ST7 Système de transports passagers

Groupe 1 : Projet Seating
Optimisation du placement passagers (Air France)

Etudiants :
Justine Bourgeois
Nathan Janiec
Patrick Legendre
Paul Massey
Ivan Robert

Table des matières

1 Introduction

Le projet "seating" d'Air France consiste a essayer de trouver le meilleur placement pour un client seul ou un groupe de client. On cherche a maximiser la satisfaction clients tout en respectant les contraintes qui nous ont été impose dans ce projet.

Dans un premier temps on travail sur un modèle statique. Les contraintes imposés dans le projet sont des contraintes concernant le placement le plus proches de passagers voyageant au sein d'un même groupe. Trouver le meilleur placement pour les personnes en fauteuil roulant ou bien de personnes en brancards. Prendre en compte les voyageurs en transits et en première classe. Il faut aussi veiller que les enfants sont toujours places a cote d'une personne du groupe. En même temps il faut veiller a ce que le placement des passagers respectent le barycentre de l'avion.

On a ensuite réalise un modèle dynamique qui prend en compte notre modèle statique pour donner une simulation de choix de place pour nos clients. Pour terminer nous présentons les résultats et les solutions obtenues.

2 Optimisation dans le cas Statique

2.1 Définition de la variable de décision

Pour effectuer l'optimisation dans le cas statique, on définit comme variable de décision la matrice suivante :

$$Mat = \begin{pmatrix} Mat_{0,0} & \dots & Mat_{0,m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ Mat_{n,0} & \dots & Mat_{n,m} \end{pmatrix} \in \{0,1\}^{n \times m}$$

Où n est le nombre d'individus dans l'avion et m le nombre de places dans l'avion. Ainsi, on associe à chaque siège un identifiant selon l'ordre lexicographique (rang, place). Pour accéder au rang ou à la place d'un siège à partir de son identifiant, on définit les deux vecteurs suivants :

$$vector_{rows} = (1,1,1,1,1,1,2,2,\dots,N_{rows})^T \in \{1\dots N_{rows}\}^m$$
$$vector_{places} = (1,2,3,5,6,7,1,\dots,6,7)^T \in \{1,2,3,5,6,7\}^m$$

Ainsi, il nous suffit de faire le calcul $Mat[i] \times vector_{rows}$ ou $Mat[i] \times vector_{places}$ pour accéder au rang ou à la place du passager d'identifiant i. Cette modélisation nous permet de définir simplement les contraintes de base de l'attribution d'individus. En effet, on définit donc les contraintes suivantes :

$$\forall i \in \{0\dots n\} \sum_{k=0}^{m} Mat_{i,k} = 1$$
$$\forall k \in \{0\dots m\} \sum_{i=0}^{n} Mat_{i,k} \leq 1$$

Ceci permet d'imposer l'unicité du siège pour chaque passager et l'existence d'au plus un passager sur chaque siège.

2.2 Définition des fonctions objectifs

Notre optimisation s'effectue en deux temps. Dans la première partie de l'optimisation, on décide d'optimiser l'attribution des passagers à un rang particulier, puis dans un second temps on attribuera aux passagers leur place dans le rang auquel ils ont été attribués. Cette méthode de double optimisation a pour objectif de simplifier (et donc accélérer) les calculs de l'optimisation. Ceci peut venir au détriment de la qualité de la solution optimale obtenue mais nous constaterons plus tard que notre méthode admet des résultats satisfaisants du point de vue industriel.

Dans la première optimisation, on définit pour chaque groupe g la grandeur :

$$\rho_g = max_{(p_1,p_2)\in g^2}|rang(p_1) - rang(p_2)|$$

Pour rendre le calcul de cette grandeur linéaire, on introduit les contraintes suivantes :

$$\forall(p_1,p_2) \in g^2, \rho_g \geq rang(p_1) - rang(p2)$$

Ceci garantit, pour tout couple $(p_1,p_2) \in g^2$, qu'on ait :

$$\rho_g \geq rang(p_1) - rang(p_2)$$
$$\rho_g \geq rang(p_2) - rang(p_1)$$

Et on définit la fonction objectif suivante à minimiser :

$$f(Mat) = \sum_{g\in groups} \rho_g - r_{\frac{1}{3}}$$

Où $r_{\frac{1}{3}}$ est le nombre de voyageurs en transit court dans le premiers tiers de chaque classe, comme défini dans la section 2.4.

