the-money*', as quais têm deltas instáveis, o que implica distribuições assimétricas dos retornos. Um bom exemplo dessa situação é uma posição "comprada" em um '*straddle*' (compra concomitante de uma opção de compra e de uma opção de venda). A pior realização é a soma dos prêmios das opções, que ocorrerá se o preço do ativo subjacente não se movimentar. Neste caso, não é suficiente avaliar a carteira nos dois extremos, sendo que todos os valores intermediários precisam ser considerados (JORION, 2000).

AVALIAÇÃO PLENA

As metodologias de avaliação plena consideram o valor da carteira para uma amplitude de níveis de preços:

$$dV = V(S_1) - V(S_0)$$

Os valores S_1 podem ser gerados por métodos de simulação, sendo que a carteira é precificada na data-alvo. A simulação de Monte Carlo depende de distribuições pré-especificadas para os fatores de risco, ao passo que a simulação histórica trabalha com mudanças ocorridas em dados históricos recentes. Os métodos de avaliação plena são mais precisos, pois permitem considerar não-linearidades, fluxos de caixa e efeitos de decaimento no tempo, que são ignorados na abordagem delta-normal. O VaR é, então, calculado a partir dos quantis da distribuição total dos resultados gerados pelas simulações.

Em termos computacionais, os métodos de simulação apresentam custo maior do que o método delta normal, porque exigem a marcação a mercado de toda a carteira em um número grande de realizações das variáveis aleatórias subjacentes, o que se torna ainda mais crítico no caso de grandes carteiras (JORION, 2000). Entretanto, conforme advoga DOWD (1998), a velocidade e o custo computacionais são questões cada vez menos importantes, tendo em vista a rápida evolução da tecnologia e a queda do custo computacional.

2.3.2 Método da simulação histórica

Implementação

O método da simulação histórica consiste em usar a distribuição histórica dos retornos dos ativos (ou fatores de risco) da carteira para simular os retornos futuros e, a partir daí, o VaR da carteira. Dentro desta proposta, identifica-se os fatores de risco da carteira e pega-se uma amostra dos retornos históricos destes fatores de risco em um determinado período. A partir daí, aplica-se os pesos da carteira hoje para simular os retornos que teriam sido observados caso a carteira permanecesse constante no período. Supõe-se, então, que a distribuição histórica dos retornos seja uma boa representação (*'proxy'*) para a distribuição dos retornos que se realizará no próximo período. O quantil escolhido da distribuição gerada com a simulação será o VaR esperado para a carteira (DOWD, 1998).

O retorno da carteira no período k é

$$R_{p,k} = \sum_{i=1}^{N} w_{i,t} R_{i,k} \quad k = 1,....,t$$

Os pesos w_t são mantidos aos seus valores correntes. As realizações históricas $R_{i,k}$ resultam em diferentes retornos para a carteira, proporcionando uma amostra de retornos hipotéticos, que serão ordenados e transformados em quantis, de onde será tirada a estimativa do VaR, de acordo com o nível de confiança desejado.

Vantagens e desvantagens do método da simulação histórica

Conforme destacam DOWD (1998) e JORION (2000), este método é fácil de ser implementado, especialmente porque os dados históricos referentes aos ativos ou aos fatores de risco geralmente estão disponíveis em fontes de domínio público. Além disso, não são necessárias ferramentas sofisticadas: é possível fazer os cálculos em planilhas de cálculo simples. A simulação histórica também não depende de suposições sobre a distribuição dos retornos (sendo que não é nem necessário supor que eles sejam independentes) e elimina a necessidade de estimar a matriz de covariância e outros parâmetros (já que eles estão refletidos na série histórica), o que simplifica bastante os cálculos.

O método também trata a escolha do horizonte na mensuração do VaR de modo simples. Os retornos são simplesmente medidos em intervalos que correspondem à amplitude do horizonte escolhido. Para computar o VaR mensal, por exemplo, reconstrói-se os retornos mensais da carteira nos últimos 5 anos[7]. Finalmente, por ser baseado em preços reais, o método permite não-linearidades e distribuições não-normais. A simulação histórica também não utiliza pressuposições específicas sobre modelos de avaliação ou sobre a estrutura estocástica implícita do mercado. Outros pontos importantes são que o método pode considerar as caudas gordas e que, por não estar atrelado a modelos de avaliação, não é suscetível ao risco de modelo (JORION, 2000).

Obviamente, o método da simulação histórica também apresenta suas dificuldades. Ele supõe que exista histórico de preços suficiente para os ativos da carteira, e alguns ativos podem ter séries curtas, ou até mesmo não ter história nenhuma (neste caso será necessário recorrer a uma *proxy* representativa da série).

O fato de usar um único caminho amostral pressupõe que o passado represente o futuro próximo de modo razoável. Entretanto, a janela de tempo pode omitir ocorrências importantes, o que pode fazer com que as caudas não sejam bem representadas. A amostra também pode conter eventos que não se repetirão no futuro. Dado que o risco varia no tempo de maneira significativa e até certo ponto previsível, o método da simulação histórica não caracteriza apropriadamente situações onde a volatilidade é temporariamente elevada. Mais grave do que isto, esta técnica será lenta para incorporar quebras estruturais, que seriam mais facilmente tratadas com métodos analíticos. Outra questão é o uso da janela móvel para estimar as variâncias, que atribui o mesmo peso a todas as observações dessa janela, incluindo os pontos de dados mais remotos. A medida de risco poderá mudar significativamente quando uma observação mais antiga sair da amostra. Da mesma forma, a variação amostral do VaR obtido através da simulação histórica será bem maior do que a do VaR obtido usando-se um método analítico (JORION, 2000).

DOWD (1998) chama a atenção para o dilema do tamanho da janela histórica: se o período for muito curto, não haverá observações suficientes para se fazerem inferências

[7] DOWD (1998) atenta para as limitações de se agregar os retornos de acordo com a periodicidade desejada. A primeira é que se perde informação ao se agregar os dados, sendo que o histograma se torna mais grosseiro, levando a um VaR menos preciso. A segunda é que a estimativa de VaR continua supondo que a carteira permanece constante, sendo que esta suposição é bem menos razoável quando o horizonte temporal for mais longo.

confiáveis, e se for muito longo, a estimativa poderá colocar muita ênfase em dados antigos, tornando-se insuficientemente sensível às informações mais recentes.

2.3.3 O "*Bootstrap*"

O '*Bootstrap*' é uma técnica que consiste em retirar amostras a partir de dados históricos com reposição, de modo a manter constante o tamanho do conjunto de dados. A simulação histórica utiliza observações da série histórica sem reposição, na sua ordem de ocorrência, enquanto o *bootstrap* utiliza observações da mesma amostra, mas numa ordem aleatória, possibilitando que se retirem quantas observações se desejar (DOWD, 1998).

Não se tem, portanto, conhecimento sobre qual é a distribuição dos retornos. Suponhamos que se observe uma série de N retornos $R = \Delta S/S$, $\{R\} = (R_1,...,R_N)$, que possam ser assumidos como sendo variáveis aleatórias de uma distribuição desconhecida, distribuídos idêntica e independentemente (i.i.d.). O método consiste em usar esta série para gerar pseudo-retornos (JORION 2000).

O *bootstrap* estima a distribuição através da distribuição empírica de R, atribuindo probabilidades iguais para cada realização. Este método foi proposto inicialmente por EFRON, citado por JORION (2000), como uma técnica de eventos aleatórios não-paramétricos, que se baseia na distribuição observada dos dados para modelar a distribuição da estatística de interesse.

Uma das principais vantagens do *bootstrap* é que ele pode acomodar caudas gordas, saltos, ou qualquer desvio da distribuição normal, incorporando, inclusive, eventos extremos que jamais ocorreriam sob a suposição de normalidade. Este método também considera implicitamente as volatilidades e as correlações históricas entre as séries, uma vez que cada realização consiste no retorno simultâneo de várias séries, como ações, títulos de dívida e outros. Além disso, o *bootstrap* possibilita que o tamanho da amostra seja maior, o que aumenta a precisão da estimativa do VaR. As desvantagens do *bootstrap* são: a total dependência dos dados históricos utilizados (sendo que uma determinada série histórica pode ou não proporcionar uma boa estimativa dos riscos futuros), a exigência de que a série histórica tenha um tamanho satisfatório para que o *bootstrap* seja confiável e não incorra em vieses de amostras pequenas e, finalmente, o fato de que esta metodologia é fortemente respaldada pela suposição de que os retornos são independentes no tempo. Se isto não for razoável, a amostragem aleatória perderá o sentido e todo o *bootstraping* será abalado (DOWD, 1998).

2.3.4 Método da simulação de Monte Carlo

Implementação

A simulação de Monte Carlo cobre uma grande amplitude de valores possíveis para as variáveis financeiras e considera as correlações na sua plenitude. A idéia essencial na qual se baseia este método é simular várias vezes um processo aleatório para as variáveis financeiras de interesse. Assume-se que as distribuições de probabilidade destas variáveis sejam conhecidas.

Segundo JORION (2000) e DOWD (1998), a seqüência a ser seguida na implementação da simulação de Monte Carlo é a seguinte:

1. Escolher um modelo estocástico para o comportamento dos preços dos fatores de risco e estimar seus parâmetros (volatilidades, correlações, etc.) baseados em dados históricos ou de mercado;
2. Gerar trilhas de preços fictícias[8] para as variáveis aleatórias de interesse, de onde os preços serão computados como $S_{t+1}, S_{t+2},....,S_{t+n}$;
3. Calcular o valor da carteira $C_{t+n} = C_T$ na data-alvo com a seqüência de preços gerada no passo anterior;
4. Repetir os passos 2 e 3 quantas vezes se desejar (por exemplo, 5.000 vezes);
5. Ordenar os valores finais gerados para a carteira, obtendo-se a distribuição:

---

[8] As trilhas de preços são originadas utilizando-se números "pseudo-aleatórios", que são produzidos por um "gerador de números aleatórios" através de um algoritmo que usa uma regra determinística e gera os números a partir de um valor inicial ('*seed number*'). É aconselhável que se use um bom gerador de números aleatórios, sob pena de os números gerados não possuírem as características desejadas e os resultados dos cálculos ficarem comprometidos. Todos os geradores de números aleatórios repetem o ciclo depois de um certo número de rodadas (partem do mesmo *seed number* e repetem as mesmas seqüências de números aleatórios). Entretanto, os "bons" geradores repetem depois de bilhões de rodadas e os "ruins" depois de alguns milhares, o que atrapalha a simulação de Monte Carlo, pois ela geralmente é realizada com milhares de rodadas.

$C_T^1,\ldots,C_T^{5000}$.

6. Computar o VaR a partir do quantil de interesse[9].

O método da simulação de Monte Carlo é, portanto, parecido com o método da simulação histórica, sendo que o que muda é que as variações hipotéticas de preços para os fatores de risco são criadas a partir de ocorrências aleatórias de um processo estocástico preespecificado, em vez de serem tiradas de uma amostra de dados históricos (JORION, 2000).

Vantagens e desvantagens do método da simulação de Monte Carlo

A simulação de Monte Carlo é o método mais poderoso de computar o VaR. Este método pode levar em consideração muitos riscos e exposições, não-linearidades e risco de volatilidade, entre outros. O método é flexível a ponto de incorporar a variação temporal na volatilidade, caudas gordas e cenários extremos. A simulação de Monte Carlo gera toda a função distribuição de probabilidade, e não apenas um quantil, e pode ser usada para determinar, por exemplo, a perda esperada além do VaR. Este método também é capaz de incorporar a passagem do tempo, que cria quebras estruturais na carteira (JORION, 2000).

Segundo JORION (2000), a principal desvantagem deste método é o tempo computacional necessário ao processamento das informações. Se mil caminhos amostrais forem gerados para uma carteira de mil ativos, o número total de avaliações será de um milhão. A simulação se torna muito onerosa para ser freqüentemente implementada. A simulação de Monte Carlo é também a mais cara em termos de infraestrutura de sistemas e pessoal tecnicamente capacitado. DOWD (1998) ressalta que as tecnologias de informação estão evoluindo rapidamente e que seus custos estão caindo, de modo que elas estão cada vez mais acessíveis e sua interface com o usuário, mais amigável.

O risco de modelo é outra fraqueza potencial deste método. A simulação de Monte Carlo parte de suposições sobre os processos estocásticos especificados para os fatores de risco e de modelos de precificação para ativos, como opções, estando, portanto, sujeita ao risco de que estes modelos estejam incorretos. Para testar a robustez dos resultados a mudanças nos modelos, os resultados da simulação devem ser complementados com

---

[9] Pode-se também tabular o valor esperado da carteira $E(C_T)$ e o quantil $Q(C_T,c)$, calculando-se o VaR em relação à média: VaR $(c,T) = E(C_T) - Q(C_T,c)$ (JORION, 2000).

análises de sensibilidade. Por fim, as estimativas de VaR advindas da simulação de Monte Carlo estão sujeitas à variação amostral, devido ao número limitado de repetições. Entretanto, esta metodologia de cálculo do VaR é a mais abrangente para se medir o risco de mercado quando a modelagem é feita corretamente (JORION, 2000).

2.3.5 Comparação das metodologias

A seleção da metodologia mais adequada é pautada pelo contexto. A separação entre as metodologias de avaliação local e plena reflete o *tradeoff* entre velocidade de computação e precisão. A escolha do método depende, em grande parte, da composição da carteira. No caso de grandes carteiras, onde a "opcionalidade" não é um fator dominante e cuja função distribuição de probabilidade é aproximadamente normal, o método delta-normal possibilita um modo rápido e eficiente de medir o VaR. Para carteiras com componentes de opções substanciais, ou com horizontes mais longos, os métodos de avaliação plena são mais indicados.

Entre os modelos de avaliação plena, o método da simulação histórica é o que apresenta maior facilidade de implementação. O método mais completo, que é a simulação de Monte Carlo, é também o de implementação mais complexa.

A simulação de Monte Carlo pode amenizar alguns problemas da simulação histórica, como a não consideração da variação do risco no tempo e a janela restrita utilizada, além de poder incorporar as posições não-lineares, as distribuições não-normais, os parâmetros implícitos e os cenários customizados. Outra consideração, feita por DOWD (1998), quando se contrapõem a simulação histórica e a de Monte Carlo, é que a simulação histórica estima o VaR com base em apenas uma trilha de preços (a trilha histórica efetivamente ocorrida). Isto faz com que a qualidade dos resultados dependa totalmente do conjunto particular de acidentes históricos que originou a trilha histórica de preços. Esta abordagem, portanto, ignora completamente a infinidade de trilhas alternativas de preços que poderiam ter ocorrido. Tendo em vista que a preocupação é com os riscos futuros, as trilhas alternativas também contêm informações relevantes para o cálculo do VaR. Este é um forte argumento que favorece a simulação de Monte Carlo em comparação com a simulação histórica. Por outro lado, DOWD (1998) também considera que a simulação de Monte Carlo deve ser usada apenas quando os métodos mais simples não forem satisfatórios.

O preço a pagar pela maior flexibilidade do método Monte Carlo, segundo JORION (2000), é alto, porque é grande a exigência de dados e de capacidade computacional. Além disso, o risco de modelo é substancial e o apelo intuitivo do VaR não é mais tão forte. Com a queda do preço da capacidade computacional, porém, a tendência é que a simulação de Monte Carlo se torne o método mais difundido.

2.4 Validação dos modelos de cálculo do VaR (‘*Backtesting*’)

Segundo JORION (2000), a utilidade dos modelos de VaR reside em sua capacidade de preverem o risco razoavelmente bem. Portanto, a aplicação dos modelos precisa ser sempre acompanhada de validação. A “validação dos modelos” é o processo de verificação da adequação de um modelo. Isso pode ser feito através de várias ferramentas, dentre as quais o *‘backtesting’*, o *‘stress testing’* e a revisão e supervisão independentes. O *backtesting* é um arcabouço estatístico formal que consiste em verificar se as perdas reais estão alinhadas com as perdas projetadas, o que envolve a comparação sistemática dos VaRs previstos com os retornos correspondentes da carteira. Estes procedimentos são essenciais para que os usuários do VaR e administradores de risco possam verificar se os seus VaRs previstos estão bem calibrados. Se não estiverem, os modelos precisam ser reexaminados em busca de suposições insensatas, parâmetros incorretos ou modelagem imprecisa.

Quando o modelo está perfeitamente calibrado, o número de observações que ultrapassam o VaR deve estar alinhado com o nível de confiança. Quando existem muitas perdas que excedem o VaR, o modelo está subestimando o risco. Neste caso, há o problema de que pode haver pouco capital alocado em relação ao risco assumido e o órgão regulador pode impor sanções ao usuário de tal modelo. O fato de haver poucas perdas excedentes também constitui um problema, pois leva a reservas de capital excessivas e, portanto, ineficientes.

Dado que o VaR é informado somente a um nível específico de confiança, espera-se que o número calculado seja excedido em algumas ocasiões (por exemplo, em 5 por cento das observações ao nível de confiança de 95 por cento). Mas, obviamente, não se observará exatamente 5 por cento de exceções. Um percentual maior, como 6 a 8 por cento, poderá ocorrer devido à má sorte. Entretanto, se a freqüência dos desvios se tornar muito alta, digamos 10 a 20 por cento, o usuário poderá concluir que o problema é com o modelo e não com a sorte, e tomar medidas corretivas. A questão é como tomar tal decisão, que é um problema estatístico do tipo “aceitar ou rejeitar”.

A maneira defendida por JORION (2000) como a mais simples para verificar a precisão do modelo é registrar a “taxa de erro”, que mostra a proporção de vezes em que o

VaR é excedido em uma determinada amostra. Vamos supor que um banco divulgue o valor do VaR ao nível de 1 por cento ($p = 1 - c$) para um total de *T* dias. O usuário contará quantas vezes a perda real excede o VaR do dia anterior. Vamos definir *N* como o número de exceções e *N/T* como a taxa de erro. A taxa de erro deveria fornecer uma medida não-viesada de *p* (que convergisse para *p* com o aumento do tamanho da amostra).

É necessário saber, a um dado nível de confiança, se *N* (o número de vezes que a perda excede o VaR) é muito pequeno ou muito grande sob a hipótese nula de que $p = 0{,}01$ em uma amostra de tamanho *T*. Este teste não assume nenhuma distribuição específica para os retornos (a abordagem não é paramétrica).

Ao conceber um teste de verificação, o usuário se depara com um *tradeoff* entre dois tipos de erro: o erro do tipo 1, que ocorre ao se rejeitar a hipótese nula quando ela é verdadeira (rejeita-se o modelo correto), e o erro do tipo 2, que ocorre quando não se rejeita a hipótese nula quando ela é falsa (não se rejeita o modelo incorreto). Para efeitos de *backtesting*, os usuários de modelos de VaR precisam encontrar um equilíbrio entre erros dos tipos 1 e 2. O ideal é estabelecer um erro do tipo 1 baixo e conceber um teste que possibilite que se tenha um erro do tipo 2 muito baixo (neste caso o teste é considerado de "*alto poder*").

KUPIEC (1995) desenvolveu regiões aproximadas de 95 por cento de confiança para o teste, conforme a tabela 1.

Tabela 1 – *Backtesting* de modelos, regiões de não-rejeição do teste ao nível de confiança de 95%

		Região de não rejeição pra um número N de falhas		
Nível de probabilidade p	**Nível de Confiança do VaR**	**T = 255 dias**	**T = 510 dias**	**T = 1000 dias**
0,01	99%	N<7	1<N<11	4<N<17
0,025	97,5%	2<N<12	6<N<21	15<N<36
0,05	95%	6<N<21	16<N<36	37<N<65
0,075	92,5%	11<N<28	27<N<51	59<N<92
0,10	90%	16<N<36	38<N<65	81<N<120

Obs.: N é o número de exceções que poderiam ser aceitas numa amostra de tamanho T, sem rejeitar a hipótese nula de que p seja a probabilidade certa, a um nível de confiança de 95%.
Fonte: KUPIEC (1995).

É importante deixar claro que a escolha para a região de confiança do teste não está relacionada ao nível quantitativo escolhido para o VaR. Este nível de confiança refere-se à regra de decisão para aceitar ou rejeitar o modelo. Estas regiões são definidas pelos pontos da cauda da razão de log-verossimilhança (RL):

$$RL = -2\ln\left[(1-p)^{T-N}p^{N}\right] + 2\ln\left\{\left[1-(N/T)\right]^{T-N}(N/T)^{N}\right\},$$

que possui distribuição qui-quadrado com um grau de liberdade sob a hipótese nula de que p é a probabilidade verdadeira[10].

Por exemplo, com 2 anos de dados diários (T = 510), poder-se-ia esperar observar $N = pT$ = 1 % X 510 = 5 exceções. No entanto, o usuário do VaR não poderá rejeitar a hipótese nula se N pertencer ao intervalo de confiança [$1<N<11$]. Valores de N maiores ou iguais a 11 indicam que o VaR é muito baixo ou que o modelo subestima a probabilidade de grandes perdas. Valores de N menores ou iguais a 1 indicam que o modelo utilizado para calcular o VaR é demasiado conservador.

JORION (2000) chama a atenção para o fato de que a tabela também evidencia que o intervalo, expresso como uma proporção N/T, fica menor à medida que o tamanho da amostra aumenta. Observando, por exemplo, a linha onde p = 0,05, o intervalo para T = 255 é [6/255 = 0,024; 21/255 = 0,082]. Para T = 1000, o intervalo é [37/1000 = 0,037; 65/1000 = 0,065]. Com mais dados, pode-se rejeitar mais facilmente o modelo, no caso de ele ser falso. Para valores pequenos do parâmetro p, entretanto, torna-se cada vez mais difícil rejeitar o modelo. A área de não rejeição para p = 0,01 e T = 255 é [$N<7$]. Assim, não há maneira de se dizer se N é muito pequeno ou se o modelo superestima o risco sistematicamente. A identificação de vieses sistemáticos fica cada vez mais difícil para valores de p pequenos porque eles correspondem a ocorrências muito raras. Esta abordagem de ps muito pequenos apresenta uma alta probabilidade de erros do tipo 2. O ponto crucial do *backtesting* é separar a má sorte de um modelo ruim, ou seja, equilibrar erros do tipo 1 com erros do tipo 2.

---

[10] Segundo a teoria de decisão estatística, este teste é o de maior "poder" dentre os testes da mesma classe.

2.5 O VaR na gestão de investimentos

JORION (2000) destaca as diferenças essenciais existentes entre as carteiras de bancos e as carteiras de investimento. Ele expõe que a gestão de risco através do VaR também se aplica à gestão de investimentos, principalmente devido ao seu enfoque no futuro, e não puramente histórico. O VaR é uma medida abrangente e de fácil compreensão para os administradores e beneficiários dos fundos de pensão, possibilitando um melhor controle dos riscos financeiros.

Os sistemas de VaR podem ser utilizados para determinar diretrizes consistentes, já que muitas vezes os gestores de investimentos operam sob muitas restrições, traduzidas por listas de investimentos proibidos e limites em quantidades nocionais, que têm o objetivo de controlar o risco. Porém, uma grande desvantagem de as posições serem controladas impondo-se limites é que não são considerados os efeitos da diversificação.

O VaR foi inicialmente desenvolvido pela indústria bancária. Os investidores institucionais, dos quais os fundos de pensão fazem parte, são o "lado comprador" do mercado financeiro, em contraposição aos bancos, que são o "lado vendedor". O VaR demorou um pouco mais para ganhar aceitação na indústria de administração de investimentos, provavelmente devido a algumas diferenças fundamentais entre esta indústria e os bancos.

As principais diferenças, segundo JORION (2000), são relativas ao horizonte temporal (curto prazo para os bancos e longo prazo para os investidores institucionais), ao *turnover* de ativos da carteira (alto para os bancos e baixo para os investidores institucionais), à alavancagem, (alta nos bancos e baixa para os investidores institucionais), às medidas de risco mais utilizadas (VaR e testes de stress nos bancos e alocação de ativos e *tracking error* para os investidores institucionais) e ao tipo de controles de risco utilizados (limites de posição e de VaR e regras '*stop loss*' nos bancos e diversificação, uso de *benchmarks* e políticas de investimento para os investidores institucionais).

O VaR é particularmente apropriado para ambientes de operações (*'trading'*), onde o horizonte é curto e a rotatividade (*'turnover'*) é alta. Neste contexto, medidas históricas de risco não têm muita utilidade, pois o perfil da carteira de ontem pode ser completamente diferente do de hoje. Já em um ambiente de investimento, o horizonte, medido pelo período de avaliação da carteira, é bem mais longo, normalmente mensal ou trimestral e as posições mudam mais lentamente (especialmente nos fundos passivos). As carteiras dos bancos são altamente alavancadas, o que torna o controle de risco fundamental. Uma seqüência de eventos desfavoráveis pode levar um banco à falência com facilidade. Os fundos de pensão, por sua vez, são pautados pela lógica do "homem prudente[11]", que não permite a alavancagem.

Outra diferença dos bancos em relação às carteiras de investimento é que algumas técnicas empregadas no cálculo do VaR são sensivelmente menos eficazes para horizontes longos. Com horizontes menores, é fundamental captar mudanças na volatilidade dos ativos. Há fortes evidências empíricas em favor da hipótese de que a volatilidade varia de modo previsível em períodos curtos. Entretanto, os choques na volatilidade têm tempos de decaimento razoavelmente curtos (ou seja, seus efeitos são rapidamente dissipados). Os efeitos do GARCH são praticamente imperceptíveis em dados de periodicidade mensal. (JORION, 2000).

Em resumo, a aplicação diária do VaR para as carteiras de bancos é essencial, pois elas mudam rapidamente e, conseqüentemente, seu risco também. As carteiras de investimento, por não mudarem com tanta freqüência, encontram-se menos expostas a variações no risco, o que não quer dizer que os sistemas de VaR não sejam úteis para estas carteiras. O VaR proporciona melhor controle e administração dos riscos financeiros também para as carteiras de investimento.

2.5.1 Tipos de risco

Para um banco, o risco é claramente definido como o risco da perda na marcação a mercado da posição. No caso dos fundos de pensão, existe uma variedade de definições para o risco.

[11] A filosofia do homem prudente ('*prudent person rule*') é o princípio adotado pelos fundos de pensão nos países anglo-saxões. A essência dessa filosofia é a de que os responsáveis pelos investimentos dos fundos de pensão (no caso os '*trustees*' – agentes fiduciários) devem investir o dinheiro dos participantes de maneira prudente, como se estivessem investindo o seu próprio dinheiro.

Risco absoluto e relativo

Para administradores que precisam bater um *benchmark*, é necessário que o risco seja medido relativamente.

- Risco Absoluto: é o risco de uma perda em unidades monetárias em um determinado horizonte (definição geral do risco em bancos). A taxa de retorno relevante é o próprio retorno do ativo R_i.
- Risco Relativo: é o risco de uma perda em unidades monetárias em um fundo relativamente ao seu *benchmark*. A perda é medida em termos da diferença em unidades monetárias entre o retorno do fundo e o retorno de um montante igual ao do fundo investido no *benchmark*. O retorno relevante é o *'tracking error'*: $TE = R_i - R_b$, que é o retorno excedente do ativo em relação ao *benchmark*. Se ele for normalmente distribuído, o VaR pode ser medido a partir do desvio-padrão do *tracking error*, σ_{TE}, como VaR = $\alpha W_0 \sigma_{TE}$.

Risco de política de investimentos e de administração ativa

O desempenho do fundo pode ser segregado em dois componentes: um devido à escolha da política de investimento (*benchmark*) e o outro devido à administração ativa da carteira. O risco da política de investimentos normalmente representa o risco de uma estratégia de investimentos passiva. O risco da administração ativa é o de uma perda em unidades monetárias devido aos desvios da política de investimentos. É a soma dos lucros e perdas de todos os administradores em relação ao *benchmark* de cada um deles.

De um modo geral, a maior parte do risco pode ser atribuída à política de investimento. Grande parte da variação no desempenho da carteira é devida à escolha das classes de ativos, ou seja, a escolha da proporção investida nas diferentes classes de ativos (fatores de risco) importa mais para o desempenho da carteira do que a escolha de um determinado administrador.

<u>Risco de capitalização</u>

Risco de capitalização é o risco de o valor dos ativos não ser suficiente para cobrir as obrigações do fundo. O retorno relevante é o retorno do superávit $S = R_{ativos} - R_{passivo}$ (JORION, 2000).

Para um fundo de pensão com planos de benefício definido, a questão chave é se haverá dinheiro suficiente para pagar os benefícios prometidos caso o plano seja liquidado. Neste caso, não basta enfatizar a volatilidade dos ativos, porque o passivo também é relevante e aumenta com o passar do tempo de acordo com a meta atuarial e com os indexadores. O risco precisa ser considerado num contexto de casamento de ativos e passivos, conhecido como *'Asset Liability Management'* (ALM).

O risco de capitalização representa o risco de longo prazo real para a patrocinadora. Ele também é denominado *'Surplus at Risk'*, onde o *surplus* (ou superávit) é a diferença entre o valor dos ativos e o valor das obrigações (ou passivo atuarial). Se o superávit for negativo, ou seja, se ele virar um déficit, a patrocinadora terá que fazer contribuições adicionais ao fundo.

A volatilidade dos ativos pode ser medida através da marcação a mercado. A volatilidade do passivo atuarial, porém, é mais difícil de ser determinada. O valor do passivo atuarial, nos Estados Unidos, é estabelecido a partir da conta '*Accumulated Benefit Obligations*' (ABO), que mede o valor presente dos benefícios devidos aos empregados, descontados a uma taxa de juros adequada. Segundo BODIE (1990), ABO é o valor presente dos benefícios acumulados por todos os trabalhadores cobertos por um plano, sem se considerar os aumentos projetados nos salários de hoje até a data da aposentadoria. A patrocinadora do plano é legalmente responsável pelas ABO, no caso de uma eventual liquidação do plano. No caso do Brasil, podemos considerar as ABO como sendo, aproximadamente[12], o valor da conta "Reservas Matemáticas[13]", que corresponde ao valor do passivo atuarial no plano de contas do balancete da Secretaria de Previdência Complementar. O superávit ou déficit, para os fundos de pensão brasileiros, é o valor de

---

[12] Não existe um número que corresponde estritamente a este conceito no sistema de previdência complementar no Brasil. Entretanto, dadas algumas semelhanças, considera-se o valor das reservas matemáticas como o equivalente às ABO.

[13] Esta conta inclui o valor presente dos benefícios concedidos (aos aposentados e pensionistas), mais o valor presente dos benefícios a conceder (aos participantes ainda ativos), menos o valor das reservas a amortizar

mercados dos investimentos menos o valor das reservas matemáticas (ativos menos obrigações).

Como o passivo atuarial é constituído essencialmente de pagamentos nominais, seu valor vai se comportar, de um modo geral, como uma posição "vendida" em um título do governo ('*bond*') de longo prazo. Pode-se observar, portanto, que quedas na taxa de juros, por um lado beneficiam o desempenho dos investimentos de renda variável, mas por outro lado aumentam o valor do passivo atuarial, afetando negativamente o superávit. A posição de risco mínimo no caso de um fundo de pensão com plano de benefício definido corresponde a uma carteira imunizada, onde a *duration* dos ativos é "casada" com a do passivo atuarial. A metodologia de VaR também pode ser usada para simular o efeito de fatores de mercado no superávit dos fundos de pensão.

Para horizontes mais longos, a abordagem tradicional do VaR pode não ser apropriada, por supor que a carteira atual é estática. Idealmente, o investidor deve levar em conta o fato de que as posições mudam. O perfil de risco do fundo pode ser alterado em função do tamanho do superávit. Neste caso, entretanto, o risco de superávit de longo prazo se torna bem mais difícil de ser modelado (JORION, 2000).

2.5.2 O VaR no monitoramento e no controle dos riscos

Normalmente, as decisões de investimento para os fundos de pensão são implementadas em duas etapas. Na primeira, é feito um estudo de alocação estratégica de ativos de longo prazo, baseada na otimização em termos de média-variância da carteira, considerando também o passivo. O estudo determina as proporções da carteira a serem investidas nas diversas classes de ativos. Em seguida, o fundo pode delegar a administração efetiva dos fundos a administradores externos, que serão avaliados relativamente a um *benchmark*. Os gestores receberão instruções definindo os ativos em que podem investir e as restrições a que estão sujeitos. O risco geralmente é medido *ex post*.

O problema desta abordagem é que ela não é dinâmica: como os ativos encontram-se pulverizados entre vários administradores, é difícil visualizar o quadro geral do risco da

---

(valor presente de parte dos compromissos da entidade com os participantes que ainda não foram entidade. Olhados separadamente, os riscos podem parecer aceitáveis, mas juntos podem revelar que vários administradores estão fazendo apostas na mesma fonte de risco. Além disso, o fundo de pensão deve estar preparado para detectar e corrigir mudanças nas estratégias de investimento de seus administradores, as quais estejam levando a exposições indesejadas.

JORION (2000) apresenta uma exposição das vantagens do VaR considerando a natureza dos fundos de pensão. O VaR pode ser usado na formulação de políticas de investimento mais consistentes. Algumas diretrizes a serem seguidas pelos administradores de ativos são determinadas arbitrariamente, no intuito de restringir o universo de ativos no qual o administrador pode investir e também com a finalidade de obter algum controle sobre o risco. O problema com os limites arbitrários é que, além de eles não informarem o quanto se pode perder em um dado horizonte temporal, deixam margem para que as diretrizes sejam desobedecidas através da alavancagem ou do uso de instrumentos sofisticados que apresentem risco equivalente. Outra desvantagem é que as correlações são ignoradas. Com o VaR, em vez de regras detalhadas, as patrocinadoras podem especificar antecipadamente que a volatilidade do *tracking error* não pode ser de mais de 2 por cento, por exemplo.

Um aumento repentino no VaR da carteira pode ser atribuído a diferentes razões. Os administradores podem estar fazendo apostas parecidas investindo, por exemplo, em um setor atrativo. Por se tratarem de ações isoladas, o problema só pode ser identificado considerando-se a carteira total. Outro motivo possível é que os mercados podem estar mais voláteis. Se a patrocinadora achar que não vale a pena aceitar esta volatilidade maior, algumas posições podem ser eliminadas. Finalmente, um ou mais administradores podem não estar seguindo as diretrizes estabelecidas. O VaR pode ser decomposto para mostrar onde o risco está sendo originado, através das ferramentas de VaR marginal e de VaR componente, que identificam quais as mudanças de posição que terão o maior efeito no risco da carteira.

Os sistemas de VaR não podem, obviamente, indicar aos usuários onde investir, mas permitem uma avaliação do desempenho ajustado ao risco de investimentos alternativos. Embora os retornos esperados possam ser determinados individualmente, determinar a

---

integralizados, mas que já possui cobertura assegurada pela patrocinadora e/ou pelos próprios participantes).

contribuição de cada ativo para o risco total da carteira não é um processo intuitivo. Mesmo que os analistas possam determinar o risco individual do ativo que estão considerando, é impossível que eles saibam das relações entre todas as exposições do fundo. Para cada ativo a ser adicionado à carteira, deve-se dar aos analistas uma medida de seu VaR marginal. Se dois ativos tiverem retornos projetados parecidos, o analista deve escolher aquele com o menor VaR marginal e que, portanto, vai levar ao risco de carteira mais baixo. Esta análise só é factível dentro do contexto de um sistema de VaR que considere todos os investimentos do fundo.

As aplicações dos sistemas de VaR partem do pressuposto de que todos os riscos relevantes são captados pelo sistema de administração de risco. No caso dos fundos de pensão, o risco não pode ser medido facilmente para algumas classes importantes de ativos, como imóveis ou *venture capital*, pois estes ativos não são marcados a mercado. Outras séries podem ter histórias muito curtas, ou talvez nenhuma. Às vezes, as séries que faltam podem ser representadas por uma *proxy*. O grande desafio é construir um sistema de VaR que englobe a entidade como um todo e que integre satisfatoriamente os riscos a que o fundo está exposto (JORION, 2000).

3. *VALUE AT RISK* E OS FUNDOS DE PENSÃO

Segundo BODIE (1990), as políticas de investimento dos fundos de pensão são orientadas essencialmente pelo desejo de se proteger os compromissos assumidos por tais fundos. Para se entender as práticas de investimento dos fundos de pensão é necessário entender a natureza das obrigações. Há dois tipos de planos: contribuição definida e benefício definido. Num plano de contribuição definida, cada trabalhador tem uma conta na qual o empregador e o próprio trabalhador fazem contribuições regularmente. O nível dos benefícios depende do total de contribuições e do rendimento dos investimentos da conta. Já num plano de benefício definido, o benefício é determinado por uma fórmula que considera a história de serviço e os salários passados do trabalhador. A patrocinadora do plano garante o benefício, não importando o desempenho dos investimentos dos ativos do fundo de pensão. Devido à natureza das obrigações de um fundo de pensão, é necessário determinar o nível de capitalização, os tipos de ativos desejáveis e o risco que pode ser suportado pelo fundo sem prejudicar seus objetivos de longo prazo.

Na versão do *RiskMetrics®* para fundos de pensão, o banco J. P. MORGAN (1997) afirma que evidências empíricas sugerem que a alocação de ativos é o determinante mais importante do desempenho dos investimentos. Portanto, para propósitos de administração de risco, as carteiras mantidas pelos administradores de fundos de pensão podem ser mapeadas em um conjunto amplo de índices que caracterizam as principais classes de ativos. Porém, como as carteiras administradas ativamente em geral se desviam dos *benchmarks*, é fundamental que se leve em conta a diferença entre o *benchmark* e os retornos alcançados pelo gestor.

Dando andamento a uma exposição dos riscos aos quais um fundo de pensão está sujeito, o J. P. MORGAN (1997) explica que, além do risco de mercado dos ativos, existem as obrigações do plano e, conseqüentemente, o risco de os ativos do plano serem insuficientes para financiar as obrigações no longo prazo. O risco associado às obrigações do plano é determinado por vários fatores. Elementos demográficos, como as taxas de mortalidade desempenham papel importante do lado das obrigações, mas estão fora do controle do plano e são freqüentemente estáveis para propósitos de precificação de anuidades. Dois outros fatores voláteis que afetam os pagamentos futuros são as taxas de juros e a inflação, que também são correlacionadas com muitos dos fatores determinantes do desempenho dos ativos. Se as suposições demográficas forem mantidas constantes (desde que revisadas periodicamente), as obrigações podem ser aproximadas como uma função das taxas de juros e da inflação.

Esta discussão implica que o risco de mercado ao qual os fundos de pensão estão expostos é triplo: (1) o risco de uma mudança negativa no valor dos ativos do plano quando os preços de mercado e as taxas mudam; (2) o risco de um aumento no valor presente das obrigações por causa de mudanças nas taxas de juros e na inflação; e (3) o risco de que os ativos tenham desempenho inferior em relação às obrigações (risco de capitalização ou de superávit/déficit). O VaR permite que as patrocinadoras dos planos tenham uma visão do risco dos ativos, das obrigações e do superávit.

BRUGGEMAN e HONIG (1998) apresentam o VaR do ponto de vista da tesouraria de um fundo de pensão, discutindo as diferenças entre a tesouraria de um fundo de pensão e a de uma empresa. Estes autores são simpatizantes do VaR, mas aconselham que ele seja usado com cuidado, pois o método tem imperfeições que podem facilmente ser negligenciadas. Segundo os autores, a principal dificuldade é o risco de se enganar quando a distribuição de probabilidade (geralmente histórica), ou a correlação dos retornos ou preços assumidos no cálculo do VaR não ocorrerem na prática.

CULP, MENSIK e NEVES (1999) apresentam algumas vantagens do VaR, dizendo que ele pode ser uma ferramenta útil, através da qual os administradores de ativos podem avaliar se os riscos que eles estão assumindo são os que eles querem, precisam ou pensam que estão assumindo. Os investidores também estão se tornando cada vez mais conscientes dos benefícios do VaR como uma ferramenta de monitoramento, exigindo que seus gestores calculem e revelem regularmente esta medida de risco de mercado. Segundo estes autores, o VaR tem aplicação no monitoramento de gestores, carteiras e programas de "*hedging*", na eliminação *ex ante* de exigências de aprovação de transações, na definição de um sistema formal de alvos e limiares de risco e na implementação de um "orçamento de risco". O VaR deve sempre complementar e jamais competir com os objetivos de administração de investimento primários do administrador de ativos. Ele é uma ferramenta para ajudar os gestores a determinarem se os riscos a que eles estão expostos são realmente aqueles a que eles pensam estar. O VaR nunca dirá ao administrador quanto risco assumir, apenas o quanto está sendo assumido. Na opinião destes autores, a vantagem da maioria das aplicações do VaR para os administradores de ativos está muito mais em como a estimativa do VaR é usada do que em como ela é calculada.

GOLUB e TILMAN (2000) alertam para problemas que podem ser causados por uma rigidez na fixação de limites para o VaR. Eles dizem que limites inflexíveis podem levar a perdas ainda maiores do que as previstas pelo VaR. Todo o mercado começa a querer vender, o que se transforma num círculo vicioso, e as perdas se tornam maiores do que seriam se os investidores tivessem tido liberdade para manter suas posições durante a crise, ao invés de terem sido forçados a vender pra continuar dentro dos seus "limites aceitáveis de VaR". Além disso, a corrida para a venda de ativos pode desestabilizar o mercado e provocar uma crise de liquidez.

JORION (2000) diz que o VaR não pode prever todos os resultados possíveis, pois ele olha para o passado, e o futuro não é necessariamente uma repetição do passado. JORION também argumenta que o VaR é menos importante (apesar de também ser útil) para os fundos de pensão do que para os bancos comerciais porque os primeiros estão tipicamente interessados nos retornos de prazo maior, enquanto os bancos têm investimentos de horizonte curtíssimo, como um dia. Isto significa que os fundos de pensão têm menor propensão a vender títulos rapidamente, baseados num pico do VaR.

SIMONS (2000) discute algumas questões que envolvem as medidas de desempenho ajustado ao risco e descreve as principais dificuldades encontradas por investidores institucionais quando da implementação da análise de VaR. A autora ressalta as diferenças entre as necessidades e características das operações em bancos comerciais (que têm horizontes temporais curtíssimos, papéis geralmente líquidos e posições de mercado neutras), e as características das operações de investidores institucionais (que costumam investir no mercado, podem ter papéis ilíquidos na carteira e mantêm suas posições por períodos longos).

SIMONS (2000) também enfatiza que, além das diferenças entre os dois tipos de instituições, o risco inerente a elas também é diferente. Os reguladores de bancos usam o VaR para fixar exigências de capital para as contas de operações porque ele pode ser usado para estimar a perda de capital em função do risco de mercado. Os fundos de pensão, por sua vez, não estão preocupados com a perda de capital, mas com a possibilidade de terem desempenho abaixo dos *benchmarks*. Os fundos de pensão fazem diferença entre uma alocação de ativos estratégica ou de longo prazo e uma alocação tática ou de curto prazo. A alocação de longo prazo é destinada a "casar" com o passivo do plano. A carteira real, que é a alocação tática de ativos, pode ser diferente da carteira estratégica, pelo fato de os gestores do fundo tomarem posições no mercado com o objetivo de alcançar um desempenho melhor do que a carteira estratégica teria. Portanto, a carteira estratégica representa o *benchmark* contra a qual o desempenho efetivo é medido. Pelo fato de que o desempenho é medido em relação ao *benchmark*, o risco tem que ser medido da mesma forma. Ao mesmo tempo, no caso de planos de benefício definido, o VaR pode ser interpretado como o risco de que o valor dos ativos caia abaixo de um determinado alvo, particularmente, o risco de que os ativos não sejam suficientes para financiar os benefícios devidos aos trabalhadores.

Ainda segundo SIMONS (2000), o VaR tem vantagens como medida de risco para os investidores institucionais. Ele é baseado na composição corrente da carteira (e não no seu retorno histórico) e pode ser agregado para muitas classes de ativos. As medidas de risco mais tradicionais usadas na administração de investimentos têm uma destas características, mas não ambas. O *tracking error*, por exemplo, é uma medida do desvio do retorno histórico da carteira em relação ao retorno do *benchmark*. Esta medida pode não ter utilidade se a composição atual da carteira for diferente da composição que produziu tais retornos históricos. Além disso, é possível ter um desempenho dramaticamente inferior ao *benchmark* e ainda assim ter um *tracking error* baixo. Isto é uma séria desvantagem desta medida de risco, pois muitos gestores de carteira consideram que seu risco mais importante é ter um desempenho abaixo do *benchmark*. Por outro lado, duas medidas para ativos específicos, beta para ações e *duration* para títulos de dívida ('*bonds*'), são baseadas na composição atual da carteira. Porém estas medidas, apesar de úteis, não podem ser combinadas para fornecer uma medida de risco integrada. O VaR é particularmente útil para uma patrocinadora de plano de pensão que tem uma carteira com muitas classes de ativos e precisa medir sua exposição a muitos de fatores de risco. Ele também é uma boa ferramenta para patrocinadoras que têm sua administração de carteira terceirizada a gestores externos e que precisam comparar o desempenho destes gestores com base no retorno ajustado ao risco.

A vantagem prática do VaR é o fato de ele ser uma medida de risco de forte apelo intuitivo, que pode ser traduzida em um único número e ser facilmente comunicada à administração geral da empresa.

Horizontes temporais longos complicam a modelagem do VaR porque as volatilidades e as correlações entre os ativos estimadas com o uso de dados diários podem não ser válidas nestes longos períodos de tempo. O uso de derivativos para proteger a carteira, como a compra de opções e outras técnicas de seguro de carteira, tornam os cálculos do VaR ainda mais complexos.

Finalmente, SIMONS (2000) chama a atenção para as importantes limitações do VaR. Ele é baseado em volatilidades e correlações que podem funcionar em condições normais de mercado, mas que perdem a validade em épocas de crise. Fatores que exibem baixos níveis de correlação em condições normais de mercado podem se tornar altamente correlacionados em tempos de alta volatilidade. Em tais casos, o valor da diversificação entre mercados pode ser bastante reduzido. O VaR pode subestimar perdas potenciais durante turbulências de mercado e levar a uma falsa sensação de segurança. Entretanto, ele pode ser útil para aquelas organizações que compreendem suas limitações e que usam testes de stress para avaliar suas vulnerabilidades em "eventos nas caudas[14]".

RABBAT (2000) diz que a análise de stress também é um instrumento importante para o controle do risco de mercado. Enquanto o VaR mede o risco de mercado para um determinado intervalo de confiança, a análise de stress fornece a perda de uma carteira dentro de um dado cenário de juros, bolsa e taxa de câmbio. Desta maneira, um fundo de pensão poderá realocar seus ativos para cenários específicos.

Fora do Brasil, a metodologia usada por muitos fundos de pensão é analisar o impacto que vários cenários de mercado teriam em suas razões de capitalização (proporção dos ativos em relação às obrigações) utilizando-se de diferentes alocações de ativos (BENSMAN, 1995). Alguns planos olham para alocações que sob diversas condições de mercado vão satisfazer o nível de capitalização mínimo e, a partir daí, decidem quais alocações terão os maiores retornos esperados. O fato de ter dois critérios (segurança em primeiro lugar, mas sem abrir mão do maior retorno pelo menor custo), afasta os fundos dos extremos, levando-os para uma alocação parecida com a da maioria dos fundos. Outros planos olham para o custo das obrigações e para os retornos de várias alocações sob diferentes cenários para o mercado de capitais. Outros ainda usam um otimizador para gerar alocações-alvo que possam ir ao encontro de suas necessidades, dada a sua tolerância ao risco. É feita então uma simulação de Monte Carlo para encontrar a probabilidade de se atingirem níveis de ativos e obrigações específicos sob diferentes cenários econômicos.

[14] "Eventos nas caudas" são eventos extremos e, portanto, não tão freqüentes. Diz-se "nas caudas" em referência à distribuição de probabilidade.

4. METODOLOGIA

O teste da eficácia do VaR será realizado a partir do cálculo do VaR com três metodologias: a paramétrica, a simulação histórica e a simulação de Monte Carlo. Prever-se-á o VaR mensal para três carteiras diferentes para o período de 1998 a 2002, utilizando-se as três metodologias, e a seguir, comparar-se-ão os valores calculados com as perdas efetivamente ocorridas no período, a fim de se verificar quantas vezes a perda superou o VaR para cada metodologia. O VaR será calculado também em termos de R*, o retorno crítico, para possibilitar a comparação com a rentabilidade da carteira verificada na prática.