Dans la seconde optimisation, on définit pour chaque groupe g la grandeur :

$$\rho'_g = max_{(p_1,p_2)\in g^2}|place(p_1) - place(p_2)|$$

On rend cette définition linéaire de la même manière que précédemment. On définit ensuite la fonction objectif suivante à minimiser :

$$f_2(Mat) = \sum_{g\in groups} \rho'_g$$

Ainsi, nous sommes en possession de nos variables de décisions et de nos fonctions objectif. Il nous faudra donc définir nos contraintes pour les deux optimisations.

2.3 Gestion des classes

Pour la gestion des classes économique et business, la méthode choisie est d'imposer dans la première optimisation les contraintes suivantes : Le nombre de passagers avec un ticket business se retrouvant en classe économique doit être nul", et "Le nombre de passagers avec un ticket économique se retrouvant en classe business doit être nul". Pour ce faire, nous avons choisi de représenter cela par un calcul matriciel.
On introduit un vecteur pour filtrer les sièges, un autre pour filtrer les passagers et on multiplie de part et d'autre la matrice Mat contenant les variables de décisions. On introduit le vecteur $Ticket_B$ qui représente les voyageurs avec un ticket business :

$$Ticket_B = (Ticket_{B_i}),\ où\ Ticket_{B_i} = 1\ si\ le\ passager\ i\ a\ un\ ticket\ business,\ 0\ sinon$$

De même, on introduit le vecteur $Place_E$ qui représente les places en classe économique :

$$Place_E = (Place_{E_j}),\ où\ Place_{E_j} = 1\ si\ le\ siege\ j\ est\ en\ classe\ economique,\ 0\ sinon$$

Le produit $M \times Place_E$ représente une matrice dont le coefficient en position (i,j) vaut 1 si le passager i a été attribué au siège j et que celui-ci est en classe économique.

Ainsi, le produit scalaire×TicketB$^\top$·$(Mat \times Place_E)$ représente le nombre de voyageurs ayant un ticket pour une classe business ayant été affecté à un siège en classe économique :

$$Ticket_B^\top \cdot (Mat \times Place_E) <= 0$$

On fait pareil pour le la situation opposée en remplaçant les 0 par des 1 et les 1 par des 0 dans les vecteurs $Ticket_B$ et $Place_E$.

2.4 Voyageurs en transit

Pour les voyageurs en transit, on calcule dans la première optimisation le nombre $r_{\frac{1}{3}}$ de voyageurs en transit dans le premier tiers de chaque classe. Pour cela, on utilise deux vecteurs :

$$Transit = (transit_i)\ ,\ où\ transit_i = 1\ si\ le\ passager\ i\ a\ un\ transit\ court,\ 0\ sinon$$

Avant($avant_j$), ou $avant_j$=1, si le siège j est dans le premier tiers de sa classe, 0 sinon L'objectif serait alors de maximiser le produit scalaire, qui correspond au nombre de personnes en transit rapide (moins de 90 minutes) dont le siège est dans le premier tiers de leur classe :

$$r_{\frac{1}{3}} = Transit^\top \cdot (Mat \times Avant)$$

2.5 Gestion des enfants

Pour imposer que les enfants aient à côté un adulte, on impose dans les deux optimisations :