Quanto à alocação de ativos utilizada como entrada para o cálculo do VaR, serão utilizadas três carteiras reais de fundos de pensão brasileiros. As classes gerais de ativos existentes nas carteiras dos fundos de pensão são renda fixa, renda variável, imóveis, empréstimos a participantes e operações com a patrocinadora.

4.1 Cálculo do VaR com o método paramétrico

O cálculo do VaR paramétrico dar-se-á através da metodologia delta-normal, conforme descrita em detalhes em capítulo anterior. Vamos assumir que as carteiras com que estamos trabalhando sejam compostas de títulos com distribuição conjunta normal. O retorno da carteira será $R_{p,t+1} = \sum_{i=1}^{N} w_{i,t} R_{i,t+1}$ e sua variância será $\sigma^2(R_{p,t+1}) = w_t^{'} \Sigma_{t+1} w_t$.

O primeiro passo será mapear e agregar a exposição linear de todos os instrumentos da carteira aos fatores de risco[15], em seguida estimar a matriz de covariância dos fatores de risco e, finalmente, calcular o risco total da carteira. O VaR será portanto: $VaR = \alpha \sqrt{x_t^{'} \Sigma_{t+1} x_t}$.

DOWD (1998) sugere dois tipos diferentes de mapeamento das posições de uma carteira: representativo e quantitativo. O que será utilizado aqui é o mapeamento representativo. Ele consiste na seleção de um conjunto de instrumentos essenciais (que é o

[15] Os fatores de risco são os segmentos de aplicação dos fundos de pensão já citados acima.

que se tem denominado de “fatores de risco”) que podem ser considerados como representativos dos tipos gerais de instrumentos existentes na carteira. Segundo DOWD (1998), o ideal é ter um conjunto de instrumentos essenciais (ou fatores de risco) que seja rico o suficiente para proporcionar boas *proxies* para a carteira em questão, mas que, ao mesmo tempo, não seja grande demais para não causar o problema de se ter uma matriz de covariância de dimensões exageradas, que é o que se deseja evitar. As posições em ações são representadas por valores equivalentes investidos em índices de ações[16] (no nosso caso, será o Ibovespa representando a categoria de renda variável), enquanto as posições em renda fixa são representadas por combinações de fluxos de caixa para um número limitado de maturidades (no nosso caso será usado apenas o CDI, sem considerar as diversas maturidades dos títulos para efeitos de simplificação dos cálculos).

DOWD (1998) resume o processo de mapeamento em três estágios: (1) construir o conjunto de ativos essenciais (fatores de risco) e coletar dados para estimar suas volatilidades e correlações; (2) determinar os “substitutos sintéticos” (posições nos ativos essenciais) para cada ativo pertencente à carteira, sendo que esta parte é o mapeamento propriamente dito; e (3) calcular o VaR utilizando os ativos mapeados (os substitutos sintéticos), em vez de usar os ativos que se tem de fato na carteira.

As entradas necessárias para a implementação do cálculo do VaR delta-normal são, portanto, os valores de mercado e as exposições das posições correntes aos fatores de risco e os dados das séries dos fatores de risco. A matriz de covariância será estimada utilizando-se dados históricos de séries representativas dos fatores de risco: CDI para o segmento de renda fixa, Ibovespa para o segmento de renda variável, INCC (Índice Nacional da Construção Civil) para o segmento de imóveis e INPC para o segmento de empréstimos a participantes e de operações com a patrocinadora, que serão considerados conjuntamente, como o mesmo fator de risco.

A matriz de covariância será estimada com dados mensais de cotações dos quatro fatores de risco, no período de julho de 1994 a junho de 1998, de modo que se tenha um período de estimação da matriz de covariância aproximadamente do mesmo tamanho do

[16] Neste caso, supondo-se, implicitamente, que a carteira de ações que se tem em mãos é bem diversificada a ponto de se poder considerá-la como bem representada pelo índice do mercado de ações. “A variância de carteiras grandes e bem diversificadas é bastante simplificada, refletindo apenas a exposição ao fator comum.” (JORION, 2000, P. 170).

período em que será feita a comparação (julho de 1998 a setembro de 2002). Os pesos relativos investidos em cada fator de risco serão os de julho de 1998. As cotações serão obtidas através do software Economática (séries do Ibovespa, CDI e INPC) e do site do IPEADATA[17] (série do INCC). A matriz será estimada com o software SPSS.

Será feita também a comparação entre o VaR não-diversificado (soma do VaR individual de todos os fatores de risco) com o VaR diversificado (calculado de acordo com a metodologia delta-normal), além da decomposição do VaR nos seus VaRs Componentes (CVaR), de modo a verificar a contribuição percentual de cada fator de risco para o VaR da carteira.

4.2 Cálculo do VaR com o método da simulação histórica

O segundo método de cálculo do VaR para as carteiras dos fundos de pensão será a simulação histórica, também descrita de modo mais detalhado em capítulo anterior. Este método volta no tempo e aplica os pesos de hoje da carteira a uma série histórica de retornos dos fatores de risco: $R_{p,k} = \sum_{i=1}^{N} w_{i,t} R_{i,k}$, $\quad k=1,\ldots,t;$

Os preços futuros para os cenários hipotéticos serão obtidos com a aplicação de mudanças históricas nos preços (cenários passados k) ao nível corrente de preços. Um novo valor para a carteira será originado do conjunto completo de preços hipotéticos e o VaR será obtido da distribuição de retornos hipotéticos, onde a cada ocorrência histórica será atribuído o mesmo peso 1/t. Os retornos serão medidos em intervalos iguais ao horizonte de VaR que se quer calcular (neste caso, mensal). Os pesos correntes serão considerados como sendo os de julho de 1998 e serão aplicados às séries históricas dos fatores de risco de julho de 1994 a junho de 1998. Os retornos serão então ordenados em ordem crescente e o VaR será obtido da leitura do quantil de interesse e, a seguir, comparado com os retornos verificados no período entre julho de 1998 e setembro de 2002, a fim de se comparar as perdas previstas com as perdas observadas.

[17] http://www.ipeadata.gov.br

4.3 Cálculo do VaR com o método da simulação de Monte Carlo

Finalmente, será feita a simulação de Monte Carlo para o cálculo do VaR. Neste método, será especificada uma distribuição de probabilidade para os fatores de risco, sendo que os parâmetros deste processo (média e variância) serão derivados de dados históricos. Em seguida simular-se-á a distribuição de retornos fictícios para os fatores de risco. As realizações simuladas originarão uma distribuição de retornos de onde se medirá o VaR, de acordo com o quantil de interesse (nível de confiança).

O software utilizado para fazer a simulação de Monte Carlo será o Crystal Ball[18]. As variáveis do tipo "*Assumption*", que neste caso são os fatores de risco, serão definidas nas células do Excel. Ao defini-las colocar-se-ão os parâmetros (que serão retirados de dados históricos) e a distribuição que se deseja impor aos fatores de risco. Nesta pesquisa, utilizaremos duas variações de distribuições. Na primeira, supor-se-á a distribuição normal para todos os fatores de risco (o que tornará a comparação com o VaR paramétrico calculado bastante interessante) e, na segunda, a suposição para a distribuição dos fatores de risco será a distribuição histórica observada, numa tentativa de tornar os resultados mais realistas.

Ao se definirem as variáveis do tipo "*Assumption*", também serão colocadas as correlações históricas entre os pares de variáveis, calculadas com o auxílio do software SPSS. O período de referência para a entrada de dados para a simulação será o mesmo das metodologias anteriores (julho de 1994 a junho de 1998, perfazendo um total de 48 observações).

Depois de definir as variáveis "*Assumption*", definir-se-á a variável do tipo "*Forecast*", que é a variável de interesse, ou seja, o retorno da carteira (Rp). Define-se, na célula do Excel a fórmula para a variável "*Forecast*", que é o retorno ponderado pelos pesos relativos em cada fator de risco, na data de julho de 1998.

---

[18] Pode-se fazer o *download* deste software gratuitamente na Internet no site http://www.decisioneering.com/downloadform.htm, e ele é usado através do Excel, habilitado como um suplemento de "Ferramentas".

Depois de ter feito estas definições, já se estará apto a fazer a simulação de Monte Carlo. Determinar-se-á o número de rodadas para a simulação e esta será rodada. Serão feitas, nesta pesquisa, simulações de 1.000 e de 10.000 rodadas para cada entidade e variação de distribuição imposta para os fatores de risco. Os resultados sairão em forma de relatórios (‘*reports*’), que poderão ser definidos da maneira mais adequada aos objetivos (em termos de quais quantis serão mais importantes, ou de qual será a forma mais adequada para a visualização dos resultados).

4.4 A questão da volatilidade dos retornos

Nenhum modelo de previsão da volatilidade será utilizado no trabalho. A volatilidade mensal histórica será utilizada como *proxy* para a volatilidade futura. Conforme já citado anteriormente, “...na prática, os efeitos do GARCH dificilmente são perceptíveis em dados mensais.” (JORION, 2000, p. 409). Devido à natureza de longo prazo dos fundos de pensão, em contraposição ao curtíssimo horizonte dos bancos (que podem arcar com grandes perdas em um único dia), não faz sentido a modelagem da volatilidade diária da carteira e dos fatores de risco. Será testada a igualdade da variância dos fatores de risco nos dois subperíodos: o de previsão do VaR e o de comparação (perdas efetivas).

4.5 Coleta de dados

Além das cotações mensais das séries dos fatores de risco retiradas do Economática e do IPEADATA, foram coletados dados mensais, do período de janeiro de 1996 a setembro de 2002, referentes à composição das carteiras de três fundos de pensão[19] junto à Secretaria de Previdência Complementar (SPC). O critério de seleção para as entidades foi

[19] Os nomes verdadeiros das EFPCs escolhidas para fazer parte desta pesquisa foram trocados, no intuito de preservar o sigilo dos dados coletados.

o tipo de plano existente e a proporção da carteira de investimentos alocada em imóveis no ano de 2001. Foram selecionadas entidades que têm planos de benefício definido, visto que o risco está sendo considerado do ponto de vista da patrocinadora.

Além disso, procurou-se selecionar entidades que tivessem papéis líquidos e de fácil precificação na medida do possível e, no máximo, 10% de sua carteira alocada em imóveis no ano de 2001 (embora algumas entidades, nos anos de 1996 e 1997, tivessem até 20%, todas reduziram o percentual nos últimos anos). Como os imóveis são uma categoria menos líquida e de difícil precificação, uma *proxy* será usada para o cálculo da matriz de covariância, o INCC (Índice Nacional da Construção Civil). Este índice, entretanto, tem limitações como representante do segmento de imóveis. Ele é um índice geral, que não leva em conta diferenças de localização dos imóveis, se a finalidade para a qual os imóveis são usados é comercial ou residencial, entre outros aspectos que são determinantes da rentabilidade dos mesmos. Posto isto, quanto menor a proporção de imóveis na carteira, menor a chance de o cálculo ficar distorcido.

O valor de mercado da carteira utilizado no cálculo da rentabilidade agregada (sem separar por segmento de aplicação) será o número informado na conta pertencente ao ativo, Programa de Investimentos (12400000), do balancete enviado mensalmente pelos fundos de pensão à SPC. Esta conta é subdividida nas contas de Renda Fixa (12410000), Renda Variável (12420000), Investimentos Imobiliários (12430000), Operações com Participantes (12440000) e Operações com Patrocinadoras (12450000)[20]. A conta Programa de Investimentos engloba a parte substancial do ativo total das EFPCs. Ela é ligeiramente diferente do Ativo Total porque este último inclui o Ativo Permanente, que é soma do valor da sede, dos veículos e outros ativos que servem à administração da entidade. O valor do Ativo Permanente é desprezível em relação ao valor dos investimentos do fundo, que são destinados a cobrir as obrigações com benefícios (Passivo Atuarial).

Para o cálculo da rentabilidade da carteira, entretanto, alguns ajustes precisam ser feitos à conta 12400000. Antes de explicar estes ajustes, cabe observar que, com os dados mensais retirados do balancete, não é factível calcular a rentabilidade por segmento de aplicações, uma vez que ocorre movimentação de recursos entre os segmentos. Se houver, por exemplo, a venda de um título de renda fixa e a aquisição de ativos de outros

[20] Esta conta deixou de existir em janeiro de 2002.

segmentos com os recursos provenientes desta venda, haverá uma distorção no cálculo da rentabilidade (subestimar-se-á a rentabilidade do segmento de renda fixa e superestimar-se-á a dos outros ativos).

A rentabilidade da carteira foi calculada segundo a seguinte fórmula, originalmente sugerida por FREITAS e GIACOMETTI (2002):

$(1+R) = \left[Invest + (EO_t - EO_{t-1}) + \sum FC_t\right] / Invest$, onde:

Invest = valor dos investimentos da entidade (conta 12400000, onde são registradas todas as aplicações) no último dia útil do mês anterior;

EO_t = Exigível Operacional do Programa de Investimentos no último dia útil do mês atual (conta 21400000 – conta de passivo do programa de investimentos). Esta rubrica contábil representa os financiamentos da aplicação de recursos. São as contas a pagar ou as obrigações relacionadas aos investimentos. Vamos tomar como exemplo a compra de um imóvel a prazo. Se o valor do imóvel for R$ 100.000,00 e a entidade fizer a compra a prazo, dando uma entrada de R$ 20.000,00, os R$ 80.000,00 restantes serão registrados nesta conta, sendo que o valor total de R$ 100.000,00 ficará registrado no ativo, na conta 12430000 – Investimentos Imobiliários;

EO_{t-1} = Exigível Operacional do Programa de Investimentos no último dia útil do mês anterior (conta 21400000);

ΣFC_t = Fluxo de caixa líquido: somatório das receitas menos somatório das despesas diretamente relacionadas aos investimentos do mês, obtidas das contas 61100000 (receitas diretas do programa de investimentos = remuneração dos investimentos), 62100000 (despesas diretas do programa de investimentos), e 52300000 (despesas com a administração própria ou terceirizada dos investimentos).

Todos os números mensais são obtidos diminuindo-se o valor da conta no mês anterior do valor da conta no mês atual para encontrar o valor da conta no mês atual, pois os saldos nos balancetes são cumulativos. Somente no mês de janeiro se usa o próprio valor da conta, pois as contas de resultado[21] são encerradas ao final de cada exercício, iniciando-se o ciclo de registros novamente a cada mês de janeiro.

---

[21] No balancete há 6 contas gerais: ativo, passivo, programa previdencial, programa assistencial, programa administrativo e programa de investimentos. As duas primeiras são contas patrimoniais (indicam o estoque) e as quatro últimas são contas de resultados (indicam fluxos). No caso da conta 21400000, ainda que ela não seja de resultado, é considerado o mês atual menos o mês anterior para que seja considerada a variação, a

São considerados no cálculo os fluxos relacionados ao programa de investimentos (em vez de se usar o valor mensal da conta 12400000 diretamente) para eliminar distorções decorrentes de aumentos no saldo desta conta advindos de novas contribuições e de diminuições decorrentes do pagamento de benefícios. Como os fluxos são referentes ao valor da conta 12400000 do mês anterior, o cálculo da rentabilidade não é “contaminado” pelo ingresso de novos recursos ou pelas saídas. Os fluxos são referentes à remuneração das aplicações e às despesas com as aplicações.

O plano de contas do balancete da SPC sofre alterações de tempos em tempos com o objetivo de melhorar as informações prestadas pelos fundos de pensão à Secretaria de Previdência Complementar, e também para a melhoria do gerenciamento interno das entidades. A conta 52300000, representando as despesas com a administração dos investimentos, não existia no plano de contas de 1996 a 1998. Existia apenas a conta 52000000, que era o valor total das despesas administrativas (estas não eram segregadas entre os programas previdencial, assistencial e de investimentos). Para sanar o problema de não se ter este número para os três primeiros anos da série da presente pesquisa, foi feita uma estimativa. Verificou-se, nos anos de 1999 a 2001, a proporção das despesas administrativas mensais que cabia ao programa de investimentos em cada entidade estudada (dividiu-se o valor mensal da conta 52300000 pelo valor mensal da conta 52000000). Para cada entidade foi calculada a média da proporção das despesas administrativas com investimentos em relação às despesas administrativas totais para os anos de 1999 a 2001, e então este percentual médio foi aplicado ao total das despesas

---

movimentação do mês. As aquisições são somadas (e não diminuídas do ativo do mês anterior) porque estas e as vendas afetam a rentabilidade. Os fluxos de receitas e despesas também se referem a esta conta de passivo. O passivo é creditado (aumentado) pela aquisição a prazo de novos ativos (quando são registradas as obrigações relativas a esses ativos), e debitado (diminuído) pelo seu pagamento.

administrativas dos anos de 1996 a 1998[22]. Cabe ainda comentar que os códigos e nomes das contas acima são referentes ao plano de contas vigente de 1999 a 2001. O plano de contas sofreu novas alterações no início de 2002, sendo que se tomou o cuidado de fazer o relacionamento entre os códigos antigos e os novos de maneira a manter o significado e o conceito das contas e a validade dos cálculos para todo o período da amostra.

[22] O desvio-padrão da proporção mensal foi baixo (ou seja, a proporção variou pouco no período de 1999 a 2001), possibilitando concluir que as estimativas de despesas administrativas mensais com investimentos para os anos de 1996 a 1998 são razoáveis e não vão distorcer os resultados referentes à rentabilidade.

5. RESULTADOS

A seguir são apresentados, por entidade, os resultados da aplicação das três metodologias de cálculo do VaR, bem como a comparação das perdas previstas com as perdas efetivamente verificadas.

5.1 Beneficência

5.1.1 O VaR paramétrico

O VaR paramétrico mensal estimado para a Beneficência, para cada nível de confiança, encontra-se na tabela 2.

Tabela 2 – VaR paramétrico mensal da Beneficência para os diferentes níveis de confiança

BENEFICÊNCIA	Níveis de Confiança		
VaR Previsto ($VaR = \alpha\sigma_p W$) ($\hat{\sigma}_p = 2{,}63\%$)	**90% (α = 1,28)**	**95% (α = 1,65)**	**99% (α = 2,33)**
Em unidades monetárias* (R$)	23.711.985,32	30.566.231,07	43.163.223,27
Em rentabilidade %	-3,36%	-4,33%	-6,12%

*O Valor da Carteira no qual se baseia o VaR em unidades monetárias é o valor em julho de 1998, ou seja, R$705.199.493,15. Entretanto, a comparação do VaR previsto com as perdas efetivas no período seguinte foi feita em termos da rentabilidade da carteira, por causa da evolução do valor.

O VaR paramétrico da Beneficência pode ser decomposto conforme mostra a tabela 3.

Tabela 3 – Decomposição do VaR paramétrico mensal da Beneficência ao nível de confiança de 95%

BENEFICÊNCIA	VaR Componente = CVaR = **VaR** x $\boldsymbol{\beta_i}$ x $\boldsymbol{w_i}$			
Fator de Risco	$\beta = \dfrac{\Sigma w}{w'\Sigma w}$	$\boldsymbol{w_i}$	**CVaR**	**Contribuição % para o VaR**
Renda Fixa (CDI)	0,183	0,71	3.973.498,03	13,00%
Renda Variável (Ibovespa)	3,881	0,22	26.173.919,93	85,63%
Imóveis (INCC)	0,183	0,03	144.573,17	0,47%
Empréstimos (INPC)	0,206	0,04	274.239,94	0,90%
Total		1	**30.566.231,07**	**100%**

VaR = R$ 30.566.231,07 (julho de 1998).

A tabela 4 mostra os VaRs individuais dos fatores de risco para a carteira da Beneficência e a tabela 5 compara os VaRs individuais aos VaRs componentes.

Tabela 4 – VaRs individuais dos fatores de risco da carteira da Beneficência ao nível de confiança de 95% (em julho de 1998).

BENEFICÊNCIA	**VaR Individual =** $VaR_i = \alpha\sigma_i w_i W$			
Fator de Risco	**α**	$\boldsymbol{\sigma_i}$*****	$\boldsymbol{w_i W}$	**VaR Individual**
Renda Fixa (CDI)	1,65	1,12%	500.669.326,77	9.246.866,97
Renda Variável (Ibovespa)	1,65	10,81%	155.591.040,09	27.742.524,91
Imóveis (INCC)	1,65	1,94%	18.193.094,25	583.105,60
Empréstimos (INPC)	1,65	1,24%	30.746.032,04	629.726,18
VaR Não-diversificado				**38.202.223,66**

*Desvio-padrão dos fatores de risco no período de julho de 1994 a junho de 1998.

Tabela 5 – Comparação entre os VaRs individuais e os VaRs componentes – Beneficência.

BENEFICÊNCIA	**VaR Individual**	**VaR Componente**
Fator de Risco	$VaR_i = \alpha\sigma_i w_i W$	CVaR = **VaR** x $\boldsymbol{\beta_i}$ x $\boldsymbol{w_i}$
Renda Fixa (CDI)	9.246.866,97	3.973.498,03
Renda Variável (Ibovespa)	27.742.524,91	26.173.919,93
Imóveis (INCC)	583.105,60	144.573,17
Empréstimos (INPC)	629.726,18	274.239,94
VaR Não-diversificado	**38.202.223,66**	
VaR Diversificado		**30.566.231,07**

Vê-se que o VaR não-diversificado da Beneficência é 25% maior do que o VaR diversificado. O cálculo detalhado do VaR paramétrico da Beneficência está no anexo A.

A tabela 6 mostra o número de vezes em que as perdas efetivamente ocorridas na carteira da Beneficência superaram o VaR paramétrico para cada nível de confiança, em contraposição ao número de vezes em que poderiam tê-lo superado.

Tabela 6 – VaR paramétrico previsto versus perdas realizadas - Beneficência

Nível de confiança (Beneficência)	**90%**	**95%**	**99%**
Número de vezes em que o VaR poderia ter sido superado*	5	3	1
Número de vezes em que as perdas superaram o VaR	2	1	1

*O número de vezes em que o VaR poderia ter sido superado foi calculado como $N = p \times T$, sendo que N é o número de exceções, p é $(1- c)$ e T é o número de períodos, neste caso 51 meses (julho de 1998 a setembro de 2002). Os números obtidos foram arredondados para o inteiro mais próximo.

Observa-se que o VaR previsto superestimou as perdas, a não ser no caso do nível de confiança de 99%. Uma possível explicação seria o rebalanceamento da carteira. O VaR previsto com todas as metodologias supõe que a carteira corrente, cujos pesos relativos dos fatores de risco são utilizados como entrada nos cálculos, não se altera no horizonte para o qual foi previsto. Esta suposição pode até ser razoavelmente sensata no caso de ambientes de operações, como os bancos, em que o horizonte temporal do VaR é de um dia. Entretanto, como no nosso caso o horizonte é de um mês e o período de comparação é de 4 anos, é óbvio que a carteira dos fundos de pensão será rebalanceada em resposta aos movimentos e às oportunidades de mercado[23].

JORION (2000) apresenta considerações sobre qual retorno deva ser utilizado para efeitos de *backtesting* do VaR. Ele contrapõe o "retorno hipotético", que é aquele que seria observado se a carteira tivesse sido mantida constante durante o período de avaliação (obtido multiplicando-se o retorno de cada ativo que compõe a carteira pelo seu peso relativo), e o "retorno real", que é o que efetivamente ocorreu, levando em consideração as mudanças na composição da carteira. JORION (2000) afirma ainda que, para propósitos regulatórios, o *backtesting* é aplicado aos retornos reais.

É importante deixar bem claro, entretanto, que o nosso exercício não pode ser considerado um *backtesting* das metodologias de VaR utilizadas nas previsões. O que se pretende fazer é uma comparação e uma verificação da eficácia do VaR como medida de risco para os fundos de pensão. Portanto, devido às características específicas destas entidades, dentre as quais a principal é o horizonte de longo prazo, que limita a quantidade de observações na amostra de que se dispõe, não é possível fazer o *backtesting* com o rigor estatístico que ele exige.

O rebalanceamento da carteira da Beneficência somado a outros fatores (dentre os quais uma possível mudança na volatilidade dos fatores de risco, que será testada mais adiante) resultou num desvio-padrão para a carteira, medido *ex-post*, de 2,55%, para o período de comparação (julho de 1998 a setembro de 2002). Este desvio-padrão foi menor do que o desvio-padrão estimado a partir das séries históricas dos fatores de risco e dos pesos da carteira em julho de 1998, utilizado na previsão do VaR (2,63%). Esta menor volatilidade verificada na prática ajuda a explicar porque o VaR previsto superestimou as perdas.

Ao se observar a evolução da carteira no período de comparação, nota-se que o peso investido em renda fixa foi de 71% em julho de 1998 e foi aumentando, terminando com um peso de 85% em setembro de 2002. Contrariamente, o investimento em renda variável, que foi de 22% do total da carteira em julho de 1998, foi diminuindo e terminou o período

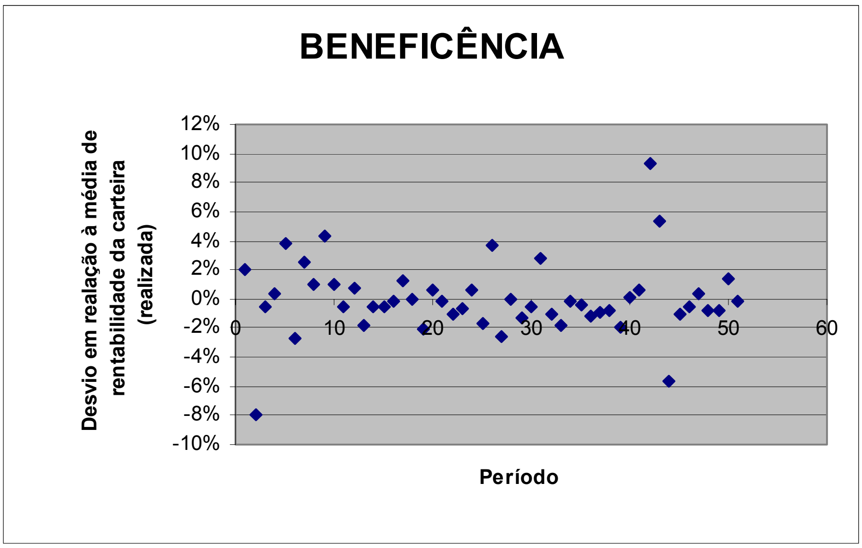
[23] "Uma estimativa de VaR para um dado intervalo de tempo implica que o investidor não vai modificar sua posição durante este tempo. Se correções no meio do percurso forem possíveis, o VaR pode superestimar as perdas prováveis nas ocasiões em que o investidor toma atitudes corretivas conservadoras". (SIMONS, 2000, p. 25)

em 11%. Os investimentos em imóveis caíram para menos da metade no período da amostra (de 2,6% para 1%), sendo que a variação dos pesos dos empréstimos não chegou a ser muito significativa no período (ficando entre 3 e 5%).

Posto isto, e considerando os VaRs componentes da tabela 3, também pode-se concluir que o fato de as perdas terem superado o VaR com uma freqüência menor do que a esperada foi devido, em grande parte, à diminuição dos investimentos em renda variável, cuja contribuição para o VaR da carteira era a maior (85,63%).

Um aspecto interessante a ser mencionado é que a média aritmética dos retornos reais da carteira da Beneficência (1,61% ao mês) se manteve constante ao comparar-se todo o período de retornos da carteira (janeiro de 1996 a setembro de 2002) com o subperíodo de comparação (julho de 1998 a setembro de 2002). Além disso, a soma dos quadrados dos desvios positivos em relação à média dos retornos da carteira (0,018726) foi maior do que a soma dos quadrados dos desvios negativos (0,013748) e a assimetria foi positiva (de 0,5188). As estatísticas descritivas e o histograma dos retornos da carteira real da Beneficência no período de comparação (obtidos através do software EViews) estão no anexo D. O gráfico 1 apresenta os desvios em relação à média dos retornos da carteira (efetivamente ocorridos) para o período de julho de 1998 a setembro de 2002. O eixo dos x são os períodos mensais.

Gráfico 1 – Desvios em relação à média dos retornos mensais da Beneficência (julho de 1998 a setembro de 2002).



Os dois maiores desvios positivos em relação à média foram os retornos de dezembro de 2001 (que foi de 10,86%) e de janeiro de 2002 (que foi de 6,95%). A razão determinante destes retornos tão altos não foi o desempenho extraordinário dos investimentos. A rentabilidade destes dois meses foi afetada pela decisão da Receita Federal de instituir o Regime Especial de Tributação (RET) para as EFPCs, através da Medida Provisória n° 2.222, de 4 de setembro de 2001. Isto ocasionou a reversão de recursos que estavam provisionados no passivo contingencial para o passivo operacional, distorcendo o cálculo da rentabilidade contábil para valores tão altos.

Se a carteira tivesse mantido os pesos relativos de julho de 1998, a comparação entre o número de perdas previstas e o de perdas realizadas (hipoteticamente) seria conforme o exposto na tabela 7. O procedimento adotado no cálculo dos "retornos hipotéticos", neste caso, foi aplicar os pesos da carteira da Beneficência em julho de 1998 às séries dos fatores de risco no período de comparação (julho de 1998 a setembro de 2002).

Tabela 7 – VaR paramétrico previsto versus perdas hipotéticas aos pesos de julho de 1998 – Beneficência.

Nível de confiança (Beneficência)	**90%**	**95%**	**99%**
Número de vezes em que o VaR poderia ter sido superado	5	3	1
Número de vezes em que as perdas hipotéticas superaram o VaR	1	1	1

Novamente o VaR previsto superestimou as perdas que teriam sido realizadas, no caso de os pesos da carteira terem sido mantidos constantes (menos para o nível de confiança de 99%). O teste de igualdade das variâncias[24] dos fatores de risco entre o período de estimação da matriz de covariância e o período de comparação rejeitou a hipótese nula para todas as séries, menos para a série do IBOVESPA. Como a igualdade de variâncias para as séries do CDI, INCC E INPC foi rejeitada e porque que estas séries apresentaram variância menor no período de comparação, é bem provável que este tenha sido o motivo pelo qual o VaR superestimou as perdas. A tabela 8 mostra as volatilidades

[24] Conforme descrito por BUSSAB e MORETTIN (2002).

dos fatores de risco nos dois subperíodos (de previsão e de comparação) e no período como um todo.

Tabela 8 – desvio-padrão mensal dos fatores de risco no período de previsão do VaR e de comparação dos resultados.

Período	CDI	IBOVESPA	INCC	INPC
Jul/1994 a Jun/1998	1,12%	10,81%	1,94%	1,24%
Jul/1998 a Set/2002	0,47%	12,24%	0,46%	0,45%
Jul/1994 a Set/2002	1,00%	11,56%	1,42%	0,96%

A data em que as perdas verificadas superaram o VaR ao nível de confiança de 99% foi agosto de 1998. O principal responsável por isto foi o índice IBOVESPA, que perdeu 40% de seu valor nesta ocasião. O motivo de tal perda foi o auge das crises da Ásia e da Rússia, que afetaram agudamente o Brasil.

5.1.2 Simulação histórica

O VaR mensal da Beneficência estimado com a técnica da simulação histórica está na tabela 9. O quantil de interesse foi determinado através de interpolação linear, uma vez que os quantis 5% e 10% não representavam observações inteiras. Não foi possível determinar o VaR para o nível de confiança de 99% porque, como a amostra utilizada para a previsão do VaR era de 48 observações, o quantil 1% era equivalente a 0,48 observações, impossibilitando a interpolação. O VaR aqui reportado é relativo à média, para que haja uma uniformidade das medidas obtidas com a aplicação das outras metodologias (diminuiu-se a média da distribuição do quantil de interesse).

Tabela 9 – VaR mensal obtido através da simulação histórica – Beneficência

BENEFICÊNCIA	**Níveis de Confiança**	
Previsto	**90%**	**95%**
Em unidades monetárias (R$)*	21.280.782,97	35.915.758,68
Em rentabilidade %	-3,018%	-5,093%

* A valores de julho de 1998.

Comparando-se as perdas previstas com as realizadas tem-se o seguinte (tabela 10):

Tabela 10 – Comparação do VaR mensal previsto com a simulação histórica às perdas realizadas – Beneficência

Nível de confiança (Beneficência)	**90%**	**95%**
Número de vezes em que o VaR poderia ter sido superado*	5	3
Número de vezes em que as perdas superaram o VaR	2	1

*O número de vezes em que o VaR poderia ter sido superado foi calculado como $N = p \times T$, sendo que N é o número de exceções, p é $(1- c)$ e T é o número de períodos, neste caso 51 meses (julho de 1998 a setembro de 2002). Os números obtidos foram arredondados para o inteiro mais próximo.

O VaR calculado com o método da simulação histórica para a carteira da Beneficência também superestimou as perdas. A tabela 11 compara o VaR previsto às perdas hipotéticas, caso a carteira tivesse sido mantida constante, a pesos de julho de 1998.

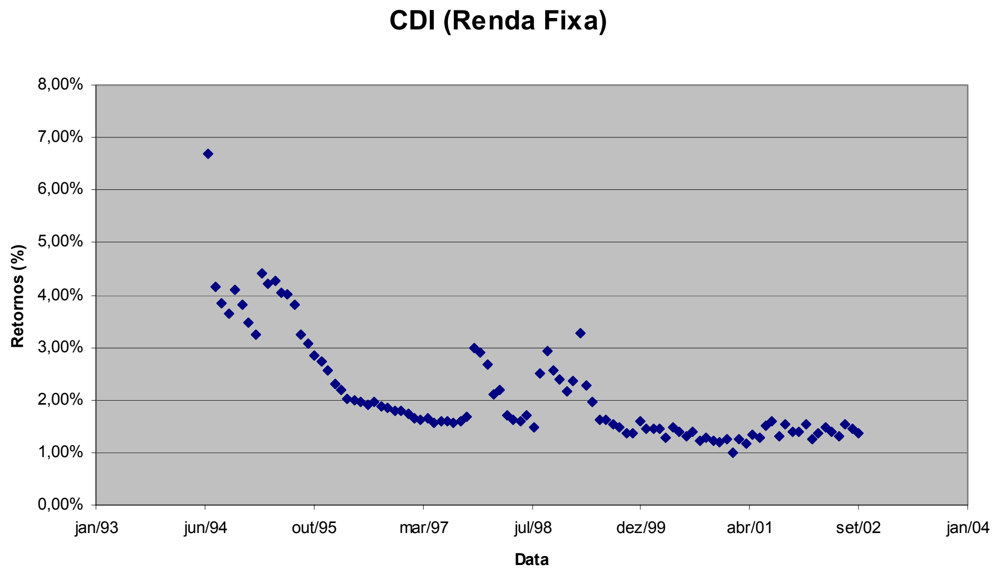
Tabela 11 – Comparação do VaR mensal previsto com a simulação histórica às perdas hipotéticas aos pesos de julho de 1998 – Beneficência

Nível de confiança (Beneficência)	**90%**	**95%**
Número de vezes em que o VaR poderia ter sido superado	5	3
Número de vezes em que as perdas hipotéticas superaram o VaR	1	1

Observa-se que neste caso o VaR também teria superestimado as perdas.

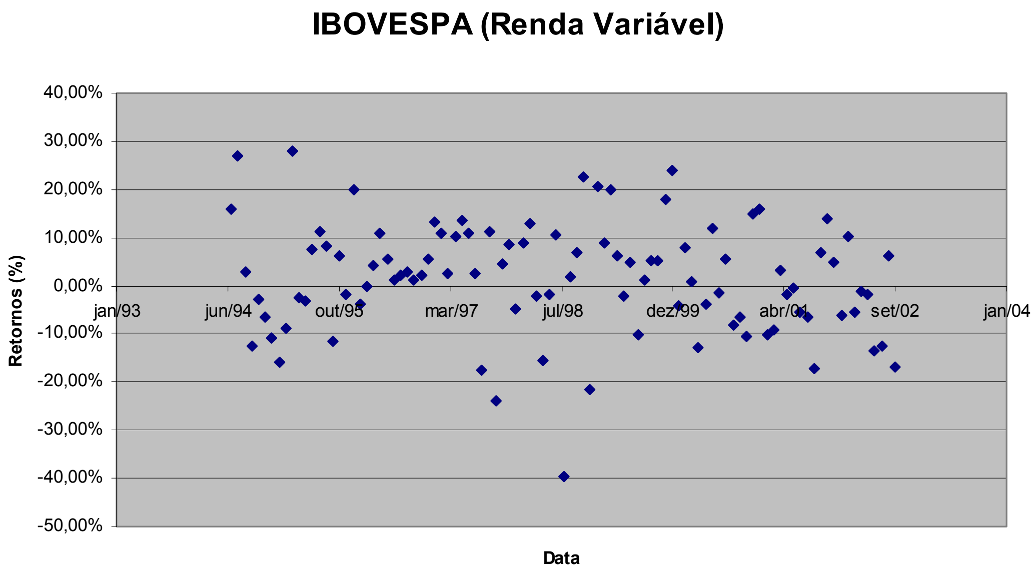
O fato de o VaR previsto com a metodologia da simulação histórica ter superestimado as perdas efetivas, sob a suposição de que a carteira tenha-se mantido constante, quase sempre pode ser explicado pela total dependência deste método à janela histórica utilizada. Os gráficos 2 a 5 mostram os retornos dos fatores de risco no período de julho de 1994 a setembro de 2002.

Gráfico 2 – Retornos mensais do CDI (Renda Fixa) de julho de 1994 a setembro de 2002.



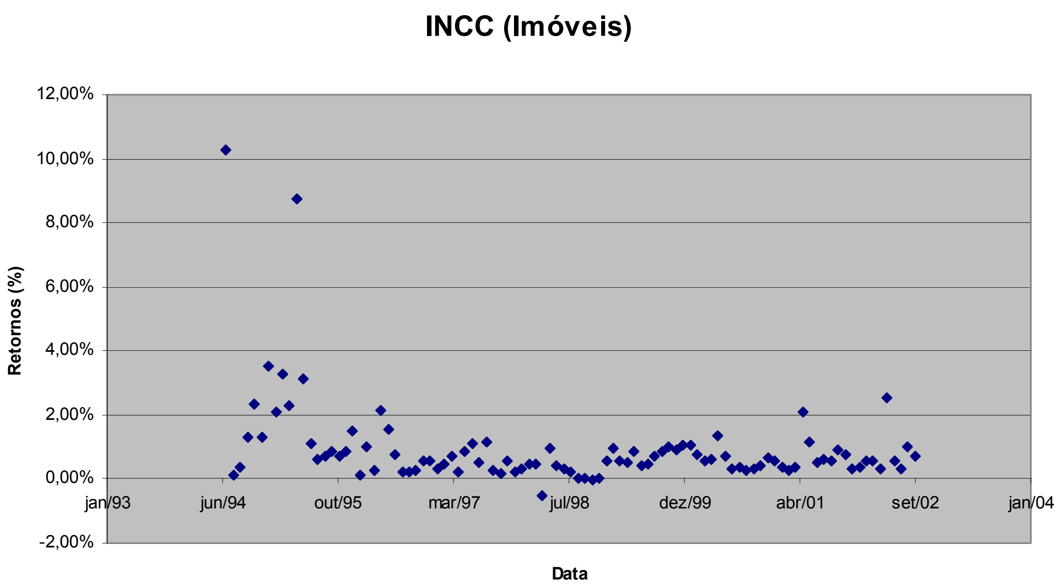
Observa-se que os retornos do CDI no período de previsão do VaR foram mais altos do que os retornos do período de comparação. Em compensação, a dispersão no período de comparação também foi menor, ocasionando uma volatilidade menor, conforme já comentado na análise do VaR previsto com o método analítico. Isto ajuda a entender porque o VaR previsto através da simulação histórica também superestimou o VaR.

Gráfico 3 – Retornos mensais do IBOVESPA (Renda Variável) de julho de 1994 a setembro de 2002.



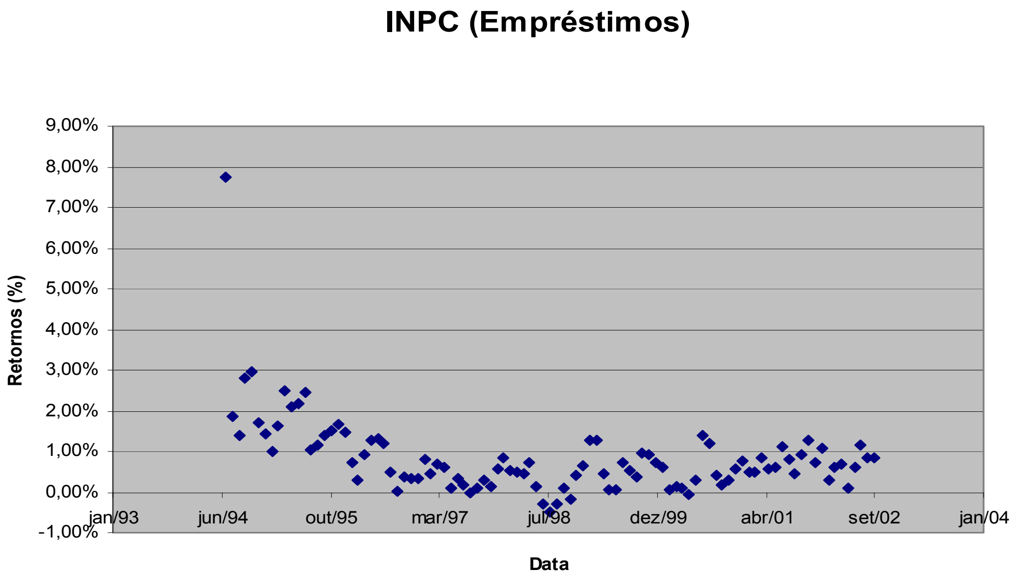
Os retornos do IBOVESPA não chegaram a apresentar um padrão distinto entre o período de previsão e o período de comparação.

Gráfico 4 – Retornos mensais do INCC (Imóveis) de julho de 1994 a setembro de 2002.



Pode-se observar que os retornos do INCC também apresentaram maior dispersão no período da janela de previsão, o que ajuda a explicar porque o VaR superestimou as perdas. Também existe a possibilidade de que o INCC não esteja representando adequadamente o segmento de imóveis.

Gráfico 5 – Retornos mensais do INPC (Empréstimos) de julho de 1994 a setembro de 2002.



Nota-se que a dispersão dos retornos do INPC também foi maior durante o período de previsão, contribuindo, assim, para o fato de o VaR previsto com a metodologia da simulação histórica ter superestimado as perdas.

5.1.3 Simulação de Monte Carlo

<u>Supondo-se a distribuição normal para todos os fatores de risco:</u>

Para a simulação de Monte Carlo, fez-se, primeiramente, a suposição de que as séries históricas de todos os fatores de risco seguiriam a distribuição normal. Os parâmetros média e desvio-padrão foram estimados a partir das séries históricas. A parte do relatório do Crystal Ball em que se pode ter a descrição das variáveis do tipo "*Assumption*" supondo a normalidade para os fatores de risco (igual para as três entidades) está no anexo E.

O VaR mensal obtido através da leitura dos quantis gerados com a simulação de Monte Carlo, com 1.000 e com 10.000 rodadas, para a Beneficência, está na tabela 12. O VaR colocado na tabela é o VaR em relação à média, para possibilitar a comparação deste aos números obtidos com a aplicação das outras metodologias (diminuiu-se a média da distribuição do quantil de interesse).

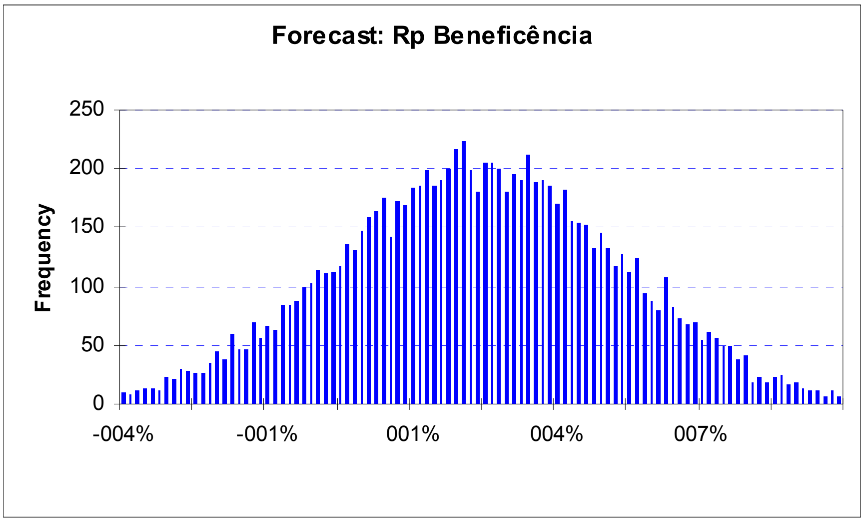
Tabela 12 – VaR mensal da Beneficência previsto com a simulação de Monte Carlo supondo-se distribuição normal para todos os fatores de risco com 1.000 e com 10.000 rodadas para os vários níveis de confiança (quantis)

BENEFICÊNCIA (Supondo r_i~N)	**1.000 Rodadas** $\hat{\sigma}_{Rp} = 2,62\%$			**10.000 Rodadas** $\hat{\sigma}_{Rp} = 2,59\%$		
Nível de confiança	90%	95%	99%	90%	95%	99%
VaR (%)	-3,21%	-4,12%	-6,37%	-3,34%	-4,35%	-6,12%
Em Reais (R$)	22.636.903,73	29.054.219,12	44.921.207,71	23.553.663,07	30.676.177,95	43.158.208,98

Obs: A média do retorno da carteira estimada com 1.000 rodadas foi de 2,42% e com 10.000 rodadas, de 2,55%.

A distribuição dos retornos mensais da carteira da Beneficência gerada pelo Crystal Ball com 10.000 rodadas, a partir da suposição de normalidade para todos os fatores de risco, está no gráfico 6. O relatório completo está no anexo F.

Gráfico 6 – Distribuição de retornos mensais da carteira da Beneficência gerada pela simulação de Monte Carlo, supondo-se normalidade para todos os fatores de risco (10.000 rodadas).



A média de Rp gerada pela simulação é equivalente à média do retorno da carteira no período de julho de 1994 a junho de 1998, aplicando-se os pesos de julho de 1998 à série dos fatores de risco. A tabela 13 compara as perdas efetivas com o VaR previsto pela simulação de Monte Carlo, supondo-se normalidade para todos os fatores de risco, com 10.000 rodadas.

Tabela 13 – VaR previsto (10.000 rodadas, supondo-se distribuição normal para todos os fatores de risco) versus perdas realizadas - Beneficência

Nível de confiança (Beneficência)	**90%**	**95%**	**99%**
Número de vezes em que o VaR poderia ter sido superado*	5	3	1
Número de vezes em que as perdas superaram o VaR	2	1	1

*O número de vezes em que o VaR poderia ter sido superado foi calculado como $N = p \times T$, sendo que N é o número de exceções, p é $(1- c)$ e T é o número de períodos, neste caso 51 meses (julho de 1998 a setembro de 2002). Os números obtidos foram arredondados para o inteiro mais próximo.

O VaR superestimou as perdas verificadas na realidade (menos para o nível de confiança de 99%). Entretanto, é necessário fazer a comparação sob a suposição de que a composição da carteira não variou, conforme a tabela 14.

Tabela 14 – VaR previsto (10.000 rodadas, supondo-se distribuição normal para todos os fatores de risco) versus perdas hipotéticas aos pesos de julho de 1998 – Beneficência.

Nível de confiança (Beneficência)	**90%**	**95%**	**99%**
Número de vezes em que o VaR poderia ter sido superado	5	3	1
Número de vezes em que as perdas hipotéticas superaram o VaR	1	1	1

Neste caso verifica-se que o VaR previsto superestimou ainda mais as perdas. A principal razão para isto foi a diminuição da volatilidade dos retornos dos fatores de risco no período de comparação, o que ocasionou perdas menores para a carteira do que as previstas pela simulação, cujos parâmetros são sensíveis à janela histórica utilizada na estimação.