$\forall i \in [1; NombrePlaces], (Mat_{child,i} = 1 \Longrightarrow \sum_{place \in voisins(i)} \sum_{adulte \in groupe} Mat_{adulte,place} \geq 1)$

avec voisins(i) les indices des places voisines de la place i. Si un groupe possède trop d'enfants par rapport au nombre d'adultes (c'est à dire que le nombre d'enfants du groupe est strictement supérieur au double du nombre d'adultes), on impose à la place que chaque enfant soit placé à côté d'un autre individu du groupe. Par le jeu de la minimisation des distances entre les individus au sein d'un groupe, on observe ainsi que le groupe est rendu compact. Toutefois, nous nous sommes rendus compte que cela pouvait occasionner une disposition des adultes par rapport aux enfants qui n'est pas optimale. Pour palier à ce problème, nous avons décidé de doubler la distance entre un individu p_1 et un individu p_2 dans le cas où il y a exactement un enfant et un adulte parmi ces deux individus. Comme on souhaite minimiser la distance maximale entre deux individus, l'algorithme cherchera donc à minimiser les distances adultes-enfants en priorité.

De plus, pour gérer les contraintes d'issues de secours, on impose également la contrainte pour chaque enfant lors de la première optimisation :

$$\forall i \in \{1 \dots m\}, rang_m \in [11, 12] \Longrightarrow Mat_{enfant,i} = 0$$

La sortie de secours est définie sur la rangée [11, 12] pour le A320 et la range [10, 25] pour le A321.

2.6 Gestion des personnes à mobilité réduite

Pour imposer que les personnes handicapées en chaise roulante (WCHR) soient situées selon les contraintes, on impose dans les deux optimisations qu'elles soient sur une place adjacente à l'allée centrale et on crée pour chaque WCHR trois personnes fictives de masse nulle que l'on attribue sur les places que l'on souhaite laisser libres. On appellera par la suite les personnes fictives par l'appellation "fantôme".

$\forall i \in [1; NombrePlaces], (\sum_{place \in voisinsFantome(i)} \sum_{fantome \in groupe} Mat_{fantome,place}) \geq 3 * Mat_{i,place})$

Ce choix est également motivé par le fait qu'on doive être en mesure de placer un enfant à côté d'une WCHR. En plaçant les fantômes en tant qu'adultes du groupe, notre méthode demeure consistante avec les contraintes déjà définies.

Pour imposer que les personnes en brancard (WCHB) soient situées selon les contraintes, on impose qu'elles soient placées dans un milieu de rangée et on empêche quiconque de s'installer sur les trois places du rang de devant, du rang de l'individu et des deux rangs de derrière.

$\forall i \in [1; NombreDePassager], \forall j \in [1; NombreDeVoisinsCiviere], (1 - Mat_{i,j}) \geq Mat_{WCHB,NombreDeVoisinsCiviere})$

2.7 Contrainte du barycentre

Pour imposer la contrainte du barycentre on a définit une masse médian pour chaque passager. La contrainte change en fonction du type d'avion qui est déployé, aussi du nombre et des différents types de passagers. Si le nombre de passagers attendu sur un vol est supérieur au nombre de places disponibles, nous avons la possibilité de change de modèle A320 a un modèle A321.

Pour le A320 le barycentre inférieur est défini au rang 13 et a la place 3. Le rang supérieur est défini sur le rang 17 et la place 4.

Pour le A321 le barycentre inférieur est défini au rang 16 et a la place 3. Le rang supérieur est défini sur le rang 21 et la place 4.

Nous avons 2 contraintes pour le barycentre en fonction du rang inférieur et supérieur.

$\forall i \in [1; NombreDePassager], \sum rang_i * masse_i \geq Bornes_{inferieur,rang} * \sum Masses)$

$\forall i \in [1; NombreDePassager], \sum rang_i * masse_i \leq Bornes_{superieur,rang} * \sum Masses)$

Ensuite nous avons 2 contraintes pour le barycentre en fonction de la place inférieur et supérieur.

$\forall i \in [1; NombreDePassager], \sum place_i * masse_i \geq Bornes_{superieur,rang} * \sum Masses)$

$\forall i \in [1; NombreDePassager], \sum place_i * masse_i \leq Bornes_{superieur,rang} * \sum Masses)$

2.8 Correction de solutions sous-optimales via une approche heuristique

Motivation : Malgré nos efforts pour rendre l'optimisation la plus rapide possible, il arrive pour certaines instances que la première optimisation dépasse le temps limite de 7 minutes. La solution proposée à la fin de l'optimisation 2 peut alors être améliorée. On utilise alors une heuristique de correction pour trouver la meilleure solution possible

Idée : On utilise un algorithme pseudo-génétique. On part de la solution et on crée des générations de nouvelles solutions en effectuant une mutation sur les meilleurs éléments des générations précédentes.

Principe de l'algorithme :

1. On part d'une solution initiale, qui constitue la génération g_0.

2. On crée une nouvelle génération d'enfants en effectuant une mutation sur les meilleures solutions de la génération g_i, et en y ajoutant également la solution g_i. Une mutation consiste en l'échange de deux passagers adultes, ou bien en l'attribution d'un passager adulte à une place vide.
3. On ne conserve que les meilleures solutions de la nouvelle génération pour former la génération g_{i+1}.
4. On répète les étapes 2 à 4 jusqu'à atteindre le nombre limite de générations, ou bien jusqu'à ce que le meilleur score n'ait pas changé depuis un nombre défini de générations
5. On ne garde que la meilleure solution trouvée par l'algorithme.

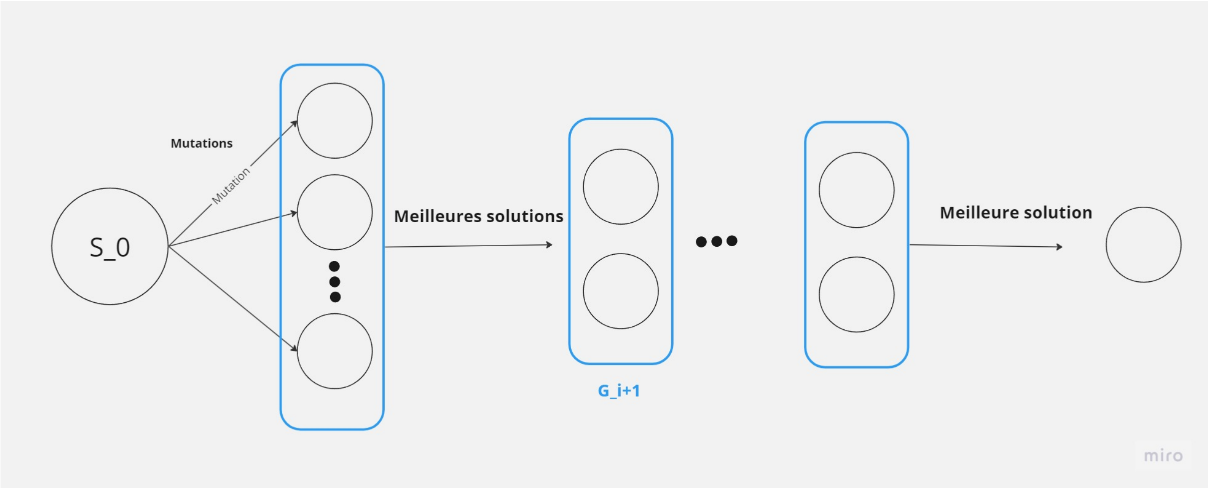

FIGURE 1 – Modèle d'approche heuristique

3 Optimisation dans le cas Dynamique

3.1 Objectif

L'objectif de notre modèle dynamique est maximiser le minimum possible de changements de place disponibles pour chaque groupe/individu. Cela étant que chaque/groupe individu n'aura pas les même choix en fonction de plusieurs contraintes. Les différentes contraintes a respecter sont :

— La taille d'un groupe
— Le type de passager
— Passager en transit
— Le barycentre

Les types de passagers qui n'auront pas la possibilité de changer de place :

— WCHB
— WCHR

3.2 Solution

Un problème qui se présente pour un groupe, c'est que chaque membre d'un groupe peut se séparer du groupe et choisir individuellement ça place dans l'avion. On a décide de restreindre le choix est imposer que chaque membre du groupe ne peut se déplacer seul sans déplacer l'entièreté du groupe avec lui.