Supondo-se a distribuição histórica para todos os fatores de risco:

A parte do relatório do Crystal Ball em que se pode ter a descrição das variáveis do tipo "*Assumption*" supondo a distribuição histórica dos fatores de risco (igual para as três entidades) está no anexo G.

A tabela 15 mostra o VaR mensal (em relação à média) da Beneficência gerado pela simulação de Monte Carlo, com a suposição de que a distribuição dos fatores de risco seguirá, no futuro, a mesma distribuição observada no passado.

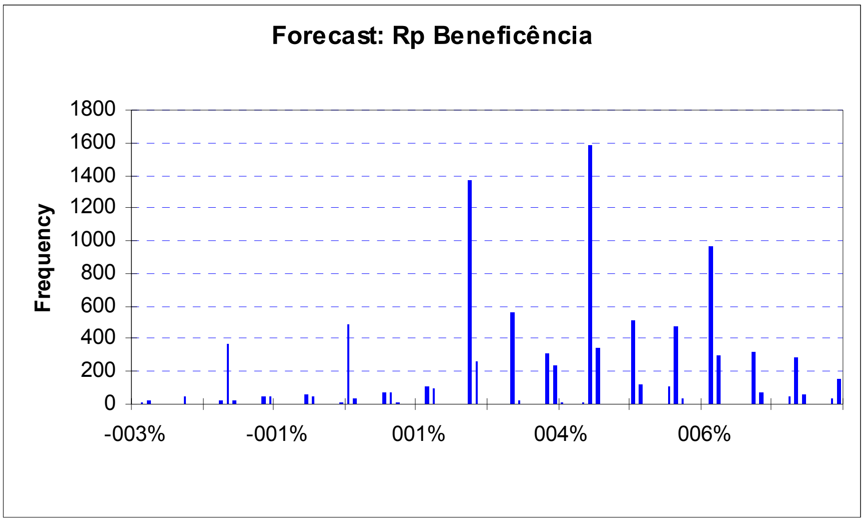
Tabela 15 – VaR mensal da Beneficência previsto com a simulação de Monte Carlo, supondo-se a distribuição histórica dos fatores de risco com 1.000 e com 10.000 rodadas para os vários níveis de confiança (quantis)

BENEFICÊNCIA	**1.000 Rodadas** $\hat{\sigma}_{Rp} = 2{,}55\%$			**10.000 Rodadas** $\hat{\sigma}_{Rp} = 2{,}47\%$		
Nível de confiança	90%	95%	99%	90%	95%	99%
VaR (%)	-3,20%	-5,06%	-6,97%	-3,24%	-5,15%	-7,06%
Em Reais (R$)	22.566.383,78	35.683.094,35	49.152.404,67	22.848.463,58	36.317.773,90	49.787.084,22

Obs: A média do retorno da carteira estimada com 1.000 rodadas foi de 3,52% e com 10.000 rodadas, de 3,61%.

O gráfico 7 mostra a distribuição dos retornos mensais da carteira da Beneficência gerada pelo Crystal Ball com 10.000 rodadas, com a suposição de que a distribuição histórica dos fatores de risco se repetirá no futuro. O relatório completo está no anexo H.

Gráfico 7 – Distribuição de retornos mensais da carteira da Beneficência gerada pela simulação de Monte Carlo, supondo-se a distribuição histórica para os fatores de risco (10.000 rodadas).



A média de Rp com a suposição da distribuição histórica é equivalente ao somatório das probabilidades de ocorrência dos retornos dos fatores de risco (estimadas com base na freqüência passada) multiplicadas pelos respectivos retornos e ponderadas pelos pesos relativos investidos nos fatores de risco em julho de 1998.

A tabela 16 compara o VaR com as perdas verificadas no período de comparação.

Tabela 16 – VaR previsto (10.000 rodadas, supondo-se a distribuição histórica dos fatores de risco) versus perdas realizadas – Beneficência

Nível de confiança (Beneficência)	**90%**	**95%**	**99%**
Número de vezes em que o VaR poderia ter sido superado*	5	3	1
Número de vezes em que as perdas superaram o VaR	2	1	0

*O número de vezes em que o VaR poderia ter sido superado foi calculado como $N = p \times T$, sendo que N é o número de exceções, p é $(1- c)$ e T é o número de períodos, neste caso 51 meses (julho de 1998 a setembro de 2002). Os números obtidos foram arredondados para o inteiro mais próximo.

O VaR superestimou as perdas.

A tabela 17 compara o VaR com as perdas sob a suposição de que a carteira manteve constantes os pesos de julho de 1998.

Tabela 17 – VaR previsto (10.000 rodadas, supondo-se a distribuição histórica dos fatores de risco) versus perdas hipotéticas aos pesos de julho de 1998 – Beneficência

Nível de confiança (Beneficência)	**90%**	**95%**	**99%**
Número de vezes em que o VaR poderia ter sido superado	5	3	1
Número de vezes em que as perdas hipotéticas superaram o VaR	1	1	1

Neste caso, o VaR também superestimou as perdas. A explicação para isto é a diminuição da volatilidade dos fatores de risco no período de comparação.

5.2 Previdência

5.2.1 O VaR paramétrico

O VaR paramétrico mensal estimado para a Previdência, para os diferentes níveis de confiança, encontra-se na tabela 18.

Tabela 18 – VaR paramétrico mensal da Previdência para os diferentes níveis de confiança.

PREVIDÊNCIA	Níveis de Confiança		
VaR Previsto ($VaR = \alpha\sigma_p W$ **)** **(** $\hat{\sigma}_p = 3{,}49\%$ **)**	**90% (α = 1,28)**	**95% (α = 1,65)**	**99% (α = 2,33)**
Em unidades monetárias* (R$)	6.603.301,78	8.512.068,70	12.020.072,77
Em rentabilidade %	-4,46%	-5,75%	-8,12%

*O Valor da Carteira no qual se baseia o VaR em unidades monetárias é o valor em julho de 1998, ou seja, R$ 147.950.463,87. Entretanto, a comparação do VaR previsto com as perdas efetivas no período seguinte foi feita em termos da rentabilidade da carteira, por causa da evolução do valor.

O VaR paramétrico da Previdência pode ser decomposto conforme mostra a tabela 19.

Tabela 19 – Decomposição do VaR paramétrico mensal da Previdência ao nível de confiança de 95%

PREVIDÊNCIA	VaR Componente = CVaR = **VaR** x $\boldsymbol{\beta_i}$ x $\boldsymbol{w_i}$			
Fator de Risco	$\beta = \dfrac{\Sigma w}{w'\Sigma w}$	$\boldsymbol{w_i}$	**CVaR**	**Contribuição % para o VaR**
Renda Fixa (CDI)	0,105	0,52	471.128,81	5,53%
Renda Variável (Ibovespa)	3,016	0,31	7.874.088,46	92,50%
Imóveis (INCC)	0,108	0,09	84.374,01	0,99%
Empréstimos (INPC)	0,128	0,08	82.477,42	0,97%
Total			**8.512.068,70**	**100,00%**

VaR = R$ 8.512.068,70 (julho de 1998).

A tabela 20 mostra os VaRs individuais dos fatores de risco para a carteira da Previdência e a tabela 21 compara os VaRs individuais aos VaRs componentes.

Tabela 20 – VaRs individuais dos fatores de risco da carteira da Previdência ao nível de confiança de 95% (em julho de 1998).

PREVIDÊNCIA	**VaR Individual =** $VaR_i = \alpha\sigma_i w_i W$			
Fator de Risco	**α**	**σ_i***	**w_iW**	**VaR Individual**
Renda Fixa (CDI)	1,65	1,12%	77.799.654,52	1.436.882,62
Renda Variável (Ibovespa)	1,65	10,81%	43.373.981,64	8.090.368,28
Imóveis (INCC)	1,65	1,94%	13.603.138,78	435.993,26
Empréstimos (INPC)	1,65	1,24%	11.173.688,93	228.854,39
VaR Não-diversificado				**10.192.098,56**

*Desvio-padrão dos fatores de risco no período de julho de 1994 a junho de 1998.

Tabela 21 – Comparação entre os VaRs individuais e os VaRs componentes – Previdência.

PREVIDÊNCIA	**VaR Individual**	**VaR Componente**
Fator de Risco	$VaR_i = \alpha\sigma_i w_i W$	CVaR = **VaR** x $\boldsymbol{\beta_i}$ x $\boldsymbol{w_i}$
Renda Fixa (CDI)	1.436.882,62	471.128,81
Renda Variável (Ibovespa)	8.090.368,28	7.874.088,46
Imóveis (INCC)	435.993,26	84.374,01
Empréstimos (INPC)	228.854,39	82.477,42
VaR Não-diversificado	**10.192.098,56**	
VaR Diversificado		**8.512.068,70**

O VaR não-diversificado da Previdência é 20% maior do que o VaR diversificado. O cálculo detalhado do VaR paramétrico da Previdência está no anexo B.

A tabela 22 mostra o número de vezes em que as perdas efetivamente ocorridas na carteira da Previdência superaram o VaR paramétrico para cada nível de confiança, em contraposição ao número de vezes em que poderiam tê-lo superado.

Tabela 22 – VaR paramétrico previsto versus perdas realizadas – Previdência.

Nível de confiança (Previdência)	**90%**	**95%**	**99%**
Número de vezes em que o VaR poderia ter sido superado*	5	3	1
Número de vezes em que as perdas superaram o VaR	2	1	1

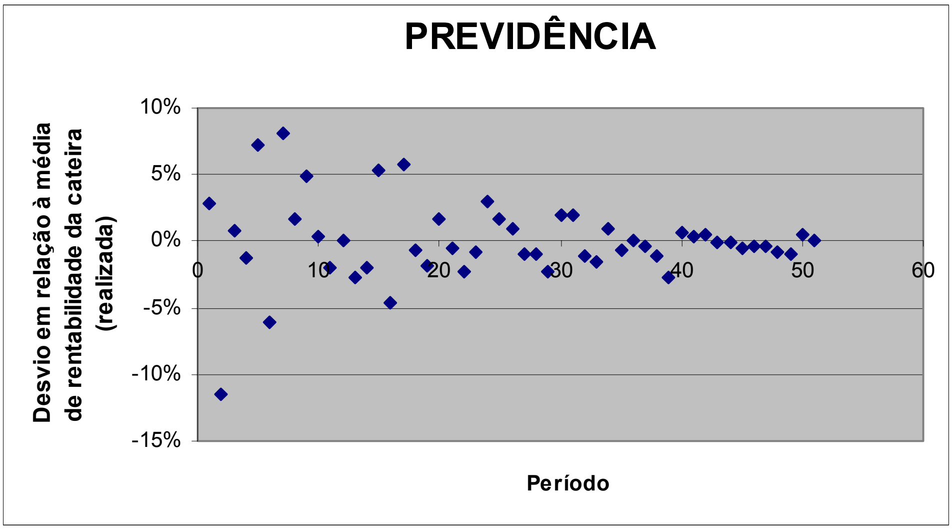
*O número de vezes em que o VaR poderia ter sido superado foi calculado como $N = p \times T$, sendo que N é o número de exceções, p é $(1- c)$ e T é o número de períodos, neste caso 51 meses (julho de 1998 a setembro de 2002). Os números obtidos foram arredondados para o inteiro mais próximo.

O VaR paramétrico previsto para a Previdência superestimou as perdas, exceto para o nível de confiança de 99%. Novamente, uma das razões que levaram a isto foi o rebalanceamento da carteira. O segmento de renda fixa tinha um peso de 53% no início do período de comparação, sendo que os investimentos foram aumentando lentamente, até atingirem a proporção de 89% da carteira em setembro de 2002. As aplicações em renda variável, por sua vez, começaram com um peso de 31%, que foi diminuindo até chegar a 3% no final do período. Os imóveis iniciaram o período representando 9% dos investimentos e terminaram em 4%. Finalmente, o segmento de empréstimos começou com 7% e diminuiu para 4% no final do período.

Tendo em vista que o VaR componente do segmento de renda variável foi de 92,5% do total do VaR diversificado, a redução dos investimentos em renda variável explica, em grande medida, porque as perdas efetivas superaram o VaR previsto com freqüência menor do que a esperada. O rebalanceamento da carteira, somado à diminuição da volatilidade dos fatores de risco durante o período de comparação, resultou em uma volatilidade da carteira, medida *ex post*, de 3,09%, comparada à volatilidade de 3,49% utilizada na previsão do VaR. Portanto, como o desvio-padrão da carteira ocorrido na realidade foi menor do que o previsto, é natural que o VaR tenha superestimado as perdas.

A média aritmética dos retornos da carteira verificados no período de comparação (julho de 1998 a setembro de 2002) foi de 1,11% ao mês, um pouco maior do que a média verificada no período total para o qual se coletaram dados para os retornos das carteiras (janeiro de 1996 a setembro de 2002), que foi de 0,95% ao mês. As estatísticas descritivas e o histograma dos retornos da carteira real da Previdência no período de comparação estão no anexo D. O gráfico 8 mostra os desvios em relação à média dos retornos para o período de comparação. O eixo dos x são os períodos mensais.

Gráfico 8 – Desvios em relação à média dos retornos mensais da Previdência (julho de 1998 a setembro de 2002).



O maior desvio negativo em relação à média foi em agosto de 1998, por causa das crises russa e asiática.

Supondo-se que os pesos da carteira tivessem permanecido constantes, iguais a seus valores de julho de 1998, a comparação entre as perdas previstas e as hipoteticamente realizadas seria a que está na tabela 23.

Tabela 23 – VaR paramétrico previsto versus perdas hipotéticas aos pesos de julho de 1998 – Previdência.

Nível de confiança (Previdência)	**90%**	**95%**	**99%**
Número de vezes em que o VaR poderia ter sido superado	5	3	1
Número de vezes em que as perdas hipotéticas superaram o VaR	3	1	1

No caso da Previdência, o VaR superestimou as perdas, mesmo sob a suposição de “carteira congelada”. Isto ocorreu porque a volatilidade dos fatores de risco diminuiu no período de verificação.

5.2.2 Simulação histórica

O VaR mensal da Previdência estimado com a técnica da simulação histórica está na tabela 24.

Tabela 24 – VaR mensal obtido através da simulação histórica – Previdência

PREVIDÊNCIA	**Níveis de Confiança**	
VaR Previsto	**90%**	**95%**
Em unidades monetárias (R$)*	6.511.026,83	9.781.298,58
Em rentabilidade %	-4,401%	-6,611%

* A valores de julho de 1998.

A comparação das perdas previstas com as realizadas está na tabela 25.

Tabela 25 – Comparação do VaR mensal previsto com a simulação histórica às perdas realizadas – Previdência

Nível de confiança (Previdência)	**90%**	**95%**
Número de vezes em que o VaR poderia ter sido superado*	5	3
Número de vezes em que as perdas superaram o VaR	2	1

*O número de vezes em que o VaR poderia ter sido superado foi calculado como $N = p \times T$, sendo que N é o número de exceções, p é $(1-c)$ e T é o número de períodos, neste caso 51 meses (julho de 1998 a setembro de 2002). Os números obtidos foram arredondados para o inteiro mais próximo.

O VaR previsto pela simulação histórica superestimou as perdas efetivas para ambos os níveis de confiança no caso da Previdência. A tabela 26 compara o VaR às perdas hipotéticas, caso a carteira tivesse sido mantida constante, a pesos de julho de 1998.

Tabela 26 – Comparação do VaR mensal previsto com a simulação histórica às perdas hipotéticas aos pesos de julho de 1998 – Previdência

Nível de confiança (Previdência)	**90%**	**95%**
Número de vezes em que o VaR poderia ter sido superado	5	3
Número de vezes em que as perdas hipotéticas superaram o VaR	3	1

Observa-se que neste caso VaR teria novamente superestimado as perdas. A análise das razões que levaram a isto, feita para a Beneficência, também se aplica para a Previdência, pois os fatores de risco que compõem as carteiras são os mesmos.

5.2.3 Simulação de Monte Carlo

Supondo-se a distribuição normal para todos os fatores de risco:

O VaR mensal previsto para a Previdência com a simulação de Monte Carlo, supondo-se a distribuição normal para todos os fatores de risco, está na tabela 27.

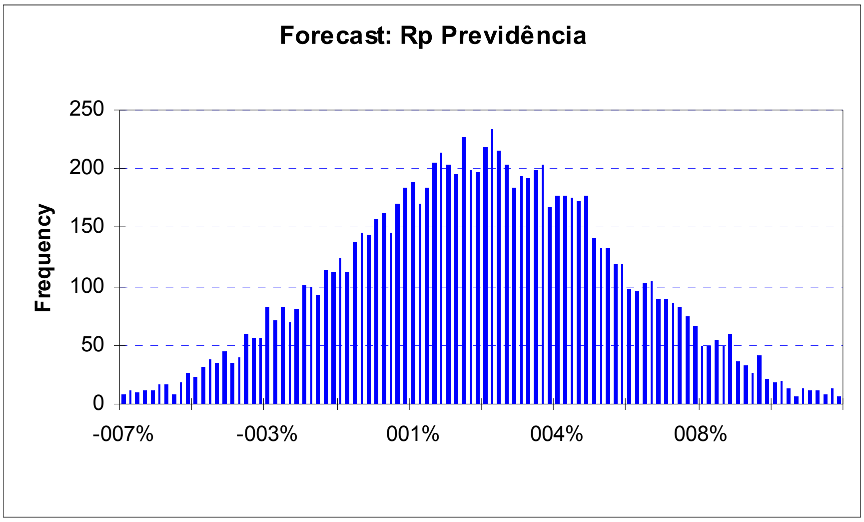
Tabela 27 – VaR mensal da Previdência previsto com a simulação de Monte Carlo, supondo-se distribuição normal para todos os fatores de risco com 1.000 e com 10.000 rodadas para os vários níveis de confiança (quantis)

PREVIDÊNCIA (Supondo r_i~N)	**1.000 Rodadas** $\hat{\sigma}_{Rp} = 3{,}56\%$			**10.000 Rodadas** $\hat{\sigma}_{Rp} = 3{,}52\%$		
Nível de confiança	90%	95%	99%	90%	95%	99%
VaR (%)	-4,39%	-5,92%	-8,23%	-4,55%	-5,83%	-8,22%
Em Reais (R$)	6.495.025,36	8.758.667,46	12.176.323,18	6.731.746,11	8.625.512,04	12.161.528,13

Obs: A média do retorno da carteira estimada com 1.000 rodadas foi de 2,29% e com 10.000 rodadas, de 2,44%.

A distribuição dos retornos mensais da carteira da Previdência originada pela simulação de Monte Carlo, supondo-se a distribuição normal para os fatores de risco encontra-se no gráfico 9. O relatório completo está no anexo F.

Gráfico 9 – Distribuição de retornos mensais da carteira da Previdência gerada pela simulação de Monte Carlo, supondo-se normalidade para todos os fatores de risco (10.000 rodadas).



A tabela 28 compara as perdas previstas às perdas ocorridas na realidade.

Tabela 28 – VaR previsto (10.000 rodadas, supondo-se distribuição normal para todos os fatores de risco) versus perdas realizadas - Previdência

Nível de confiança (Previdência)	**90%**	**95%**	**99%**
Número de vezes em que o VaR poderia ter sido superado*	5	3	1
Número de vezes em que as perdas superaram o VaR	2	1	1

*O número de vezes em que o VaR poderia ter sido superado foi calculado como $N = p \times T$, sendo que N é o número de exceções, p é $(1- c)$ e T é o número de períodos, neste caso 51 meses (julho de 1998 a setembro de 2002). Os números obtidos foram arredondados para o inteiro mais próximo.

O VaR superestimou as perdas, a não ser para o nível de confiança de 99%. Sob a suposição de carteira constante, a comparação está na tabela 29.

Tabela 29 – VaR previsto (10.000 rodadas, supondo-se distribuição normal para todos os fatores de risco) versus perdas hipotéticas aos pesos de julho de 1998 – Previdência.

Nível de confiança (Previdência)	**90%**	**95%**	**99%**
Número de vezes em que o VaR poderia ter sido superado	5	3	1
Número de vezes em que as perdas hipotéticas superaram o VaR	2	1	1

O VaR previsto superestimou as perdas.

Supondo-se a distribuição histórica para todos os fatores de risco:

A tabela 30 mostra o VaR mensal previsto pela simulação de Monte Carlo para a Previdência, sob a suposição de que os fatores de risco seguirão, no futuro, a mesma distribuição apresentada no passado.

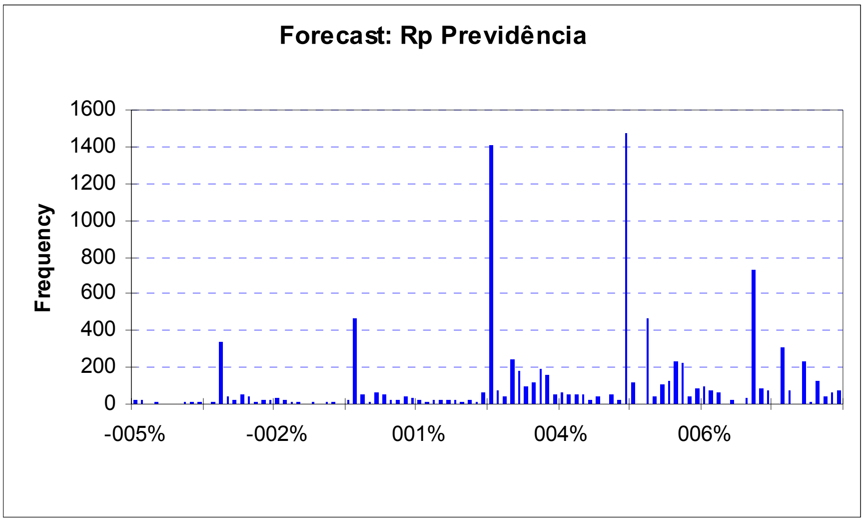
Tabela 30 – VaR mensal da Previdência previsto com a simulação de Monte Carlo, supondo-se a distribuição histórica dos fatores de risco com 1.000 e com 10.000 rodadas para os vários níveis de confiança (quantis)

PREVIDÊNCIA	**1.000 Rodadas** $\hat{\sigma}_{Rp} = 3{,}39\%$			**10.000 Rodadas** $\hat{\sigma}_{Rp} = 3{,}35\%$		
Nível de confiança	90%	95%	99%	90%	95%	99%
VaR (%)	-4,20%	-6,85%	-9,50%	-4,22%	-6,87%	-9,52%
Em Reais (R$)	6.213.919,48	10.134.606,78	14.055.294,07	6.243.509,58	10.164.196,87	14.084.884,16

Obs: A média do retorno da carteira estimada com 1.000 rodadas foi de 3,68% e com 10.000 rodadas, de 3,70%.

A distribuição de retornos mensais da carteira da Previdência obtida com a simulação, supondo-se a distribuição histórica, está no gráfico 10. O relatório completo está no anexo H.

Gráfico 10 – Distribuição de retornos mensais da carteira da Previdência gerada pela simulação de Monte Carlo, supondo-se a distribuição histórica para os fatores de risco (10.000 rodadas).



A tabela 31 compara o VaR previsto com as perdas realizadas.

Tabela 31 – VaR previsto (10.000 rodadas, supondo-se a distribuição histórica dos fatores de risco) versus perdas realizadas – Previdência

Nível de confiança (Previdência)	**90%**	**95%**	**99%**
Número de vezes em que o VaR poderia ter sido superado*	5	3	1
Número de vezes em que as perdas superaram o VaR	2	1	1

*O número de vezes em que o VaR poderia ter sido superado foi calculado como $N = p \times T$, sendo que N é o número de exceções, p é $(1- c)$ e T é o número de períodos, neste caso 51 meses (julho de 1998 a setembro de 2002). Os números obtidos foram arredondados para o inteiro mais próximo.

O VaR superestimou as perdas.

Caso a carteira tivesse mantido as proporções investidas nos fatores de risco em julho de 1998, a comparação seria a da tabela 32.

Tabela 32 – VaR previsto (10.000 rodadas, supondo-se a distribuição histórica dos fatores de risco) versus perdas hipotéticas aos pesos de julho de 1998 – Previdência

Nível de confiança (Previdência)	**90%**	**95%**	**99%**
Número de vezes em que o VaR poderia ter sido superado	5	3	1
Número de vezes em que as perdas hipotéticas superaram o VaR	4	1	1

Mais uma vez o VaR superestimou as perdas.

5.3 Fundação

5.3.1 O VaR paramétrico

O VaR paramétrico mensal estimado para a Fundação, para os diferentes níveis de confiança, encontra-se na tabela 33.

Tabela 33 – VaR paramétrico mensal da Fundação para os diferentes níveis de confiança.

FUNDAÇÃO	Níveis de Confiança		
VaR Previsto ($VaR = \alpha\sigma_p W$**)** **(**$\hat{\sigma}_p = 2{,}41\%$**)**	**90% (α = 1,28)**	**95% (α = 1,65)**	**99% (α = 2,33)**
Em unidades monetárias* (R$)	1.647.271,42	2.123.435,82	2.998.548,76
Em rentabilidade %	-3,09%	-3,98%	-5,62%

*O Valor da Carteira no qual se baseia o VaR em unidades monetárias é o valor em julho de 1998, ou seja, R$ 53.372.542,48. Entretanto, a comparação do VaR previsto com as perdas efetivas no período seguinte foi feita em termos da rentabilidade da carteira, por causa da evolução do valor.

O VaR paramétrico da Fundação pode ser decomposto conforme mostra a tabela 34.

Tabela 34 – Decomposição do VaR paramétrico mensal da Fundação ao nível de confiança de 95%

FUNDAÇÃO	VaR Componente = CVaR = **VaR** x $\boldsymbol{\beta_i}$ x $\boldsymbol{w_i}$			
Fator de Risco	$\beta = \frac{\Sigma w}{w'\Sigma w}$	$\boldsymbol{w_i}$	**CVaR**	**Contribuição % para o VaR**
Renda Fixa (CDI)	0,217	0,77	356.627,24	16,79%
Renda Variável (Ibovespa)	4,163	0,20	1.753.385,26	82,57%
Imóveis (INCC)	0,216	0,01	5.559,25	0,26%
Empréstimos (INPC)	0,237	0,02	7.864,06	0,37%
Total			**2.123.435,82**	**100,00%**

VaR = R$ 2.123.435,82 (julho de 1998).

A tabela 35 mostra os VaRs individuais dos fatores de risco para a carteira da Fundação e a tabela 36 compara os VaRs individuais aos VaRs componentes.

Tabela 35 – VaRs individuais dos fatores de risco da carteira da Fundação ao nível de confiança de 95% (em julho de 1998).

FUNDAÇÃO	**VaR Individual =** $VaR_i = \alpha\sigma_i w_i W$			
Fator de Risco	**A**	σ_i*	$w_i W$	**VaR Individual**
Renda Fixa (CDI)	1,65	1,12%	41.304.154,48	762.846,86
Renda Variável (Ibovespa)	1,65	10,81%	10.587.269,36	1.887.753,84
Imóveis (INCC)	1,65	1,94%	647.693,02	20.759,16
Empréstimos (INPC)	1,65	1,24%	833.425,62	17.069,84
VaR Não-diversificado				**2.688.429,71**

*Desvio-padrão dos fatores de risco no período de julho de 1994 a junho de 1998.

Tabela 36 – Comparação entre os VaRs individuais e os VaRs componentes – Fundação.

FUNDAÇÃO	**VaR Individual**	**VaR Componente**
Fator de Risco	$VaR_i = \alpha\sigma_i w_i W$	CVaR = **VaR** x $\boldsymbol{\beta_i}$ x $\boldsymbol{w_i}$
Renda Fixa (CDI)	762.846,86	356.627,24
Renda Variável (Ibovespa)	1.887.753,84	1.753.385,26
Imóveis (INCC)	20.759,16	5.559,25
Empréstimos (INPC)	17.069,84	7.864,06
VaR Não-diversificado	**2.688.429,71**	
VaR Diversificado		**2.123.435,82**

O VaR não-diversificado da Fundação é 27% maior do que o VaR diversificado. O cálculo detalhado do VaR paramétrico da Fundação está no anexo C.

A tabela 37 mostra o número de vezes em que as perdas efetivamente ocorridas na carteira da Fundação superaram o VaR paramétrico para cada nível de confiança, em contraposição ao número de vezes em que poderiam tê-lo superado.

Tabela 37 – VaR paramétrico previsto versus perdas realizadas – Fundação.

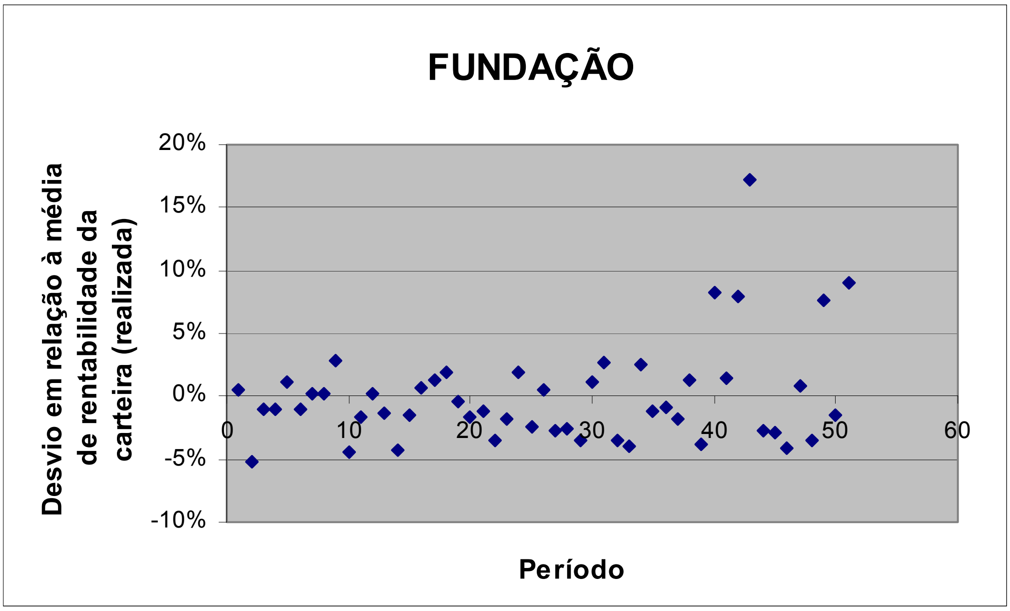
Nível de confiança (Fundação)	**90%**	**95%**	**99%**
Número de vezes em que o VaR poderia ter sido superado*	5	3	1
Número de vezes em que as perdas superaram o VaR	1	0	0

*O número de vezes em que o VaR poderia ter sido superado foi calculado como $N = p \times T$, sendo que N é o número de exceções, p é $(1- c)$ e T é o número de períodos, neste caso 51 meses (julho de 1998 a setembro de 2002). Os números obtidos foram arredondados para o inteiro mais próximo.

O VaR previsto para a Fundação superestimou as perdas para todos os níveis de confiança. No caso desta entidade, um dos fatores que contribuiu para isto foi o fato de que os desvios positivos em relação à média foram maiores em valor absoluto do que os desvios negativos, conforme se observa no gráfico 11. A composição da carteira também apresentou variações significativas, mas estas não seguiram um padrão constante, como diminuição gradativa das aplicações em um segmento e aumento em outro (que foi o caso das outras entidades). Um aspecto pertinente, entretanto, é que a Fundação teve os maiores percentuais da carteira investidos em renda variável justamente entre 1999 e 2000, quando o índice Ibovespa apresentou retornos bem altos. As estatísticas descritivas e o histograma dos retornos da carteira real da Fundação no período de comparação estão no anexo D.

Os altos desvios positivos em relação à média dos meses de dezembro de 2001 e janeiro de 2002 são explicados, como foi o caso da Beneficência, pela reversão das provisões para o imposto de renda, advindas da decisão da Receita Federal de instituir o Regime Especial de Tributação. O desvio em relação à média mais adverso foi em agosto de 1998, por causa das crises russa e asiática.

Gráfico 11 – Desvios em relação à média dos retornos mensais da Fundação (julho de 1998 a setembro de 2002).



A volatilidade da carteira, medida *ex post*, foi 4,07%, em contraposição à volatilidade de 2,41% utilizada na previsão do VaR. A predominância dos desvios positivos em relação aos negativos (apesar de o desvio-padrão verificado ter sido maior do que o utilizado na previsão do VaR) mostra o motivo pelo qual o VaR superestimou as perdas, pois o desvio-padrão considera igualmente os desvios positivos e negativos.

A média aritmética dos retornos da carteira verificados no período de comparação (julho de 1998 a setembro de 2002) foi de 1,60% ao mês, um pouco maior do que a média verificada no período total para o qual se coletaram dados para os retornos das carteiras (janeiro de 1996 a setembro de 2002), que foi de 1,45% ao mês.

Supondo-se que os pesos da carteira tivessem permanecido constantes, iguais a seus valores de julho de 1998, a comparação entre as perdas previstas e as hipoteticamente realizadas seria a que está na tabela 38.

Tabela 38 – VaR paramétrico previsto versus perdas hipotéticas aos pesos de julho de 1998 – Fundação.

Nível de confiança (Fundação)	**90%**	**95%**	**99%**
Número de vezes em que o VaR poderia ter sido superado	5	3	1
Número de vezes em que as perdas hipotéticas superaram o VaR	1	1	1

No caso da Fundação, o VaR superestimou as perdas, mesmo sob a suposição de "carteira congelada". Isto ocorreu porque a volatilidade dos fatores de risco diminuiu no período de verificação.

5.3.2 Simulação histórica

O VaR mensal da Fundação estimado com a técnica da simulação histórica está na tabela 39.

Tabela 39 – VaR mensal obtido através da simulação histórica – Fundação

FUNDAÇÃO	**Níveis de Confiança**	
VaR Previsto	**90%**	**95%**
Em unidades monetárias (R$)*	1.418.073,60	2.508.999,76
Em rentabilidade %	-2,657%	-4,701%

* A valores de julho de 1998.

A comparação das perdas previstas com as realizadas está na tabela 40:

Tabela 40 – Comparação do VaR mensal previsto com a simulação histórica às perdas realizadas – Fundação

Nível de confiança (Fundação)	**90%**	**95%**
Número de vezes em que o VaR poderia ter sido superado*	5	3
Número de vezes em que as perdas superaram o VaR	3	0

*O número de vezes em que o VaR poderia ter sido superado foi calculado como $N = p \times T$, sendo que N é o número de exceções, p é $(1- c)$ e T é o número de períodos, neste caso 51 meses (julho de 1998 a setembro de 2002). Os números obtidos foram arredondados para o inteiro mais próximo.

O VaR previsto pela simulação histórica superestimou as perdas efetivas para ambos os níveis de confiança no caso da Fundação. A tabela 41 compara o VaR previsto com as perdas hipotéticas caso a carteira tivesse sido mantida constante, a pesos de julho de 1998.

Tabela 41 – Comparação do VaR mensal previsto com a simulação histórica às perdas hipotéticas aos pesos de julho de 1998 – Fundação

Nível de confiança (Fundação)	**90%**	**95%**
Número de vezes em que o VaR poderia ter sido superado	5	3
Número de vezes em que as perdas hipotéticas superaram o VaR	1	1

Observa-se que o VaR teria superestimado as perdas também sob a hipótese da carteira congelada. As considerações feitas para a Beneficência a respeito dos fatores de risco também são válidas para a Fundação.

5.3.3 Simulação de Monte Carlo

Supondo-se a distribuição normal para todos os fatores de risco:

O VaR da Fundação obtido com a simulação de Monte Carlo, supondo-se distribuição normal para todos os fatores de risco, é reportado na tabela 42.

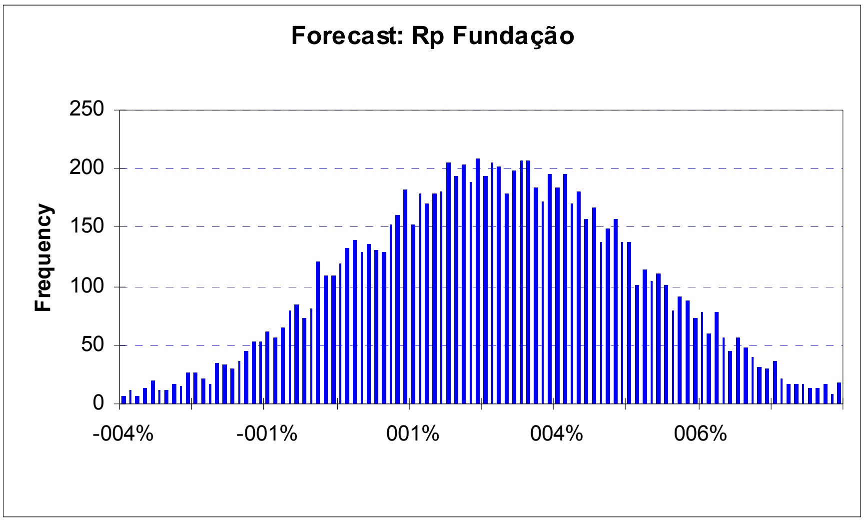
Tabela 42 – VaR mensal da Fundação previsto com a simulação de Monte Carlo, supondo-se distribuição normal para todos os fatores de risco com 1.000 e com 10.000 rodadas para os vários níveis de confiança (quantis)

FUNDAÇÃO (Supondo r_i~N)	**1.000 Rodadas** $\hat{\sigma}_{Rp} = 2{,}42\%$			**10.000 Rodadas** $\hat{\sigma}_{Rp} = 2{,}41\%$		
Nível de confiança	90%	95%	99%	90%	95%	99%
VaR (%)	-3,04%	-3,84%	-5,75%	-3,07%	-3,92%	-5,63%
Em Reais (R$)	1.622.525,29	2.049.505,63	3.068.921,19	1.638.537,05	2.092.203,67	3.004.874,14

Obs: A média do retorno da carteira estimada com 1.000 rodadas foi de 2,69% e com 10.000 rodadas, de 2,63%.

A distribuição dos retornos mensais da carteira da Fundação gerada pela simulação de Monte Carlo, supondo-se normalidade para os fatores de risco, é apresentada no gráfico 12. O relatório completo está no anexo F.

Gráfico 12 – Distribuição de retornos mensais da carteira da Fundação gerada pela simulação de Monte Carlo, supondo-se normalidade para todos os fatores de risco (10.000 rodadas).



A tabela 43 compara o VaR da Fundação previsto pela simulação de Monte Carlo, supondo-se normalidade para os fatores de risco, às perdas verificadas na realidade e a tabela 44 compara o VaR às perdas sob a suposição de que a composição da carteira não variou no período.

Tabela 43 – VaR previsto (10.000 rodadas, supondo-se distribuição normal para todos os fatores de risco) versus perdas realizadas - Fundação

Nível de confiança (Fundação)	**90%**	**95%**	**99%**
Número de vezes em que o VaR poderia ter sido superado*	5	3	1
Número de vezes em que as perdas superaram o VaR	1	0	0

*O número de vezes em que o VaR poderia ter sido superado foi calculado como $N = p \times T$, sendo que N é o número de exceções, p é $(1 - c)$ e T é o número de períodos, neste caso 51 meses (julho de 1998 a setembro de 2002). Os números obtidos foram arredondados para o inteiro mais próximo.

Tabela 44 – VaR previsto (10.000 rodadas, supondo-se distribuição normal para todos os fatores de risco) versus perdas hipotéticas aos pesos de julho de 1998 – Fundação.

Nível de confiança (Fundação)	**90%**	**95%**	**99%**
Número de vezes em que o VaR poderia ter sido superado	5	3	1
Número de vezes em que as perdas hipotéticas superaram o VaR	1	1	1

Observa-se que o VaR superestimou as perdas nos dois casos.

Supondo-se a distribuição histórica para todos os fatores de risco:

Sob a suposição de que a distribuição histórica dos fatores de risco irá se repetir no futuro, o VaR mensal calculado pela simulação de Monte Carlo para a carteira da Fundação é o que está na tabela 45.

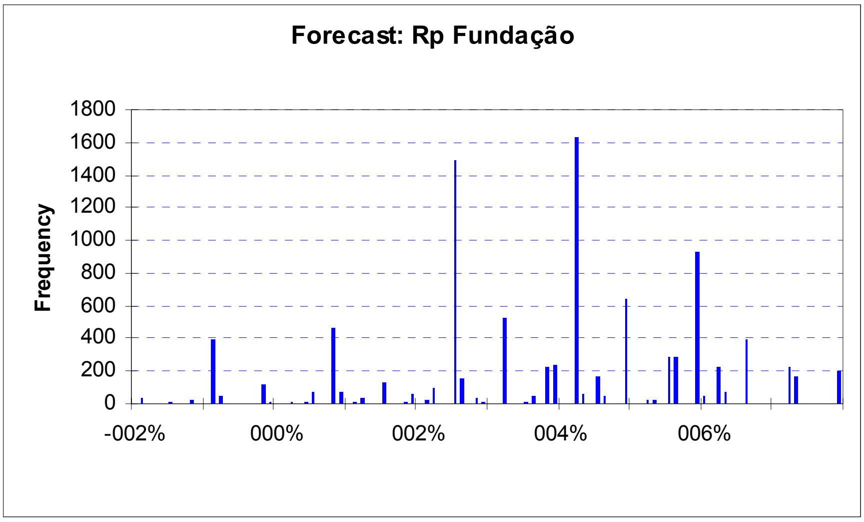
Tabela 45 – VaR mensal da Fundação previsto com a simulação de Monte Carlo, supondo-se a distribuição histórica dos fatores de risco com 1.000 e com 10.000 rodadas para os vários níveis de confiança (quantis)

FUNDAÇÃO	**1.000 Rodadas** $\hat{\sigma}_{Rp} = 2{,}22\%$			**10.000 Rodadas** $\hat{\sigma}_{Rp} = 2{,}28\%$		
Nível de confiança	90%	95%	99%	90%	95%	99%
VaR (%)	-3,08%	-4,78%	-6,51%	-2,97%	-4,69%	-6,40%
Em Reais (R$)	1.643.874,31	2.551.207,53	3.474.552,52	1.585.164,51	2.503.172,24	3.415.842,72

Obs: A média do retorno da carteira estimada com 1.000 rodadas foi de 3,70% e com 10.000 rodadas, de 3,59%.

O gráfico 13 exibe a distribuição originada pela simulação, supondo-se a distribuição histórica dos fatores de risco para os retornos da carteira da Fundação. O relatório completo está no anexo H.

Gráfico 13 – Distribuição de retornos mensais da carteira da Fundação gerada pela simulação de Monte Carlo, supondo-se a distribuição histórica para os fatores de risco (10.000 rodadas).



A tabela 46 compara o número de perdas previsto por esta metodologia com o número de perdas realizadas para os níveis de confiança correspondentes, e a tabela 47 faz a comparação supondo-se que os pesos da carteira não variaram desde julho de 1998.

Tabela 46 – VaR previsto (10.000 rodadas, supondo-se a distribuição histórica dos fatores de risco) versus perdas realizadas – Fundação

Nível de confiança (Fundação)	**90%**	**95%**	**99%**
Número de vezes em que o VaR poderia ter sido superado*	5	3	1
Número de vezes em que as perdas superaram o VaR	1	0	0

*O número de vezes em que o VaR poderia ter sido superado foi calculado como $N = p \times T$, sendo que N é o número de exceções, p é $(1- c)$ e T é o número de períodos, neste caso 51 meses (julho de 1998 a setembro de 2002). Os números obtidos foram arredondados para o inteiro mais próximo.

Tabela 47 – VaR previsto (10.000 rodadas, supondo-se a distribuição histórica dos fatores de risco) versus perdas hipotéticas aos pesos de julho de 1998 – Fundação

Nível de confiança (Fundação)	**90%**	**95%**	**99%**
Número de vezes em que o VaR poderia ter sido superado	5	3	1
Número de vezes em que as perdas hipotéticas superaram o VaR	1	1	1

O VaR previsto superestimou as perdas de novo, exceto para o nível de confiança de 99%, sob a suposição de carteira constante.

5.4 Comparação entre as metodologias

As tabelas 48 e 49 mostram um resumo comparativo entre as metodologias de previsão do VaR. O que se observa é que, quase sempre, o número de vezes em que o VaR poderia ter sido excedido foi superestimado, em todas as metodologias. A maior parte dos casos em que o número de perdas ficou alinhado com o nível de confiança foi para os 99%, em que o número de exceções previstas foi de 0,51, que foi arredondado para 1.

Um aspecto interessante a ser mencionado é que o número de perdas que superou o VaR calculado pela metodologia paramétrica foi igual ao número de perdas que superou o VaR calculado pela metodologia da simulação de Monte Carlo, supondo-se a distribuição normal para os fatores de risco. A única exceção foi para o nível de confiança de 90% da Previdência, sob a suposição de carteira constante. O mesmo aconteceu com as metodologias da simulação histórica e da simulação de Monte Carlo supondo-se a distribuição histórica dos fatores de risco, exceto para o nível de 90% da Previdência, sob a suposição de carteira constante, e para o nível de 90% da Fundação (carteira real).

Não se pode dizer, portanto, no nosso caso, qual foi a metodologia que apresentou melhores resultados na previsão do VaR. Todas apresentaram resultados semelhantes, tendo em vista o objetivo da pesquisa.

É interessante também destacar que as medidas de VaR previstas para as entidades, com as diferentes metodologias não apresentaram grandes diferenças entre si. As previsões de VaR obtidas com a metodologia paramétrica ficaram praticamente idênticas às previsões geradas com a simulação de Monte Carlo supondo-se a distribuição normal para todos os fatores de risco (especialmente a de 10.000 rodadas). Este resultado não é surpreendente, uma vez que a metodologia paramétrica supõe a normalidade para os retornos dos fatores de risco e que a matriz de covariância e os parâmetros históricos utilizados na simulação de Monte Carlo foram os mesmos utilizados no cálculo com metodologia paramétrica.

Além disso, o mapeamento dos ativos em fatores de risco (feito para simplificar o cálculo), a inexistência de não-linearidades (como opções) nas carteiras e o uso de parâmetros históricos como estimadores dos parâmetros futuros propiciaram uma uniformidade das medidas de VaR obtidas com metodologias distintas. O VaR obtido com a simulação histórica também apresentou medidas bastante semelhantes ao VaR estimado com a simulação de Monte Carlo, supondo-se que a distribuição histórica dos fatores de risco irá se repetir no futuro.

A principal razão pela qual todas as metodologias de previsão do VaR superestimaram as perdas (mesmo sob a suposição de que a carteira das entidades tenha mantido os pesos de julho de 1998 durante todo o período de comparação) foi a instabilidade da matriz de covariância. Como a igualdade de variâncias dos fatores de risco foi rejeitada, com exceção do IBOVESPA, e a volatilidade dos retornos dos índices foi menor no subperíodo de comparação, o VaR estimado com base em parâmetros históricos, sob a suposição de estabilidade destes parâmetros no período de comparação, previu perdas maiores do que as ocorridas na prática.

Tabela 48 – Comparação entre as metodologias de previsão do VaR – carteira real.

	METODOLOGIA DE PREVISÃO DO VALUE AT RISK										
	Paramétrica			Simulação Histórica		Simulação de Monte Carlo (com 10.000 rodadas)					
						Distribuição Normal			Distribuição Histórica		
Nível de Confiança	**90%**	**95%**	**99%**	**90%**	**95%**	**90%**	**95%**	**99%**	**90%**	**95%**	**99%**
Nº de perdas previstas	**5**	**3**	**1**	**5**	**3**	**5**	**3**	**1**	**5**	**3**	**1**
Nº perdas realizadas											
BENEFICÊNCIA	2	1	1	2	1	2	1	1	2	1	0
PREVIDÊNCIA	2	1	1	2	1	2	1	1	2	1	1
FUNDAÇÃO	1	0	0	3	0	1	0	0	1	0	0

Tabela 49 – Comparação entre as metodologias de previsão do VaR sob a suposição de carteira constante a pesos de julho de 1998.