Notre implémentation pour le modèle dynamique ce passe en 2 temps. En premier temps on prend en compte le modèle statique comme base pour savoir quel changements on peut réaliser. A partir de ce modèle on détermine les possibilités de changement possible pour les groupes de même taille et de passagers voyageant seuls.

En 2ème temps on vérifie la possibilité de changer de place avec la contrainte du barycentre. Si le changement se relève possible on va sauvegarder ces possibilités dans une liste. Pour simuler le choix d'un passager, on va parcourir la liste en tirant au sort le choix qu'un groupe peut faire dans la liste de possibilités. Des que le choix est fait on la retire de la liste de possibilités. On répète la procédure pour tout les groupes pouvant changer de place dans l'avion.

4 Résultats

4.1 Affichage

Pour gérer l'affichage de la solution, on cherche à représenter un mapping de l'avion avec les places attribuées par notre algorithme. Pour cela, on cherche à visualiser les différents profils de passagers pris en compte dans le modèle, afin de pouvoir de rendre compte de la qualité de la solution. Dans notre affichage, chaque passager est représenté par un texte positionné à l'emplacement de sa place. Ce texte représente le numéro de son groupe ou "X" si le voyageur est seul dans son groupe. La taille de la police du texte est définie comme petite dans le cas où le passager est supposé se trouver en classe économique et grande dans le cas où le passager est supposé être en classe économique.

Les enfants sont repérés en gras sur cet affichage et la couleur du texte détermine le genre et le caractère "en transit court" de l'individu : rouge pour une femme en transit court, noir pour une femme qui n'est pas en transit court, orange pour un homme en transit court et bleu pour les hommes qui ne sont pas en transit court. Nous avons également représenté les issues de secours par des segments, le barycentre des masses par un point et des rectangles qui définissent l'espace occupé par un passager à mobilité réduite, comme le montre l'image suivante :

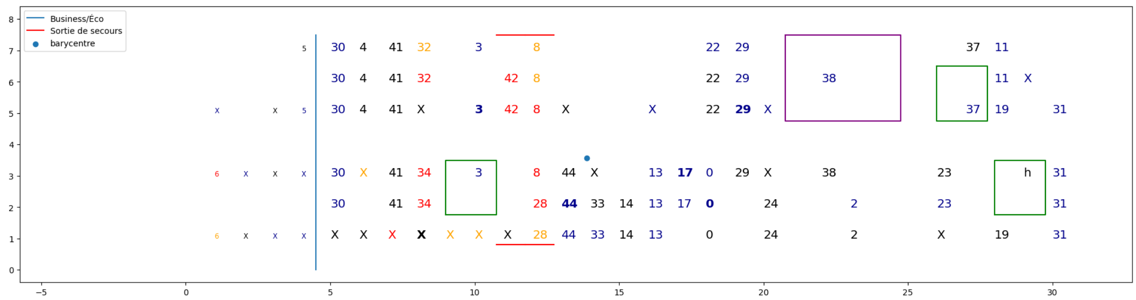

Figure 2 – Exemple d'affichage d'une solution de l'attribution

5 Conclusion

Le projet divise en 2 modèle donne des résultat satisfaisant sur la partie statique. On arrive a mettre les passagers dans un groupe le plus proche possible quand il existe cette possibilité. La contrainte du barycentre est respecte la contrainte des passagers en chaise roulante et en brancard, de même pour les voyageurs en première classe et en transit.

La modélisation du cas dynamique est fonctionnelle et permet aux passagers qui ne sont pas en brancard ou en fauteuil roulant de choisir leurs places à tour de rôles, en conservant les groupes, les classes (business/eco) et les attributions préférentiellement devant aux passagers ayant une correspondance.