	METODOLOGIA DE PREVISÃO DO VALUE AT RISK										
	Paramétrica			**Simulação Histórica**		**Simulação de Monte Carlo (com 10.000 rodadas)**					
						Distribuição Normal			**Distribuição Histórica**		
Nível de Confiança	**90%**	**95%**	**99%**	**90%**	**95%**	**90%**	**95%**	**99%**	**90%**	**95%**	**99%**
Nº de perdas previstas	**5**	**3**	**1**	**5**	**3**	**5**	**3**	**1**	**5**	**3**	**1**
Nº perdas realizadas											
BENEFICÊNCIA	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
PREVIDÊNCIA	3	1	1	3	1	2	1	1	4	1	1
FUNDAÇÃO	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

6. CONCLUSÕES

Este estudo procurou verificar a eficácia do VaR como medida de controle de risco para os fundos de pensão brasileiros. Para isto, foram feitas adaptações que permitissem a aplicação das metodologias de previsão do VaR às características específicas destes investidores de longo prazo, bem como a comparação das perdas previstas às perdas observadas na realidade.

Para o cálculo do VaR foram utilizadas três metodologias: a paramétrica, a simulação histórica e a simulação de Monte Carlo, sendo que na simulação de Monte Carlo foram feitas duas suposições distintas para a distribuição dos retornos dos fatores de risco (a distribuição normal e a distribuição histórica). As três metodologias foram aplicadas às carteiras reais de três fundos de pensão brasileiros, sendo que, num primeiro momento, foi estimado o VaR e, em seguida, compararam-se as medidas obtidas com as perdas verificadas no período de comparação, a fim de se verificar se o VaR é uma medida de risco que prevê as perdas adequadamente e se alguma das metodologias utilizada se mostrava mais eficaz do que as outras.

Os resultados alcançados, todavia, precisam ser considerados dentro das limitações que os caracterizam. A principal delas é, sem dúvida, o tamanho restrito da amostra de dados disponível. O horizonte de longo prazo das entidades fechadas de previdência complementar torna sem sentido o uso de uma medida de VaR diária, como é a prática dos bancos. Por este motivo, o horizonte adotado nos cálculos foi mensal. O preço a pagar por esta adaptação foi um número bastante reduzido de observações, tanto para a estimação dos parâmetros utilizados nas previsões de VaR como para a comparação das medidas estimadas com as perdas verificadas.

A periodicidade de mensuração dos retornos, por proporcionar uma amostra muito pequena, não permitiu que a verificação da eficácia do VaR tivesse validação estatística. O *backtesting*, como é chamada a validação estatística dos modelos de VaR, não foi a proposta do trabalho. O exercício teve caráter qualitativo, também pelo fato de se terem feito as previsões para apenas três entidades.

Neste contexto, o VaR mostrou-se uma medida de risco demasiado conservadora para os casos considerados. Todas as metodologias apresentaram resultados parecidos, sendo que, na maioria dos casos, foi superestimado o número de vezes em que as perdas supostamente ultrapassariam o VaR (determinado pelo nível de confiança da medida de VaR).

A principal razão que levou a isto foi a instabilidade da matriz de covariância dos fatores de risco. Sobre este aspecto, é importante destacar que não foi utilizado nenhum modelo de previsão da volatilidade porque, conforme foi justificado no decorrer do trabalho, os efeitos de tais modelos raramente são visíveis em dados de periodicidade mensal.

Apesar das limitações, o VaR é uma medida de risco muito útil para os fundos de pensão. Do ponto de vista da gestão do fundo, o principal benefício de usar o VaR é que ele faz com que as EFPCs analisem e acompanhem a sua exposição ao risco. O controle e a administração dos riscos de mercado também permite que os fundos de pensão avaliem, através das ferramentas analíticas proporcionadas pelo VaR (ainda que como uma aproximação), de onde vem a maior parte do risco de suas carteiras. Isto também ajuda na escolha de ativos para compor a carteira, já que é possível saber, entre ativos de igual retorno esperado, aquele que irá minimizar o risco total da carteira. O VaR também auxilia no estabelecimento da política de investimentos e na escolha das classes de ativos. Além disso, é importante uma gestão de risco centralizada, principalmente quando a gestão dos investimentos, ou parte dela, é terceirizada. O VaR possibilita a avaliação dos gestores e proporciona a visualização do quadro geral do risco, já que a imposição de restrições de investimentos aos gestores, por si só, pode não significar muito. Somado a isto, o VaR de uma carteira terceirizada pode parecer aceitável quando considerado isoladamente, mas pode se revelar inadequado ao ser agregado aos demais investimentos da entidade.

Do ponto de vista do agente regulador, o VaR também traz vantagens. A implementação de um sistema de controle de risco através do VaR aumenta a transparência e a profissionalização da administração das entidades além de, efetivamente, monitorar e controlar o risco, eliminando a necessidade de impor limites às aplicações dos fundos por segmento. O órgão regulador pode determinar diretrizes mais consistentes, que levem em conta os efeitos da diversificação como, por exemplo, determinar limites de VaR para os fundos de pensão.

Finalmente, considerando o ponto de vista dos participantes dos planos de pensão, o VaR é uma medida de risco bastante informativa, sucinta e, talvez o mais importante, considerando o baixo nível geral de conhecimentos financeiros da maioria dos participantes, de forte apelo intuitivo e de fácil compreensão. A transparência proporcionada pelo VaR aumenta a segurança do participante e, possivelmente, seu interesse no acompanhamento do desempenho dos investimentos do fundo de pensão.

Mesmo com todas as vantagens, porém, há ainda muito a ser feito no sentido de aperfeiçoar as medidas de VaR para os fundos de pensão. Futuras pesquisas complementares ou de aprofundamento deste trabalho poderiam incorporar o passivo atuarial das entidades fechadas de previdência complementar, num esforço de traduzir riscos de naturezas diferentes em uma única medida, além de considerar a necessidade do casamento entre ativos e passivos (‘*Asset Liability Management*’). Um aspecto interessante neste arcabouço seria como incorporar, no cálculo, a volatilidade do passivo atuarial, que sofre influência de muitos fatores. Maneiras de contornar a instabilidade da matriz de covariância dos fatores de risco (com periodicidade mensal de mensuração dos retornos) também merecem atenção.

Além destas sugestões, é importante ainda mencionar que a inclusão de fatores de risco mais complexos e não-lineares, como opções, e a análise de carteiras com características distintas entre si, tornariam as medidas de VaR mais realistas e permitiriam tirar conclusões mais bem fundamentadas acerca da metodologia mais apropriada para cada situação específica. A contemplação de outros tipos de risco, especialmente os riscos de liquidez, legal e operacional, também seria bem-vinda na tentativa de se abordar o risco do ponto de vista de uma entidade previdenciária e das partes interessadas.

ABSTRACT

This study summarizes the theory underlying Value at risk, including its history, concepts and applicability to pension funds. It describes the main approaches in computing VaR, as well as the situations in which one approach is more appropriate than the other. It also revises the international literature about the use of VaR as a risk measure by pension funds. After that, VaR is computed for real portfolios of three Brazilian pension funds, applying three methods: analytical, historical simulation and Monte Carlo simulation, the last one with two different assumptions about risk factor returns' distributions (normal and historical). Following VaR computation, a qualitative test is performed, by comparing the actual losses faced by the three pension funds' portfolios with the associated number of losses, given the confidence level. Evidence about superiority of some of the approaches has not been found, and all of them have overestimated real losses (the VaR measure was exceeded less often than expected).

7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. Artzner, P. (1998, July). Application of Coherent Risk Measures to Capital Requirements in Insurance. *North American Actuarial Journal* (NAAJ), 3 (2), 11-25. Acesso maio de 2001, disponível na WWW: <http://www.gloriamundi.org/directory2.asp?SubCatLev1ID=Capital>

2. Basle Committee on Banking Supervision. (1995). *An Internal Model-Based Approach to Market Risk Capital Requirements*. Basle, Switzerland, Autor. Acesso junho de 2001, disponível na WWW: <http://www.bis.org/bcbs/publ.htm>

3. Batlin, C. & Schachter, B. (2000, March). *The ten great challenges of Risk Management*. Acesso junho de 2001, disponível na WWW: <http://www.gloriamundi.org/var/pub.html>

4. Bensman, M. (1995). How pension officers tame risk. *Institutional Investor*, (5),111-120.

5. Bodie, Z. (1990). The ABO, the PBO and Pension Investment Policy. *Financial Analysts Journal*, (September/October), 27-34.

6. Brasil, Conselho Monetário Nacional (2001). Resolução n° 2.829. *Diário Oficial*, 30 de março.

7. Bruggeman, H. & Honig, A. (1998). Pension Funds: Dealing with VAR. *Treasury Management International*, (January). Acesso maio de 2001, disponível na WWW: <http://www.treasury-management.com/inter2/article/h/198ahon.htm>

8. Bussab, W. O., & Morettin, P. A. (2002). Inferência para duas populações. In Bussab, W. O., & Morettin, P. A. *Estatística Básica* (5ª ed., cap. 13, p. 359-361). São Paulo: Saraiva.

9. Clair, C. (2001). Concerns VaR may be double-edged sword. *Pensions & Investments*, 29 (1), 3-28. Acesso junho de 2001, Proquest Direct (ABI/INFORM Global) na WWW: <http://proquest.umi.com/pqdweb>

10. Crystal Ball 2000 (v5,2,2) [Programa de Computador]. (2000). Decisioneering®. Acesso Janeiro de 2003, disponível na WWW: <http://www.decisioneering.com/downloadform.html>

11. Culp, C. L., Mensink, R., & Neves, A M. P. (1999) Value at Risk for asset managers. Forthcoming *Derivatives Quarterly*, 5 (2) (Draft: January 8,1999). Acesso junho de 2001, disponível na WWW: <http://www.chelovek.net/references/VaR/var54.pdf>

12. Cunha Junior, J. E. (novembro, 2002). *Aspectos Contábeis das Entidades Fechadas de Previdência Complementar*. [Apostila para curso de MBA]. Brasília.

13. De la Rocque, E., & Garcia, M. (1996). Estudando a Volatilidade do Mercado de DI. *Pesquisa e Planejamento Econômico*. 26 (2), 203-230.

14. De La Rocque, E., (1997). A Vedete do Controle de Riscos. *Revista Bovespa*, 47, (Agosto), 50-52.

15. De La Rocque, E., (1998). Controle de Riscos, *Institutional Investor do Brasil*, 1, (1), 38-40.

16. Dowd, K. (1998). *Beyond Value at Risk: The new science of Risk Management*. West Sussex: John Wiley & Sons.

17. Dowd, K., Blake, D., & Cairns, A. (2001). *Pension Metrics: Stochastic Pension Plan Design and Value-at-Risk during the Accumulation Phase*. BSI Gamma Foundation. Acesso abril de 2001, na WWW: <http://www.bsi.ch/gammaf/conference/pmetrics.pdf>

18. Dowd, K., Blake, D., & Cairns, A. (2001, June). *Long-Term Value at Risk*. Discussion Paper, The Pensions Institute, London. Acesso março de 2002, disponível na WWW: < http://www.pensions-institute.org/wp/wp0006.pdf>

19. Economatica (Versão 2002Oct01) [Programa de computador]. (2002). Economatica.

20. Efron, B. (1979). Bootstrap Methods: Another Look at the Jackknife. *The Annals of Statistics*, 7, 1-26 apud Jorion, P. (2000). *Value at Risk: The new benchmark for managing financial risk*. (2nd edition) Chicago: Richard Irwin.

21. EViews (Version 3.0) [Programa de computador]. (1998). Quantitative Micro Software.

22. Fabozzi, F. J. (Editor) (1997). *Pension Fund Investment Management*. New Hope: Frank Fabozzi Associates.

23. Fama, E. F. (1965). The behavior of stock prices. *Journal of Business*, 38, 34-105 apud Dowd, K. (1998). *Beyond Value at Risk: The new science of Risk Management*. West Sussex: John Wiley & Sons.

24. Feinberg, P. (2000). Chosing between 'the spirit and the letter of standards'. *Pensions & Investments*, 28 (7), 21-26. Acesso junho de 2001, Proquest Direct (ABI/INFORM Global) na WWW: <http://proquest.umi.com/pqdweb>

25. Freitas, P. & Giacometti, G. (2002). A rentabilidade das EFPC no ano de 2001. *Boletim de Previdência Complementar*, 2, (1), 1-5.

26. Golub, B. W., & Tilman, L. M. (2000). *Risk Management: approaches for fixed income markets*. New York: John Wiley & Sons.

27. Hendricks, D. (1996). Evaluation of value-at-risk models using historical data. Federal Reserve Bank of New York *Economic Policy* Review, 2 (April), 39-70 apud Dowd, K. (1998). *Beyond Value at Risk: The new science of Risk Management*. West Sussex: John Wiley & Sons.

28. Hertz, D. B. (1964). Risk Analysis in Capital Investment. *Harvard Business Review*, 42, (Sep/Oct), 95-106.

29. Hsieh, D. A. (1988). The statistical properties of daily exchange rates: 1974-1983. *Journal of International Economics* 13, 171-186 apud Dowd, K. (1998). *Beyond Value at Risk: The new science of Risk Management*. West Sussex: John Wiley & Sons.

30. J.P. Morgan. (1996). *RiskMetrics Technical Document®*. (4th edition). New York: Autor. Acesso maio de 2001, disponível na WWW: <http://www.riskmetrics.com/rmcovv.html>

31. J.P. Morgan. (1997). *PensionMetrics™*. (3rd edition). New York: Autor. Acesso maio de 2001, disponível na WWW: <http://www.riskmetrics.com/products/system/pension/index.cgi?href=intro.html>

32. Jorion, P. (2000). *Value at Risk: The new benchmark for managing financial risk* (2nd edition). Chicago: Richard Irwin.

33. Kupiec, P. (1995). Techniques for Verifying the Accuracy of Risk Measurement Models. *Journal of Derivatives*, 2 (12), 73-84.

34. Lombardo, M. (2000). *Value-at-Risk: Aplicação de Cinco Metodologias a Carteiras Teóricas Compostas por Ações e Títulos de Renda Fixa no Brasil*. Dissertação de Mestrado, FGV/ Escola de Administração de Empresas de São Paulo, São Paulo.

35. Markowitz, H. (1952). Portfolio Selection. *Journal of Finance*, 7, 77-91.

36. Microsoft® Excel 2002 [Programa de computador]. (2002). Microsoft Corporation.

37. Rabbat, M. (2000). Utilização de Instrumentos de Controle de Risco pelos Fundos de Pensão. *Revista da ABRAPP*, 259 (2). Acesso março de 2002, na WWW: <http://www.abrapp.org.br/revistas/259/av_risco.htm>

38. Rees, S. (2000). VaR for fund managers. *Risk Magazine*, June. Acesso março de 2002, na WWW: <http://www.risk.net/investor/archive/june00/june00_2.htm>

39. Ribeiro, J., De La Rocque, E. & Barcelos, W. (1997). Monitoramento de Risco - Aplicação do conceito de Value-at-Risk para Fundos de Pensão. *Revista do 18o. Congresso Brasileiro dos Fundos de Pensão*, (10), 125-136.

40. Simons, K. (2000). The use of Value at Risk by Institutional Investors. *New England Economic Review*, (Nov/Dec), 21-30.

41. Smithson, C. & Minton, L. (1996). Value-at-risk (1). *Risk*, January.

42. Smithson, C. & Minton, L. (1996). Value-at-risk (2). *Risk*, February.

43. SPSS 10.0 for Windows (Standard Version) [Programa de computador]. (1999). SPSS Inc.

44. Um novo antídoto contra as surpresas (Fevereiro, 2000). *Revista da ABRAPP*, 259. Acesso março de 2002, disponível na WWW: <http://www.abrapp.org.br/revistas/259/av_risco.htm>

45. Yermo, J. & Srinivas, P.S. (2000) Risk Management through International Diversification: The Case of Latin American Pension Funds. In Mitchell, O.S., Bodie, Z., Hammond, P. B., & Zeldes, S., *Innovations in Retirement Financing* (p. 282-312) Philadelphia, PA: University of Pennsylvania Press, 2002.

ANEXO A – Cálculo detalhado do VaR paramétrico da Beneficência

Portfolio VaR = $\boxed{\alpha\sqrt{w'\Sigma w}W}$ jul/98

Matriz de Covariância	**CDI**	**IBOVESPA**	**INCC**	**INPC**
CDI	1,253E-04	1,289E-04	1,490E-04	1,172E-04
IBOVESPA	1,289E-04	1,168E-02	1,344E-05	2,145E-04
INCC	1,490E-04	1,344E-05	3,773E-04	1,842E-04
INPC	1,172E-04	2,145E-04	1,842E-04	1,541E-04

Segmento	***w***	***x = wiW***
Renda Fixa	0,709968	500.669.326,77
Renda Variável	0,2206341	155.591.040,09
Imóveis	0,0257985	18.193.094,25
Empréstimos	0,0435991	30.746.032,04
Total (W)	1,000000	705.199.493,15

w'

0,709968359	0,220634078	0,02579851	0,04359906

w'Σ

1,264E-04	2,678E-03	1,265E-04	1,420E-04

Σ = Matriz de Covariância

1,253E-04	1,289E-04	1,490E-04	1,172E-04
1,289E-04	1,168E-02	1,344E-05	2,145E-04
1,490E-04	1,344E-05	3,773E-04	1,842E-04
1,172E-04	2,145E-04	1,842E-04	1,541E-04

β = (Σw)/(w'Σw)

w	$w_i \Sigma w$	**Σ w**	**β**
0,709968	8,971E-05	0,000126353	0,183
0,220634	5,909E-04	0,00267822	3,881
0,025799	3,264E-06	0,000126515	0,183
0,043599	6,191E-06	0,000142005	0,206
	6,901E-04	=w'Σw	
	0,026	$=\sigma_p$	
	2,63%	$=\sigma_p$	

VaR Componente = $Var\beta_i w_i$

	Cvar 95%	**99%**	**90%**	**Cont. % p/ o VaR**
Renda Fixa	3.973.498,03	5.611.060,85		
R. Variável	26.173.919,93	36.960.747,54	3.082.471,20	13,00%
Imóveis	144.573,17	204.154,84	20.304.616,68	85,63%
Empréstimos	274.239,94	387.260,03	112.153,73	0,47%
VaR Total	30.566.231,07	43.163.223,27	212.743,71	0,90%
			23.711.985,32	100,00%

BENEFICÊNCIA

Portfolio VaR = $\alpha \times (w'\Sigma w)^{1/2} \times W$

VaR 95% =	1,65	0,0263	705.199.493,15
VaR 95% =	30.566.231,07		
Em % de W:	4,33%		
VaR 99% =	2,33	0,0263	
VaR 99% =	43.163.223,27		
Em % de W:	6,12%		
VaR 90% =	1,28	0,0263	
VaR 90% =	23.711.985,32		
Em % de W:	3,36%		

α = 1,65 (95%)	**Σ i**	**wiW**	**VaR individual**	Quanto o VaR não diversificado é maior que o VaR Diversificado?
Renda Fixa	1,12%	500.669.326,77		
R. Variável	10,81%	155.591.040,09	9.246.866,97	
Imóveis	1,94%	18.193.094,25	27.742.524,91	
Empréstimos	1,24%	30.746.032,04	583.105,60	
VaR não Diversif		705.199.493,15	629.726,18	
VaR Diversificado			**38.202.223,66**	24,98%
			30.566.231,07	

ANEXO B – Cálculo detalhado do VaR paramétrico da Previdência

Portfolio VaR = $\boxed{\alpha\sqrt{w'\Sigma w W}}$ jul/98

Matriz de Covariância	**CDI**	**IBOVESPA**	**INCC**	**INPC**
CDI	1,253E-04	1,289E-04	1,490E-04	1,172E-04
IBOVESPA	1,289E-04	1,168E-02	1,344E-05	2,145E-04
INCC	1,490E-04	1,344E-05	3,773E-04	1,842E-04
INPC	1,172E-04	2,145E-04	1,842E-04	1,541E-04

Segmento	***w***	***x = wiW***
Renda Fixa	0,525849	77.799.654,52
Renda Variável	0,3066836	45.373.981,64
Imóveis	0,0919439	13.603.138,78
Empréstimos	0,0755232	11.173.688,93
Total (W)	1,000000	147.950.463,87

w'

0,525849345	0,306683605	0,09194387	0,07552318

Σ = Matriz de Covariância

1,253E-04	1,289E-04	1,490E-04	1,172E-04
1,289E-04	1,168E-02	1,344E-05	2,145E-04
1,490E-04	1,344E-05	3,773E-04	1,842E-04
1,172E-04	2,145E-04	1,842E-04	1,541E-04

w'Σ

1,280E-04	3,667E-03	1,311E-04	1,560E-04

β = (Σw)/(w'Σw)

w	***w_i Σw***	**Σ w**	**β**
0,525849	6,729E-05	0,000127971	0,105
0,306684	1,125E-03	0,003667282	3,016
0,091944	1,205E-05	0,000131075	0,108
0,075523	1,178E-05	0,000155987	0,128
	1,216E-03	=w'Σw	
	0,035	$=\sigma_p$	
	3,49%	$=\sigma_p$	

VaR Componente = $Var\beta_i w_i$

Cvar

	95%	**99%**		
Renda Fixa	471.128,81	665.290,99	**90%**	**Cont. % p/ o VaR**
R. Variável	7.874.088,46	11.119.167,34	365.481,75	5,53%
Imóveis	84.374,01	119.146,32	6.108.383,78	92,50%
Empréstimos	82.477,42	116.468,12	65.453,77	0,99%
VaR Total	8.512.068,70	12.020.072,77	63.982,49	0,97%
			6.603.301,78	100,00%

PREVIDÊNCIA

Portfolio VaR = $\alpha \times (w'\Sigma w)^{1/2} \times W$

VaR 95% =	1,65	0,0349	147.950.463,87
VaR 95% =	8.512.068,70		
Em % de W:	5,75%		
VaR 99% =	2,33	0,0349	
VaR 99% =	12.020.072,77		
Em % de W:	8,12%		
VaR 90% =	1,28	0,0349	
VaR 90% =	6.603.301,78		
Em % de W:	4,46%		

α = 1,65 (95%)	**Σ i**	**wiW**		
Renda Fixa	1,12%	77.799.654,52	**VaR individual**	Quanto o VaR não
R. Variável	10,81%	45.373.981,64	1.436.882,62	diversificado é maior
Imóveis	1,94%	13.603.138,78	8.090.368,28	que o VaR
Empréstimos	1,24%	11.173.688,93	435.993,26	Diversificado?
VaR não Diversif		147.950.463,87	228.854,39	
VaR Diversificado			**10.192.098,56**	19,74%
			8.512.068,70	

ANEXO C – Cálculo detalhado do VaR paramétrico da Fundação

Portfolio VaR =
Matriz de Covariância $\boxed{\alpha\sqrt{w'\Sigma w W}}$ jul/98

CDI	**CDI**	**IBOVESPA**	**INCC**	**INPC**
IBOVESPA	1,253E-04	1,289E-04	1,490E-04	1,172E-04
INCC	1,289E-04	1,168E-02	1,344E-05	2,145E-04
INPC	1,490E-04	1,344E-05	3,773E-04	1,842E-04
	1,172E-04	2,145E-04	1,842E-04	1,541E-04

Segmento		
Renda Fixa	***w***	***x = wiW***
Renda Variável	0,773884	41.304.154,48
Imóveis	0,1983655	10.587.269,36
Empréstimos	0,0121353	647.693,02
Total (W)	0,0156153	833.425,62
	1,000000	53.372.542,48

w'

0,773883959	0,198365468	0,01213532	0,01561525

w'Σ

1,262E-04	2,420E-03	1,254E-04	1,379E-04

Σ = Matriz de Covariância

1,253E-04	1,289E-04	1,490E-04	1,172E-04
1,289E-04	1,168E-02	1,344E-05	2,145E-04
1,490E-04	1,344E-05	3,773E-04	1,842E-04
1,172E-04	2,145E-04	1,842E-04	1,541E-04

β = (Σw)/(w'Σw)

w	***$w_i \Sigma w$***	**Σ w**	**β**
0,773884	9,764E-05	0,000126175	0,217
0,198365	4,801E-04	0,002420175	4,163
0,012135	1,522E-06	0,00012543	0,216
0,015615	2,153E-06	0,00013789	0,237
	5,814E-04	**=w'Σw**	
	0,024	**=σ_p**	
	2,41%	**=σ_p**	

VaR Componente = *$Var\beta_i w_i$*

	Cvar			
Renda Fixa	**95%**	**99%**		
R. Variável	356.627,24	503.600,89	**90%**	**Cont. % p/ o VaR**
Imóveis	1.753.385,26	2.475.992,52	276.656,28	16,79%
Empréstimos	5.559,25	7.850,34	1.360.201,90	82,57%
VaR Total	7.864,06	11.105,01	4.312,63	0,26%
	2.123.435,82	2.998.548,76	6.100,61	0,37%
			1.647.271,42	100,00%

FUNDAÇÃO

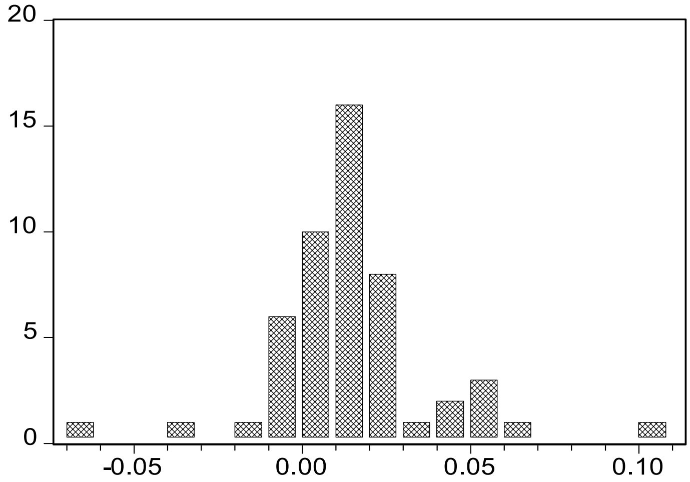
Portfolio VaR = α x $(w'\Sigma w)^{1/2}$ x W

VaR 95% =	1,65	0,0241	53.372.542,48
VaR 95% =	2.123.435,82		
Em % de W:	3,98%		
VaR 99% =	2,33	0,0241	
VaR 99% =	2.998.548,76		
Em % de W:	5,62%		
VaR 90% =	1,28	0,0241	
VaR 90% =	1.647.271,42		
Em % de W:	3,09%		

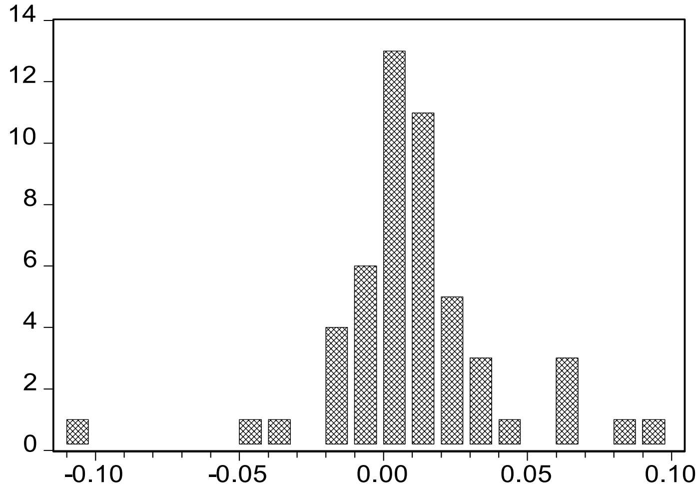
α = 1,65 (95%)

Renda Fixa	**Σ i**	**wiW**		
R. Variável	1,12%	41.304.154,48	**VaR individual**	Quanto o VaR não
Imóveis	10,81%	10.587.269,36	762.846,86	diversificado é maior
Empréstimos	1,94%	647.693,02	1.887.753,84	que o VaR
VaR não Diversif	1,24%	833.425,62	20.759,16	Diversificado?
VaR Diversificado		53.372.542,48	17.069,84	
			2.688.429,71	26,61%
			2.123.435,82	

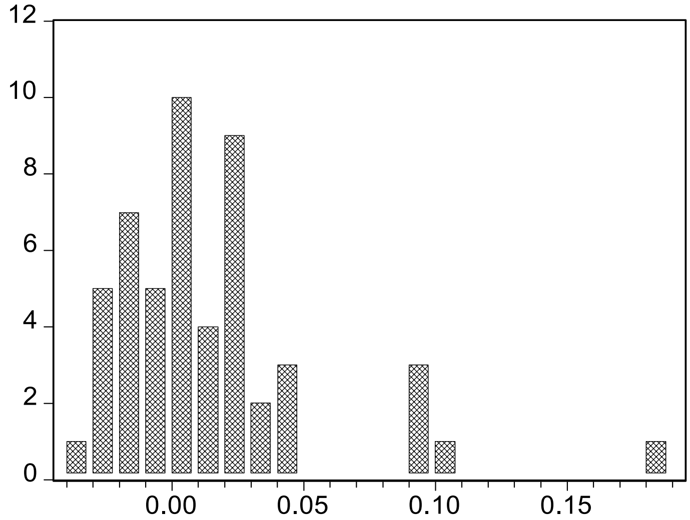
ANEXO D – Estatísticas descritivas das carteiras no período de comparação (julho de 1998 a setembro de 2002)



Series: BENEFICENCIA	
Sample 1 51	
Observations 51	
Mean	0.016102
Median	0.012191
Maximum	0.108635
Minimum	-0.063727
Std. Dev.	0.025485
Skewness	0.518763
Kurtosis	6.891197
Jarque-Bera	34.46298
Probability	0.000000



Series: PREVIDENCIA	
Sample 1 51	
Observations 51	
Mean	0.011066
Median	0.007295
Maximum	0.092264
Minimum	-0.104180
Std. Dev.	0.030902
Skewness	-0.347314
Kurtosis	6.547526
Jarque-Bera	27.76833
Probability	0.000001



Series: FUNDACAO	
Sample 1 51	
Observations 51	
Mean	0.016013
Median	0.005680
Maximum	0.187953
Minimum	-0.036520
Std. Dev.	0.040725
Skewness	1.969295
Kurtosis	8.107058
Jarque-Bera	88.38839
Probability	0.000000

ANEXO E – Variáveis "Assumption" para simulação de Monte Carlo - suposição de normalidade para todos os fatores de risco

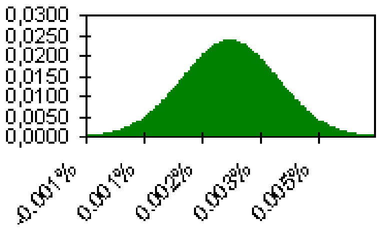
<u>Assumptions</u>

Assumption: CDI **Cell: B7**

Normal distribution with parameters:

Mean	2,666%
Standard Dev.	1,119%

Selected range is from -Infinity to +Infinity



Correlated with:

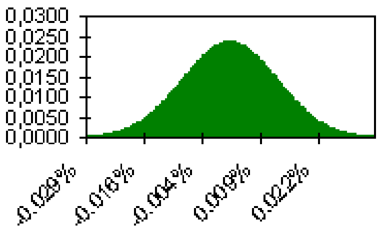
Ibovespa (C7)	0,11
INCC (D7)	0,69
INPC (E7)	0,84

Assumption: Ibovespa **Cell: C7**

Normal distribution with parameters:

Mean	2,637%
Standard Dev.	10,806%

Selected range is from -Infinity to +Infinity



Correlated with:

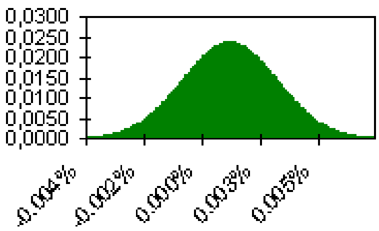
CDI (B7)	0,11
INCC (D7)	0,01
INPC (E7)	0,16

Assumption: INCC **Cell: D7**

Normal distribution with parameters:

Mean	1,285%
Standard Dev.	1,943%

Selected range is from -Infinity to +Infinity



Correlated with:

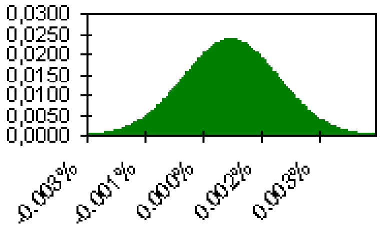
CDI (B7)	0,69
Ibovespa (C7)	0,01
INPC (E7)	0,76

Assumption: INPC **Cell: E7**

Normal distribution with parameters:

Mean	1,141%
Standard Dev.	1,241%

Selected range is from -Infinity to +Infinity



Correlated with:

CDI (B7)	0,84
Ibovespa (C7)	0,16
INCC (D7)	0,76

End of Assumptions

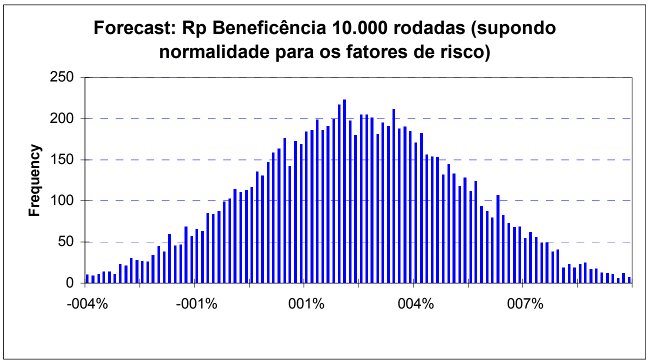
ANEXO F – Relatórios do Crystal Ball para simulação de Monte Carlo – suposição de normalidade para todos os fatores de risco

BENEFICÊNCIA
Crystal Ball Report
Simulation started on 29/1/03 at 17:14:19
Simulation stopped on 29/1/03 at 17:15:39

Forecast: Rp **Cell: B11**

Summary:
Display Range is from -4,01% to 9,25%
Entire Range is from -6,35% to 12,26%
After 10.000 Trials, the Std. Error of the Mean is 0,03%

Statistics:	Value
Trials	10000
Mean	2,55%
Median	2,56%
Mode	---
Standard Deviation	2,59%
Variance	0,07%
Skewness	-0,04
Kurtosis	2,94
Coeff. of Variability	1,02
Range Minimum	-6,35%
Range Maximum	12,26%
Range Width	18,61%
Mean Std. Error	0,03%



Forecast: Rp (cont'd) **Cell: B11**

Percentiles:

Percentile	Value
0%	-6,35%
5%	-1,80%
10%	-0,79%
15%	-0,16%
20%	0,37%
25%	0,79%
30%	1,20%
35%	1,56%
40%	1,91%
45%	2,24%
50%	2,56%
55%	2,89%
60%	3,23%
65%	3,57%
70%	3,92%
75%	4,30%
80%	4,76%
85%	5,26%
90%	5,91%
95%	6,79%
100%	12,26%

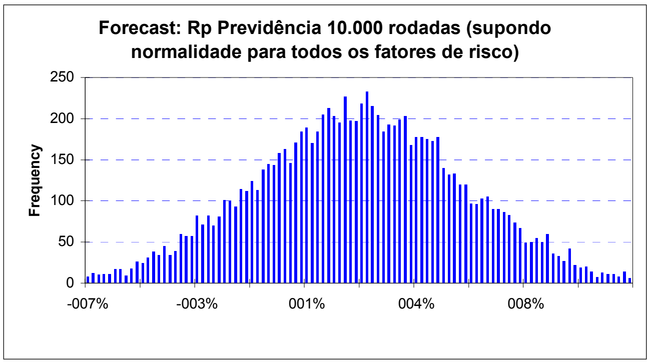
End of Forecast

PREVIDÊNCIA
Crystal Ball Report
Simulation started on 29/1/03 at 17:01:40
Simulation stopped on 29/1/03 at 17:02:59

Forecast: Rp **Cell: B11**

Summary:
Display Range is from -6,70% to 11,58%
Entire Range is from -10,73% to 14,72%
After 10.000 Trials, the Std. Error of the Mean is 0,04%

Statistics:	Value
Trials	10000
Mean	2,44%
Median	2,46%
Mode	---
Standard Deviation	3,52%
Variance	0,12%
Skewness	-0,01
Kurtosis	2,99
Coeff. of Variability	1,44
Range Minimum	-10,73%
Range Maximum	14,72%
Range Width	25,45%
Mean Std. Error	0,04%



Forecast: Rp (cont'd) **Cell: B11**

Percentiles:

Percentile	Value
0%	-10,73%
5%	-3,39%
10%	-2,11%
15%	-1,24%
20%	-0,52%
25%	0,07%
30%	0,62%
35%	1,12%
40%	1,57%
45%	2,01%
50%	2,46%
55%	2,88%
60%	3,33%
65%	3,79%
70%	4,28%
75%	4,80%
80%	5,36%
85%	6,08%
90%	7,01%
95%	8,29%
100%	14,72%

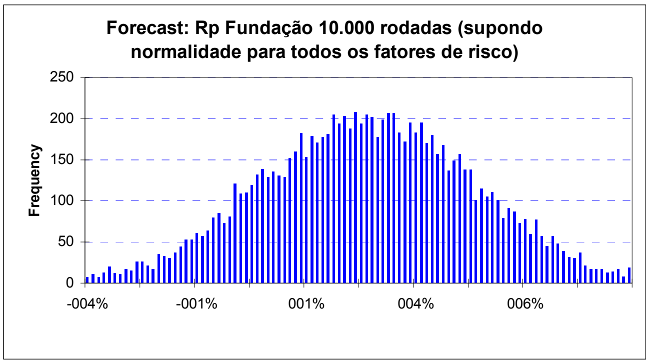
End of Forecast

FUNDAÇÃO
Crystal Ball Report
Simulation started on 29/1/03 at 16:55:33
Simulation stopped on 29/1/03 at 16:56:50

Forecast: Rp **Cell: B11**

Summary:
Display Range is from -3,67% to 8,48%
Entire Range is from -6,36% to 12,65%
After 10.000 Trials, the Std. Error of the Mean is 0,02%

Statistics:	Value
Trials	10000
Mean	2,63%
Median	2,62%
Mode	---
Standard Deviation	2,41%
Variance	0,06%
Skewness	0,02
Kurtosis	2,98
Coeff. of Variability	0,92
Range Minimum	-6,36%
Range Maximum	12,65%
Range Width	19,01%
Mean Std. Error	0,02%



Forecast: Rp (cont'd) **Cell: B11**

Percentiles:

Percentile	Value
0%	-6,36%
5%	-1,29%
10%	-0,44%
15%	0,11%
20%	0,56%
25%	1,00%
30%	1,35%
35%	1,70%
40%	2,02%
45%	2,32%
50%	2,62%
55%	2,94%
60%	3,24%
65%	3,57%
70%	3,90%
75%	4,26%
80%	4,65%
85%	5,12%
90%	5,74%
95%	6,58%
100%	12,65%

End of Forecast

ANEXO G – Variáveis "Assumption" para simulação de Monte Carlo – suposição de distribuição histórica para os fatores de risco

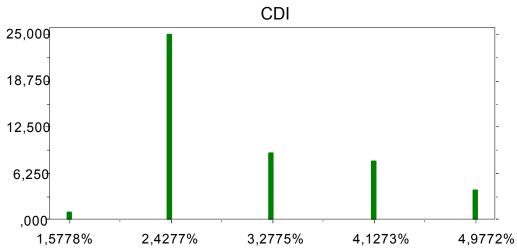
Assumptions

Assumption: CDI **Cell: B7**

Custom distribution with parameters:		Relative Prob.
Single point	1,5778%	1,00
Single point	2,4277%	25,00
Single point	3,2775%	9,00
Single point	4,1273%	8,00
Single point	4,9772%	4,00
Total Relative Probability		47,00

Correlated with:

Ibovespa (C7)	0,11
INCC (D7)	0,69
INPC (E7)	0,84

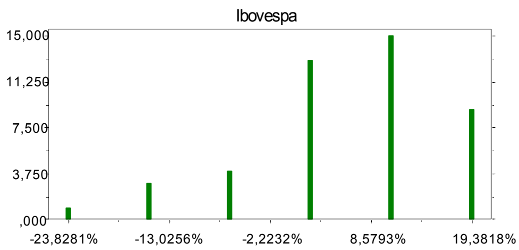


Assumption: Ibovespa **Cell: C7**

Custom distribution with parameters:		Relative Prob.
Single point	-23,8281%	1,00
Single point	-15,1861%	3,00
Single point	-6,5441%	4,00
Single point	2,0978%	13,00
Single point	10,7398%	15,00
Single point	19,3818%	9,00
Total Relative Probability		45,00

Correlated with:

CDI (B7)	0,11
INCC (D7)	0,01
INPC (E7)	0,16

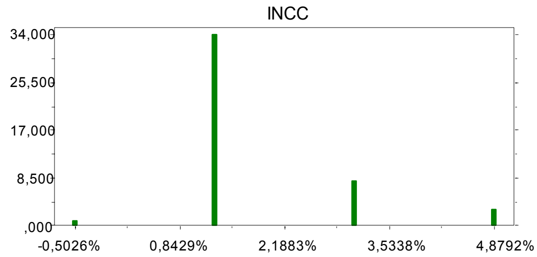


Assumption: INCC **Cell: D7**

Custom distribution with parameters:		Relative Prob.
Single point	-0,5026%	1,00
Single point	1,2914%	34,00
Single point	3,0853%	8,00
Single point	4,8792%	3,00
Total Relative Probability		46,00

Correlated with:

CDI (B7)	0,69
Ibovespa (C7)	0,01
INPC (E7)	0,76

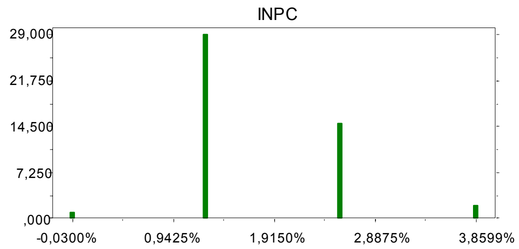


Assumption: INPC **Cell: E7**

Custom distribution with parameters:		Relative Prob.
Single point	-0,0300%	1,00
Single point	1,2666%	29,00
Single point	2,5633%	15,00
Single point	3,8599%	2,00
Total Relative Probability		47,00

Correlated with:

CDI (B7)	0,84
Ibovespa (C7)	0,16
INCC (D7)	0,76



End of Assumptions

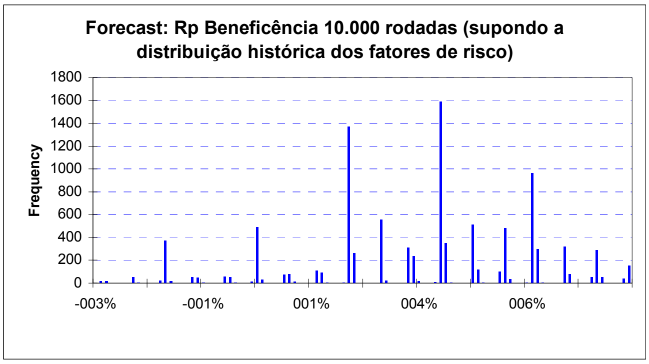
ANEXO H – Relatórios do Crystal Ball para simulação de Monte Carlo – suposição de distribuição histórica para os fatores de risco

BENEFICÊNCIA
Crystal Ball Report
Simulation started on 29/1/03 at 17:19:21
Simulation stopped on 29/1/03 at 17:20:39

Forecast: Rp **Cell: B11**

Summary:
Display Range is from -3,02% to 8,10%
Entire Range is from -4,15% to 8,10%
After 10.000 Trials, the Std. Error of the Mean is 0,02%

Statistics:	Value
Trials	10000
Mean	3,61%
Median	4,18%
Mode	4,18%
Standard Deviation	2,47%
Variance	0,06%
Skewness	-0,65
Kurtosis	3,18
Coeff. of Variability	0,68
Range Minimum	-4,15%
Range Maximum	8,10%
Range Width	12,26%
Mean Std. Error	0,02%



Forecast: Rp (cont'd) **Cell: B11**

Percentiles:

Percentile	Value
0%	-4,15%
5%	-1,54%
10%	0,37%
15%	1,03%
20%	2,27%
25%	2,27%
30%	2,27%
35%	2,88%
40%	3,48%
45%	3,63%
50%	4,18%
55%	4,18%
60%	4,18%
65%	4,79%
70%	4,84%
75%	5,49%
80%	6,09%
85%	6,09%
90%	6,20%
95%	7,35%
100%	8,10%

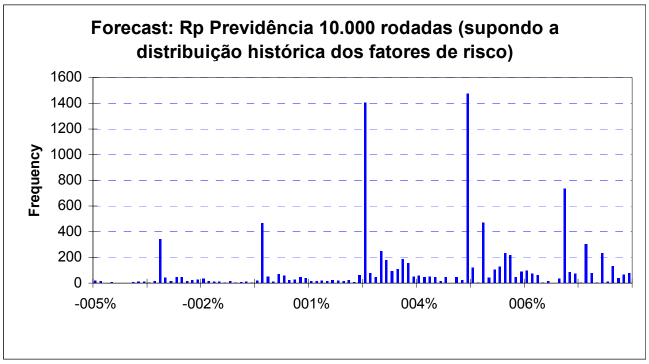
End of Forecast

PREVIDÊNCIA
Crystal Ball Report
Simulation started on 29/1/03 at 17:08:18
Simulation stopped on 29/1/03 at 17:09:35

Forecast: Rp **Cell: B11**

Summary:
Display Range is from -4,94% to 9,14%
Entire Range is from -6,53% to 9,30%
After 10.000 Trials, the Std. Error of the Mean is 0,03%

Statistics:	Value
Trials	10000
Mean	3,70%
Median	4,78%
Mode	4,78%
Standard Deviation	3,35%
Variance	0,11%
Skewness	-0,67
Kurtosis	3,07
Coeff. of Variability	0,91
Range Minimum	-6,53%
Range Maximum	9,30%
Range Width	15,83%
Mean Std. Error	0,03%



Forecast: Rp (cont'd) **Cell: B11**

Percentiles:

Percentile	Value
0%	-6,53%
5%	-3,17%
10%	-0,52%
15%	-0,07%
20%	2,13%
25%	2,13%
30%	2,13%
35%	2,56%
40%	2,84%
45%	3,46%
50%	4,78%
55%	4,78%
60%	4,78%
65%	5,23%
70%	5,49%
75%	5,94%
80%	6,65%
85%	7,44%
90%	7,88%
95%	8,43%
100%	9,30%

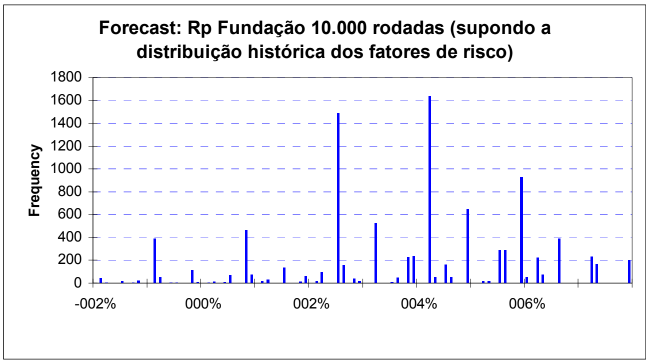
End of Forecast

FUNDAÇÃO
Crystal Ball Report
Simulation started on 29/1/03 at 16:48:49
Simulation stopped on 29/1/03 at 16:50:04

Forecast: Rp **Cell: B11**

Summary:
Display Range is from -2,30% to 7,82%
Entire Range is from -3,49% to 7,82%
After 10.000 Trials, the Std. Error of the Mean is 0,02%

Statistics:	Value
Trials	10000
Mean	3,59%
Median	4,04%
Mode	4,04%
Standard Deviation	2,28%
Variance	0,05%
Skewness	-0,59
Kurtosis	3,05
Coeff. of Variability	0,64
Range Minimum	-3,49%
Range Maximum	7,82%
Range Width	11,31%
Mean Std. Error	0,02%



Forecast: Rp (cont'd) **Cell: B11**

Percentiles:

Percentile	Value
0%	-3,49%
5%	-1,10%
10%	0,62%
15%	1,27%
20%	2,33%
25%	2,33%
30%	2,33%
35%	2,67%
40%	3,05%
45%	3,71%
50%	4,04%
55%	4,04%
60%	4,06%
65%	4,70%
70%	4,74%
75%	5,40%
80%	5,76%
85%	5,76%
90%	6,10%
95%	7,09%
100%	7,82%

End of Forecast